

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ
ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МОН УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ «КИЇВСЬКИЙ
ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ ІМЕНІ ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»

МОН УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

ТЮКАВКІНА Ірина Миколаївна

УДК 537.63:537.622.4+537.611.2](043.3)

ДИСЕРТАЦІЯ

**СПІНОВІ ХВИЛІ В ОДНО- ТА ДВОШАРОВИХ
ФЕРОМАГНІТНИХ ПЛАСТИНАХ ІЗ МЕТАПОВЕРХНЯМИ З
ВЛАСНОЮ МАГНІТНОЮ АНІЗОТРОПІЄЮ ТА ВЗАЄМОДІЄЮ
ДЗЯЛОШИНСЬКОГО-МОРІЯ**

104 — Фізика та астрономія

Природничі науки

Подається на здобуття наукового ступеня
доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів
і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

_____ І. М. Тюкавкіна

Науковий керівник: **Горобець Оксана Юріївна,**

доктор фізико-математичних наук, професор

Київ — 2023

АНОТАЦІЯ

Тюкавкіна І. М. Спінові хвилі в одно- та двошарових феромагнітних пластинах із метаповерхнями з власною магнітною анізотропією та взаємодією Дзялошинського-Морія. — Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 104 — Фізика та астрономія. — Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, 2023.

Дисертація присвячена спіновим хвилям, які є перспективними для імплікації пристроїв спин-хвильової логіки в електроніці, завдяки їх потенційно великій енергії, короткій довжині хвилі та високій швидкості розповсюдження. Розглядається проходження спінових хвиль через метаповерхні різної конфігурації, структуровані спеціальним чином при їх виготовленні, а саме з модульованими параметрами власної магнітної анізотропії, обмінної константи та взаємодії Дзялошинського-Морія. На основі точних лінійних та аналітичних розв'язків рівняння Ландау-Ліфшиця було побудовано аналітичну модель взаємодії лінійних та нелінійних спінових хвиль із метаповерхнями із врахуванням різного типу граничних умов для рівняння Ландау-Ліфшиця.

Дисертаційна робота складається із п'яти розділів, у яких описано проходження спінових хвиль через метаповерхні різної конфігурації в феромагнітних матеріалах. Основну частину дисертації доповнено таблицею із матеріальними параметрами, що використанні для комп'ютерного моделювання розповсюдження спінових хвиль, що зібрані із відповідних джерел

для феромагнетиків. Також, у додатках приведено програми, що виконані в середовищі Python, для кожної із задач, включених у дану дисертаційну роботу.

У **першому розділі** дисертаційної роботи розглядається загальний вигляд повної енергії феромагнетика, зокрема, доданок, що описує взаємодію Дзялошинського-Морія, та граничні умови для рівняння Ландау-Ліфшиця на метаповерхні між двома феромагнетиками. Огляд теоретичних та експериментальних спостережень ефекту невзаємності спінових хвиль включено в перший розділ, оскільки, створення нових магнонних пристроїв на базі невзаємного поширення спінових хвиль є перспективним напрямком розвитку магноніки. Експериментальне спостереження дифракції та інтерференції спінових хвиль і спін-хвильові ефекти в нанoeлектроніці докладно описано в цьому розділі для розуміння сьогоденної парадигми в області спінтроніки та магноніки та виділено основні напрями їх майбутнього розвитку.

Другий розділ присвячено аналітичній моделі для опису поширення спінової хвилі через систему, що складається з двох феромагнетиків без та із взаємодією Дзялошинського-Морія, розділених плоским інтерфейсом. Знайдено залежності коефіцієнтів проходження та відбиття спінової хвилі як функцію частоти спінової хвилі та константи Дзялошинського-Морія, яка, як відомо, сильно залежить від температури та має тенденцію до значного зростання при низькій температурі порівняно з кімнатною. Взаємодія Дзялошинського-Морія дозволяє описати численні магнітні властивості сполук із порушеною симетрією. Дослідження систем з неколінеарними спіновими текстурами, таких як хіральні доменні стінки, скіrmіони, скіrmіонні ґратки, магнітні спіралі у феромагнітних матеріалах мають широкий спектр застосувань, наприклад, у пристроях спін-хвильової логіки, кодування бітів для рейс-трекової пам'яті.

В **третьому розділі** дисертаційної роботи виведено граничні умови

для рівняння Ландау-Ліфшица на межі розділу двох феромагнетиків з різними значеннями взаємодії Дзялошинського-Морія. Аналітичний вираз для умови неперервності густини потоку енергії при поширенні спінової хвилі через феромагнетик зі східчастою взаємодією Дзялошинського-Морія розраховано з урахуванням зазначених граничних умов. Дослідження такого роду систем не тільки відкриють нові можливості для наведення та маніпулювання спіновими хвилями в надтонких магнітних наноструктурах, а й сприятимуть розвитку променевої магنونіки. Аналітичні вирази для коефіцієнтів відбиття, проходження та фактори невзаємності, що обчислені із врахуванням взаємодії Дзялошинського-Морія, дозволять поглибити знання про керування поширенням спінової хвилі в магنونних пристроях. Аналітична модель показує, що існує два типи ефектів невзаємності для поширення спінової хвилі через феромагнетик зі східчастою взаємодією Дзялошинського-Морія для протилежних орієнтацій вектора Дзялошинського-Морія. У сприятливих ситуаціях це може збільшити довжину загасання спінової хвилі. Знайдено матеріальні параметри феромагнетика та східчастої взаємодії Дзялошинського-Морія, для яких за результатами розрахунків очікується надзвичайно високий коефіцієнт невзаємності (> 10). Результати даної роботи дозволять реалізувати керування поширенням спінової хвилі в магنونних пристроях.

У **четвертому розділі** поставлено задачу розрахувати параметри різних феромагнітних матеріалів для створення метаповерхневої спін-хвильової зонної пластинки Френеля, яка здійснюватиме управління амплітудою та фазою спінової хвилі і матиме покращену функціональність фокусування. Проводячи аналогію з оптикою, в магنونіці за допомогою системи отворів реалізовано тільки найпростіший тип зонної пластинки Френеля, яка є дифракційною лінзою та складається з серії концентричних кілець, що чергуються. Спін-хвильовий-аналог метаповерхневої зонної пластинки Френеля може бути створено за допомогою періодичної модуляції ізотропного обміну

та власної магнітної анізотропії інтерфейсу між двома феромагнетиками. Така фазово-модульована спін-хвильова зонна пластина Френеля може бути використана для більш ефективного фокусування як спінових хвиль, що пройшли, ніж традиційна амплітудно-модульована спін-хвильова зонна пластина Френеля. Позаяк метаповерхня може індивідуально керувати амплітудою, фазою та поляризацією електромагнітної хвилі, то метаповерхнева зонна пластинка забезпечує більше ступенів свободи для покращення функціональності, ніж звичайна зонна пластинка Френеля. Очевидно, що в магнітоніці, запозичуючи відповідні ідеї фотоніки, перспективною є розробка метаповерхневих зонних пластинок для спінових хвиль, які б замість блокування амплітуди хвилі в непрозорих зонах забезпечували б відповідний зсув фаз для конструктивної інтерференції зі спіновою хвилею, збільшуючи ефективність фокусування в порівнянні з амплітудною зонною пластинкою Френеля.

П'ятий розділ дисертації демонструє аналітичну модель для опису руху феромагнітної доменної стінки зі скіrmіон-подібними будівельними блоками за допомогою спін-поляризованого струму. Залежність швидкості руху феромагнітної доменної стінки зі скіrmіон-подібними будівельними блоками, керовану спін-поляризованим струмом, від сили спін-поляризованого струму і напруженості зовнішнього магнітного поля обраховано у даному розділі. Переважна більшість теоретичних досліджень внутрішньої структури доменних стінок у феро- та антиферомагнетиках базується на чисельному мікромагнітному моделюванні. Факт наявності нескінченної кількості магнітних текстур за однакових граничних умов для вектора намагніченості представляє нетривіальну задачу для чисельного мікромагнітного моделювання. Точний динамічний розв'язок рівняння Ландау-Ліфшиця-Гілберта-Слончевського у феромагнетик у з одновісною магнітною анізотропією, який описує рух доменної стінки зі скіrmіонами у внутрішній структурі під дією зовнішнього магнітного поля та спінового струму до-

зволяє розв'язати цю задачу аналітично. На додаток, отриманий розв'язок застосовний не тільки для нескінченного феромагнетика, а й до вільного шару шаруватої системи феромагнетик/немагнітний метал/феромагнетик за умови, що характерний масштаб скірміон-подібного будівельного блоку, як компоненти внутрішньої структури доменної стінки, є набагато меншим, ніж товщина вільного шару. Остання умова добре виконується для скірміонів розміром порядку кількох нм, які особливо популярні як носії інформації у галузі спінтроніки.

Ключові слова: спинові хвилі, феромагнетик, граничні умови, метаповерхня, взаємодії Дзялошинського-Морія, магніtodипольна взаємодія, взаємодія обмінна, магнітне впорядкування, динаміка намагніченості, феромагнетизм, магнітна анізотропія, мікрохвильові властивості, магнітна динаміка, магнітна анізотропія.

Список публікацій здобувача за темою дисертації.

1. Gorobets Yu.I., Gorobets O.Yu., Tiukavkina I.M., Gerasimenko R.S.
Spin-Polarized Current-Driven Ferromagnetic Domain Wall Motion with a skyrmion-like building block. Ukrainian Journal of Physics. 2020. Vol. 65 No. 10, P. 919.
[https : //ujp.bitp.kiev.ua/index.php/ujp/article/view/2020227](https://ujp.bitp.kiev.ua/index.php/ujp/article/view/2020227)
2. Gorobets Yu.I., Gorobets O.Yu., Tiukavkina I.M., Gerasimenko R.S.
Spin wave propagation through the interface between two ferromagnets without/with Dzyaloshinskii–Moriya interaction. Low Temperature Physics. 2021., Vol. 47, No. 6, P. 493-496.
[https : //ui.adsabs.harvard.edu/abs/2021LTP....47..493G/abstract](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2021LTP....47..493G/abstract)
3. Gorobets Yu.I., Gorobets O.Yu., Tiukavkina I.M., Gerasimenko R.S.
Nonreciprocal Spin-Wave Propagation in a Ferromagnet With Stepwise Interfacial Dzyaloshinskii–Moriya Interaction. IEEE Transactions on Magnetism. 2022., Vol. 58, No. 12, P. 1-11.
[https : //ieeexplore.ieee.org/document/9930798](https://ieeexplore.ieee.org/document/9930798)
4. Gorobets Yu.I., Gorobets O.Yu., Tiukavkina I.M., Gerasimenko R.S.
Spin wave propagation through the interface between two ferromagnets without/with Dzyaloshinskii-Moriya interaction. MAGIC+ Workshop. Magnetism, Interactions and Complexity: матеріали міжнар. наук.-практ. онлайн-конф., м. Познань, 5-7 лип. 2021 р. Познань, 2021. С. 78.
[https : //magic.amu.edu.pl/book2023.pdf](https://magic.amu.edu.pl/book2023.pdf)
5. Gorobets Yu.I., Gorobets O.Yu., Tiukavkina I.M., Gerasimenko R.S.
Spin-Polarized Current-Driven Ferromagnetic Domain Wall Motion with a skyrmion-like building block. Сучасні проблеми фізики твердого тіла і статистичної фізики: матеріали міжнар. наук.-практ. конф., м. Київ, 14-15 вер. 2020 р. Київ, 2021. С. 32-33.
[http : //ukr.imag.kiev.ua/content/files/2020_I_MagBookOfAbstr.pdf](http://ukr.imag.kiev.ua/content/files/2020_I_MagBookOfAbstr.pdf)

6. Горобець О.Ю., Тюкавкіна І.М. Дифракція спінових хвиль на зонній пластинці між двома феромагнетиками. Науковий простір в умовах сучасних викликів: теорія і практика: матеріали міжнар. наук.-практ. конф., м. Львів, 29-30 чер. 2023. С. 61-63.

<https://molodyivchenyi.ua/omp/index.php/conference/catalog/book/42>

ABSTRACT

Tiukavkina I. M. Spin waves in one- and two-layer ferromagnetic plates with metasurfaces with intrinsic magnetic anisotropy and the Dzyaloshinskii-Moriya interaction. — Qualification scientific work in the form of manuscript.

Thesis for doctor of philosophy degree in speciality 104 — Physics and astronomy. — National Technical University of Ukraine “Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute”, Kyiv, 2023.

The thesis focuses on spin waves, which are promising for the implication of spin-wave logic devices in electronics due to their potentially large energy, short wavelength, and high propagation speed. The passage of spin waves through metasurfaces of various configurations, structured in a special way during their manufacture, namely with modulated parameters of their magnetic anisotropy, exchange constant, and Dzyaloshinskii-Moriya interaction, is considered. Based on exact linear and analytical solutions of the Landau-Lifshitz equation, an analytical model of the interaction of linear and nonlinear spin waves with metasurfaces was built, taking into account different types of boundary conditions for the Landau-Lifshitz equation.

The dissertation consists of five sections, which describe the passage of spin waves through metasurfaces of different configurations in ferromagnetic materials. The main part of the dissertation is supplemented by a table with material parameters used for computer modelling of the propagation of spin waves collected from relevant sources for ferromagnets. Also, there are programs executed in the Python environment for each of the tasks included in this dissertation in the appendices.

The **first chapter** of the dissertation considers the general form of the to-

tal energy of a ferromagnet, in particular, the term describing the Dzyaloshinskii-Moriya interaction, and the boundary conditions for the Landau-Lifshitz equation on the metasurface between two ferromagnets. A review of the observations of the effect of non-reciprocity of spin waves is included in the first section, since the creation of new magnon devices based on the non-reciprocal propagation of spin waves is a promising direction in the development of Magnonics. Experimental observation of diffraction and interference of spin waves and spin-wave effects in Nanoelectronics are described in detail in this chapter to understand the current paradigm in the field of Spintronics and Magnonics and highlight the main directions of their future development.

The **second chapter** is devoted to an analytical model for describing the propagation of a spin wave through a system consisting of two ferromagnets without and with the Dzyaloshinskii-Moriya interaction, separated by a flat interface. The dependences of transmission and reflection coefficients of spin wave are found as a function of Dzyaloshinskii-Moriya constant which is known to be strongly temperature dependent, tending to significant increase at low temperature compared to room temperature. The Dzyaloshinskii-Moriya interaction allows describing the numerous magnetic properties of compounds with broken symmetry. Studies of systems with non-collinear spin textures, such as chiral domain walls, skyrmions, skyrmion lattices, magnetic spirals in ferromagnetic materials have a wide range of applications, for example, in devices of spin-wave logic, coding bits for racetrack memory.

In the **third chapter** of the dissertation, the boundary conditions for the Landau-Lifshitz equation at the interface of two ferromagnets with different values of the Dzyaloshinskii-Moriya interaction are derived. The analytical expression for the condition of continuity of the energy flux density during the propagation of a spin wave through a ferromagnet with a step-wise Dzyaloshinskii-Moriya interaction was calculated taking into account the specified boundary conditions. Research of these kinds of systems will not

only open up new opportunities for guiding and manipulating spin waves in ultrathin magnetic nanostructures, but will also contribute to the development of beam Magnonics. Analytical expressions for reflection coefficients, transmission and non-reciprocity factors, calculated taking into account the Dzyaloshinskii-Moriya interaction, will allow us to deepen our knowledge of the control of spin wave propagation in magnon devices. The analytical model for the properties of the spin wave shows that the Dzyaloshinskii-Moriya interaction leads to non-reciprocal propagation of the spin wave, that is, to different properties of the propagation of the spin wave in opposite directions. In favourable situations, this can increase the decay length of the spin wave. The material parameters of the ferromagnet and the stepped Dzyaloshinskii-Moriya interactions were found, for which, according to the results of the calculations, an extremely high coefficient of non-reciprocity (j 10) is expected. The results of this work make it possible to implement spin wave propagation control in magnon devices.

In the **fourth chapter**, the task is to calculate the parameters of various ferromagnetic materials to create a metasurface spin-wave Fresnel zone plate, which will control the amplitude and phase of the spin wave and have improved focusing functionality. Drawing an analogy with optics, only the simplest type of Fresnel zone plate, which is a diffraction lens and consists of a series of alternating concentric opaque and transparent rings, is implemented in Magnonics using a system of holes. Since the metasurface can individually control the amplitude, phase, and polarization of the electromagnetic wave, the metasurface zone plate provides more degrees of freedom for improved functionality than a conventional Fresnel zone plate. Obviously, in Magnonics, borrowing relevant ideas from photonics, it is promising to develop metasurface zone plates for spin waves, which, instead of blocking the wave amplitude in opaque zones, would provide an appropriate phase shift for constructive interference with a spin wave propagating from a "transpar-

ent” region without phase shift, increasing the focusing efficiency compared to the Fresnel amplitude zone plate.

The **fifth chapter** of the thesis demonstrates an analytical model for describing the motion of a ferromagnetic domain wall using a spin-polarized current from skyrmion-like building blocks. The dependence of the speed of movement of a ferromagnetic domain wall made of skyrmion-like building blocks, controlled by a spin-polarized current, on the driving torques and the external magnetic field strength is calculated in this section. The vast majority of theoretical studies of the internal structure of domain walls in ferro- and antiferromagnets are based on numerical micromagnetic modelling. The fact of the presence of an infinite number of magnetic textures under the same boundary conditions for the magnetization vector presents a problem for numerical micromagnetic modeling. The exact dynamic solution of the Landau-Lifshitz-Gilbert-Slonczewski equation in a ferromagnet with uniaxial magnetic anisotropy, which describes the movement of the domain wall with skyrmions in the internal structure under the action of an external magnetic field and driving torques, will solve this problem. Moreover, the obtained solution is applicable not only to an infinite ferromagnet, but also to the free layer of the system ferromagnet/non-magnetic metal/ferromagnet, provided that the characteristic scale of the skyrmion-like building block, as components of the internal structure of the domain wall, is much smaller, than the thickness of the free layer. The last condition is well fulfilled for skyrmions with a size of the order of several nm, which are particularly popular as information carriers in the field of Spintronics.

Key words: spin waves, ferromagnet, boundary conditions, metasurface, Dzyaloshinskii-Moriya interactions, spin-spin interactions, magnetic ordering, magnetization dynamics, ferromagnetism, magnetic anisotropy, microwave properties, magnetic dynamics, magnetic anisotropy.

ЗМІСТ

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ	17
Вступ	18
Розділ 1. Стан проблеми в дослідженні спінових хвиль в шаруватих феромагнетиках, розділених метаповерхнями	27
1.1. Повна енергія феромагнетика. Взаємодія Дзялошинського-Морія	27
1.2. Граничні умови для рівняння Ландау-Ліфшиця на метаповерхні між двома феромагнетиками	30
1.3. Ефекти невзаємності спінових хвиль	34
1.4. Експериментальне спостереження дифракції та інтерференції спінових хвиль	41
1.5. Огляд теоретичних та експериментальних досліджень доменних стінок	53
1.6. Практичне застосування спін-хвильових ефектів в нанoeлектроніці	57
1.7. Висновки до розділу 1	61
Розділ 2. Розповсюдження спінових хвиль через систему двох феромагнітних пластин, в одній з яких наявна поверхнева взаємодія Дзялошинського-Морія	64
2.1. Енергія системи двох феромагнітних пластин, в одній з яких наявна поверхнева взаємодія Дзялошинського-Морія	64

2.2.	Граничні умови для вектора намагніченості на інтерфейсі між двома феромагнетиками, в одному з яких наявна поверхнева взаємодія Дзялошинського-Морія	66
2.3.	Спектр спінових хвиль в системі двох феромагнітних пластин, в одній з яких наявна поверхнева взаємодія Дзялошинського-Морія	68
2.4.	Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль через інтерфейс між феромагнітною пластиною без взаємодії Дзялошинського-Морія та феромагнітною пластиною з поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія	69
2.5.	Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль через інтерфейс між феромагнітною пластиною з поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія та феромагнітною пластиною без взаємодії Дзялошинського-Морія	78
2.6.	Умова неперервності потоку енергії спінової хвилі на інтерфейсі між феромагнітними пластинами, в одній з яких наявна поверхнева взаємодія Дзялошинського-Морія	89
2.7.	Висновки до розділу 2	90
Розділ 3. Розповсюдження спінових хвиль через систему двох феромагнітних пластин із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія		92
3.1.	Енергія системи двох феромагнітних пластин із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія	92
3.2.	Граничні умови для вектора намагніченості на інтерфейсі між двома феромагнетиками із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія	94

3.3.	Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль на інтерфейсі між феромагнітними пластинами із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія	95
3.4.	Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль на інтерфейсі між феромагнітними пластинами із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія	98
3.5.	Умова неперервності потоку енергії спінової хвилі на інтерфейсі між феромагнітними пластинами із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія	116
3.6.	Ефекти невзаємності при розповсюдженні спінових хвиль через систему двох феромагнітних пластин із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія	118
3.7.	Висновки до розділу 3	126
Розділ 4. Дифракція спінових хвиль на зонній пластинці між двома феромагнетиками		128
4.1.	Енергія метаповерхонь, що представляють собою амплітудну та фазову зонні пластинки для спінових хвиль	128
4.2.	Граничні умови для задачі фокусування спінових хвиль зонною пластинкою	132
4.3.	Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль для задачі фокусування спінових хвиль МЗП	137
4.4.	Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль для задачі фокусування спінових хвиль без МЗП	139
4.5.	Різниця фаз при максимальній інтерференції	140
4.6.	Залежність амплітуд збурення намагніченості відбитої хвилі та хвилі, що пройшла крізь МЗП від параметрів системи . .	142
4.7.	Висновки до розділу 4	150
Розділ 5. Рух доменної стінки із скірміон-подібними будівель-		

ними блоками у феромагнітній пластині під дією спін-поляризованого струму	152
5.1. Вступ до задачі про рух доменної стінки із скіrmіон-подібними будівельними блоками у феромагнітній пластині під дією спін- поляризованого струму	152
5.2. Енергія феромагнітної пластини та рівняння Ландау-Ліфшиця- Гільберта-Слончевського при протіканні спін-поляризованого струму	153
5.3. Динамічний розв'язок рівнянь Ландау-Ліфшиця-Гільберта- Слончевського для феромагнітної пластини, що описує рух доменної стінки із скіrmіон-подібними будівельними блоками	155
5.4. Залежності швидкості руху доменної стінки із скіrmіон-подібними будівельними блоками від сили спін-поляризованого струму та зовнішнього магнітного поля	156
5.5. Висновки до розділу 5	157
Висновки	159
Список використаних джерел	162
Додаток А. Список публікацій здобувача за темою дисертації . .	176
Додаток В. Вихідні коди програми. Розділ 2	178
Додаток С. Вихідні коди програми. Розділ 3	184
Додаток D. Вихідні коди програми. Розділ 4	194

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ ТА СКОРОЧЕНЬ

ВДМ – взаємодія Дзялошинського-Морія

СХ – спінова хвиля

МЗП – метаповерхнева зонна пластинка Френеля

ВСТУП

Актуальність теми.

В даній дисертаційній роботі розглянуто проходження спінових хвиль в одно- та двошарових феромагнітних пластинах з власною магнітною анізотропією та взаємодією Дзялошинського-Морія через метаповерхні. Актуальність обраної теми дисертаційної роботи обумовлена тим, що спінові хвилі є перспективними для застосування їх при конструюванні пристроїв спін-хвильової логіки в електроніці завдяки їх короткій довжині хвилі та високій швидкості розповсюдження. Взаємодія спінових хвиль із поверхнями, що структуровані певним чином при їх виготовленні, а саме із модульованими параметрами обмінної константи, магнітної анізотропії та параметром взаємодії Дзялошинського-Морія, є перспективною темою для теоретичних досліджень. Наукова новизна даної роботи забезпечена тим, що на основі точних лінійних та нелінійних розв'язках рівняння Ландау-Ліфшиця побудовано аналітичну модель взаємодії спінових хвиль із метаповерхнями із врахуванням різного типу граничних умов.

Взаємодія Дзялошинського-Морія [1, 2], також відома як антисиметричний обмінний зв'язок, дозволяє описати численні магнітні властивості сполук із порушеною симетрією. Хіральні, топологічні та невзаємні особливості магнітних структур, зумовлені взаємодією Дзялошинського-Морія, є предметом теоретичних та експериментальних досліджень. Дослідження систем з не колінеарними спіновими текстурами, таких як хіральні доменні стінки [3, 4], скіrmіони [5, 6, 7], скіrmіонні ґратки [8, 9, 10], магнітні спіралі [11] в феромагнітних матеріалах мають широкий спектр застосувань, наприклад, в пристроях спін-хвильової логіки [12, 13], кодування бітів інформації для рейс-трекової пам'яті (racingtrack memory) [14, 15, 16]. Крім того,

утворюються односпрямовані пучки та проявляється ефект невзаємності при поширенні спінових хвиль. Їх властивості дозволяють конструювати односпрямовані хвилеводи для спінових хвиль [13, 17, 18, 19]. Дослідження в цьому напрямку відкривають нові можливості для наведення та маніпулювання спіновими хвилями в надтонких магнітних наноструктурах [20, 21, 22] і сприятимуть розвитку променевої магنونіки [20].

До того ж у даній дисертаційній роботі отримано аналітичну модель руху доменної стінки зі скірма-подібними будівельними блоками та азимутальним кутом, що осцилює, для вектора намагніченості у феромагнетик у під дією спін-поляризованого струму в обмінному наближенні на основі точного динамічного розв'язку рівняння Ландау-Ліфшиця-Гілберта-

Слончевського. Актуальність даної наукової задачі обумовлена тим, що останнім часом доменні стінки у феромагнітних нанорозмірних зразках є визнаним об'єктом дослідження як перспективні носії бітів інформації для застосування в запам'ятовувальних магнітних пристроях [23]. Крім того, доменна стінка у феромагнетик може мати найпростішу бездефектну структуру, наприклад «поперечні» стінки, або містити вихори та інші топологічні дефекти, наприклад «вихрові» стінки. Серед широкого розмаїття магнітних топологічних об'єктів, таких як «будівельні блоки» у внутрішній структурі доменних стінок, найбільше виділяються: вихор, антивихор, бімерон, лінія Блоха, точка Блоха.

«Вихрові» або «топологічні» доменні стінки з цілими топологічними зарядами, а також цілими або дробовими індексами доменної границі (winding numbers) об'ємних вихорів і краєвих дефектів спостерігаються, наприклад, у феромагнітних нанодротах і нанокільцях [23]. Динаміка доменної стінки у феромагнетик залежить від топологічного заряду вихорів у його структурі. Рух доменної стінки призводить до створення, поширення та анігіляції таких дефектів. Інтерес до динаміки магнітних вихорів і точок Блоха також пов'язаний з відкриттям швидкого перемагнічува-

ння ядра магнітного вихору змінними зовнішніми впливами (магнітним полем [24] або спіновим струмом [25]). Загалом, отриманий точний динамічний розв'язок рівняння Ландау-Ліфшица-Гільберта-Слончевського у ферромагнетику з одновісною магнітною анізотропією дає можливість описати рух доменної стінки зі скіrmіон-подібним будівельним блоком у внутрішній структурі під впливом зовнішнього магнітного поля і спінового струму.

Крім того, в роботі описано аналітичну модель для створення метаповерхневої спін-хвильової зонної пластинки Френеля, яка здійснюватиме управління амплітудою та фазою спінової хвилі. Розробка метаповерхневих зонних пластин для спінових хвиль є перспективною для магنونіки із застосуванням аналогічних розробок у галузі фотоніки. Зонні пластинки забезпечують необхідний фазовий зсув для конструктивної інтерференції спінових хвиль. Спінові хвилі поширюються від парних зон без зсуву фази замість того, щоб блокувати амплітуду хвиль в непарних зонах. Це підвищує ефективність фокусування в порівнянні з амплітудно-модульованими зонними пластинками. Відповідно, при розрахунку параметрів для різних матеріалів ферромагнетиків для метаповерхневої зонної пластини для спінових хвиль, можна створювати метаповерхневі спін-хвильові зонні пластинки Френеля, які призначені для роботи з амплітудою та фазою спінової хвилі. Крім того, такі зонні пластинки Френеля матимуть підвищену функціональність фокусування.

Загалом, аналітичні моделі для опису проходження спінових хвиль у ферромагнітних матеріалах через метаповерхні різних типів можуть бути ефективно впроваджені для конструювання хвилеводів, логічних елементів на основі спінових хвиль та використані для створення магنونних кристалів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами

Робота над дисертацією виконувалася в Національному технічному університеті України "Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікор-

ського" та у рамках наукової та інноваційної програми "Взаємодія спінових хвиль та спін-поляризованого струму з магнітними неоднорідностями в наноструктурованих феромагнітних матеріалах номер державної реєстрації: 0118U003523.

Мета і завдання дослідження

Метою роботи є побудова теоретичних моделей розповсюдження лінійних спінових хвиль в одно- та двошарових феромагнітних пластинах з власною магнітною анізотропією та взаємодією Дзялошинського-Морія через метаповерхні та аналітичних моделей динаміки доменних стінок зі скіrmіон-подібною внутрішньою структурою в феромагнетиках під впливом магнітного поля та спін-поляризованого струму.

Для реалізації поставленої мети передбачалося вирішення таких завдань:

- Побудувати теоретичну модель для опису розповсюдження спінових хвиль через систему двох феромагнетиків з різними значеннями параметра східчастої поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія. Отримати граничні умови для рівняння Ландау-Ліфшиця на інтерфейсі між феромагнетиками з різними значеннями параметра поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія та умову неперервності густини потоку енергії спінових хвиль на границі двох феромагнетиків з різними значеннями параметра поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія. Розрахувати ефекти невзаємності для спінової хвилі, що розповсюджується у феромагнетику з східчастою взаємодією Дзялошинського-Морія.
- Побудувати аналітичну модель руху доменної стінки зі скіrmіон-подібними будівельними блоками та азимутальним кутом, що осцилює, для вектора намагніченості у феромагнетику під дією спін-поляризованого струму в обмінному наближенні на основі точного динамічного розв'язку рівняння Ландау-Ліфшиця-Гілберта-

Слончевського. Об'єктом дослідження є спінові хвилі в одно- та двошарових феромагнітних пластинах із метаповерхнями з власною магнітною анізотропією та взаємодією Дзялошинського-Морія та доменні стінки зі скірміон-подібними будівельними блоками в феромагнетику.

Предмет дослідження: Закономірності розповсюдження спінових хвиль в одно- та двошарових феромагнітних пластинах із метаповерхнями з власною магнітною анізотропією та взаємодією Дзялошинського-Морія та закономірності динаміки доменних стінок зі скірміон-подібними будівельними блоками в феромагнетику.

Методи дослідження: У роботі використано методи теоретичного дослідження: аналіз, моделювання, сходження від абстрактного до конкретного, формалізація, ідеалізація, логічний метод. Також було застосовано спеціальні методи, а саме: варіаційні інтегральні та диференційні обчислення, метод математичного аналізу та методи математичної фізики. Метод мінімізації загальної енергії середовища було застосовано для виведення граничних умов на інтерфейсі між двома феромагнітними матеріалами. Динаміка намагніченості в ефективному магнітному полі традиційно описана із застосуванням рівняння Ландау-Ліфшиця, а також рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського. При цьому, ефективне поле – це варіаційна похідна енергії феромагнетика відносно вектору намагніченості. Для дослідження спінових хвиль використано лінеаризоване рівняння руху густини магнітного моменту у випадку малих відхилень від рівноважних значень. Для дослідження високочастотних властивостей магнітовпорядкованих кристалів було застосовано рівняння електромагнітного поля Максвелла і вищезазначені рівняння динаміки магнітного моменту.

Комп'ютерне моделювання фізичних процесів з чисельними результатами проводилось за допомогою обчислювального середовища Python задля демонстрації результатів даної дисертаційної роботи.

Наукова новизна отриманих результатів

1. Вперше отримано граничні умови для рівняння Ландау-Ліфшиця на інтерфейсі між феромагнетиками з різними значеннями параметра поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія, розраховано коефіцієнти відбиття і проходження спінових хвиль та отримано умову неперервності густини потоку енергії спінових хвиль в зазначеній системі. Потрібно зазначити, що ці граничні умови справедливі й для суцільного феромагнетика, на частину якого напилено шар важкого металудля створення східчастої взаємодії Дзялошинського-Морія, якщо параметр однорідного обміну достатньо великий.
2. Вперше розраховано ефекти невзаємності шляхом порівняння коефіцієнтів проходження та відбиття для двох випадків розповсюдження спінової хвилі в феромагнетику, на частину якого напилено шар важкого металудля створення східчастої взаємодії Дзялошинського-Морія. Передбачається існування двох типів ефектів невзаємності для поширення спінової хвилі в такій системі завдяки двом можливим орієнтаціям вектору Дзялошинського-Морія (паралельний або антипаралельний). Коефіцієнт невзаємності монотонно зростає зі збільшенням константи Дзялошинського-Морія у феромагнетику зі східчастою взаємодією Дзялошинського-Морія, теоретично показано можливість отримання феромагнетиків з високими коефіцієнтами невзаємності (> 10).
3. Вперше побудовано аналітичну модель руху доменної стінки зі скіrmіон-подібними будівельними блоками та азимутальним кутом, що осцилює, для вектора намагніченості у феромагнетику під дією спін-поляризованого струму в обмінному наближенні на основі точного динамічного розв'язку рівняння Ландау-Ліфшиця-Гілберта-Слончевського.

Практичне значення отриманих результатів

1. Отримана в даній роботі аналітична модель дозволяє створити мета-поверхневу спін-хвильову зонну пластинку Френеля, яка здійснюватиме управління амплітудою та фазою спінової хвилі й матиме покращену функціональність фокусування, враховуючи параметри різних феромагнітних матеріалів.
2. Виведені в даній роботі граничні умови для рівняння Ландау-Ліфшиця на інтерфейсі між феромагнетиком із поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія та феромагнетиком без поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія дозволяють описувати зв'язок між динамічними компонентами намагніченості спінової хвилі на такому інтерфейсі в залежності від значення константи поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія. Побудована в даній роботі аналітична модель показує, що при розповсюдженні спінової хвилі в зазначеній системі за умови однакових значень інших параметрів (обмінна константа, константа одновісної магнітної анізотропії) коефіцієнт відбиття спінової хвилі зменшується та коефіцієнт проходження збільшується зі збільшенням частоти спінової хвилі та при збільшенні константи взаємодії Дзялошинського-Морія в другому феромагнетикі. Виведена в даній роботі умова неперервності густини потоку енергії спінових хвиль показує, що сума квадратів коефіцієнта відбиття та проходження спінової хвилі може бути більше одиниці у вищеописаній системі. Побудована в даній роботі аналітична модель передбачає існування ефектів невзаємності при розповсюдженні спінової хвилі через інтерфейс між феромагнетиком із поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія та феромагнетиком без поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія, завдяки яким суттєво збільшується амплітуда спінової хвилі, такі системи можуть стати функціональними елементами, а саме підсилювачами амплітуди у магнонних приладах.

3. Дослідження проходження спінової хвилі через інтерфейс між феромагнетиком із поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія та феромагнетиком без поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія відкривають нові можливості для наведення та маніпулювання спіновими в ультратонких магнітних наноструктурах і сприятимуть розвитку променевої магنونіки.
4. Отриманий в даній роботі точний динамічний розв'язок рівняння Ландау-Ліфшица-Гільберта-Слончевського у феромагнетику, який описує рух доменної стінки зі скірма-подібним будівельним блоком у внутрішній структурі, може бути використаний у магнітних запам'ятовувальних пристроях та для створення логічних елементів у спін-хвильових пристроях.
5. Метаповерхнева спін-хвильова зонна пластинка Френеля, що представлена у цьому дисертаційному дослідженні, дозволить здійснити амплітудне та\або фазове кодування у логічних вентилях, спектрометрах Роуленда та в аналізаторах спектра, що використовуються для обробки сигналів у електронних пристроях.

Особистий внесок здобувача

Авторкою дисертаційної роботи проведений аналіз наукової літератури з теми спінові хвилі в одно- та двошарових феромагнітних пластинах із метаповерхнями з власною магнітною анізотропією та взаємодією Дзялошинського-Морія. Авторка безпосередньо брала участь у побудові теоретичних моделей, проводила математичні розрахунки та виконувала комп'ютерне моделювання фізичних процесів, що розглядаються у даній роботі; брала участь у підготовці публікацій до друку, контактувала із редакціями журналів та рецензентами; презентувала отримані результати роботи на наукових всеукраїнських та міжнародних конференціях. Формулювання основних положень і висновків дисертаційної роботи, інтерпретацію даних та узагальнення результатів здобувачем проведено під керівництвом

наукового керівника д. ф.-м. н., проф. О.Ю. Горобець. Обговорення підходів до теоретичного моделювання та його результатів проводилися спільно із д. ф.-м. н., проф. Ю.І. Горобцем.

Апробація результатів дисертації

Результати були представлені на міжнародних конференціях:

1. MAGIC+ Workshop. Magnetism, Interactions and Complexity (м. Познань, 5-7 лип. 2021 р.)
2. Сучасні проблеми фізики твердого тіла і статистичної фізики (м. Київ, 14-15 вер. 2020 р.)
3. Науковий простір в умовах сучасних викликів: теорія і практика (м. Львів 29-30 чер. 2023 р.)

Публікації

Матеріали дисертаційної роботи опубліковані в 3 статтях у профільних журналах та тезах 3 доповідей у збірниках матеріалів конференцій.

Структура дисертації

Дисертація складається зі вступу, 5 розділів, висновків, списку використаних джерел, що містить 102 найменування. Роботу викладено на 144 сторінках друкованого тексту, який містить 61 малюнок та 6 таблиць.

РОЗДІЛ 1

СТАН ПРОБЛЕМИ В ДОСЛІДЖЕННІ СПІНОВИХ ХВИЛЬ В ШАРУВАТИХ ФЕРОМАГНЕТИКАХ, РОЗДІЛЕНИХ МЕТАПОВЕРХНЯМИ

1.1. Повна енергія феромагнетика. Взаємодія Дзялошинського-Морія

Повна енергія феромагнетика $W = \int_V w d\vec{r}$, де V об'єм феромагнетика, містить густину Зеєманівської енергії w_Z , магнітостатичної енергії w_H , обмінної енергії w_{ex} та густину енергії анізотропії w_{anis} , також повна енергія включає доданок, що описує взаємодію Дзялошинського-Морія w_{DMI} [26].

$$w = w_{ex} + w_{anis} + w_H + w_Z + w_{DMI}, \quad (1.1)$$

Густина обмінної енергії записується у вигляді:

$$w_{ex} = \frac{1}{2}\alpha \left(\nabla \vec{M} \right)^2 = \frac{1}{2}\alpha M_0^2 (\nabla \vec{m})^2, \quad (1.2)$$

де α – це параметри неоднорідного обміну; \vec{M} – намагніченість феромагнетика; $\vec{m} = \frac{\vec{M}}{M_0}$ – нормована намагніченість; M_0 – намагніченість насичення феромагнетика; $\alpha^2 = 2\pi\lambda_{ex}^2 = \frac{A_{ex}^2}{M_0^2}$ де λ_{ex} – це обмінна довжина і A_{ex} – це параметр неоднорідного обміну [26].

Густина енергії магнітної анізотропії має вигляд:

$$w_{anis} = -\frac{1}{2}\beta \left(\vec{M} \cdot \vec{n} \right)^2 = -\frac{1}{2}\beta M_0^2 (\vec{m} \cdot \vec{n})^2, \quad (1.3)$$

де β – константи одноосьової магнітної анізотропії феромагнетиків та

інтерфейсу між ними; одиничний вектор \vec{n} в напрямку легкої осі у феромагнетика [26]; зручно також записати константу магнітної анізотропії у вигляді $\beta = \frac{K}{M_0^2}$, де K – це константа одноосьової магнітної анізотропії, записана іншим способом.

Густина магнітостатичної енергії має вигляд:

$$w_H = \frac{1}{8\pi} \left(\vec{H}^{(m)} \right)^2, \quad (1.4)$$

де $\vec{H}^{(m)}$ – це магнітостатичне поле, створене намагніченістю \vec{M} .

Густина Зеєманівської енергії запишемо у такому вигляді:

$$w_Z = - \left(\vec{M} \cdot \vec{H}_0^{(e)} \right)^2, \quad (1.5)$$

де $\vec{H}^{(m)}$ – це напруженість зовнішнього однорідного магнітного поля, спрямована вздовж осі $\vec{H}^{(m)}$.

Система має наступну організацію: два напівнескінченних довгих одноосьових феромагнетика розділені інтерфейсом, перебувають у внутрішньому однорідному постійному магнітному полі $\vec{H}_0^{(i)}$. Феромагнетик, поміщений в однорідне і постійне зовнішнє поле $\vec{H}_0^{(e)}$, має напруженість магнітного поля $\vec{H}_0^{(i)}$, в якому утворюється основний стан. Спінова хвиля розповсюджується через інтерфейс, що паралельний площині YOZ між двома напівнескінченими феромагнітними матеріалами. Намагніченість системи зовнішнім магнітним полем є паралельною інтерфейсу (площина YOZ). В обох матеріалах ми розглядаємо той самий напрямок магнітокристалічної анізотропії, паралельний напрямку магнітної анізотропії поверхні, вздовж осі OZ . СХ розповсюджуються рівномірно вздовж осі OZ .

Густина енергії взаємодії Дзялошинського-Морія для даної системи буде записана у вигляді:

$$w_{DMI} = -DM_0^2 \left[(\vec{e}_x \times \vec{e}_y) \cdot \left(\vec{m} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \right) + (\vec{e}_z \times \vec{e}_y) \cdot \left(\vec{m} \times \frac{\partial \vec{m}}{\partial x} \right) \right], \quad (1.6)$$

де D – це константи Дзялошинського-Морія в феромагнетику; одиничні напрямні вектори \vec{e}_x , \vec{e}_y та \vec{e}_z вздовж осей OX , OY та OZ .

В 1957 році Дзялошинський опублікував роботу в *Journal of Physics and Chemistry of Solids* [1], у якій пояснив природу існування слабого феромагнетизму у деяких антиферомагнітних кристалах ($\alpha - Fe_2O_3$) та карбонатах ($MnCoO_3$, $CoCO_3$). Сумарний магнітний момент антиферомагнетиків дорівнює нулю, такі речовини мають малу магнітну сприйнятливість і поведуться як слабкі парамагнетики. У роботі [27] природа такого ефекту була пояснена наявністю антиферомагнітних доменів із намагніченими стінками, хоч поява таких доменів і не є енергетично вигідною. Автор вказував у якості причини наявності у кристалах домішок та неоднорідностей, які і приводять до такого магнітного впорядкування. Але в статті [28] приведено результати дослідження чистих кристалів (без домішок), в яких феромагнетизм зберігається. Слабкий феромагнетизм в антиферомагнітних кристалах можна пояснити, побудувавши термодинамічну модель на основі теорії Ландау [29] фазових переходів другого роду, що і було зроблено в роботі Дзялошинського [1].

Через два роки Морія [2] запропонував метод розрахунку антисиметричної обмінної взаємодії для локалізованих магнітних систем в мікроскопічній моделі. Антисиметричний обмін є внеском у загальну взаємодію магнітного обміну між двома сусідніми магнітними спінами $-D_{ij} (S_i \times S_j)$, де D_{ij} - вектор, що залежить від симетрії сусідніх іонів в кристалі, S_i та S_j - тривимірні оператори спінів. Анізотропний обмін – це взаємодія, що виникає в матеріалах, яким бракує інверсійної симетрії та де присутні сильні спин-орбітальні ефекти зв'язку.

Багато теоретичних та експериментальних досліджень залежності ВДМ від характеристик матеріалів та межі їх розділу були проведені за останнє півстоліття з метою оптимізації тонкоплівкових та багат шарових структур. Проектування спин-орбітронних пристроїв, що базуються на хірально-

них спінових текстурах, стало можливим із поглибленням розуміння механізму ВДМ [30, 31, 32, 33].

1.2. Граничні умови для рівняння Ландау-Ліфшиця на метаповерхні між двома феромагнетиками

Граничні умови для вектора намагніченості на метаповерхні між двома феромагнетиками визначають характер розповсюдження спінових хвиль з одного середовища в інше. В них включені не тільки параметри анізотропії та симетричної обмінної взаємодії, на додаток в нашій роботі розглянуто також вплив взаємодії Дзялошинського-Морія. Такі дослідження становлять суттєвий інтерес для магنونіки. Коректна модель інтерфейсу між двошаровими феромагнітними зразками дозволить зрозуміти та феноменологічно описати ефекти, що виникають в таких матеріалах, а також використати такі ефекти для конструювання магنونних та спінтронних пристроїв [34].

Тут і надалі індекс $j = 1, 2$ відповідає за номер феромагнетика.

Розв'язання рівняння Ландау-Ліфшиця дозволяє описати динаміку намагніченості в безперервному середовищі в зразках із поверхнею розділу скінченної товщини:

$$\frac{\partial \vec{M}_j}{\partial t} = \gamma \left[\vec{M}_j \times \vec{H}_{eff}^{(j)} \right], \quad (1.7)$$

γ – гіромагнітне відношення, $\vec{H}_{eff}^{(j)}$ ефективні магнітні поля, які є функціональними похідними від енергії феромагнетика за магнітним моментом феромагнетика

$$\vec{H}_{eff}^{(j)} = -\frac{\delta W}{\delta \vec{M}_j}, \quad (1.8)$$

$$\vec{H}_{eff}^{(j)} = -\frac{\partial W}{\partial \vec{M}_j} + \frac{\partial}{\partial \vec{r}} \frac{\partial W}{\partial \left(\frac{\partial \vec{M}_j}{\partial \vec{r}} \right)}, \quad (1.9)$$

Для виведення граничних умов рівняння Ландау-Ліфшиця (1.7) інтегрується вздовж ширини інтерфейсу Δ . Повну енергію (1.1) системи підставляємо в формулу (1.9), обчислюємо ефективні магнітні поля. Після цього відповідні вирази для ефективних полів підставляються в рівняння Ландау-Ліфшиця (1.7). За умови $\Delta \rightarrow 0$, граничні умови можна отримати за допомогою методу, що описано в роботах [26, 34].

Вираз для w_{inter} – густина енергії обмінного зв'язку на межі розділу між феромагнетиками: $w_{inter} = A \vec{M}_1 \cdot \vec{M}_2 \Theta_H(x) \Theta_H(-x + \Delta)$, $w_{inter} = A M_{01} M_{02} \vec{m}_1 \cdot \vec{m}_2 \Theta_H(x) \Theta_H(-x + \Delta)$, де $A(x)$ – це величина ізотропного обміну на інтерфейсі між феромагнетиками. $\Theta_H(x)$ – це функція Хевісайда. $A = \xi A_{inter,S} / (M_{01} M_{02} \Delta)$, де $A_{inter,S}$ – це константа ефективного обміну на поверхні інтерфейсу ($A_{inter,S} = A_{int} / \Delta$, де A_{int} – це обмінна константа на межі інтерфейсу), ξ коефіцієнт пропорційності між константою ефективного обміну на поверхні інтерфейсу та величиною ізотропного обміну на інтерфейсі між феромагнетиками [26].

В таблиці 1.1 представлені зміни параметрів в околі інтерфейсу [34].

Таблиця 1.1. Таблиця відповідності між внеском в густину енергії феромагнетика та кожним з магнітних параметрів системи [34].

Магінтні параметри	Позначення			Внесок в густину енергії
	1 ФМ, $x \leqslant -\Delta$	Інтерфейс, $-\Delta \leqslant x \leqslant \Delta$	2 ФМ, $x \geqslant \Delta$	
Намагніченість насичення	M_{01}	$M_{01}(x)$	0	
	0	$M_{02}(x)$	M_{02}	
Гіромагнітне відношення	γ			
Ізотропний обмін на інтерфейсі між феромагнетиками	0	$A(x)$	0	$-AM_{01}M_{02}\vec{m}_1\vec{m}_2$
Неоднорідний обмін на інтерфейсі між феромагнетиками	0	$\alpha'(x)$	0	$\alpha'M_{01}M_{02}\frac{\partial\vec{m}_1}{\partial x}\frac{\partial\vec{m}_2}{\partial x}$
Неоднорідний обмін	α_1	$\alpha_1(x)$	0	$\frac{1}{2}\alpha_1M_{01}^2\left(\frac{\partial\vec{m}_1}{\partial x}\right)^2$
	0	$\alpha_2(x)$	α_2	$\frac{1}{2}\alpha_2M_{02}^2\left(\frac{\partial\vec{m}_2}{\partial x}\right)^2$
Одноосна магнітна анізотропія на інтерфейсі між феромагнетиками	0	$\beta'(x)$	0	$-\frac{1}{2}\beta'M_{01}M_{02}(\vec{m}_1\cdot\vec{n}_1)(\vec{m}_2\cdot\vec{n}_2)$
Одноосна магнітна анізотропія феромагнетика	β_1	$\beta_1(x)$	0	$-\frac{1}{2}\beta_1M_{01}^2(\vec{m}_1\cdot\vec{n}_1)^2$
	0	$\beta_2(x)$	β_2	$-\frac{1}{2}\beta_2M_{02}^2(\vec{m}_2\cdot\vec{n}_2)^2$

Антисиметрична взаємодія (Дзялошинського- Морія)	D_1	$D_1(x)$	0	$-D_1 M_{01}^2 \left[\vec{e}_z (\vec{m}_1 \times \frac{\partial \vec{m}_1}{\partial x}) - \vec{e}_x (\vec{m}_1 \times \frac{\partial \vec{m}_1}{\partial x}) \right]$
	0	$D_2(x)$	D_2	$-D_2 M_{02}^2 \left[\vec{e}_z (\vec{m}_2 \times \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial x}) - \vec{e}_x (\vec{m}_2 \times \frac{\partial \vec{m}_2}{\partial x}) \right]$

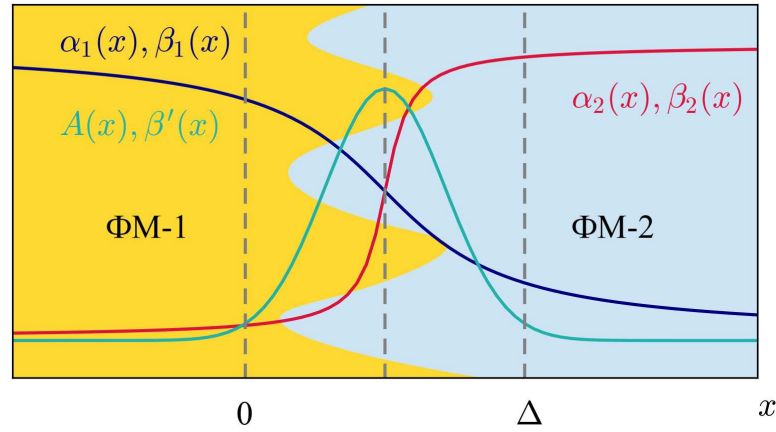


Рис. 1.1. Схематичне зображення залежності параметрів $\alpha_1(x)$, $\alpha_2(x)$, $\alpha'(x)$, $\beta_1(x)$, $\beta_2(x)$, $\beta'(x)$ та $A(x)$ від x . Перший та другий ферромагнетики – це ФМ-1 та ФМ-2, відповідно. Інтерфейс має скінченну довжину, $x \in [0, \Delta]$.

Позаінтегральні вирази, які виходять при інтегруванні по частинах потрапляють в граничні умови. Компоненти, що не а не містять дельта-функцій, не дають внеску в динамічні інваріанти, так як при $\Delta \rightarrow 0$ отримуємо наступні вирази:

$$\begin{aligned} \vec{M}_1 \times \left[\alpha_1 \frac{\partial \vec{M}_1}{\partial x} - \frac{D_1}{M_{01}^2} (\vec{e}_z \times \vec{M}_1) - A \vec{M}_2 \right] \Big|_{x \rightarrow -0} &= 0, \\ \vec{M}_2 \times \left[\alpha_2 \frac{\partial \vec{M}_2}{\partial x} - \frac{D_2}{M_{02}^2} (\vec{e}_z \times \vec{M}_2) + A \vec{M}_1 \right] \Big|_{x \rightarrow +0} &= 0. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Дані граничні умови наведені в роботі [35]. Також модифікація граничних умов для випадку, коли взаємодія Дзялошинського-Морія в першому

ферромагнетику відсутня, приведена в роботі [36].

Застосуємо вищенаведені граничні умови для моделі такої модуляції параметра однорідного обміну метаповерхні-інтерфейсу між двома ферромагнетиками, що зазначений інтерфейс є аналогом фазової зонної пластинки Френеля для спінових хвиль:

$$\begin{aligned} A(y) m_{2n} + D(y) m_{1n} + \alpha_1 \left(\frac{\partial m_{1n}}{\partial x} \right) \Big|_{x \rightarrow -0} &= 0, \\ A(y) m_{1n} + C(y) m_{2n} + \alpha_1 \left(\frac{\partial m_{2n}}{\partial x} \right) \Big|_{x \rightarrow +0} &= 0. \end{aligned} \quad (1.11)$$

де введено наступні позначення: $D = -(q(A - \sigma') - \sigma_1)$, $C = -\left(\frac{A - \sigma'}{q} + \sigma_2\right)$, $q = \frac{M_{02}}{M_{01}}$. Дані граничні умови виведено в роботі [37]. Збурення намагніченості основного стану – це $\vec{m}_j = (m_{jx}, m_{jy}, 0)$ для системи, яка описана в пункті 1.2, в першому та другому ферромагнетик, відповідно, $n = x, y$. σ_1 , σ_2 та σ' – це параметри, які відповідають за власну анізотропію інтерфейсу [37], які детальніше розглянуто в четвертому розділі даної дисертаційної роботи.

1.3. Ефекти невзаємності спінових хвиль

З обчислювальних систем, що не базуються на К-МОН (комплементарна структура метал-оксид-напівпровідник), спінтроніка, яка використовує магнітні ступені свободи замість заряду електрону для кодування інформації, було визначено як особливо багатообіцяючу альтернативу через низьку власну енергію магнітних збуджень [38]. Основна концепція спінтронних логічних пристроїв базується на спінових хвилях як носіях інформації [38]. Спінові хвилі є коливальними колективними збудженнями магнітних моментів у ферромагнітних або антиферромагнітних середовищах [38]. Оскільки їхні кванти називаються магнонами, цю область також часто називають магнонікою [38]. Частота спінових хвиль у ферромагнетиках зазвичай

знаходиться в діапазоні ГГц, їх власна енергія низька (мкєВ для окремих магنونів), а швидкість їх поширення може досягати значень до кількох км/с (мкм/нс). Їх короткі довжини хвилі аж до діапазону нм на мікрохвильових (ГГц) частотах дозволяють мініатюризувати пристрої, зберігаючи робочі частоти доступними [38].

Явище невзаємності широко використовується в сучасних технологіях, прикладом чого є діодні елементи в електроніці. Невзаємне поширення спінових хвиль дає можливість створювати нові функціональні магنونні пристрої. Схеми та логічні пристрої на основі спінової хвилі розглядаються як альтернатива поточним електронним пристроям, оскільки вони наближаються до фізичної межі мініатюризації. Асиметричне поширення спінових хвиль забезпечує додатковий ступінь свободи для цих пристроїв на основі спінових хвиль, підвищуючи їхню гнучкість [39, 40, 41].

Для прикладних цілей невзаємність є важливою для односпрямованого поширення хвилі та придушення перехресних перешкод між пристроями у схемі. Наприклад, невзаємні мікрохвильові пристрої, такі як ізолятори та циркулятори, залежать від невзаємних магнітостатичних поверхневих хвиль у феритах. Невзаємні пристрої також важливі для стабілізації майбутніх інтегральних магنونних схем, в яких спінові хвилі слугують носіями інформації [42, 43].

В роботі [39] запропоновано логічну систему, засновану на амплітуді спінової хвилі, яка використовує невзаємну поведінку спінової хвилі, збудженої мікросмужковими антенами. Високі коефіцієнти невзаємності можна отримати у пристроях спін-хвильової логіки, що показує пристрій, запропонований в роботі [39]. Шляхом зміни магнітного поля можна отримати невзаємність магнітостатичної поверхневої спінової хвилі, що підтверджують експериментальні дані [39]. Залежно від відносної орієнтації зовнішнього магнітного поля і напрямку поширення спінової хвилі можуть існувати різні моди магнітостатичних спінових хвиль [39]. Коли магнітне поле зна-

ходиться в площині феромагнітної плівки та перпендикулярне хвильовому вектору спінових хвиль, поверхнева спінова хвиля Деймона-Ешбаха поширюється на поверхні плівки. Поверхнева мода має невзаємну поведінку, амплітуди спінової хвилі різні для хвиль із протилежними знаками хвильових векторів. У тонких феромагнітних плівках невзаємна поведінка магнітостатичних поверхневих спінових хвиль є наслідком асиметричного розподілу позаплощинної компоненти магнітного поля [39].

У статті [44] досліджують властивості спінових хвиль, що поширюються в межах магнітних доменних стінок у синтетичній антиферомагнітній двошаровій структурі. Показано також, що знак та величину гігантської частотної невзаємності можна ефективно контролювати зовнішнім магнітним полем [44]. У доменній стінці було продемонстровано збудження спінових хвиль за допомогою наносмужкової антени [44].

Робота [40] демонструє, що спін-хвильова невзаємність може відбуватися без внутрішньої об'ємної хіральності у феромагнетиках із «легким конусом» і антиферомагнетиках із «легким конусом». Вісь легкого намагнічування – це напрям у феро- або феримагнітному зразку, вздовж якого робота по намагнічуванню зразка до стану насичення, що здійснюється зовнішнім магнітним полем, є мінімальною. Анізотропні магнітні системи часто класифікують як такі, що мають магнітну анізотропію типу легка вісь або легка площина, залежно від того, чи отримується найменша енергія шляхом прикладення магнітного поля паралельно чи перпендикулярно осі. Нелокальна інжекція спінового струму від близьких нормальних металів до магнітів з «легким конусом» породжує нерівноважну хірально спінову структуру, поверх якої спінові хвилі демонструють невзаємність, пропорційну введеному спіновому струму [40]. Феромагнетик з «легким конусом» підтримує невзаємність спінової хвилі без зовнішнього поля, на відміну від раніше відомого феромагнітного аналога з «легкою площиною», який вимагає зовнішнього поля [40]. Коли магнітна анізотропія другого порядку є не-

значною порівняно з анізотропією першого порядку та задовольняє певній умові, рівноважний напрям намагніченості має нахил до нормалі плівки. Для системи, де зберігається циліндрична симетрія, напрямок рівноважної намагніченості утворює конус із скінченим кутом, який називається станом легкого конуса.

В роботі [42] показано, що спін-хвильова невзаємність, що виникає внаслідок диполь-дипольної взаємодії, незначна для довжин хвиль магنونів у діапазоні нижче 100 нм. Невзаємність в нанорозмірних магнетонних кристалах можна посилити за допомогою синтетичного антиферромагнетного зв'язку [42]. За посилення відповідає антипаралельне розташування намагніченостей в магнетонному кристалі, що було показано за допомогою мікромагнетного моделювання [42]. Маніпулювати розповсюдженням спінових хвиль за допомогою магнетонних кристалів можна, виявляючи заборонені зони, де поширення спінової хвилі неможливе [42]. В роботі [42] було запропоновано альтернативний метод посилення невзаємності спінової хвилі, спричиненої магнетною дипольною взаємодією, у магнетонному кристалі ефекти навзаємності посилюються за допомогою синтетичного антиферромагнетного зв'язку.

У [45] представлено детальне дослідження спін-хвильової динаміки в одношарових системах $Pt/Co/W$ і подвійних $Pt/Co/W/Co/Pt$. Було продемонстровано невзаємну дисперсійну залежність міжфазної взаємодії Дзялошинського-Морія як для одинарного і для подвійних ферромагнетних шарів [45].

Стаття [46] присвячена вивченню розповсюдження спінової хвилі у тривимірних періодичних структурах. Досліджено магнетонну смугову структуру меандроподібних (характерна форма, що являє собою ряд правильних звивистих кривих) подвійних шарів $CoFeB/Ta/NiFe$, виготовлених на Si -підкладці з попереднім малюнком із кроком товщиною 50 нм, в залежності від товщини спейсера Ta [46]. Мікромагнетні розрахунки вказують на те,

що кожна з трьох стаціонарних мод складається з дублету мод, частотний поділ яких у кожному дублеті збільшується зі збільшенням частоти моди. Походження цього частотного поділу пояснюється динамічним магнітним дипольним зв'язком між магнітними шарами, які створюють значну частотну невзаємність спінової хвилі, що поширюється в зустрічних напрямках [46]. Автори роботи [46] пропонують застосовувати дані структури як невзаємні взаємозв'язки, що реалізують частотно-селективні режими поширення сигналу в магнетонних ланцюгах [46].

У статті [47] теоретично досліджено спін-хвильову асиметрію, спричинену кривизною, у товстих феромагнітних нанотрубках із вихровим основним станом. При збільшенні товщини нанотрубок спостерігаються радіальні стоячі спінові хвилі на низьких частотах, невзаємні властивості покращуються [47]. Резонансну частоту, зсув частоти двох зустрічних хвиль і критичне поле, що дестабілізує вихровий стан, визначено із аналітичного виразу для спін-хвильової дисперсії для малих хвильових векторів в роботі [47].

У статті [39] описано частотно-селективне поширення спінової хвилі в магнетонному хвилеводі, що складається з двох шарів з різною намагніченістю насичення. Поширення багатомодової спінової хвилі може здійснюватися всередині двошарової структури в двох окремих діапазонах частот, цей процес супроводжується сильною невзаємністю в поведінці спінової хвилі щодо напрямку її поширення і магнітного поля [39]. Звуження зразку, а саме магнетонного бі-шару, призводить до виразної варіації ефекту невзаємності для окремих мод у спін-хвильових спектрах [39]. Було показано співіснування двох частотних діапазонів у двох зразках чистого та модифікованого бі-шару залізоїтрієвого гранату з різною орієнтацією шарів відносно підкладки [39].

Поширення спінових хвиль, обмежених у феромагнітному каналі доменної стінки типу Нееля за наявності міжфазної взаємодії Дзялошинського-

Морія досліджено в роботі [48]. Показано невзаємне поширення спінової хвилі, викликане антисиметричною хіральною ВДМ, якою можна маніпулювати, змінюючи сумарний кутовий момент або полярність доменних стінок [48].

У статті [49] теоретично та експериментально продемонстровано односпрямовані спінові хвилі в магнітних тонких плівках, що дає можливість реалізувати односпрямований транспорт спінової інформації. Було розглянуто декілька методів випромінювання та вимірювання односпрямованих спінових хвиль, таких як використання невзаємності, що забезпечується магнітостатичними поверхневими спіновими хвилями та міжфазною взаємодією Дзялошинського-Морія [49]. Односпрямовані спінові хвилі також можуть збуджуватися масивами магнітних нанодротів та просторово визначеними спіновими текстурами [49].

Робота [50] демонструє невзаємне поширення спінових хвиль для стану конічної спінової спіралі в Cu_2OSeO_3 внаслідок комбінації дипольної взаємодії та взаємодії Дзялошинського-Морія. Направлене поширення об'ємних магнітонів (тобто квантів збудження спінової хвилі) привертає велику увагу через свою потенційно велику невзаємність, придатну для застосувань у спінтроніці та спін-калоритроніці [50]. Спостережувана невзаємна спінова дисперсія плавно пов'язана з відомою досі магнітохіральною невзаємністю в індукованому полем колінеарному спіновому стані; таким чином, усі спінові фази демонструють діодні характеристики в цьому хіральному ізоляторі [50].

Спінові хвилі можуть передавати інформацію з низьким енергоспоживанням, оскільки їх поширення не залежить від транспортування заряду [43]. Однак динамічне з'єднання двох віддалених наноманітів за допомогою спінових хвиль залишається серйозною проблемою для магнітоніки. В статті [43] продемонстровано когерентний зв'язок двох віддалених нанодротів Co за допомогою спінових хвиль, що швидко поширюються, у тонкій

плівці залізоїтрієвого гранату з довжинами хвиль менше 50 нм. Магнони в двох наномагнітах мають однонаправлену фазову синхронізацію з фазовими зсувами, які контролюються крутним моментом магнона та поширенням спінової хвилі [43].

В роботі [51] представлено аналіз впливу взаємодії Дзялошинського–Морія на невзаємність спінової хвилі в $Pt/Co/Ir/Co/Pt$, а саме у синтетичних феримагнетиках, з перпендикулярною магнітною анізотропією. Було визначено значення ВДМ для кожного шару Co , показано обернену залежність швидкості доменної стінки від магнітного поля в площині [51].

У статті [52] показано, що в антиферромагнітно зв'язаній багатошаровій системі з поверхневою ВДМ частотна невзаємність, викликана ВДМ, посилюється, коли обидва важкі метали однакові, доки багатошарова система залишається в антипаралельному стані. Крім того, показано, що взаємодія між магнітною дипольною взаємодією та взаємодією Дзялошинського–Морія посилює невзаємність однієї моди коливань і зменшує невзаємність іншої [52]. Яка мода підсилюється, залежить від знаку індукованої взаємодії Дзялошинського–Морія на межах розділу та магнітних моментів шарів. Також можна змінити частотну невзаємність мультишарів $Pt/Co/Cu/Co/Pt$ і $Pt/Co/Cu/Py/Pt$ на ~ 7 ГГц при прикладенні магнітного поля в площині 130 мТл [52]. Це включає зміну знаку невзаємності, яку можна було б використовувати для керування напрямком потоку інформації в спин-хвильових пристроях [52].

В статті [53] реалізована універсальна оптична платформа, яка використовує спінові хвилі, демонструючи розробку хвильового фронту, фокусування та надійну інтерференцію спінових хвиль із нанорозмірною довжиною хвилі. Зокрема, магнонні наноантени на основі спеціалізованих спінових текстур використовуються для запуску просторово сформованих когерентних хвильових фронтів, дифракційно-обмежених спин-хвильових променів та генерації надійних багатопроменевих інтерференційних картин,

які спостерігаються на відстанях в декілька разів більше довжини спінової хвилі [53]. Крім того, показано, що інтригуючі особливості, такі як стійкість до зворотного відбиття, природним чином виникають через невзаємність спінових хвиль у синтетичних антиферромагнетиках, зберігаючи високу якість інтерференційної картини, нейтралізуючи збурення мод, що розповсюджуються назустріч падаючій спіновій хвилі [53]

1.4. Експериментальне спостереження дифракції та інтерференції спінових хвиль



Рис. 1.2. Типи спін-хвильових логічних елементів.

Різні схеми кодування на базі використання спінових хвиль мають певні переваги та недоліки [38]. Типові для спінових хвиль дистанції розповсюдження лежать у межах від мкм до мм, в залежності від матеріалу, що використовується. Для амплітудного кодування, максимальний розмір спін-хвильової мікросхеми набагато менше за довжину хвилі, тоді як рівневі логічні схеми (logic levels) можуть змінюватись в процесі розповсюдження [38].

Коли рівневі логічні схеми кодуються в амплітуді або фазі спінової хвилі, виконання логічної роботи вимагає комбінації різних входних хвиль та генерації вихідної хвилі з амплітудою або фазою, що відповідає потрібному стану логічного виходу [38]. В принципі, суперпозиція хвиль може призвести до додавання або їх інтенсивності, або їх амплітуди, залежно від того, чи когерентні спінові хвилі, чи ні [38]. За відсутності нелінійних ефектів взаємодія когерентних хвиль описується за допомогою інтерференції, тобто додаванням їх відповідних амплітуд у кожній точці простору та часу

[38].

Для фазових хвиль з однаковою частотою, при конструктивній інтерференції амплітуда отриманої хвилі дорівнює сумі амплітуд вхідних хвиль [38]. Навпаки, руйнівна інтерференція призводить до віднімання амплітуд вхідних хвиль, коли їх фазова різниця дорівнює π [38]. Мікромагнітне моделювання, що базується на розв'язанні рівняння Ландау-Ліфшиця-Гілберта чисельно, для хвилеводу *CoFeB* вказують на те, що обмежені спінові хвилі інтерферують [38]. Розміщуючи два джерела спін-хвилі на одному хвилеводі, руйнівна або конструктивна інтерференція отримується для відносної фази π або 0 відповідно. Спостереження неповної руйнівної інтерференції може бути пов'язане з ослабленням спінової хвилі, що призводить до незначної різниці амплітуд двох хвиль по обидва боки від джерела спінової хвилі [38].

Хвильову інтерференцію можна використовувати для обчислення основних логічних операцій з використанням різних схем кодування [38]. Наприклад, використовуючи кодування для амплітуди, легко побачити, що конструктивна інтерференція двох хвиль генерує вихід операції АБО, тоді як їх деструктивна інтерференція (зі зсувом фази π між хвилями) створює вихідний сигнал – операцію виключне АБО (XOR) [38].

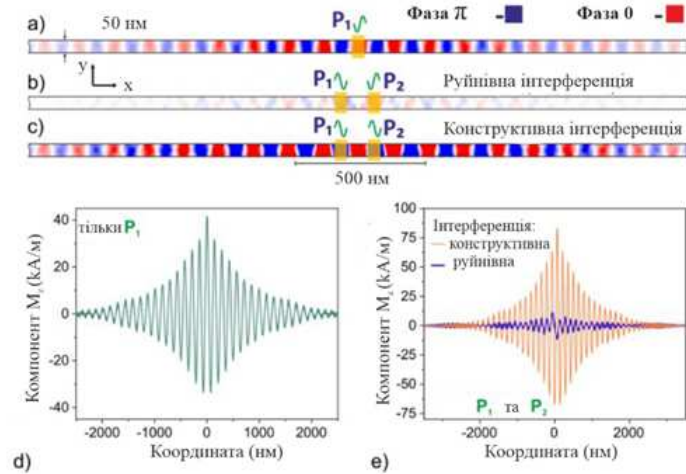


Рис. 1.3. Позаплощинний компонент намагніченості (M_z) *CoFeB* хвилеводі довжиною 50 нм та шириною 5 нм отримано при мікромагнітному моделюванні: зображення спінових хвиль, які випромінюються одинарним портом (а) і двома портами в фазі (б) чи протифазі (с) за частоти 15 ГГц. Відповідні амплітуди магнітному хвилеводі показані на (d) і (e). Магнітний хвилевід початково намагнічено вздовж, тоді як симуляція розповсюдження спінової хвилі проведена за відсутності магнітного поля. Спінові хвилі були збуджені за допомогою однорідного магнітного поля з позицій P_1 та P_2 в центрі хвилеводу [38].

Для нових типів обчислень, включаючи обчислення з застосуванням спінових хвиль, головною вимогою є можливість реалізувати будь-яку довільну логічну функцію, яка може бути визначена в рамках її основного формалізму за допомогою універсального набору логічних вентилів [38]. Інтерференція спінової хвилі забезпечує реалізацію мажоритарних вентилів (majority gates, MAJ), які утворюють універсальний набір вентилів у поєднанні з інверторами (inverters, INV) [38]. У фазовому кодуванні інвертор може бути реалізований за допомогою пасивної лінії затримки довжиною $(n - 1) \lambda$ (де λ є довжиною хвилі спінової хвилі, а $n = 1, 2, 3, \dots$ ціле число), що призводить до фазового зсуву π під час розповсюдження хвилі [38].

На додаток варто сказати, що хвильові обчислення не обмежуються

використанням спінових хвиль [38]. Подібні концепції були запропоновані для поверхневих плазмонних поляритонів або акустичних хвиль/фононів [38].

Перейдемо до практичної реалізації логічних елементів і елементів, які можна використовувати для створення спін-хвильових логічних схем. Звичайні логічні схеми К-МОН не розроблені безпосередньо на транзисторному рівні, а скоріше сконструйовані на основі набору певних універсальних будівельних блоків (стандартних комірок), наприклад, логічні вентиля І-НЕ, або АБО-НЕ, або комірки статичної оперативної пам'яті з довільним доступом (SRAM) [38]. Тому цікаво розробити еквівалентний набір логічних елементів на основі спінової хвилі. Створення логічних вентилів із спінових транзисторів наразі не виглядає перспективним [38]. Кращим підходом є проектування логічних вентилів з використанням інтерференції.

Основна їх перевага полягає в тому, що ці вентиля є лінійними пасивними пристроями і не вимагають жодної енергії, окрім енергії самих спінових хвиль. Такі підходи являються перспективними для обчислювальних програм із наднизьким енергоспоживанням, якщо припустити, що задіяні спінові хвилі можуть бути ефективно збуджені [38].

Інвертори та перемикачі фази

Найпростіший інвертор виходить за допомогою фазового кодування, оскільки в цьому випадку логічна інверсія відповідає просто фазовому зсуву на π . Такий зсув фази може бути досягнутий розповсюдженням у хвилеводі довжиною $L = (n - 1/2) \lambda$, де λ є довжиною спінової хвилі, а $n = 1, 2, 3, \dots$ ціле число [38]. Перевагою таких інверторів є те, що вони пасивні і не вимагають додаткового зовнішнього живлення. Схема такого інвертора графічно зображена на рис. 1.3 [38].

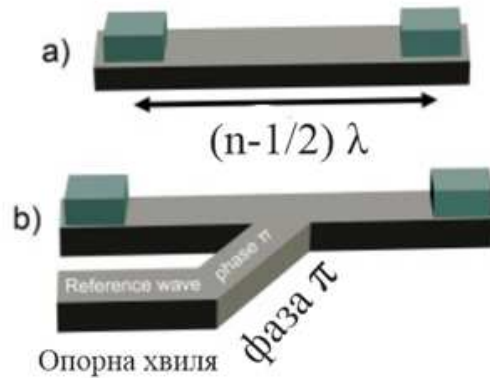


Рис. 1.4. Реалізація спін-хвильових інверторів. (а) Фазове кодування: інверсія відбувається шляхом поширення спінової хвилі вздовж «лінії затримки» довжиною $L = (n - 1/2) \lambda$, де λ є довжиною спінової хвилі, а $n = 1, 2, 3 \dots$ ціле число. (б) Амплітудне кодування: інверсія відбувається шляхом інтерференції з опорною хвилею з фазою π [38].

Крім того, концепції фазового зсуву можуть базуватися на локальній модифікації дисперсійного співвідношення [38]. Такі інвертори потенційно можуть бути навіть більш компактними, ніж лінії затримки [38]. Локальні зміни намагніченості насичення або ширини хвильоводу можуть призвести до локальної зміни довжини хвилі, що призведе до додаткового зсуву фази відносно незбуреного хвильоводу [38]. Крім того, також можна використовувати зовнішні магнітні поля, включаючи ефективні поля, створені магнітоелектричними ефектами або контроль магнітної анізотропії за допомогою напруги (VCMA) [38]. Перевага таких концепцій полягає в тому, що вони можуть бути реконфігуровані, наприклад, коли конденсатор, що працює на основі механізму магнітної анізотропії, керованої за допомогою напруги, використовується для генерації ефективного магнітного поля. Магнетонні кристали також можна використовувати для генерування зсуву фази та інвертування фазово-кодованого сигналу [38]. Недоліком є більш складна конструкція пристрою, а також потенційно необхідна додаткова потужність, наприклад, коли використовується електромагніт. Дуже кори-

сною властивістю таких інверторів є те, що їм не потрібно бути окремими логічними вентилями, але їх можна інтегрувати в конструкцію, наприклад, спін-хвильових мажоритарних вентилів [38]. Збільшення довжини вхідного або вихідного хвилеводу на λ робить вхідний або вихідний сигнал інвертованим. Загалом можна очікувати, що це значно зменшить розмір спін-хвильових схем [38].

У разі амплітудного кодування інвертори можуть бути отримані шляхом інтерференції з опорною хвилею з фазою π [38]. Для правильно обраної геометрії [рис. 1.3 (b)] опорна хвиля зазнає руйнівної інтерференції з потенційною сигнальною хвилею [38]. Якщо хвиля присутня, її амплітуда зменшується до нуля, тобто на вході 1 отримується вихід 0. Для входу 0 опорна хвиля досягає виходу, що призводить до логічної 1 [38]. Такі інвертори не є пасивними, на відміну від ліній затримки, і тому потрібна додаткова потужність для генерації опорної хвилі [38].

Амплітудне кодування: логічні елементи на основі інтерферометрів

У спін-хвильовому інтерферометрі вхідна спінова хвиля розділяється на дві хвилі в «плечах» інтерферометра [38]. Струм, що протікає по дроту, перпендикулярному площині інтерферометра, створює магнітне поле, яке призводить до відносного зсуву фази спінових хвиль у двох плечах інтерферометра [38]. Після цього хвилі рекомбінуються та інтерферують. Таким чином, відносний фазовий зсув і, отже, амплітуда вихідної хвилі залежать від струму в дроті [38].

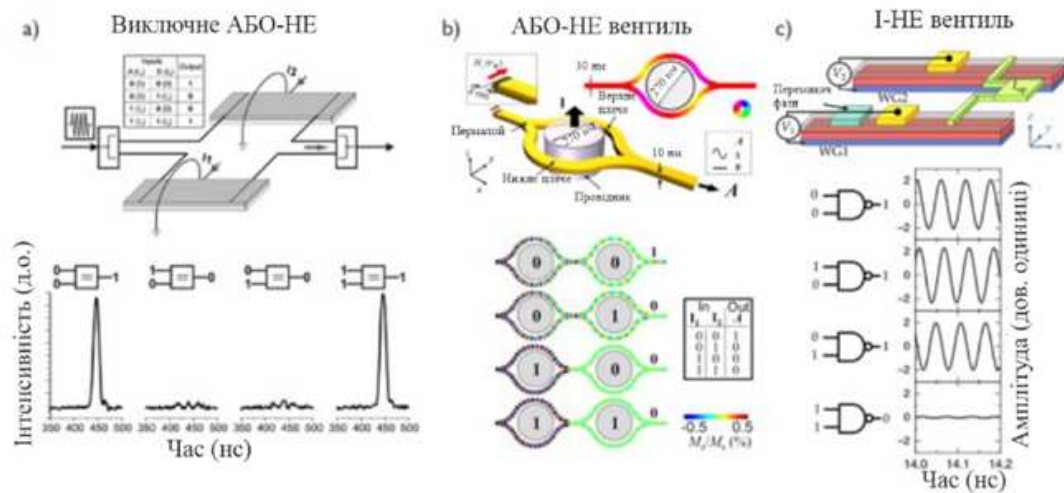


Рис. 1.5. Реалізація спін-хвильових логічних елементів на основі інтерферометрів Маха-Цендера. (а) Вентиль виключне АБО-НЕ, що складається з двох хвилеводів із залізоїтрієвого гранату (YIG). Струми I_1 і I_2 представляють логічні входи, тоді як логічний вихід дається сигналом спін-хвильової інтерференції. (б) Вентиль АБО-НЕ, що складається з двох інтерферометрів Маха-Цендера в послідовній конфігурації. (с) Вентиль І-НЕ, що керується за допомогою напругою складається з двох паралельних хвилеводів [38].

Цей підхід можна використовувати для розробки різних логічних елементів, таких як виключне АБО-НЕ, НЕ (інвертор) або І-НЕ [38]. Основні структури вентилів та принципи їх роботи зображені на рис. 1.4. Слід зазначити, що такі логічні вентилі за своєю суттю є гібридними пристроями, оскільки вхідні сигнали кодуються в струмах, тоді як вихідні сигнали використовують спінові хвилі для кодування інформації [38]. Для роботи логічного вентилів параметри вибираються таким чином, що вхідний струм призводить до руйнівної спін-хвильової інтерференції в інтерферометрі (логіка 0), тоді як відсутність струму призводить до конструктивної інтерференції (логіка 1) [38]. Додаткова інтерференція між спіновими хвилями, що виходять від різних інтерферометрів, у принципі може бути

використана для більш складних логічних елементів або схем [38]. Альтернативні системи використовують напруги, а не струми, наприклад, через контроль магнітної анізотропії за допомогою напруги або магнітоелектричні ефекти [38]. Кілька логічних вентилів, наприклад, АБО-НЕ, І-НЕ або АБО-НЕ продемонстровано експериментально, як показано на рис. 1.4 (а) для АБО-НЕ. Розміри пристрою становили кілька мм [38]. Оскільки робота пристрою базується на магнітних полях, створюваних струмами, масштабування пристроїв призводить до значного збільшення щільності струму в проводах і до проблем з надійністю (наприклад, електроміграція) [38]. Якщо відстань між дротом і хвилеводом також масштабується, збільшення густини струму можна уникнути [38]. Тим не менш, такі пристрої на основі струму масштабуються значно гірше, ніж пристрої, що працюють з напругою або густиною струму [38]. Крім того, гібридний характер логічних вентилів призводить до каскадних проблем, оскільки вихідні дані логічного вентиля (амплітуда/інтенсивність спінової хвилі) не можуть бути використані як вхідні дані для наступного вентиля, що вимагає кодування за допомогою струму [38]. Тому практичні спін-хвильові схеми вимагають додаткових електричних кіл для перетворення сигналу [38].

Фазове кодування: спін-хвильові мажоритарні вентиля

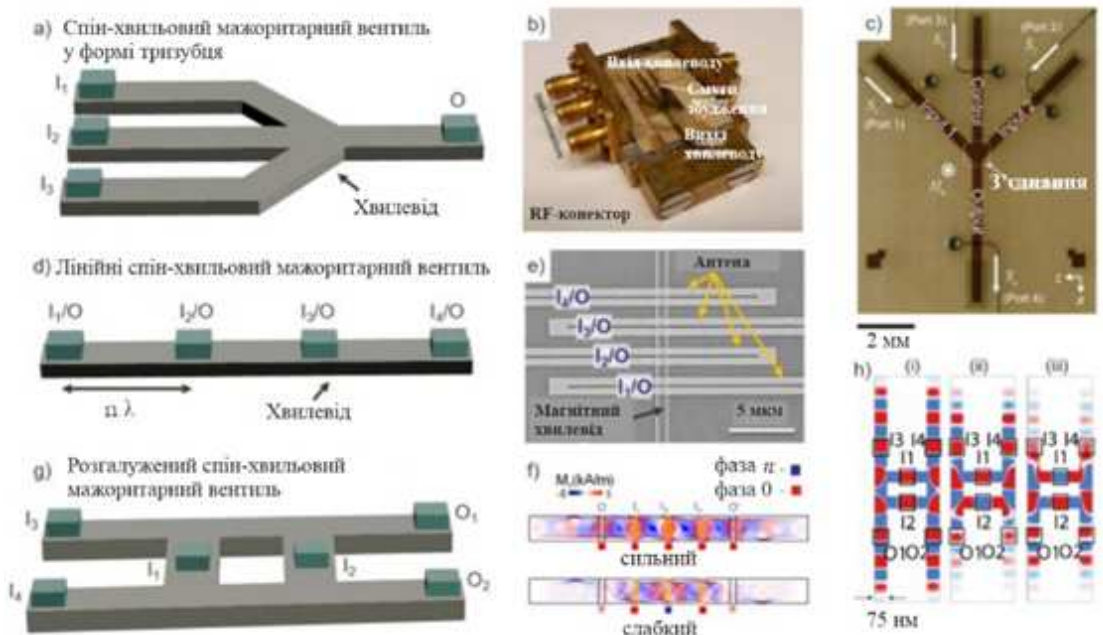


Рис. 1.6. Огляд мажоритарних вентилів на основі спінової хвилі. (а) Схема мажоритарного затвора спінової хвилі у формі тризуба. $I_1 - I_3$ вказують на три вхідні порти, тоді як O вказує на вихідний порт. (b) і (c) Фотографії експериментальних спин-хвильових мажоритарних вентилів у формі тризуба з використанням *YIG*. (d) Схема вбудованого мажоритарного вентиля зі спіновою хвилею. Оскільки шлюз можна реконфігурувати, кожен порт може служити входом (I_n) або виходом (O). (e) Скануюча електронна мікрофотографія спин-хвильового мажоритарного вентиля 850 нм шириною. (f) Мікромагнітне моделювання роботи основного затвора спінової хвилі шириною 850 нм. (g) Схема мажоритарного вентиля зі спіновою хвилею та (h) демонстрація основних функцій за допомогою мікромагнітного моделювання: (i) вхід (0, 0, 0); (ii) вхід (0, 0, π); і (iii) (0, π , 0) на портах (I_3/I_4 , I_2 , I_1) [38]

Окрім гібридних пристроїв, численні роботи були зосереджені на спінових логічних вентилях, які кодують як вхідні, так і вихідні сигнали за допомогою спінових хвиль [38]. Звичайні логічні вентиля І та АБО було продемонстровано з використанням колінеарної або перехресної геометрії [38].

Багатозначні логічні вентиля також були запропоновані шляхом поєднання фазового та амплітудного кодування [38]. Найбільш вивченим пристроєм, однак, є спін-хвильовий мажоритарний вентиль, спочатку запропонований Кітуном і Ваном [38]. Мажоритарні вентиля викликали великий інтерес через потенційне зменшення складності схеми на відміну від звичайної логічної схеми [38]. Досить природно використовувати фазове кодування для мажоритарних вентилів спінової хвилі, оскільки інтерференція трьох (або будь-якого іншого більшого непарного числа) входних хвиль із фазами 0 або π генерує вихідну хвилю з фазою, яка відповідає більшості входних хвиль [38].

Основні вентиля спінової хвилі складаються загалом із вимірювальних перетворювачів і входних хвилеводів, які подають спінові хвилі до логічного вентиля, області, де відбувається інтерференція, і вихідного порту, де фаза вихідної хвилі детектується або передається на вхід хвилеводу наступного вентиля [38]. Входні спінові хвилі повинні мати однакову довжину хвилі λ і амплітуду в інтерференційній області. Коли амплітуди трьох спінових хвиль затухають по-різному під час розповсюдження, може виникнути необхідність компенсувати неоднакове загасання на входному рівні [38]. Для правильної роботи спінові хвилі, що представляють рівневі логічні схеми, повинні бути в фазі на виході [38]. Це найкраще реалізовано в логічних елементах, у яких довжини шляху трьох спінових хвиль між їхніми відповідними входами та виходом, D_i ($i = 1, 2, 3$), відрізняються лише цілими числами, кратними λ , тобто $D_i - D_j = n\lambda$ при $n = 0, 1, 2, \dots$. Такі “резонансні” умови є сприятливими, оскільки вони дозволяють використовувати однакові входні фази для всіх трьох хвиль [38]. Якщо такі умови не виконуються, спінові хвилі накопичують різні фази під час поширення до вихідного порту, які необхідно компенсувати на рівні вимірювальних перетворювачів або зовнішнього сигналу [38].

Також існує клас «квазіоптичних» пристроїв, в основі роботи яких ле-

жить створення спін-хвильової інтерференційної картини [54].

На рис. 1.6 (а) показана високорівнева схема процесора на основі спінових хвиль [54]. Пристрій реалізує вектор-векторне відображення: електричні входи генерують спін-хвильовий фронт із чітко визначеним розподілом амплітуди та фази, і під впливом локального ефективного розподілу поля результатом відображення (обчислення) є розподіл інтенсивності спінових хвиль, який перетворюється в електричний сигнал для подальшої обробки [54].

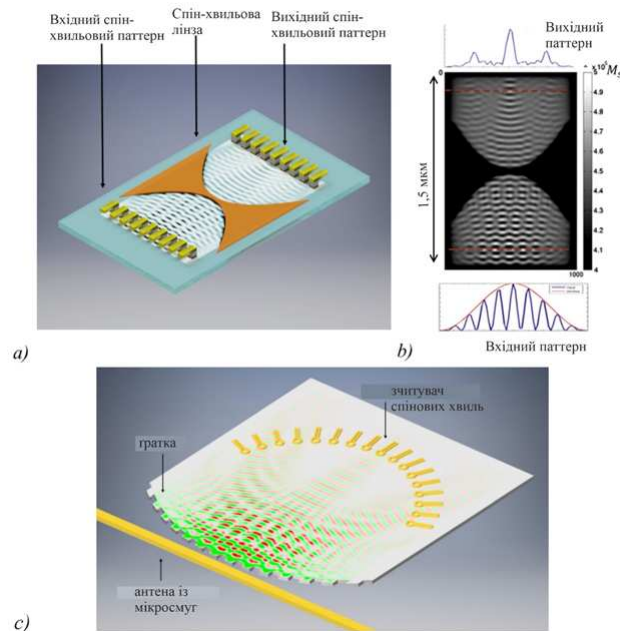


Рис. 1.7. а) Схеми спін-хвильової лінзи. б) Мікромагнітне моделювання розподілу спінових хвиль. в) Схематичне зображення спін-хвильового аналізатора спектра. Вхідний сигнал вводиться у мікросмужкову антену, яка генерує спінові хвилі на краю магнітної плівки. Інтерференційна картина, створена спіновими хвилями, зчитується в певних місцях за допомогою нанорозмірних рамкових антен. Картина перешкод створюється таким чином, що частотні компоненти вхідного сигналу будуть просторово розділені [54, 55].

Аналогове перетворення Фур'є вважається корисною небулевою опе-

рацією. З оптики добре відомо, що опукла лінза може генерувати Фур'є-перетворення розподілу когерентного світла. У спін-хвильовій оптиці можна використовувати увігнутий (ефективний) розподіл поля для генерації тієї самої дифракційної картини [54]. На рис. 1.6 (b) показано розподіл намагніченості, розрахований за допомогою мікромагнітного моделювання [54, 55]. Пристрій з рис. 1.6 може виконувати перетворення Фур'є за один крок, зі швидкістю в кілька гігасмплерів (gigasamples – частота дискретизації) на секунду і потенційно замінюючи кілька тисяч окремих логічних вентилів [54].

Кількість спін-хвильових вхідних сигналів може бути суттєво зменшена, а їх структура спрощена, за допомогою спін-хвильової реалізації кругового спектрографа Роуланда, показаного на рис. 1.7 [54]. Одна мікрохвильова смугова лінія (антена) проходить уздовж зубчастого краю магнітної плівки. Зубчастий край плівки одночасно діє як джерело спінових хвиль і як дифракційна ґратка [54]. Оскільки дифракційна ґратка вигнута, спінові хвилі з різними довжинами хвиль з часом фокусуються в різних точках уздовж так званого кола Роуланда. Якщо струм мікрохвильової лінії передачі складається з багатьох частотних компонентів, ці частотні компоненти генеруватимуть спінові хвилі з різними довжинами хвиль, і безліч частотних компонентів зрештою буде сфокусовано в різних точках уздовж виходу (так зване коло Роуланда) [54]. Пристрій діє як аналізатор спектра – критично важливий і повсюдно використовуваний компонент в обробці сигналів і ВЧ-інтерфейс [54].

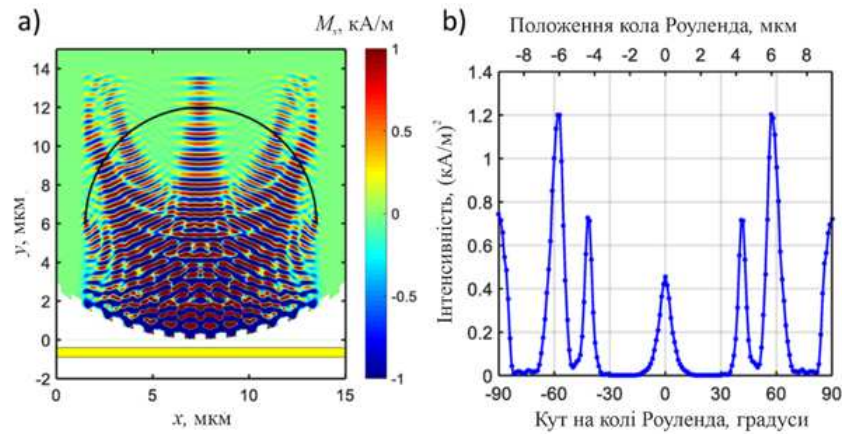


Рис. 1.8. Мікромагнітне моделювання спін-хвильового кругового спектрометра Роуланда. (а) Кольорова карта показує знімок намагніченості плівки YIG , піки на колі Роуланда відповідають частотам $\omega_1 = 10$ і $\omega_2 = 10,25$. Жовта смуга внизу — це ескіз мікросмужки, яка використовується як джерело. (б) Амплітуда спінової хвилі вздовж кола Роуланда, позначеного чорною дугою на (а) [54].

1.5. Огляд теоретичних та експериментальних досліджень доменних стінок

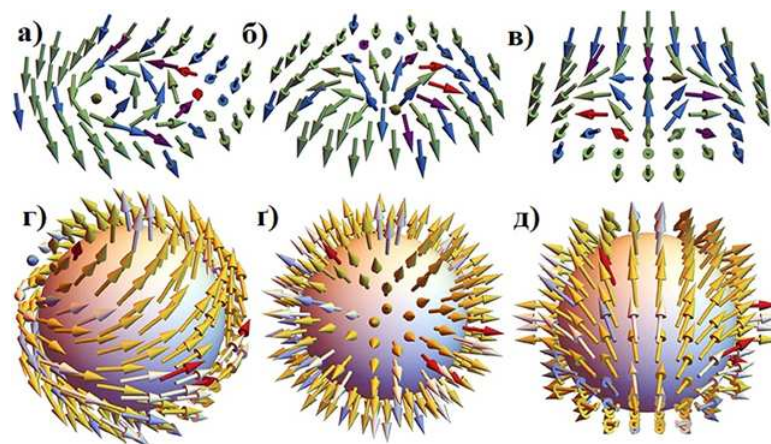


Рис. 1.9. Скірміон Блоха (а) і Неєля (б) з топологічним зарядом $q = +1$. Антискірміон (в) з топологічним зарядом $q = -1$. Для скірміона Неєля (г), скірміон Блоха (г) та антискірміон (д) моменти обертаються навколо одиничної сфери після застосування стереографічної проекції [56].

Останнім часом доменні стінки у феромагнітних нанорозмірних зразках є актуальним об'єктом дослідження як перспективні носії бітів інформації для застосування в пристроях магнітної пам'яті [23]. Крім того, доменна стінка у феромагнетику може мати найпростішу бездефектну структуру, наприклад «поперечні» стінки, або містити вихори та інші топологічні дефекти, наприклад «вихрова» стінка. Серед широкого розмаїття магнітних топологічних об'єктів, як «будівельні блоки» у внутрішній структурі доменних стінок, найбільше виділяються: вихор, антивихор, бімерон, лінія Блоха, точка Блоха.

У магнетиках лінії Блоха розділяють поверхню доменної стінки на два субдомени і істотно впливають на властивості доменних стінок. Побудові пристроїв магнітної пам'яті на основі ліній Блоха присвячено численні дослідження [57, 58]. На сьогоднішній день блохівські лінії є найбільш вивченими у феромагнетиках з високою одновісною магнітною анізотропією [59]. Відповідні дослідження почалися значно раніше в слабкоанізотропних плівках [60], а сучасні досягнення в цьому напрямі описані в [61]. Лінії Блоха спостерігаються незалежно від знаку константи магнітної анізотропії в кубічних феромагнетиках [62, 63]. Теоретична модель блохівських ліній у слабких феромагнетиках запропонована в [64]. У блохівських лініях, що рухаються з високими швидкостями в ортофериті ітрію, спостерігалися локальні вигини, пов'язані з рухом вихорів уздовж доменної стінки [65].

Точка Блоха є одним із прикладів точкових топологічних дефектів доменних стінок і вперше була запропонована в [66, 67]. Характерною властивістю точки Блоха є те, що вона представляє топологічну сингулярність поля намагніченості, і можна знайти всі можливі напрямки вектора намагніченості на сфері нескінченно малого радіуса з центром у точці Блоха. На відміну від інших топологічних спінових текстур, таких як магнітні скірміони та вихори, точки Блоха мають унікальну особливість – локальна намагніченість у точці Блоха повністю зникає. Це було експерименталь-

но підтверджено на кристалах залізо-ітрієвого гранату, мікронних плівках гранату та магнітоциліндричному дроті на основі статичних вимірювань [68, 69, 70].

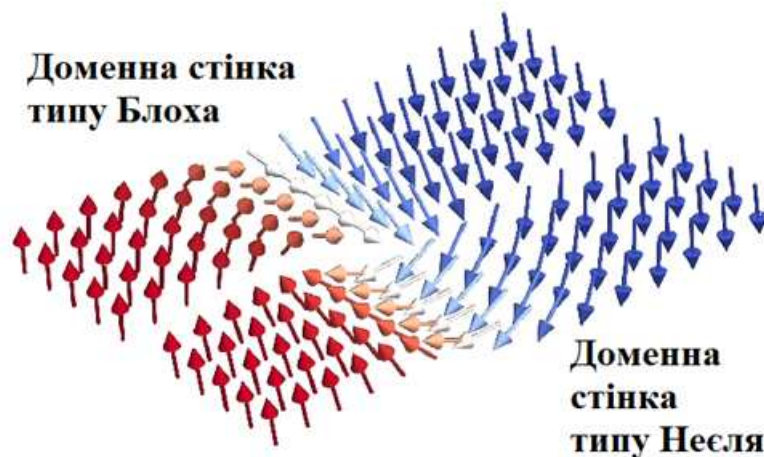


Рис. 1.10. Конфігурації Блоха та Нееля для перпендикулярно намагніченого матеріалу [71].

Як показано в [66], структура точки Блоха в основному визначається обмінною енергією. Пізніше в [67], було розраховано питому енергію та показано, що її величина топологічно інваріантна. Сімейство текстур намагніченості з локальним кутом повороту (в азимутальному напрямку) розглядалось у [67] і було виявлено, що для мінімізації магнітостатичної енергії потрібен певний кут $\gamma \approx 112^\circ$ [67]. З метою вивчення області поблизу особливої точки магнітної енергії Ландау [66, 72] магнітостатична енергія була знехтувана, і в результаті було показано, що величина вектора намагніченості лінійно зростає із збільшенням радіальної відстані від центру. Поле намагніченості точки Блоха розраховано з урахуванням обмінної енергії, магнітної енергії Ландау та магнітостатичної енергії в [73]. Точка Блоха в доменній стінці феромагнетика характеризується топологічним (скіrmіонним) зарядом $q = \pm 1$ [74]. Існує нескінченна кількість конфігурацій точок Блоха. Однак існують три основні можливі конфігурації точки Блоха, а саме конфігурація їжака, в якій розподіл намагніченості навколо точки

Блоха є сферично симетричним, а вектор намагніченості спрямований від точки Блоха (розбіжна точка Блоха $q = +1$) або до точки Блоха (збіжної точки Блоха $q = -1$), вихор або антивихор ($q = +1$ чи -1) і спіральна ($q = -1$ чи $+1$) конфігурації, які отримані при обертанні на кут 90° та 180° намагніченості подібної конфігурації відповідно [75, 76, 77]. Пряме спостереження стабілізованих структур точок Блоха із зарядом скірміона $q = +1$, а саме їжако-подібні, вихрові та спіральні конфігурації, представлені в [5]. Компоненти намагніченості в площині та поза площиною спостерігали за допомогою скануючої м'якої магнітної рентгенівської мікроскопії (МТХМ) [74] і відповідні структури були визначені на основі чисельного мікромагнітного моделювання [74].

«Вихрові» або «топологічні» доменні стінки з цілими топологічними зарядами, а також цілими або дробовими числами обертання (winding numbers) об'ємних вихорів і краєвих дефектів спостерігаються, наприклад, у феромагнітних нанодротах і нанокільцях [23]. Динаміка доменної стінки у феромагнетику залежить від топологічного заряду вихорів у його структурі. Рух доменної стінки призводить до створення, поширення та анігіляції таких дефектів.

Інтерес до динаміки магнітних вихорів і точок Блоха також пов'язаний з відкриттям швидкого перемагнічування ядра магнітного вихору змінними зовнішніми впливами (магнітне поле [24] або спіновий струм [25]). Чисельне мікромагнітне моделювання перемагнічування ядра вихору [78] показало, що механізм анігіляції пар вихор-антивихор [79] вимагає посередництва сингулярності намагніченості: «магнітного монополя», або, іншими словами, точки Блоха [76].

1.6. Практичне застосування спін-хвильових ефектів в нанoeлектроніці

Серед основних застосувань спінових хвиль виділяють [38]:

- Цифрові обчислення (гібридні спін-хвильові та К-МОН системи)

Поширення спінової хвилі в магнітних хвилеводах може здійснюватися із затримкою, отже, не є конкурентоспроможним на відстанях понад кілька 100 нм до 1 мкм [38]. Щоб вирішити цю проблему, можна використовувати металеві або оптичні з'єднувачі для передачі даних на велику відстань після того, як спін-хвильові сигнали були перетворені в електричні або оптичні сигнали [38]. Тому з'являється концепція гібридних систем, у яких спін-хвильові схеми співіснують зі звичайними К-МОН або інтегральними схемами зі змішаним сигналом [38].

- Спін-хвильові сенсори

Мініатюрні розміри спин-хвильових пристроїв дозволяють використовувати їх для вимірювання магнітного поля [38]. Магніторезистивні датчики, в основі функціонування яких лежить явища анізотропного магнітоопору, гігантського магнітоопору або тунельного магнітоопору, знайшли широке комерційне застосування завдяки своїй високій чутливості, а також низькому шуму та споживанню енергії [38]. Магнетонні кристали, періодичні магнітні структури, було запропоновано використовувати як датчики з дуже високою чутливістю [38]. Магнетонні кристали також використовувалися для зондування магнітних наночастинок [38].



Рис. 1.11. Напрями спін-хвильових досліджень [38].

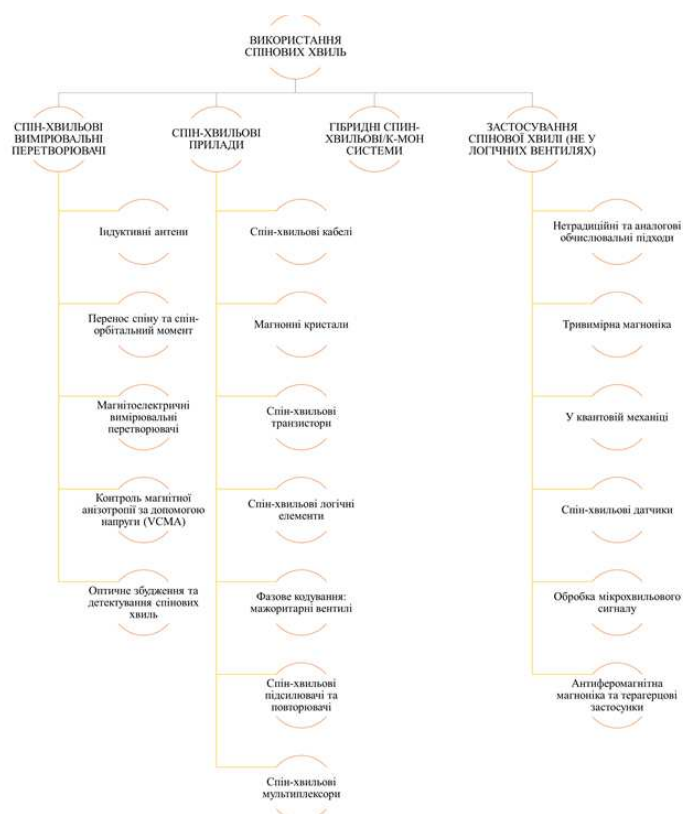


Рис. 1.12. Основні області використання спінових хвиль [38].

- Мікрохвильова обробка сигналів

Комерційне застосування феромагнітного резонансу та спінових хвиль в основному включає макроскопічні регульовані мікрохвильові фільтри, обмежувачі потужності, циркулятори або гіратори на основі феритових матеріалів, особливо *YIG* із низьким затуханням [38]. Останнім часом також зростає інтерес до магнітоелектричних антен

[38]. Був запропонований альтернативний тип антени на основі магнітоелектричних композитів, які складаються з п'єзоелектрично-магнітострикційного подвійного шару (piezoelectric-magnetostrictive bilayer) [38].

- Квантова магنونіка

В останні роки все більше уваги приділяється поведінці спінових хвиль при криогенних температурах з двох причин [38]. По-перше, фізика гібридних надпровідникових феромагнітних структур відкриває доступ до обробки даних або квантових обчислень [38]. По-друге, зниження температури нижче 100 мК призводить до вимерзання теплових магنونів, що дозволяє проводити експерименти з одиничними магнонами. Таким чином, ці дві умови відкривають доступ до квантової магنونіки [38].

- Пристрої з ТГц діапазоном роботи

Частоти спінових хвиль в антиферомагнетиках знаходяться в діапазоні ТГц, тому антиферомагнетики представляють інтерес для створення пристроїв з ТГц діапазоном роботи [38]. В принципі, антиферомагнітні середовища можуть концептуально уможливити реалізацію спін-хвильової логіки на частотах ТГц з перспективами кращої масштабованості та вищої швидкості роботи [38]. Фундаментальні дослідження антиферомагнітної спінтроники тривають, спін-хвильова логіка на частоті ТГц може стати цікавою альтернативою підходам на частоті ГГц у феромагнітних середовищах [38].

- Голографічні запам'ятовуючі прилади

Прикладом небінарної обчислювальної архітектури є магنونна голографічна пам'ять. Вона являє собою двовимірну мережу хвильоводів, що перетинаються, із перетворювачами для збудження та детектування спінових хвиль на краях [38]. Після того, як спінові хвилі збуджені, вони поширюються через структуру, взаємодіють одна з

одною та створюють інтерференційну картину в системі [38]. У такій структурі всі входи безпосередньо впливають на всі виходи, які можна використовувати для паралельної обробки даних [38].

- **Нейроморфічне та резервуарне обчислення**

Асиметричне поширення та нелінійна поведінка спінових хвиль робить їх перспективними кандидатами для нейроморфічного та резервуарного обчислення [38]. Нейроморфічне обчислення — це метод комп’ютерної інженерії, у якому елементи комп’ютера моделюються за системами людського мозку та нервової системи [80]. Резервуарне обчислення — це найкращий у своєму класі алгоритм машинного навчання для обробки інформації, створеної динамічними системами [81].



Рис. 1.13. Майбутні виклики спінторніки та магنونіки [38].

Магنونіка та спінторніка розвиваються швидко, ефективність методів маніпулювання спіновими хвилями у нанорозмірних пристроях зростає [38]. Основні напрями спів-хвильових досліджень наведено на рис. 1.8. На рис.

1.9 представлено детальну класифікацію всіх існуючих застосувань спінових хвиль на сьогоднішній день. Рис. 1.10 показує виклики, з якими стикнуться магنونіка та спінтроніка у майбутньому, у відповідності до огляду, наведеного в роботі [38]. Для низки цих викликів були запропоновані потенційні рішення, але їх необхідно продемонструвати та належним чином оцінити з точки зору витрат енергії, тоді як інші менше освічувались в дослідницькій літературі.

1.7. Висновки до розділу 1

На основі аналізу літературних джерел встановлено, що спінові хвилі в одно- та двошарових структурах використовуються для створення хвилеводів, логічних елементів у обчислювальних пристроях та використанні для створення магنونних кристалів.

Також актуальним є створення дифракційних пристроїв для спінових хвиль: мажоритарних, логічних вентилів, інверторів та перемикачів фази, спін-хвильової лінз та спектрометрів. Зокрема створена амплітудна зонна пластинка Френеля для спінових хвиль. Але спін-хвильовий аналог фазово-модульованої зонної пластинки Френеля поки не був реалізований експериментально або теоретично, тому в даній дисертаційній роботі вперше побудовано модель такої системи.

Також огляд літератури показав, що дослідження руху доменної стінки зі скіріміон-подібними будівельними блоками у феромагнетику під дією спін-поляризованого струму є необхідним для створення носії бітів інформації у запам'ятовувальних магнітних пристроях. Тому тема дослідження «Спінові хвилі в одно- та двошарових феромагнітних пластинах із метаповерхнями з власною магнітною анізотропією та взаємодією Дзялошинського-Морія» має суттєве значення для розвитку сучасної спінтроніки та магنونіки. В дисертаційній роботі поставлено наступні нові наукові задачі:

- Побудувати теоретичну модель такої модуляції параметра однорідного обміну та власної магнітної анізотропії метаповерхні-інтерфейсу між двома феромагнетиками, що зазначений інтерфейс є аналогом фазової зонної пластинки Френеля для спінових хвиль.
- Розрахувати залежність коефіцієнтів відбиття та проходження спінової хвилі при розповсюдженні через систему двох феромагнетиків, розділених метаповерхнею-інтерфейсом з такою модуляцією параметра однорідного обміну, що інтерфейс є аналогом фазової зонної пластинки Френеля для спінових хвиль, від кількості зон у зонній пластинці. Оцінити вплив кількості відкритих зон у зонній пластинці на різницю фаз між спіновою хвилею, що падає, та спіновою хвилею, що пройшла через систему двох феромагнетиків, розділених метаповерхнею-інтерфейсом з такою модуляцією параметра однорідного обміну, що інтерфейс є аналогом фазової зонної пластинки Френеля для спінових хвиль.
- Побудувати теоретичну модель для опису розповсюдження спінових хвиль через систему двох феромагнетиків з різними значеннями параметра східчастої поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія. Отримати граничні умови для рівняння Ландау-Ліфшиця на інтерфейсі між феромагнетиками з різними значеннями параметра східчастої поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія та умову неперервності густини потоку енергії спінових хвиль на границі двох феромагнетиків з різними значеннями параметра східчастої поверхневої взаємодії Дзялошинського-Морія. Здійснити моделювання ефектів невзаємності шляхом порівняння коефіцієнтів проходження та відбиття для випадку розповсюдження спінової хвилі із феромагнетика з взаємодією Дзялошинського-Морія в феромагнетик без взаємодії Дзялошинського-Морія та для випадку розповсюдження спінової хвилі із феромагнетика без взаємодії Дзялошинського-Морія

в феромагнетик з взаємодією Дзялошинського-Морія.

- Побудувати аналітичну модель руху доменної стінки зі скіrmіон-подібними будівельними блоками та азимутальним кутом, що осцилює, для вектора намагніченості у феромагнетику під дією спінополяризованого струму в обмінному наближенні на основі точного динамічного розв'язку рівняння Ландау-Ліфшиця-Гілберта-Слончевського.

РОЗДІЛ 2

РОЗПОВСЮДЖЕННЯ СПІНОВИХ ХВИЛЬ ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ ДВОХ ФЕРОМАГНІТНИХ ПЛАСТИН, В ОДНІЙ З ЯКИХ НАЯВНА ПОВЕРХНЕВА ВЗАЄМОДІЯ ДЗЯЛОШИНСЬКОГО-МОРІЯ

2.1. Енергія системи двох феромагнітних пластин, в одній з яких наявна поверхнева взаємодія Дзялошинського-Морія

Розглянемо два напівнескінченні одновісні феромагнетики, які дотикаються між собою вздовж площини YOZ . У такому разі площина $x = 0$ – це площина поділу двох феромагнітних середовищ. Система, що розглядається, міститься у зовнішньому однорідному постійному магнітному полі $\vec{H}_0^{(e)}$, спрямованому уздовж напрямку легкої осі. Розглянемо однакові напрямки анізотропії як для феромагнетиків, так і для інтерфейсу, вісь OZ вибирається паралельно векторам \vec{n}_j . Нормаль до межі поділу двох феромагнетиків паралельна осі X .

Для виведення граничних умов рівняння Ландау-Ліфшиця для вектора намагніченості без урахування дисипації в кожній частині структури феромагнетик-1 – феромагнетик-2 (1.7) інтегрується вздовж ширини інтерфейсу Δ . Повну енергію (1.1) системи підставляємо в формулу (1.9), обчислюємо ефективні магнітні поля. Після цього відповідні вирази для ефективних полів підставляються в рівняння Ландау-Ліфшиця (1.7). За умови $\Delta \rightarrow 0$, граничні умови можна отримати за допомогою методу, що описано в роботах [26, 34]. Коливання векторів \vec{m}_j поширюються у вигляді плоских спінових хвиль. Розглянемо далі два феромагнетики з одна-

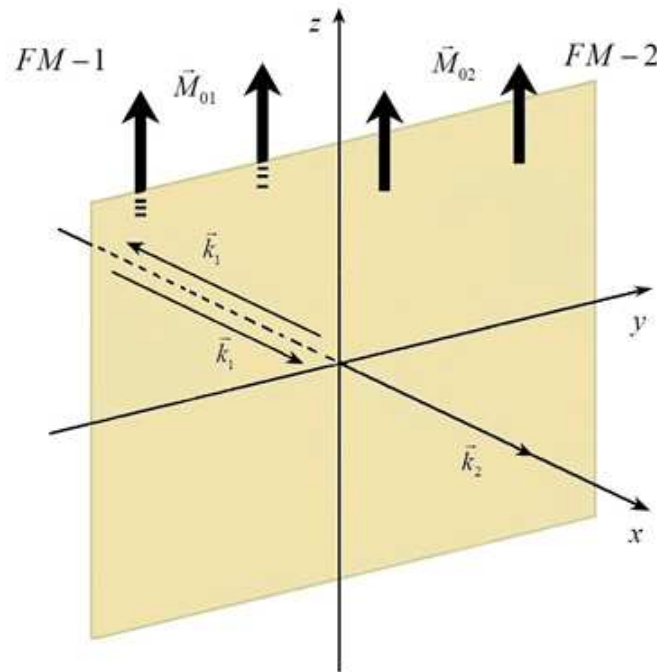


Рис. 2.1. Схематичне зображення системи феромагнетик-1 – феромагнетик-2, жовта площа позначає інтерфейс між феромагнетиками, великі чорні стрілки показують намагніченості в феромагнетиках, тонкі стрілки показують хвильові вектори спінової хвилі, що падає та відбивається \vec{k}_1 , та хвилі, що проходить \vec{k}_2 .

ковими параметрами, за винятком того, що в одному з них є взаємодії Дзялошинського-Морія, а в іншому немає.

Вектори намагніченості падаючої та відбитої хвиль можна подати у вигляді наступного розв'язку лінеаризованого рівняння Ландау-Лівшиця (1.7) у першому феромагнетичу [26] записуються як:

$$\begin{cases} m_{1x} = A_0 \cos(k_1 x - \omega t + \varphi_{01}) + R \cos(-k_1 x - \omega t + \tilde{\varphi}_{01}), \\ m_{1y} = A_0 \sin(k_1 x - \omega t + \varphi_{01}) + R \sin(-k_1 x - \omega t + \tilde{\varphi}_{01}), \end{cases} \quad (2.1)$$

де A_0 та R – амплітуди падаючої та відбитої спінових хвиль, відповідно. Хвильовий вектор падаючої спінової хвилі має наступні компоненти: $\vec{k}_1 = (k_{1\parallel}, k_{1\perp})$. φ_{01} та $\tilde{\varphi}_{01}$ – це початкові фази.

Компоненти намагніченості для спінових хвиль, що пройшли в середовище другого феромагнетика, можна представити у вигляді наступного розв'язку лінеаризованого рівняння Ландау-Лівшиця (1.7) у другому феромагнетика [26] мають наступний вигляд:

$$\begin{cases} m_{2x} = A_2 \cos(k_2 x - \omega t), \\ m_{2y} = A_2 \sin(k_2 x - \omega t), \end{cases} \quad (2.2)$$

де A_2 – це амплітуда спінової хвилі, яка пройшла в друге середовище, $\vec{k}_2 = (k_{2\parallel}, k_{2\perp})$ – це хвильовий вектор спінової хвилі, яка пройшла в середовище другого феромагнетика.

2.2. Граничні умови для вектора намагніченості на інтерфейсі між двома феромагнетиками, в одному з яких наявна поверхнева взаємодія Дзялошинського-Морія

Розглянемо розповсюдження спінової хвилі із феромагнетика без взаємодії Дзялошинського-Морія в феромагнетик із взаємодією Дзялошинського-Морія. Для знаходження коефіцієнтів проходження та відбиття спінових хвиль від межі поділу двох феромагнітних середовищ з рівняння Ландау-Лівшиця (1.7) з урахуванням виразів для густини енергії (1.1) скористаємось граничними умовами при наявності взаємодії Дзялошинського-Морія в другому феромагнетика, врахувавши, що параметри неоднорідного обміну в першому і другому феромагнетиках дорівнюють: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$. Параметр A описано в пункті 1.2 даної дисертаційної роботи. Параметри намагніченостей та констант одноосової магнітної анізотропії феромагнетиків ідентичні в обох феромагнетиків: $M_{01} = M_{02} = M_0$ та $\beta_1 = \beta_2 = \beta$. Отже, врахувавши дані міркування, запишемо граничні умови для цієї системи у вигляді:

$$\begin{aligned}
\vec{M}_1 \times \left[\alpha \frac{\partial \vec{M}_1}{\partial x} + \frac{D}{M_0^2} (\vec{e}_z \times \vec{M}_0) - A \vec{M}_2 \right] \Big|_{x=0} &= 0, \\
\vec{M}_2 \times \left[\alpha \frac{\partial \vec{M}_2}{\partial x} + A \vec{M}_1 \right] \Big|_{x=0} &= 0.
\end{aligned} \tag{2.3}$$

Підставивши вектори намагніченості для феромагнетиків, записані через малі відхилення від основного стану та намагніченості насичення, у (2.3) отримаємо наступні чотири рівняння:

$$\begin{aligned}
\left(\alpha \frac{\partial m_{1x}}{\partial x} - A m_{2x} + A m_{1x} + \frac{D}{M_0^2} m_{1y} \right) \Big|_{x=0} &= 0, \\
\left(\alpha \frac{\partial m_{1y}}{\partial x} - A m_{2y} + A m_{1y} + \frac{D}{M_0^2} m_{1x} \right) \Big|_{x=0} &= 0, \\
\left(\alpha \frac{\partial m_{2x}}{\partial x} + A m_{1x} - A m_{2x} \right) \Big|_{x=0} &= 0, \\
\left(\alpha \frac{\partial m_{2y}}{\partial x} + A m_{1y} - A m_{2y} \right) \Big|_{x=0} &= 0.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Після підстановки компонент векторів намагніченостей (2.1), (2.2) в граничні умови (2.4) отримано такі рівняння:

$$\begin{aligned}
\left(\alpha k_1 + \frac{D}{M_0^2} \right) A_0 \cos \varphi_{01} - \left(\alpha k_1 - \frac{D}{M_0^2} \right) R \cos \tilde{\varphi}_{01} + \\
+ A (A_0 \sin \varphi_{01} + R \sin \tilde{\varphi}_{01}) &= 0, \\
\left(\alpha k_1 + \frac{D}{M_0^2} \right) A_0 \sin \varphi_{01} - \left(\alpha k_1 - \frac{D}{M_0^2} \right) R \sin \tilde{\varphi}_{01} - \\
- A (A_0 \cos \varphi_{01} + R \cos \tilde{\varphi}_{01}) + A A_2 &= 0, \\
\alpha k_2 A_2 + A (A_0 \sin \varphi_{01} + R \sin \tilde{\varphi}_{01}) &= 0, \\
A A_2 - A (A_0 \cos \varphi_{01} + R \cos \tilde{\varphi}_{01}) &= 0.
\end{aligned} \tag{2.5}$$

2.3. Спектр спінових хвиль в системі двох феромагнітних пластин, в одній з яких наявна поверхнева взаємодія Дзялошинського-Морія

Дисперсійне співвідношення для спінових хвиль у першому середовищі без взаємодії Дзялошинського-Морія має вигляд [26]:

$$\omega_1(k_1) = \gamma M_0 \left[\left(\alpha k_1^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right)^2 + 4\pi \left(\alpha k_1^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right) \right]^{1/2}, \quad (2.6)$$

де $\omega_1(k_1)$ – частота. Дисперсійне співвідношення для спінових хвиль у другому середовищі із наявною взаємодією Дзялошинського-Морія має вигляд [82]:

$$\omega_2(k_2) = \frac{2\gamma D k_2}{M_0} + \gamma M_0 \left[\left(\alpha k_2^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right)^2 + 4\pi \left(\alpha k_2^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right) \right]^{1/2}, \quad (2.7)$$

де $\omega_2(k_2)$ – частота. З граничних умов (2.5) слідує, що $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Залежність k_1 від ω має вигляд, де $k_1 = k'$:

$$k' = \left[\frac{1}{\alpha} \sqrt{4\pi^2 + \left(\frac{\omega}{\gamma M_0} \right)^2} - \frac{1}{\alpha} \left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta + 2\pi \right) \right]^{1/2}, \quad (2.8)$$

за умови, що $\omega > \gamma M_0 \left[\left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta + 2\pi \right)^2 - 4\pi^2 \right]^{1/2}$. Рівняння (2.7)

має два додатних дійсних коренів k'' та k''' , тобто $k_2 = k''$ або $k_2 = k'''$:

$$k'' = \frac{1}{2} \left[\sqrt[3]{-\frac{r}{2} + \sqrt{L}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} - \sqrt{L}} - \frac{2}{3}Q - 4c \right]^{1/2} - \frac{1}{2} \left[\sqrt[3]{-\frac{r}{2} + \sqrt{L}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} - \sqrt{L}} - \frac{2}{3}Q \right]^{1/2}, \quad (2.9)$$

$$k''' = \frac{1}{2} \left[\sqrt[3]{-\frac{r}{2} + \sqrt{L}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} - \sqrt{L}} - \frac{2}{3}Q - 4c \right]^{1/2} + \frac{1}{2} \left[\sqrt[3]{-\frac{r}{2} + \sqrt{L}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} - \sqrt{L}} - \frac{2}{3}Q \right]^{1/2}, \quad (2.10)$$

де введено позначення $r = -2Q^3/27 + 8QC/3 - B^2$, $L = (r/2)^2 + (p/3)^3$, $p = -Q^2/3 - 4C$, $c = 0.5 \left[\left(-r/2 + \sqrt{L} \right)^{1/3} + \left(-r/2 - \sqrt{L} \right)^{1/3} + Q/3 \right] - B \left[\left(-r/2 + \sqrt{L} \right)^{1/3} + \left(-r/2 - \sqrt{L} \right)^{1/3} - 2Q/3 \right]^{-1/2}$, $B = -4\omega D (\gamma\alpha^2 M_0^3)^{-1}$, $Q = 2\alpha^{-1} \left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta + 2\pi \right) - 2D\alpha^{-2}M_0^{-2}$, $C = \alpha^{-2} \left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta \right)^2 + 4\pi\alpha^{-2} \left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta \right) - \omega^2 (\alpha\gamma M_0)^{-2}$.

2.4. Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль через інтерфейс між феромагнітною пластиною без взаємодії Дзялошинського-Морія та феромагнітною пластиною з поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія

Із системи (2.5) знаходимо вираз для інтенсивності хвилі (квадрата коефіцієнта відбиття спінових хвиль), що відбилась від межі поділу двох феромагнетиків, де введено позначення $\tilde{R} = R/A_0$:

$$\tilde{R}^2 = \frac{A^2 (\alpha k_1 - \alpha k_2 + D/M_0^2)^2 + (\alpha k_2)^2 (\alpha k_1 + D/M_0^2)^2}{A^2 (\alpha k_1 + \alpha k_2 - D/M_0^2)^2 + (\alpha k_2)^2 (\alpha k_1 - D/M_0^2)^2}, \quad (2.11)$$

Також із системи рівнянь (2.5) можна встановити вираз для інтенсивності хвилі (квадрата коефіцієнта проходження спінових хвиль у середовище іншого феромагнетика), що пройшла через межу поділу двох феромагнетиків, де введено позначення $\tilde{A}_2 = A_2/A_0$:

$$\tilde{A}_2^2 = \frac{(2A\alpha(k_1))^2}{A^2(\alpha k_1 + \alpha k_2 - D/M_0^2)^2 + (\alpha k_2)^2(\alpha k_1 - D/M_0^2)^2}. \quad (2.12)$$

Далі наведено графіки залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для наступних феромагнітних матеріалів Ni , YIG , $LaCo$, Py , їх параметри такі, як намагніченість насичення M_0 , параметр неоднорідного обміну α та константа одноосьової магнітної анізотропії β наведено в таблиці 2.1:

Феромагнітні матеріали	$M_0 \cdot 10^3$, Гс	β , 1	α , см ²
Ni	0,510[83]	3,158[84]	29,271[85]
YIG	0,139[86]	-0,316[86]	3,000[87]
$LaCo$	1,000[87]	50,000[87]	1,000[87]
Py	0,860[88]	0,010[88]	1,758[88]

Таблиця 2.1. Параметри феромагнітних матеріалів, які було використано при побудові графіків.

На рисунках 2.2-2.5 наведені залежності квадратів коефіцієнтів відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A . Величина коефіцієнтів змінюється від 0 до 1, що відображено насиченістю кольорів на контурних графіках. Кожен випадок, тобто значення хвильових чисел k_1 та k_2 із рівнянь (2.8), (2.9) та (2.10) прописано над секцією графіка.

Для рисунків 2.2-2.5 обрано мінімальні частоти, які визначаються із дисерсійних рівнянь (2.6) та (2.7) для параметрів кожного з розглянутих

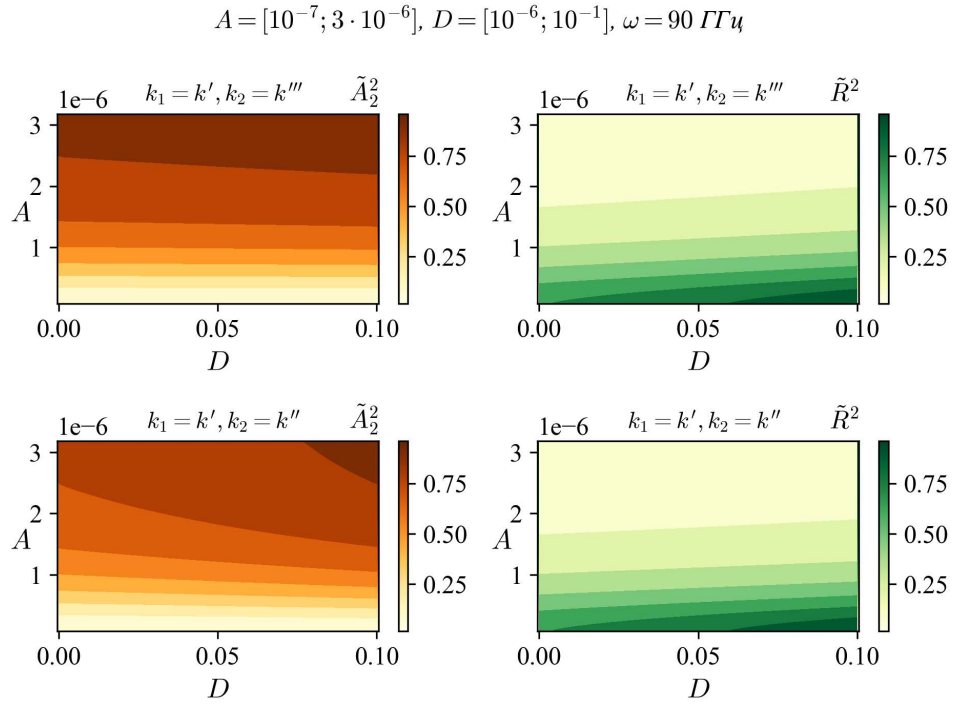


Рис. 2.2 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження

\tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для Pu .

Криві побудовано для значення частоти $\omega = 90 \text{ ГГц}$. Криві побудовано

для випадку $k_1 = k', k_2 = k'''$ і $k_1 = k', k_2 = k''$.

матеріалів, а саме 95 ГГц для Ni , 90 ГГц для YIG , 1200 ГГц для $LaCo$, 90 ГГц для Pu , які представлено у таблиці 2.1.

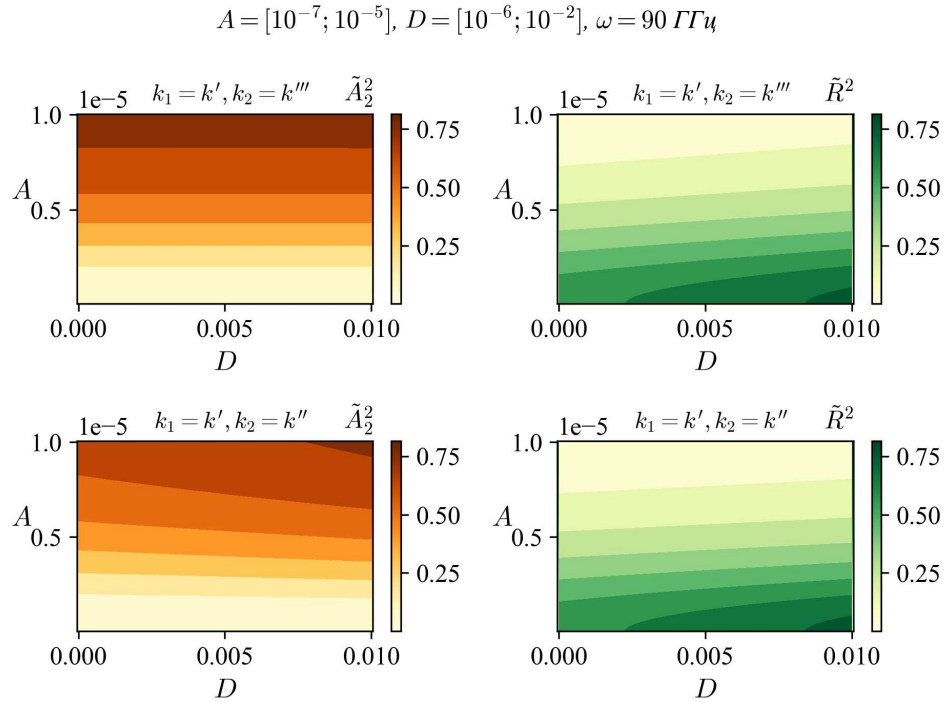


Рис. 2.3 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для YIG . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 90 \text{ ГГц}$. Криві побудовано для випадку $k_1 = k', k_2 = k'''$ і $k_1 = k', k_2 = k''$.

Діапазони для величин параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A дано у заголовку до кожного графіку, а також дано частоту для кожного блоку графіків. Величину параметра обмінної взаємодії A обрано саме таку, а саме $[10^{-7}; 10^{-5}]$ для Ni , $[10^{-7}; 10^{-5}]$ для YIG , $[10^{-7}; 3 \cdot 10^{-6}]$ для $LaCo$, $[10^{-7}; 3 \cdot 10^{-6}]$ для Pu для того, щоб показати характерну зміну коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від 0 до 1.

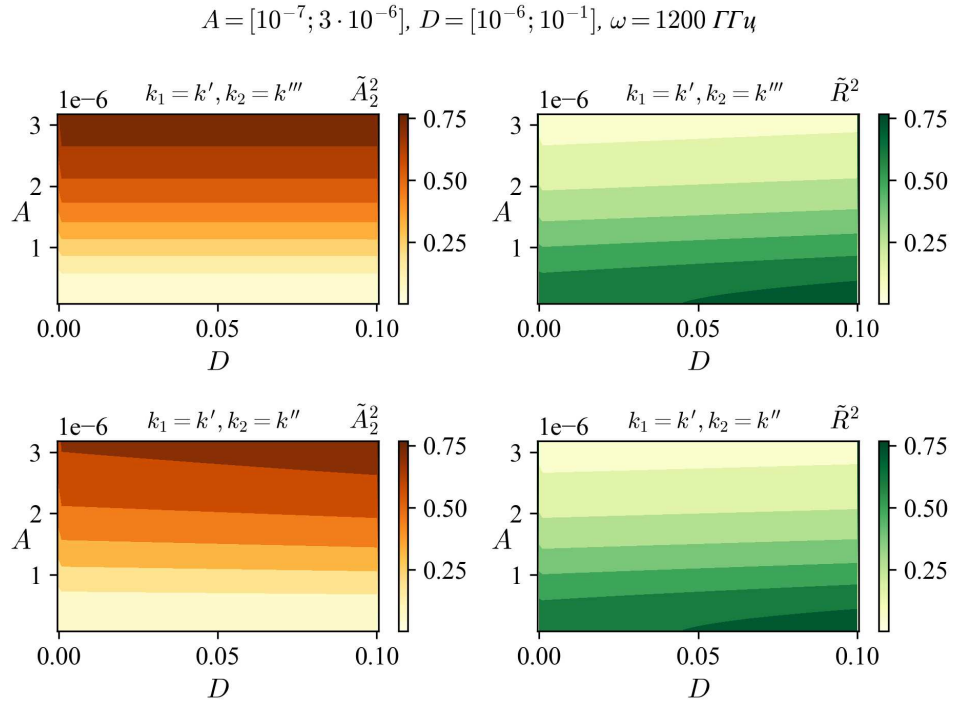


Рис. 2.4 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для $LaCo$. Криві побудовано для значення частоти $\omega = 1200$ ГГц. Криві побудовано для випадку $k_1 = k', k_2 = k'''$ і $k_1 = k', k_2 = k''$.

Спінові хвилі можуть поширюватися через ферромагнетик зі східчастою ВДМ, якщо константа ВДМ знаходиться в діапазоні для розглянутих ферромагнетиків. Потрібно зазначити, що вибір діапазону параметра ВДМ D $[10^{-7}; 10^{-1}]$ Ерг/см² та параметра обмінної взаємодії A обрано у відповідності до тих величин, які можемо бачити в роботах інших авторів [34, 89].

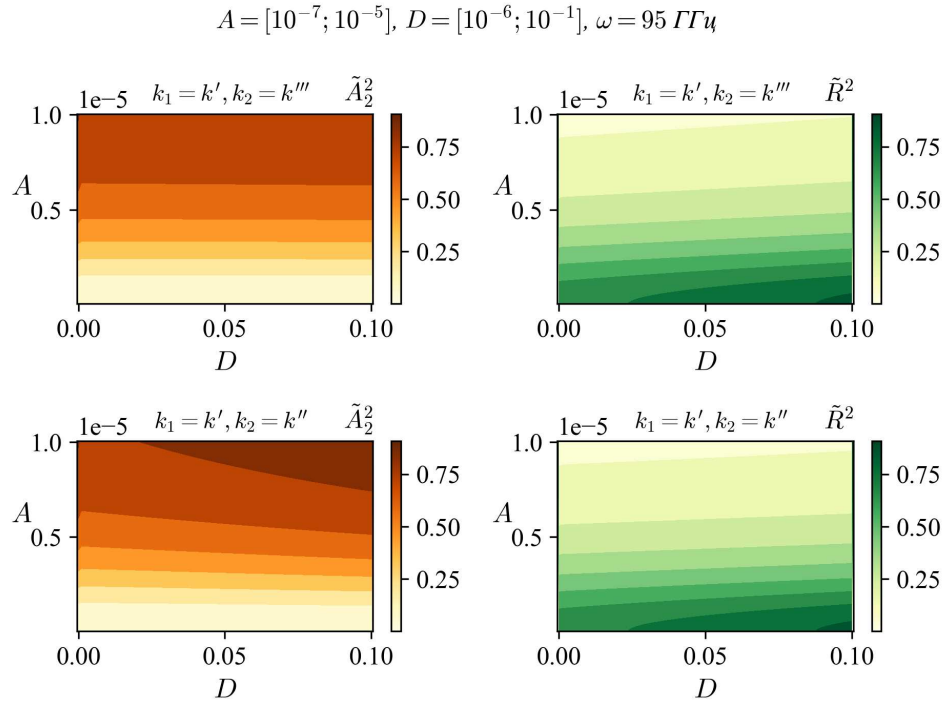


Рис. 2.5 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для Ni . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 95 \text{ ГГц}$. Криві побудовано для випадку $k_1 = k', k_2 = k'''$ і $k_1 = k', k_2 = k''$.

Сучасні технології дозволяють отримувати діапазони значень ВДМ $[0; 0.012] \text{ Ерг/см}^2$ в ізоляційних магнітних оксидах [90], $[-1; 6] \text{ Ерг/см}^2$ на інтерфейсах графен-ферромагнетик [91], $[2; 8] \text{ Ерг/см}^2$ в ультратонких плівках [92]. Крім того, гігантські значення ВДМ у нових двошарових структурах $[-20; 30] \text{ Ерг/см}^2$ теоретично передбачені в [93].

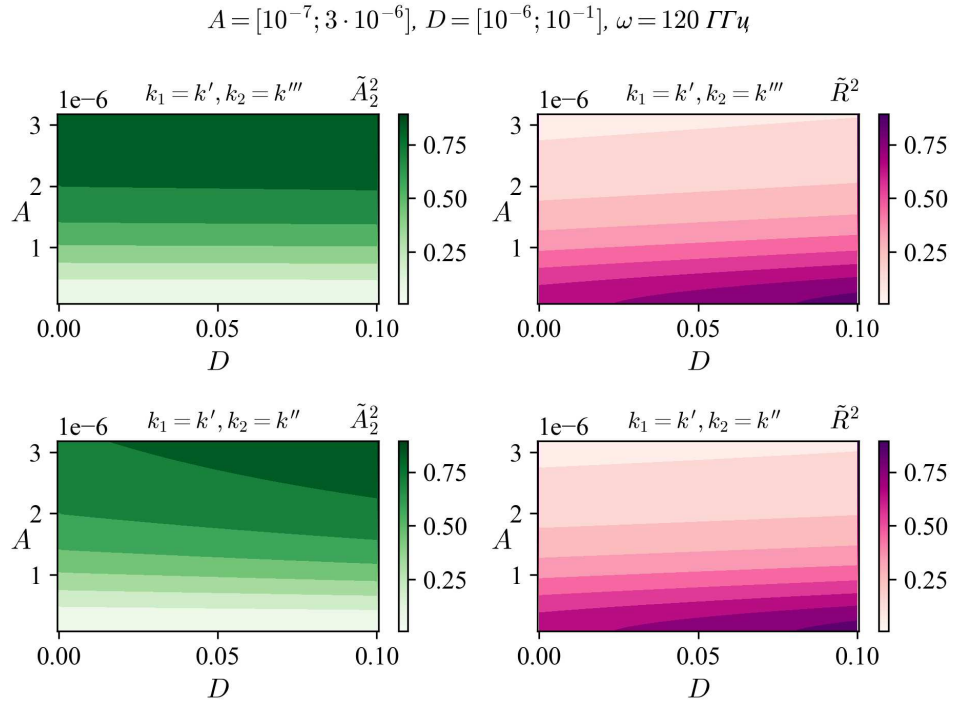


Рис. 2.6 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для Pu . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$. Криві побудовано для випадку $k_1 = k', k_2 = k'''$ і $k_1 = k', k_2 = k''$.

Нижня границя діапазону зміну параметра A – це нуль, оскільки інтерфейс може бути виготовлений із тонкого шару немагнітовпорядкованого матеріалу. При цьому, A залежить від внутрішньої будови та матеріалу інтерфейсу, наприклад, шорсткість тощо. Верхня границя діапазону зміну параметра A може бути оцінена через значення константи однорідного обміну для твердотільного феромагнетика з ВДМ [93]: $A \approx \alpha/\Delta$. Це значить, що максимальні значення A сягають 10^{-3} см в YIG і до 10^{-4} см у Pu , якщо ми задаємо товщину розділу (товщина області, де ВДМ різко змінюється) $\Delta \approx 0.5 \cdot 10^{-3}$. Значення A як 10^{-2} см не можна досягти в цих матеріалах без виготовлення інтерфейсу як метаповерхні. Значення $A \approx 10^{-2} \text{ см}$ розглядаються в даній роботі як перспективні для майбутніх технологій виготовлення двошарових феромагнітних систем. Саме то-

му діапазон A обрано як $A \in [10^{-7}; 10^{-5}]$ см для аналізу результатів нашої моделі. Значення A менше $A \approx 10^{-2}$ см можуть бути реалізовані, якщо константа ВДМ змінюється більш плавно, а товщина інтерфейсу буде більшою $\Delta \approx 0.5 \cdot 10^{-3}$, або якщо два феромагнетика виготовлені з роздільним шаром – «спейсером» (spacer interface layer).

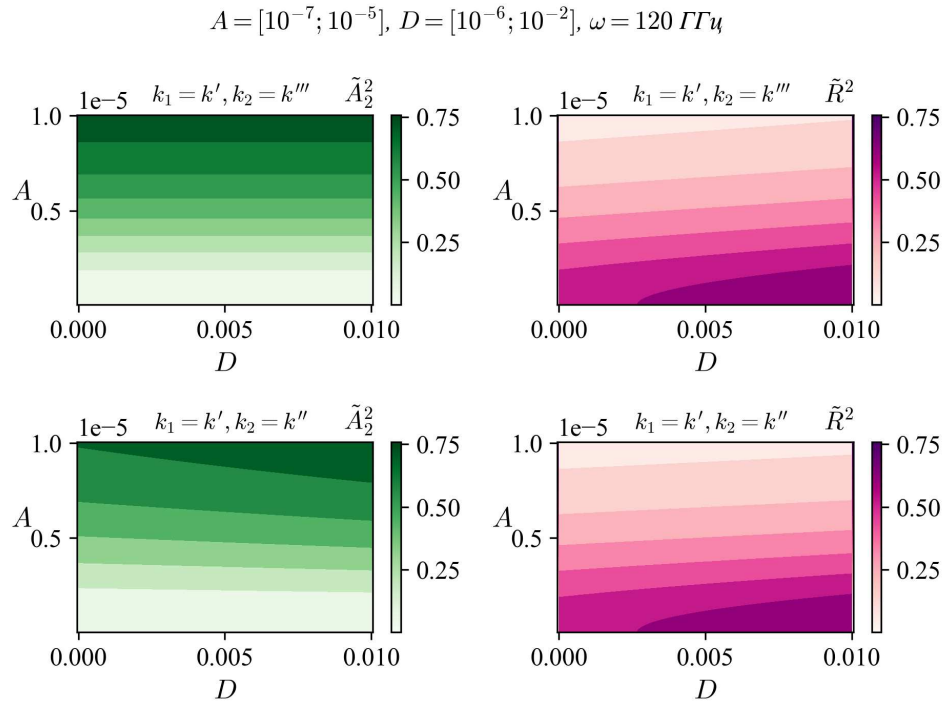


Рис. 2.7 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для YIG . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120$ ГГц. Криві побудовано для випадку $k_1 = k', k_2 = k'''$ і $k_1 = k', k_2 = k''$.

На рисунках 2.6-2.9 досліджено залежності коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 для вищих частот, а саме 120 ГГц для Ni , 120 ГГц для YIG , 1500 ГГц для $LaCo$, 120 ГГц для Pu . Чітко видно, що при вищій частоті інтенсивність кольорів на графіках збільшується, що значить для тих самих значень параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A , але для вищих частот відбивання та проходження буде краще.

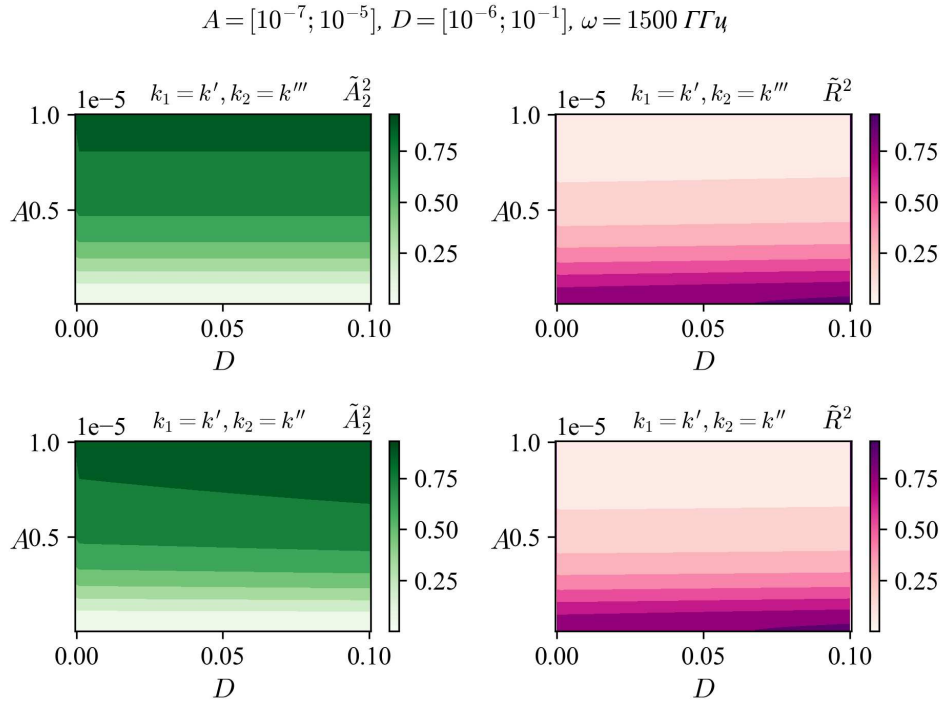


Рис. 2.8 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для $LaCo$. Криві побудовано для значення частоти $\omega = 1500$ ГГц. Криві побудовано для випадку $k_1 = k', k_2 = k'''$ і $k_1 = k', k_2 = k''$.

Також варто відмітити досить монотонну залежність коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для випадку $k_1 = k', k_2 = k'''$, тоді як коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 для того ж випадку зростає про більших значеннях D . Для випадку $k_1 = k', k_2 = k''$ ж простежується явна тенденція коефіцієнтів мати вище значення при зростанні величини D при однакових значеннях параметра обмінної взаємодії A , наприклад, для YIG , як можна бачити на рисунках 2.3 та 2.7.

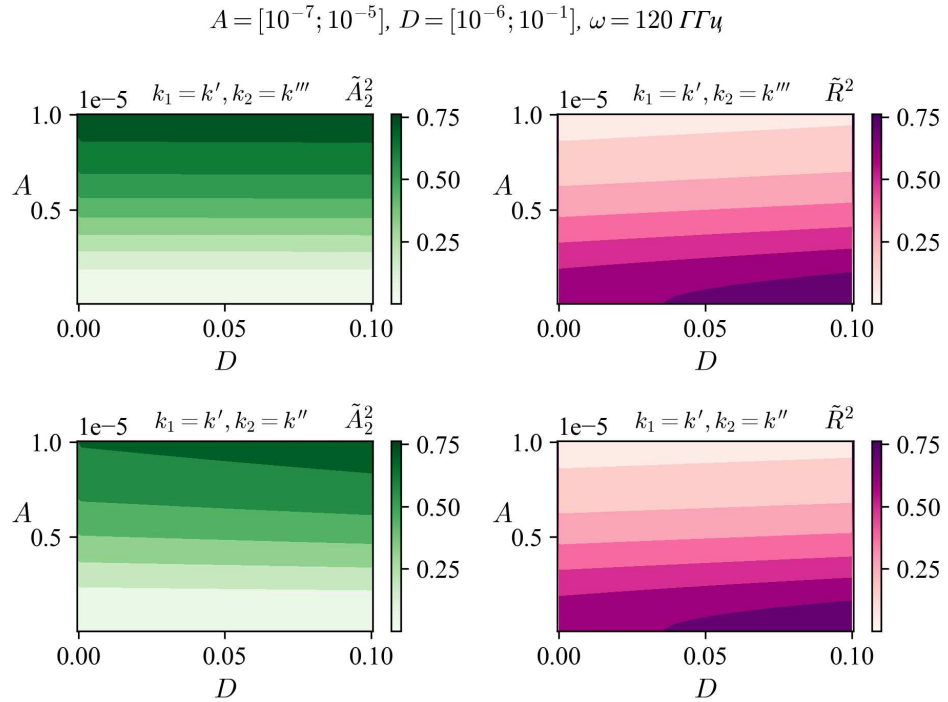


Рис. 2.9 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для Ni . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$. Криві побудовано для випадку $k_1 = k', k_2 = k'''$ і $k_1 = k', k_2 = k''$.

2.5. Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль через інтерфейс між феромагнітною пластиною з поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія та феромагнітною пластиною без взаємодії Дзялошинського-Морія

Далі розглянемо розповсюдження спінової хвилі із феромагнетику з взаємодією Дзялошинського-Морія в феромагнетик без взаємодії Дзялошинського-Морія.

Дисперсійне співвідношення для спінових хвиль у першому середовищі

з взаємодією Дзялошинського-Морія має вигляд [82] для хвилі, що падає:

$$\omega_1(k_1) = -\frac{2\gamma D k_1}{M_0} + \gamma M_0 \left[\left(\alpha k_1^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right)^2 + 4\pi \left(\alpha k_1^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right) \right]^{1/2}, \quad (2.13)$$

і хвилі, що відбилася від границі:

$$\tilde{\omega}_1(\tilde{k}_1) = \frac{2\gamma D \tilde{k}_1}{M_0} + \gamma M_0 \left[\left(\alpha \tilde{k}_1^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right)^2 + 4\pi \left(\alpha \tilde{k}_1^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right) \right]^{1/2}, \quad (2.14)$$

де \tilde{k}_1 хвильове число для хвилі, що відбилась від границі поділу середовищ.

Дисперсійне співвідношення для спінових хвиль у другому середовищі без взаємодії Дзялошинського-Морія має вигляд [26]:

$$\omega_2(k_2) = \gamma M_0 \left[\left(\alpha k_2^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right)^2 + 4\pi \left(\alpha k_2^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right) \right]^{1/2}, \quad (2.15)$$

Вектори намагніченості падаючої та відбитої хвиль можна подати у вигляді наступного розв'язку лінеаризованого рівняння Ландау-Лівшиця (1.7) у першому ферромагнетику [26]:

$$\begin{aligned} m_{1x} &= A_0 \cos(k_1 x - \omega t + \varphi_{01}) + R \cos(-\tilde{k}_1 x - \omega t + \tilde{\varphi}_{01}), \\ m_{1y} &= A_0 \sin(k_1 x - \omega t + \varphi_{01}) + R \sin(-\tilde{k}_1 x - \omega t + \tilde{\varphi}_{01}), \end{aligned} \quad (2.16)$$

Компоненти намагніченості для спінових хвиль, що пройшли в середовище другого феромагнетика, представлено у формулі (2.2) [26].

Для знаходження коефіцієнтів проходження та відбиття спінових хвиль від межі поділу двох феромагнітних середовищ із рівнянь з урахуванням виразів для густини енергії скористаємось граничними умовами:

$$\begin{aligned} \vec{M}_1 \times \left[\alpha \frac{\partial \vec{M}_1}{\partial x} - A \vec{M}_2 \right] \Big|_{x=0} &= 0, \\ \vec{M}_2 \times \left[\alpha \frac{\partial \vec{M}_2}{\partial x} - \frac{D}{M_0^2} (\vec{e}_z \times \vec{M}_0) + A \vec{M}_1 \right] \Big|_{x=0} &= 0. \end{aligned} \quad (2.17)$$

Підставивши вектори намагніченості для феромагнетиків, записані через малі відхилення від основного стану та намагніченості насичення, у (2.17) отримаємо:

$$\begin{aligned} \left(\alpha \frac{\partial m_{1x}}{\partial x} - A m_{2x} + A m_{1x} \right) \Big|_{x=0} &= 0, \\ \left(\alpha \frac{\partial m_{1y}}{\partial x} - A m_{2y} + A m_{1y} \right) \Big|_{x=0} &= 0, \\ \left(\alpha \frac{\partial m_{2x}}{\partial x} + A m_{1x} - A m_{2x} + \frac{D}{M_0^2} m_{2y} \right) \Big|_{x=0} &= 0, \\ \left(\alpha \frac{\partial m_{2y}}{\partial x} + A m_{1y} - A m_{2y} + \frac{D}{M_0^2} m_{2x} \right) \Big|_{x=0} &= 0. \end{aligned} \quad (2.18)$$

Після підстановки компонент векторів намагніченостей (2.2), (2.16) в граничні умови (2.18) отримаємо наступні рівняння:

$$\begin{aligned}
& \left(\alpha k_1 + \frac{D}{M_0^2} \right) A_0 \cos \varphi_{01} - \left(\alpha \tilde{k}_1 + \frac{D}{M_0^2} \right) R \cos \tilde{\varphi}_{01} + \\
& \quad + A (A_0 \sin \varphi_{01} + R \sin \tilde{\varphi}_{01}) = 0, \\
& \left(\alpha k_1 - \frac{D}{M_0^2} \right) A_0 \sin \varphi_{01} - \left(\alpha \tilde{k}_1 + \frac{D}{M_0^2} \right) R \sin \tilde{\varphi}_{01} - \\
& \quad - A (A_0 \cos \varphi_{01} + R \cos \tilde{\varphi}_{01}) + A A_2 = 0, \\
& \alpha k_2 A_2 + A (A_0 \sin \varphi_{01} + R \sin \tilde{\varphi}_{01}) = 0, \\
& A A_2 - A (A_0 \cos \varphi_{01} + R \cos \tilde{\varphi}_{01}) = 0.
\end{aligned} \tag{2.19}$$

З граничних умов (2.19) слідує, що $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Корені рівняння (2.13) та (2.14) ідентичні виразам (2.9) та (2.10). Додатний дійсний корінь рівняння (2.15) – це вираз (2.8).

Із системи (2.19) знаходимо вираз для інтенсивності хвилі (квадрата коефіцієнта відбиття спінових хвиль), що відбилась від межі поділу двох феромагнетиків, де введено позначення $\tilde{R} = R/A_0$:

$$\tilde{R}^2 = \frac{A^2 (\alpha k_1 - \alpha k_2 - D/M_0^2)^2 + (\alpha k_2)^2 (\alpha k_1 - D/M_0^2)^2}{A^2 (\alpha \tilde{k}_1 + \alpha k_2 + D/M_0^2)^2 + (\alpha k_2)^2 (\alpha \tilde{k}_1 + D/M_0^2)^2}, \tag{2.20}$$

Із системи рівнянь (2.19) можна встановити вираз для інтенсивності хвилі (квадрата коефіцієнта проходження спінових хвиль у середовище іншого феромагнетика), що пройшла через межу поділу двох феромагнетиків, де введено позначення $\tilde{A}_2 = A_2/A_0$:

$$\tilde{A}_2^2 = \frac{\left(2A\alpha (k_1 + \tilde{k}_1) \right)^2}{A^2 (\alpha \tilde{k}_1 + \alpha k_2 + D/M_0^2)^2 + (\alpha k_2)^2 (\alpha \tilde{k}_1 + D/M_0^2)^2}. \tag{2.21}$$

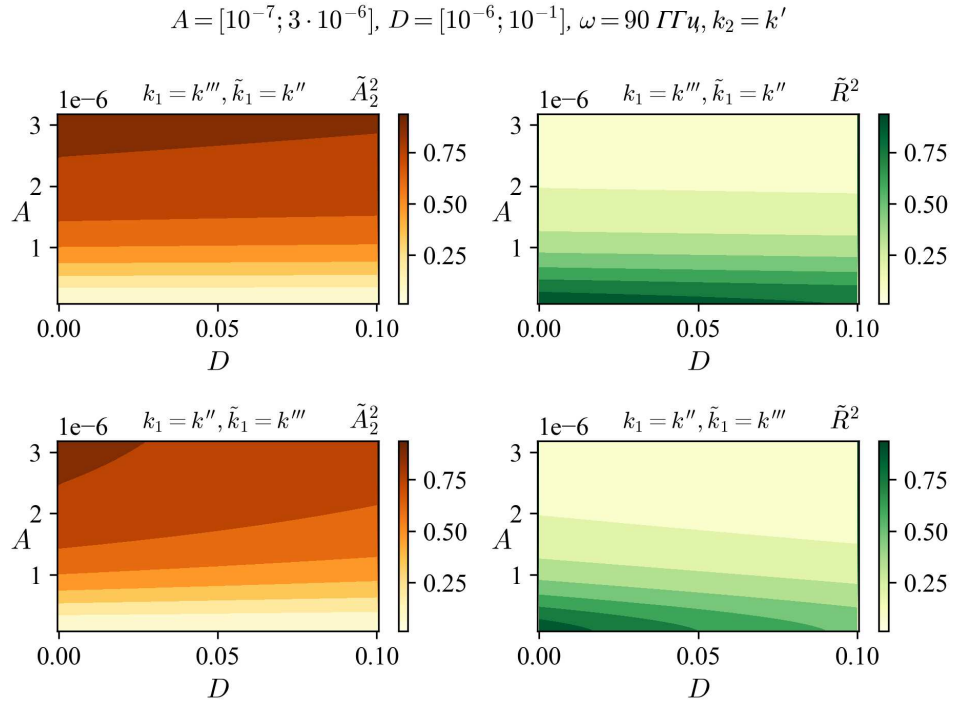


Рис. 2.10 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження

\tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для Py .

Криві побудовано для значення частоти $\omega = 90$ ГГц. Криві побудовано

для випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ і $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$.

Далі представлено графіки для коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для мінімальних частот, які отримуємо із дисперсійних рівнянь (2.13), (2.14) та (2.15) – рисунки 2.10-2.13. Для потрівняння рисунки 2.14-2.17 побудовано для більших частот, які, як і на попередніх графіках, написано у заголовках до них.

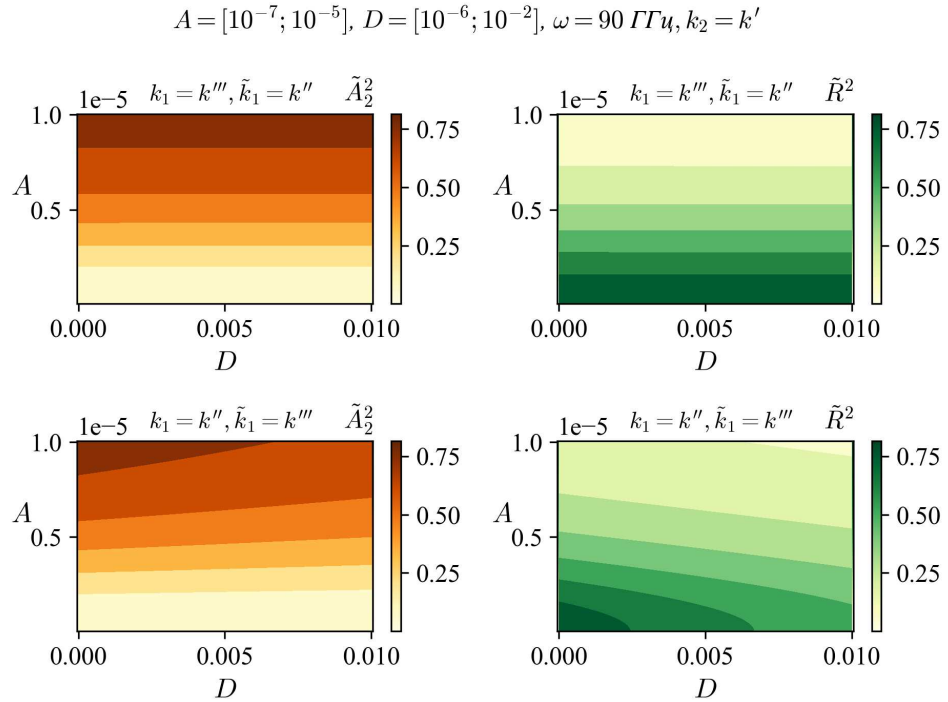


Рис. 2.11 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для YIG . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 90$ ГГц. Криві побудовано для випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ і $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$.

Як і у попередньому пункті даного розділу дисертаційної роботи розглядаємо і порівнюємо два випадки, а саме $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ і $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$, тобто значення хвильових чисел k_1, \tilde{k}_1 та k_2 із рівнянь (2.13), (2.14) та (2.15) прописано над кожною секцією графіка.

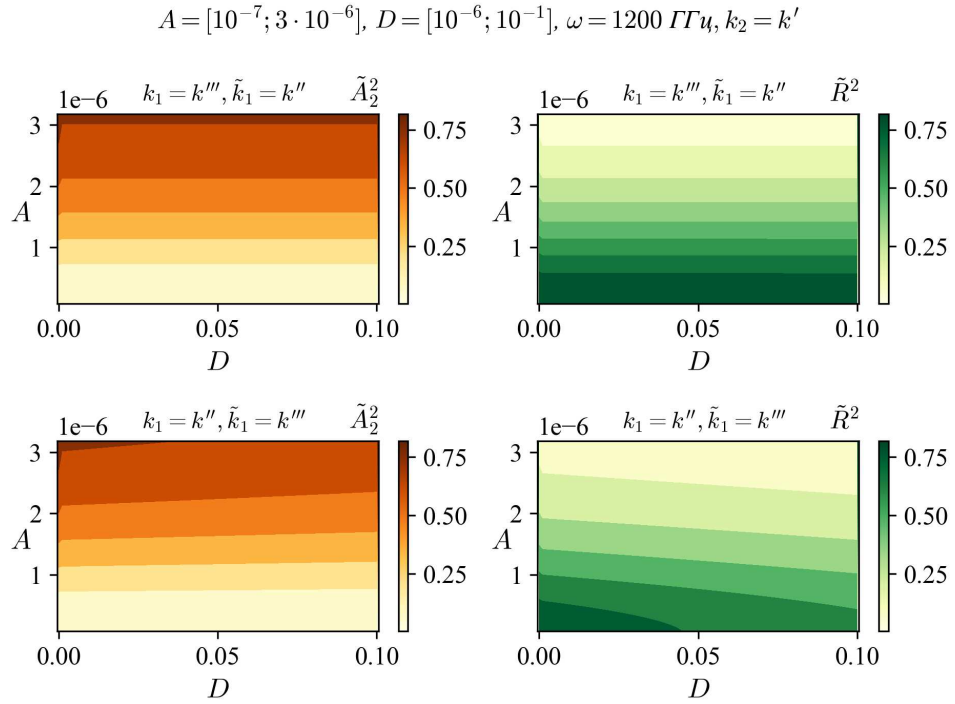


Рис. 2.12 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для $LaCo$. Криві побудовано для значення частоти $\omega = 1200$ ГГц. Криві побудовано для випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ і $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$.

Чітко видно, що для \tilde{A}_2^2 випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ залежність від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для $YIG, Ni, LaCo$ монотонна, так само як і \tilde{R}^2 . Тоді як для випадку $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$ коефіцієнт відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнт проходження \tilde{A}_2^2 більше при менших значеннях D при однакових величинах A .

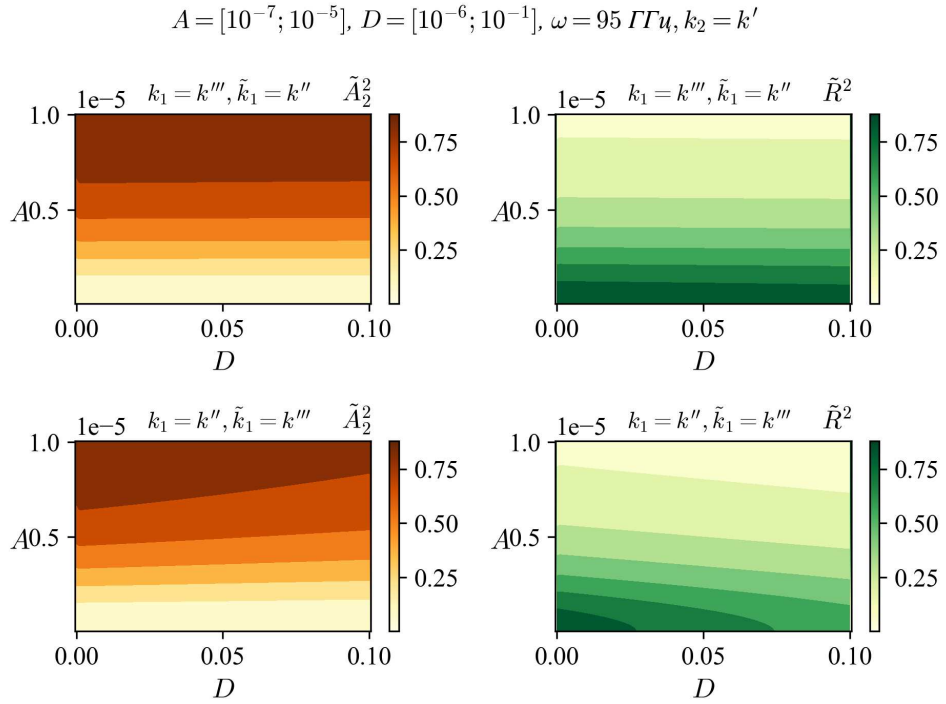


Рис. 2.13 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження

\tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для Ni .

Криві побудовано для значення частоти $\omega = 95 \text{ ГГц}$. Криві побудовано для випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ і $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$.

Відмітимо, що для Pu для обох випадків величини коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 мають більше значиння для менших значень параметра ВДМ D при фіксованому параметрі обмінної взаємодії A , але не так стуттєво як у $YIG, Ni, LaCo$.

$$A = [10^{-7}; 3 \cdot 10^{-6}], D = [10^{-6}; 10^{-1}], \omega = 120 \text{ ГГц}, k_2 = k'$$

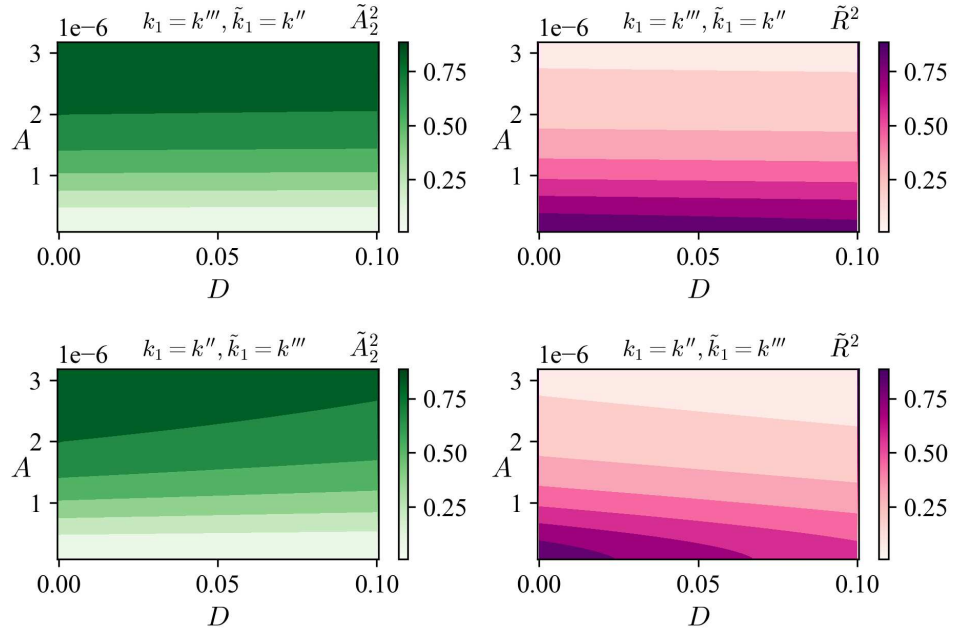


Рис. 2.14 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження

\tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для Py .

Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120$ ГГц. Криві побудовано

для випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ і $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$.

В принципі, при збільшенні частоти, бачимо, що монотонність залежності від D та A коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 зберігається для всіх чотирьох матеріалів.

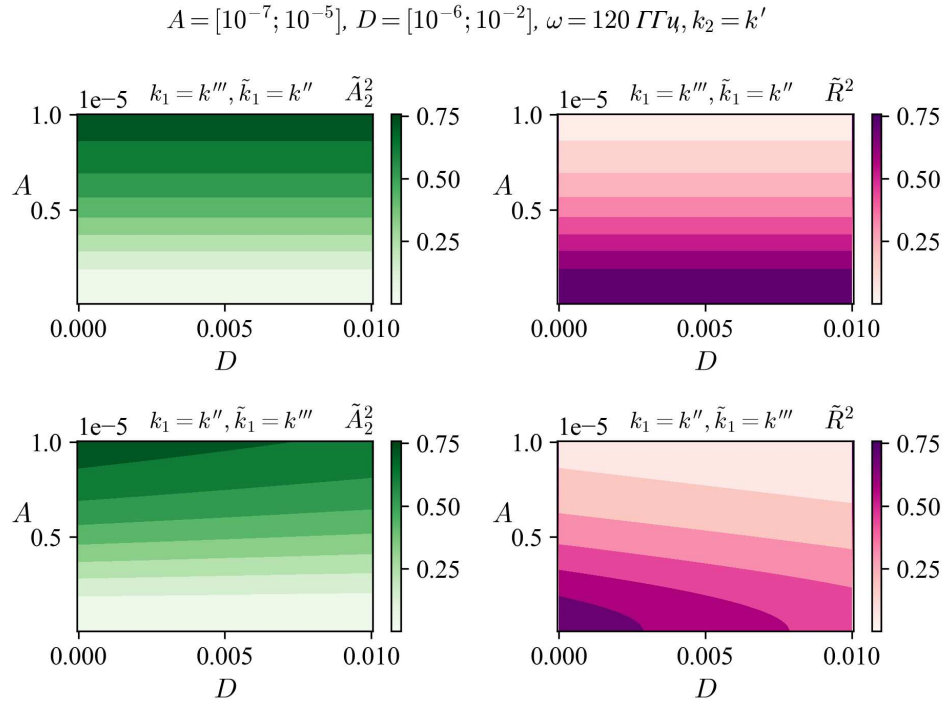


Рис. 2.15 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для YIG . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$. Криві побудовано для випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ і $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$.

Тоді як у випадку $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$ спостерігаємо тенденцію до зсуву більших значень коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 в залежності від параметра ВДМ D при фіксованому параметрі обмінної взаємодії A .

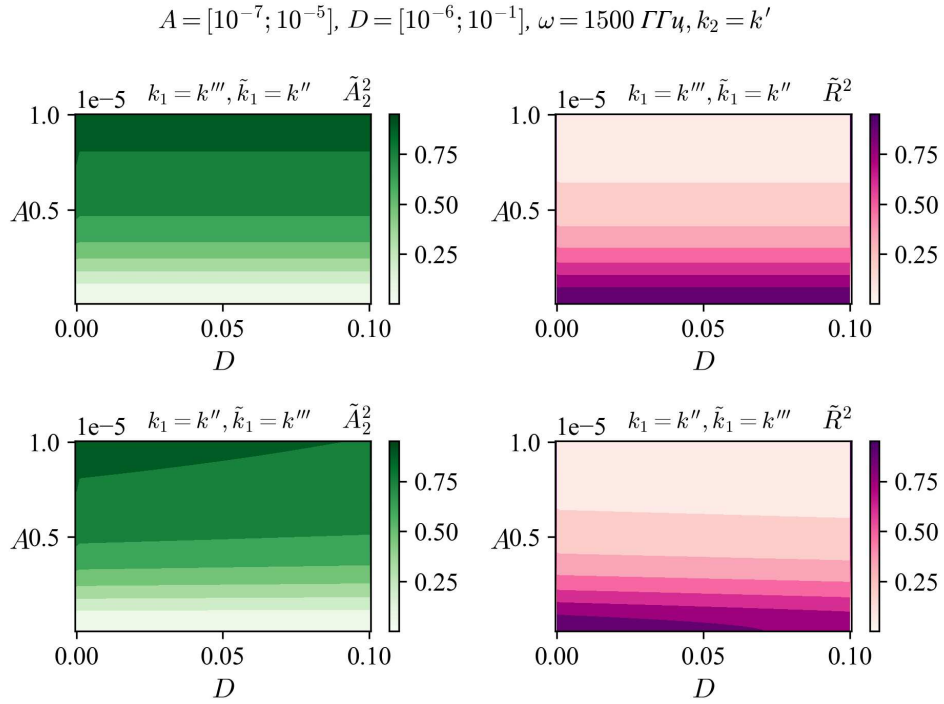


Рис. 2.16 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для $LaCo$. Криві побудовано для значення частоти $\omega = 1500$ ГГц. Криві побудовано для випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ і $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$.

Для Pu : для випадку $k_1 = k', k_2 = k'''$ \tilde{A}_2^2 плавно залежить від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A , збільшуючись трохи, коли D росте, \tilde{R}^2 збільшується при збільшенні D . Для $k_1 = k', k_2 = k''$ \tilde{A}_2^2 та \tilde{R}^2 збільшуються при збільшенні D . Для випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$: \tilde{A}_2^2 та \tilde{R}^2 більше при малих D . Для $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ така сама тенденція. Для $LaCo, Ni$ та YIG єдина відмінність полягає у тому, що у випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ для спостерігаємо монотонну залежність \tilde{A}_2^2 та \tilde{R}^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A .

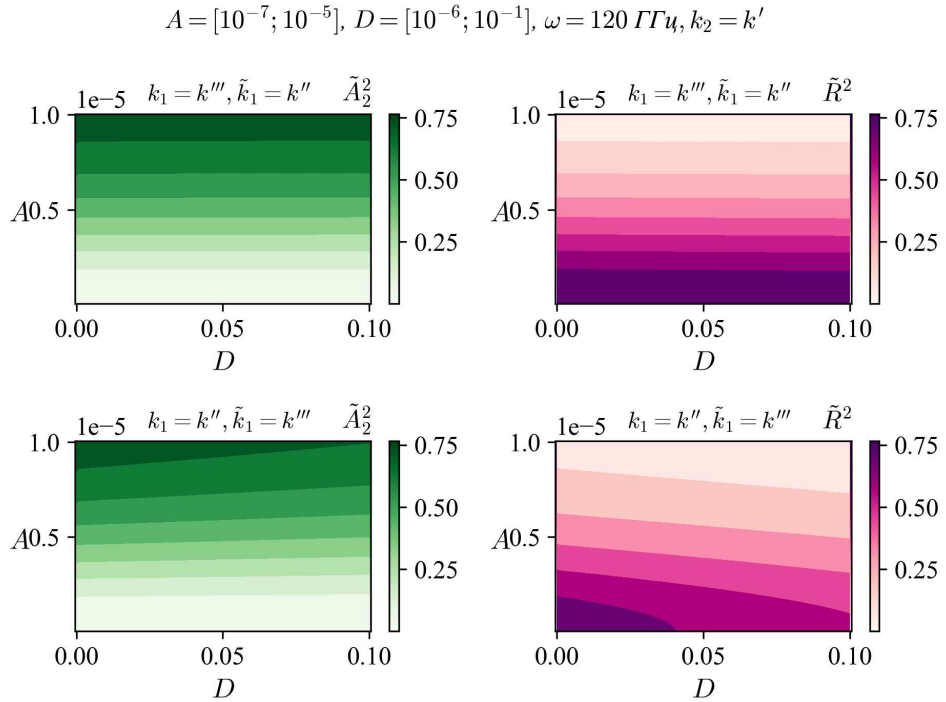


Рис. 2.17 Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A для Ni . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$. Криві побудовано для випадку $k_1 = k''', \tilde{k}_1 = k'', k_2 = k'$ і $k_1 = k'', \tilde{k}_1 = k''', k_2 = k'$.

При збільшенні частоти спостерігаємо, що вищеописані особливості зберігаються, але зростання коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 в залежності від параметра ВДМ D та параметра обмінної взаємодії A відбувається швидше.

2.6. Умова неперервності потоку енергії спінової хвилі на інтерфейсі між феромагнітними пластинами, в одній з яких наявна поверхнева взаємодія Дзялошинського-Морія

Позначення величин, що входять в наступну формулу, розписано в першому розділі даної дисертаційної роботи. Густина енергії для системи із

двох напівнескінченних феромагнетиків, розділених інтерфесом, із поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія має вигляд [26]:

$$w = F_j \left(\vec{M}_j, \frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x_i} \right) - \left(\vec{M}_j \cdot \vec{H}_0^{(e)} \right) + \frac{1}{8\pi} \left(\vec{H}_j^{(m)} \right)^2, \quad (2.22)$$

де функції F_j від \vec{M}_j і $\frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x_i}$ мають наступний вигляд [26]:

$$F_j \left(\vec{M}_j, \frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x_i} \right) = \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x_i} \right)^2 - \frac{\beta}{2} \left(\vec{M}_j \cdot \vec{n} \right) - \frac{D_j}{M_{0j}^2} \left[\vec{e}_z \left(\vec{M}_j \times \frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x} \right) - \vec{e}_x \left(\vec{M}_j \times \frac{\partial \vec{M}_j}{\partial z} \right) \right]. \quad (2.23)$$

Вектор Пойнтінга при відсутності електричного поля [26]:

$$\vec{\Pi}_k = - \frac{\partial \vec{M}_j}{\partial t} \frac{\partial F_j}{\partial \left(\frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x_k} \right)}. \quad (2.24)$$

Тоді з умови неперервності нормальної складової густини потоку енергії на поверхні феромагнетика $\vec{\Pi}_- \cdot \vec{e}_z = \vec{\Pi}_+ \cdot \vec{e}_z$ отримаємо такий вираз:

$$\tilde{R}^2 + \tilde{A}_2^2 \left(\frac{k_2}{k_1} - \frac{D}{\alpha k_1 M_0^2} \right) = 1. \quad (2.25)$$

\tilde{R} та \tilde{A}_2 задовольняють умові неперервності нормальної компоненти вектора Пойнтінга на інтерфейсі.

2.7. Висновки до розділу 2

Для задачі з проходження спінових хвиль через на межі розділу феромагнетика без взаємодії Дзялошинського-Морія і феромагнетика із взаємодією Дзялошинського-Морія отримано наступні висновки:

- Коефіцієнт відбиття зменшується зі збільшенням частоти спінової хвилі ω (95 ГГц до 120 ГГц для Ni , 90 ГГц до 120 ГГц для YIG ,

1200 ГГц до 1500 ГГц для $LaCo$, 90 ГГц до 120 ГГц для Pu) і при збільшенні константи взаємодії Дзялошинського-Морія D (в межах $[10^{-6}; 10^{-1}]$) в другому феромагнетику та при збільшенні параметра обмінної взаємодії A ($[10^{-7}; 10^{-5}]$ для Ni , $[10^{-7}; 10^{-5}]$ для YIG , $[10^{-7}; 3 \cdot 10^{-6}]$ для $LaCo$, $[10^{-7}; 3 \cdot 10^{-6}]$ для Pu) для всіх розглянутих феромагнетиків: Ni , YIG , $LaCo$, Pu .

- Коефіцієнт проходження збільшується зі збільшенням частоти спінової хвилі ω (95 ГГц до 120 ГГц для Ni , 90 ГГц до 120 ГГц для YIG , 1200 ГГц до 1500 ГГц для $LaCo$, 90 ГГц до 120 ГГц для Pu) і при збільшенні константи взаємодії Дзялошинського-Морія D (в межах $[10^{-6}; 10^{-1}]$) в другому феромагнетику та при збільшенні параметра обмінної взаємодії A ($[10^{-7}; 10^{-5}]$ для Ni , $[10^{-7}; 10^{-5}]$ для YIG , $[10^{-7}; 3 \cdot 10^{-6}]$ для $LaCo$, $[10^{-7}; 3 \cdot 10^{-6}]$ для Pu) для всіх розглянутих феромагнетиків: Ni , YIG , $LaCo$, Pu .
- Залежності коефіцієнтів проходження та відбиття спінової хвилі від константи Дзялошинського-Морія підтверджують, що керування спіновою хвилею у магнонних пристроях може бути досягнуто зміною температури, оскільки константа взаємодії Дзялошинського-Морія сильно залежить від температури.

РОЗДІЛ 3

РОЗПОВСЮДЖЕННЯ СПІНОВИХ ХВИЛЬ ЧЕРЕЗ СИСТЕМУ ДВОХ ФЕРОМАГНІТНИХ ПЛАСТИН ІЗ СХІДЧАСТОЮ ПОВЕРХНЕВОЮ ВЗАЄМОДІЄЮ ДЗЯЛОШИНСЬКОГО-МОРІЯ

3.1. Енергія системи двох феромагнітних пластин із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія

Два напівнескінченні одновісні феромагнетики розділені інтерфейсом знаходяться в однорідному постійному зовнішньому полі (рис. 3.1). Система характеризується намагніченостями насичення M_{0j} , обмінними сталими $\alpha_j(x)$ та константами одновісної магнітної анізотропії $\beta_j(x)$, описаними в першому розділі даної роботи.

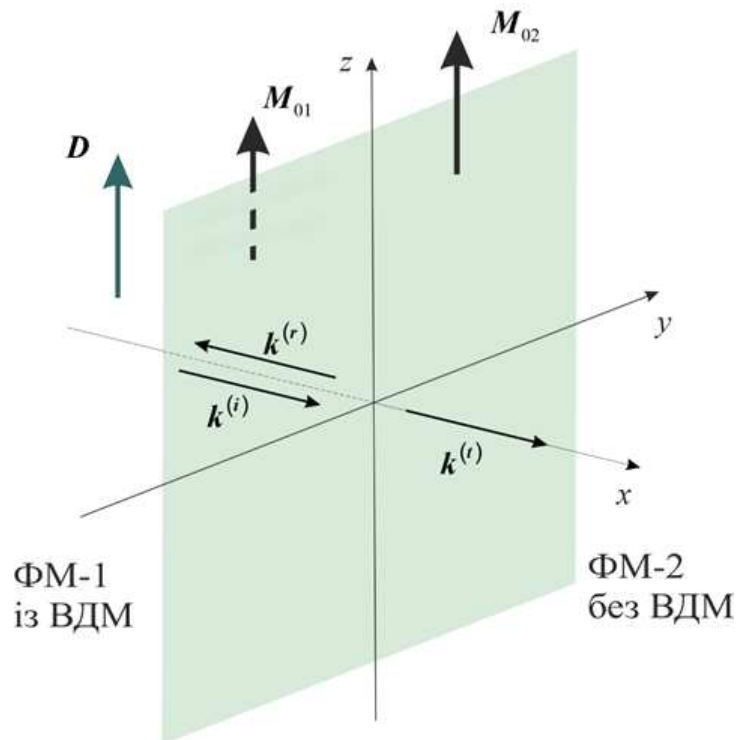


Рис.3.1. Схематичне зображення системи із двох напівнескінчених феромагнетиків ФМ-1 та ФМ-2, розділених інтерфейсом товщиною Δ , яка набагато менша за довжину спінової хвилі. Спінова хвиля нормально падає на інтерфейс, має хвильовий $\vec{k}^{(i)}$, хвильовий вектор відбитої хвилі $\vec{k}^{(r)}$. Спінова хвиля, що пройшла крізь інтерфейс, має хвильовий вектор $\vec{k}^{(t)}$. \vec{D} позначає вектор взаємодії Дзялошинського-Морія (ВДМ).

Використовуємо метод для інтерфейсу між феромагнетиком і вакуумом, який представлено в роботах [26, 34], для виведення граничних умов з рівняння Ландау-Ліфшиця для вектора намагніченості без урахування дисипації в системі феромагнетик-1 – феромагнетик-2 (1.7). Цей підхід було значно розширено в роботах [90, 34, 41, 94, 95, 96] для системи із двох феромагнетиків і феромагнетик-антиферомагнетик [97, 98]. Для обчислення ефективних магнітних полів повну енергію (1.1) системи підставляємо в формулу (1.9). Далі рівняння для ефективних магнітних полів підставляємо в рівняння Ландау-Ліфшиця (1.7). Рівняння (1.7) інтегрується вздовж ширини інтерфейсу, яка значно менша за довжину спінової хвилі, коли

$\Delta \rightarrow 0$. Схематичне зображення залежності $\alpha_j(x)$, $\beta_j(x)$, $A(x)$, $\beta'(x)$ можна бачити в першому розділі, другому пункті даної роботи.

3.2. Граничні умови для вектора намагніченості на інтерфейсі між двома феромагнетиками із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія

Отримуємо граничні умови для намагніченості на межі розділу між двома феромагнетиками з різними значеннями сталої ВДМ:

$$\begin{aligned} \vec{M}_1 \times \left[\alpha_1 \frac{\partial \vec{M}_1}{\partial x} + \frac{D_1}{M_{01}^2} (\vec{e}_z \times \vec{M}_1) - A \vec{M}_2 \right] \Big|_{x=0} &= 0, \\ \vec{M}_2 \times \left[\alpha_2 \frac{\partial \vec{M}_2}{\partial x} - \frac{D_2}{M_{02}^2} (\vec{e}_z \times \vec{M}_2) + A \vec{M}_1 \right] \Big|_{x=0} &= 0. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Граничні умови (3.1) застосовні для опису поширення спінової хвилі із феромагнетика з ВДМ у феромагнетик без ВДМ ($D_1 = D$, $D_2 = 0$), розділених плоским інтерфейсом з однорідним обміном A . Поширення спінової хвилі із феромагнетика без ВДМ у феромагнетик із ВДМ, розділеного плоскою межею розділу із заданим однорідним обміном A , можна описати граничними умовами (3.1) де $D_1 = 0$, $D_2 = D$. Граничні умови (3.1) також застосовні для опису поширення спінової хвилі через твердий феромагнетик зі східчастою ВДМ, якщо однорідний обмін A є достатньо великим.

Застосуємо граничні умови (3.1) для моделювання поширення спінової хвилі крізь твердий феромагнетик зі східчастою ВДМ. Далі розглянемо два випадки: перший феромагнетик без ВДМ, другий з ненульовою ВДМ і перший феромагнетик з ненульовою ВДМ, друга без ВДМ. Два феромагнетики мають однакові параметри $M_{01} = M_{02} = M_0$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, $\beta_1 = \beta_2 = \beta$ за винятком того, що в одному із феромагнетиків є ненульова ВДМ, а в іншому ВДМ відсутня. Далі розглядається плоска спінова хви-

ля в обох феромагнітиках зі східчастою ВДМ. Ми розглядаємо як межу розділу тонкий шар феромагнетику, де константа ВДМ різко змінюється, розділяючи два феромагнетики із/без ВДМ. Вектори намагніченості падаючої та відбитої хвиль можна представити у вигляді наступного розв'язку лінеаризованих рівнянь Ландау-Ліфшиця (3.2) у першому феромагнетик без ВДМ, а в другому ВДМ ненульова [26]:

$$m_1 = A_0 \exp i \left(k^{(i)} x - \omega^{(i)} t + \varphi^{(i)} \right) + R \exp i \left(-k^{(r)} x - \omega^{(r)} t + \varphi^{(r)} \right), \quad (3.2)$$

Компонент намагніченості для спінової хвилі, що пройшла в другий феромагнетик можна представити як розв'язок лінеаризованого рівняння Ландау-Ліфшиця (3.2) [26]:

$$m_2 = A_2 \exp i \left(k^{(t)} x - \omega^{(t)} t \right), \quad (3.3)$$

де A_0 , R , A_2 амплітуди падаючої, відбитої та хвилі, що пройшла, відповідно. $k^{(i)}$, $\varphi^{(i)}$, $\omega^{(i)}$ хвильове число, початкова фаза при $x = 0$, і частота падаючої хвилі, $k^{(r)}$, $\varphi^{(r)}$, $\omega^{(r)}$ це відповідні величини для відбитої хвилі, $\varphi^{(i)} = const$, $\varphi^{(r)} = const$. $k^{(t)}$, $\omega^{(t)}$ це хвильове число та частота хвилі, що пройшла.

3.3. Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль на інтерфейсі між феромагнітними пластинами із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія

Дисперсійне співвідношення для спінової хвилі у феромагнетик з ненульовою ВДМ має вигляд [82]:

$$\omega(k) = \mp \frac{2\gamma Dk}{M_0} + \gamma M_0 \left[\left(\alpha k^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right)^2 + 4\pi \left(\alpha k^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right) \right]^{1/2}, \quad (3.4)$$

Якщо перший феромагнетик має ненульову ВДМ, виберемо знак «-» в першому члені (3.4) для падаючої спінової хвилі і знак «+» для відбитої спінової хвилі в системі-1 на рис. 3.2 а) (знак «+» в першому члені (3.4) для падаючої спінової хвилі і знак «-» для відбитої спінової хвилі в системі-2 на рис. 3.2 б)). Якщо другому феромагнетику ненульова ВДМ, знак «+» буде в першому члені (3.4) для спінової хвилі, що пройшла, для системи-1 на рис. 3.2 с), а знак «-» для спінової хвилі, що пройшла, для системи-2 на рис. 3.2 г).

Дисперсійне співвідношення для спінової хвилі у феромагнетику з нульовою ВДМ має вигляд [26]:

$$\omega(k) = \gamma M_0 \left[\left(\alpha k^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right)^2 + 4\pi \left(\alpha k^2 + \frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta \right) \right]^{1/2}, \quad (3.5)$$

Позначимо k_1 і k'_1 – дійсні позитивні розв'язки дисперсійного співвідношення (3.4) зі знаком “-” та знаком “+” у першому доданку відповідно. k_2 – дійсний позитивний розв'язок дисперсійного співвідношення (3.5).

Хвильові числа $k^{(i)} = k_1$ та $k^{(r)} = k'_1$ (система-1, рис. 2 (а)), або $k^{(i)} = k'_1$ і $k^{(r)} = k_1$ (система-2, рис. 3.2 (б)) відповідають випадку, коли існує ненульова ВДМ в першому феромагнетику. Хвильові числа $k^{(t)} = k_2$ (система-1, рис. 3.2 (а) і система-2, рис. 3.2 (б)) відповідають випадку, коли ненульова

ВДМ присутня в першому ферромагнетикі. Хвильові числа $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k'_1$ (система-1, рис. 3.2 (с)) і $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k_1$ (система-2, рис. 3.2 (d)) відповідають випадку, коли ненульова ВДМ знаходиться у другому ферромагнетикі.

Позначимо через k_1 і k'_1 дійсні позитивні розв'язки дисперсійного співвідношення для падаючої та відбитої спінової хвилі.

$$k_1 = \frac{1}{2} \left[\sqrt[3]{-\frac{r}{2} + \sqrt{L}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} - \sqrt{L}} - \frac{2}{3}Q - 4c \right]^{1/2} - \frac{1}{2} \left[\sqrt[3]{-\frac{r}{2} + \sqrt{L}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} - \sqrt{L}} - \frac{2}{3}Q \right]^{1/2}, \quad (3.6)$$

$$k'_1 = \frac{1}{2} \left[\sqrt[3]{-\frac{r}{2} + \sqrt{L}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} - \sqrt{L}} - \frac{2}{3}Q - 4c \right]^{1/2} + \frac{1}{2} \left[\sqrt[3]{-\frac{r}{2} + \sqrt{L}} + \sqrt[3]{-\frac{r}{2} - \sqrt{L}} - \frac{2}{3}Q \right]^{1/2}, \quad (3.7)$$

де введено наступні позначення $r = -2Q^3/27 + 8QC/3 - B^2$, $L = (r/2)^2 + (p/3)^3$, $p = -Q^2/3 - 4C$, $c = 0.5 \left[\left(-r/2 + \sqrt{L} \right)^{1/3} - \left(r/2 + \sqrt{L} \right)^{1/3} + Q/3 \right] - B \left[\left(-r/2 + \sqrt{L} \right)^{1/3} - \left(r/2 + \sqrt{L} \right)^{1/3} - 2Q/3 \right]^{-1/2}$, $B = -4\omega D (\gamma\alpha^2 M_0^3)^{-1}$, $Q = 2\alpha^{-1} \left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta + 2\pi \right) - 4D^2\alpha^{-2}M_0^{-4}$, $C = \alpha^{-2} \left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta \right)^2 + 4\pi\alpha^{-2} \left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta \right) - \omega^2 (\alpha\gamma M_0)^{-2}$.

Такий вигляд має позитивний дійсний корінь дисперсійного співвідношення для спінової хвилі, що пройшла:

$$k_2 = \left[\frac{1}{\alpha} \sqrt{4\pi^2 + \left(\frac{\omega}{\gamma M_0} \right)^2} - \frac{1}{\alpha} \left(\frac{H_0^{(i)}}{M_0} + \beta + 2\pi \right) \right]^{1/2}. \quad (3.8)$$

Наступна умова повинна бути виконана: $\omega > \gamma M_0 \left[\left(H_0^{(i)}/M_0 + \beta + 2\pi \right)^2 - 4\pi^2 \right]^{1/2}$.

З граничних умов (3.1) випливає, що $\omega_1^{(i)} = \omega_1^{(r)} = \omega_2^{(t)} = \omega$.

Підставляючи малі відхилення намагніченості від основного стану, можна записати граничні умови (3.1) для випадку, якщо в першому феромагнетику є ненульова ВДМ, а в другому відсутня ВДМ

$$\begin{cases} \left(\alpha \frac{\partial m_{1x}}{\partial x} - Am_{2x} + Am_{1x} - \frac{D}{M_0^2} m_{1y} \right) \Big|_{x=0} = 0, \\ \left(\alpha \frac{\partial m_{1y}}{\partial x} - Am_{2y} + Am_{1y} + \frac{D}{M_0^2} m_{1x} \right) \Big|_{x=0} = 0, \\ \left(\alpha \frac{\partial m_{2x}}{\partial x} + Am_{1x} - Am_{2x} \right) \Big|_{x=0} = 0, \\ \left(\alpha \frac{\partial m_{2y}}{\partial x} + Am_{1y} - Am_{2y} \right) \Big|_{x=0} = 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

Підставивши складові намагніченості (3.2), (3.3) у граничні умови (3.9), отримали такі рівняння:

$$\begin{cases} \left(\alpha k_1^{(i)} - \frac{D}{M_0^2} \right) A_0 \cos \varphi_1^{(i)} - \left(\alpha k_1^{(r)} + \frac{D}{M_0^2} \right) R \cos \varphi_1^{(r)} \\ + A \left(A_0 \sin \varphi_1^{(i)} + R \sin \varphi_1^{(r)} \right) = 0, \\ \left(\alpha k_1^{(i)} - \frac{D}{M_0^2} \right) A_0 \sin \varphi_1^{(i)} - \left(\alpha k_1^{(r)} + \frac{D}{M_0^2} \right) R \sin \varphi_1^{(r)} \\ - A \left(A_0 \cos \varphi_1^{(i)} + R \cos \varphi_1^{(r)} \right) + AA_2 = 0, \\ \alpha k_2 A_2 + A \left(A_0 \sin \varphi_1^{(i)} + R \sin \varphi_1^{(r)} \right) = 0, \\ AA_2 - A \left(A_0 \cos \varphi_1^{(i)} + R \cos \varphi_1^{(r)} \right) = 0. \end{cases} \quad (3.10)$$

3.4. Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль на інтерфейсі між феромагнітними пластинами із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія

Вираз для квадрата коефіцієнта відбиття \tilde{R}^2 отримано із системи (3.9) для випадку, якщо в першому феромагнетику ВДМ відмінна від нуля, а в другому – відсутня ВДМ.

$$\tilde{R}^2 = \frac{A^2 (\alpha k^{(i)} - \alpha k^{(t)} - D/M_0^2)^2 + (\alpha k^{(t)})^2 (\alpha k^{(i)} - D/M_0^2)^2}{A^2 (\alpha k^{(r)} + \alpha k^{(t)} + D/M_0^2)^2 + (\alpha k^{(t)})^2 (\alpha k^{(r)} + D/M_0^2)^2}, \quad (3.11)$$

Вираз для квадрата коефіцієнта проходження \tilde{A}_2^2 має вигляд, який слідує із системи (3.9) для випадку, якщо в першому феромагнетику відмінна від нуля ВДМ, а в другому – відсутня ВДМ.

$$\tilde{A}_2^2 = \frac{(A\alpha (k^{(i)} + k^{(r)}))^2}{A^2 (\alpha k^{(r)} + \alpha k^{(t)} + D/M_0^2)^2 + (\alpha k^{(t)})^2 (\alpha k^{(r)} + D/M_0^2)^2}. \quad (3.12)$$

Поширення спінової хвилі із першого феромагнетику без ВДМ до другого з ВДМ описано в [36]. Отримано вирази для квадрата коефіцієнта відбиття та квадрата коефіцієнта проходження [36].

$$\tilde{R}^2 = \frac{A^2 (\alpha k^{(i)} - \alpha k^{(t)} + D/M_0^2)^2 + (\alpha k^{(t)})^2 (\alpha k^{(i)} + D/M_0^2)^2}{A^2 (\alpha k^{(r)} + \alpha k^{(t)} - D/M_0^2)^2 + (\alpha k^{(t)})^2 (\alpha k^{(r)} - D/M_0^2)^2}, \quad (3.13)$$

$$\tilde{A}_2^2 = \frac{(2A\alpha k^{(i)})^2}{A^2 (\alpha k^{(r)} + \alpha k^{(t)} - D/M_0^2)^2 + (\alpha k^{(t)})^2 (\alpha k^{(r)} - D/M_0^2)^2}. \quad (3.14)$$

Для Pu та YIG представлено залежності коефіцієнта проходження спінової хвилі \tilde{A}_2^2 та коефіцієнта відбиття \tilde{R}^2 від константи ВДМ D . Таблиця 2.1 із параметрами феромагнетиків наведена у 2 розділі пункт 4. В тому ж пункті детально обґрунтовано вибір діапазонів параметрів A , D та ω для наведених нижче графіків.

На рисунках 3.2-3.17 наведені залежності коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для різних значень параметра обмінної взаємодії A та значень частоти ω . Криві побудовано для випадку $k^{(i)} = k_1$, $k^{(r)} = k'_1$, $k^{(t)} = k_2$ (а) (Рис. 3.17 (а)), $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$,

$k^{(t)} = k'_1$ (b) (Рис. 3.№ (c)) і $k^{(i)} = k'_1, k^{(r)} = k_1, k^{(t)} = k_2$ (c) (Рис. 3 (b)),
 $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k_1$ (d) (Рис. 3№ (d)).

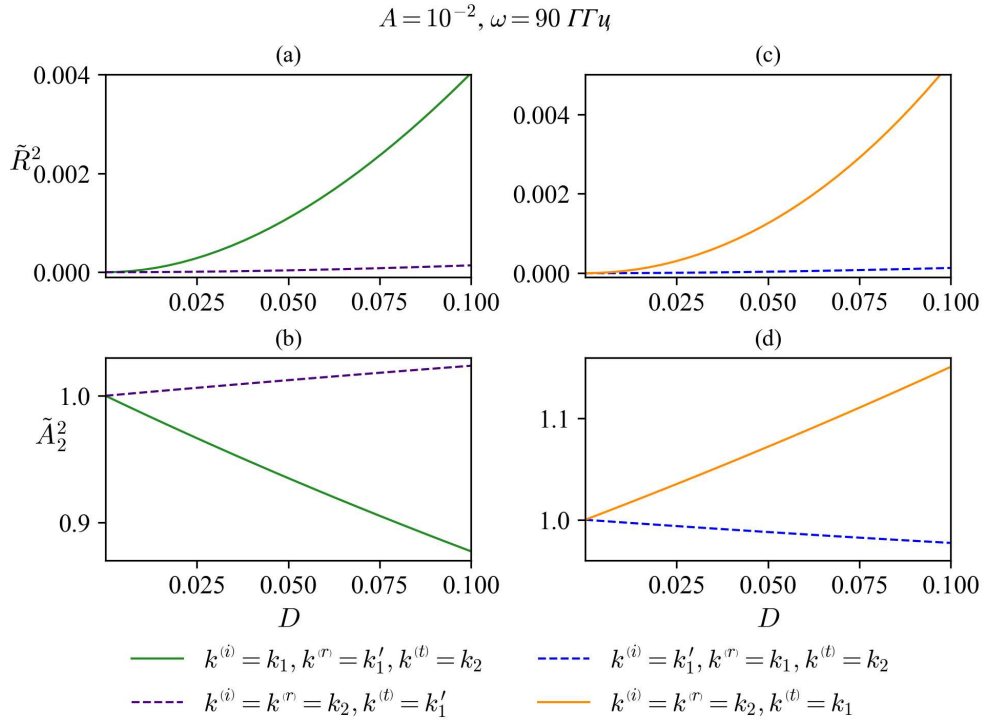


Рис.3.2. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для Pu . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 90$ ГГц. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-2}$ см.

На рисунках 3.2-3.5 досліджено залежності коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 для частот $\omega = 95$ ГГц для Ni , $\omega = 90$ ГГц для YIG , $\omega = 1200$ ГГц для $LaCo$, $\omega = 90$ ГГц для Pu , величина параметра обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками A залишається фіксованою 10^{-2} см.

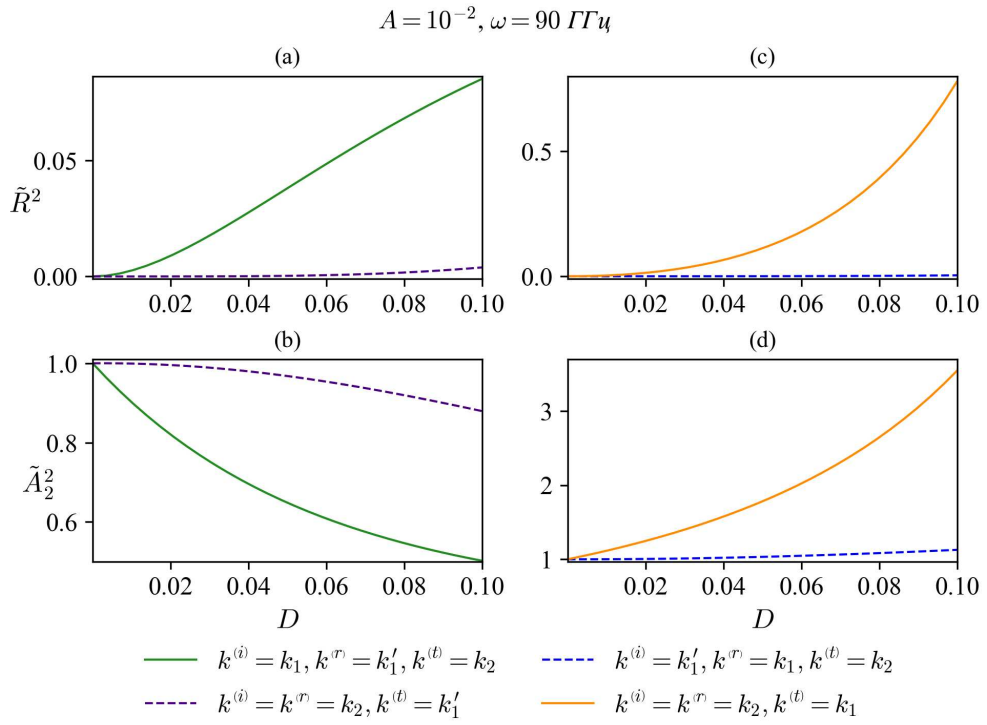


Рис.3.3. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для YIG . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 90 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-2} \text{ см}$.

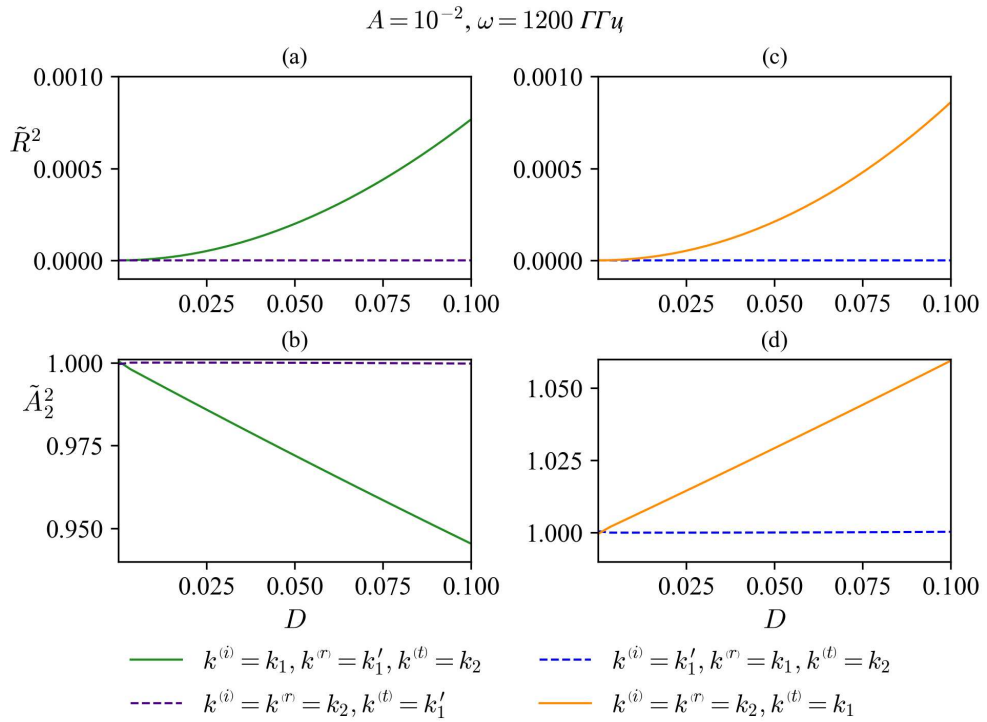


Рис.3.4. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для $LaCo$. Криві побудовано для значення частоти $\omega = 1200 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-2} \text{ см}$.

Для дослідження залежності коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від частоти ω при параметрі обмінної взаємодії $A = 10^{-2} \text{ см}$ на рисунках 3.6-3.9 будуємо графіки для наступних значеннях частоти: $\omega = 120 \text{ ГГц}$ для Ni , YIG , Pu та $\omega = 1500 \text{ ГГц}$ для $LaCo$.

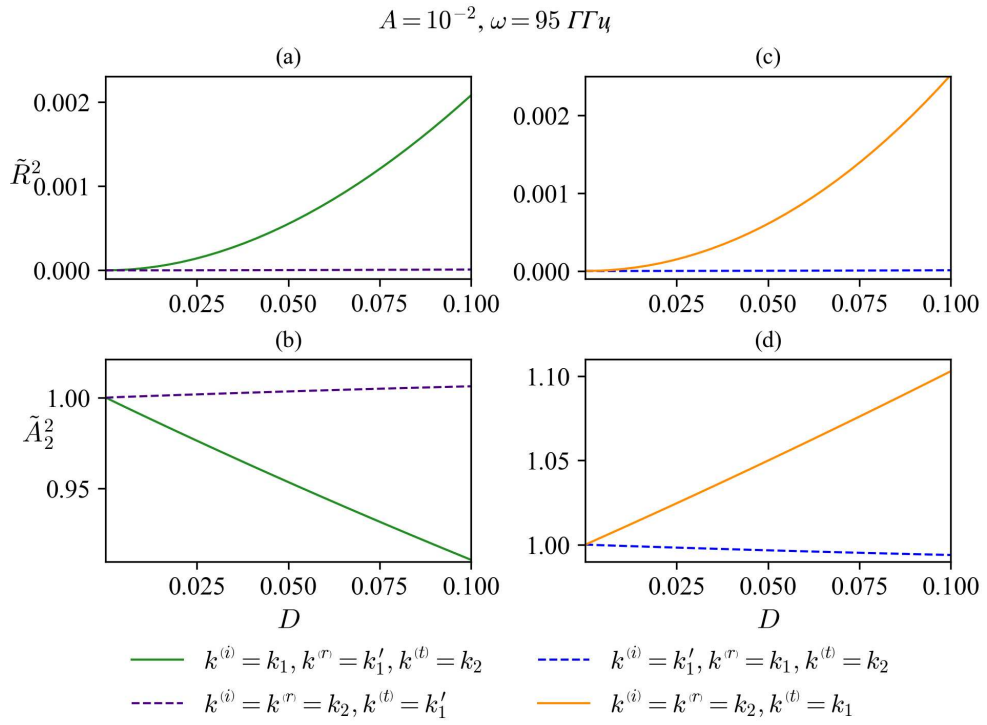


Рис.3.5. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для Ni . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 95 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-2} \text{ см}$.

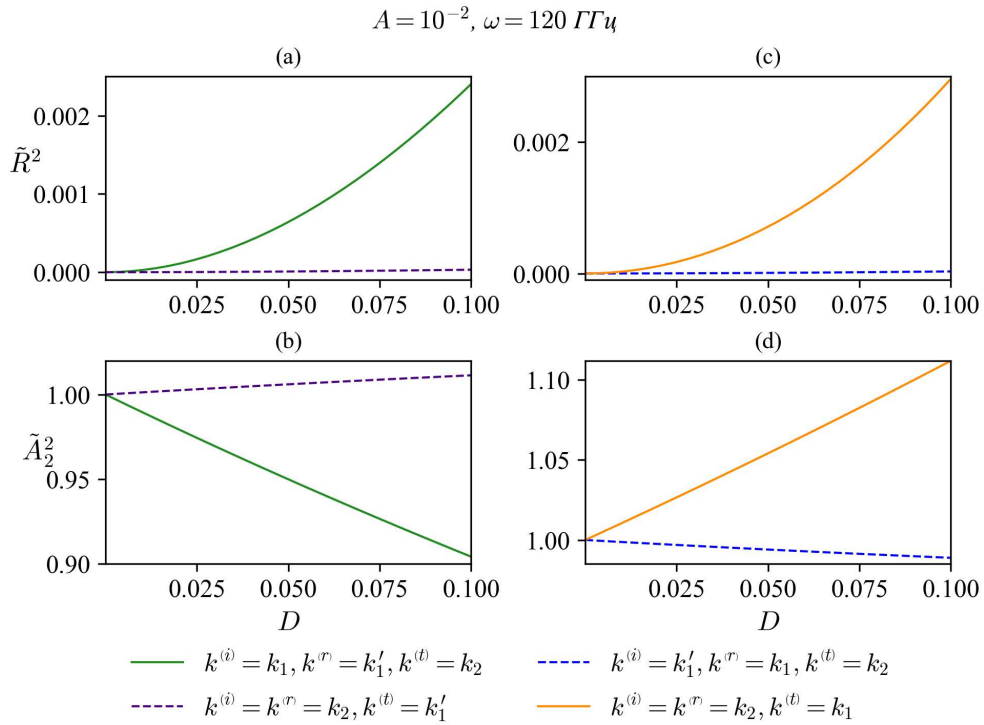


Рис.3.6. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для Py . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-2} \text{ см}$.

Параметр ВДМ D змінюється від 0 до 10^{-1} . Потрібно відмітити, що коефіцієнт проходження \tilde{A}_2^2 для випадків $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k'_1$ та $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k_1$ набуває значень, які перевищують 1 для Py . Можемо також бачити, що для випадків $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k'_1$ та $k^{(i)} = k'_1, k^{(r)} = k_1, k^{(t)} = k_2$ коефіцієнт відбиття \tilde{R}^2 можна вважати рівним або досить близьким до 0. Тоді як коефіцієнт проходження \tilde{A}_2^2 для вищеназваних випадків набуває значення 1.

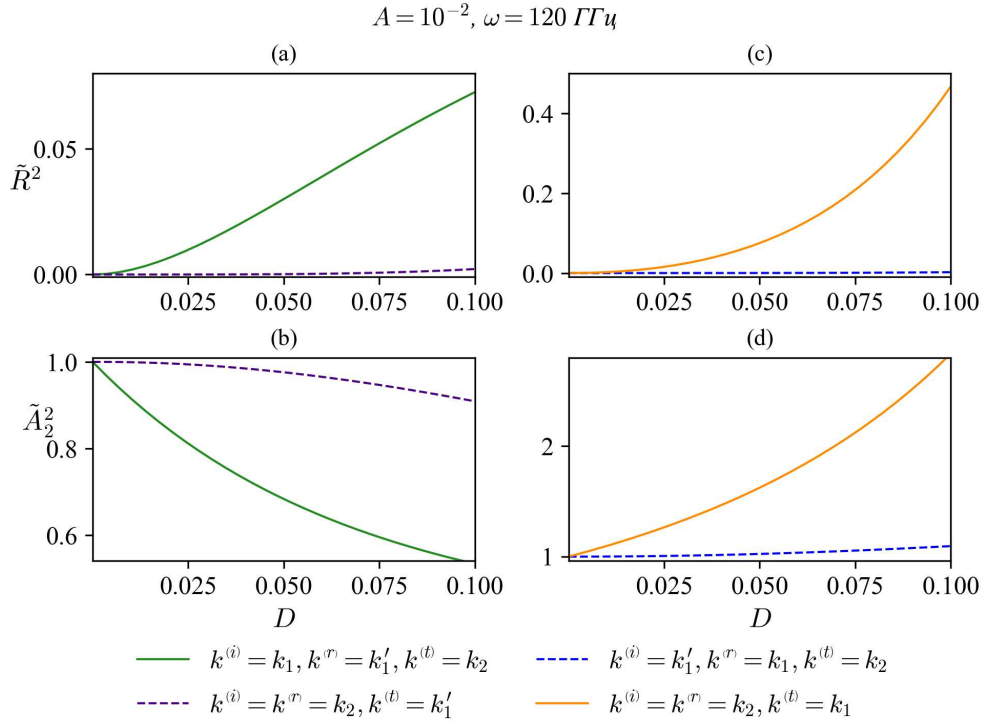


Рис.3.7. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для YIG . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-2} \text{ см}$.

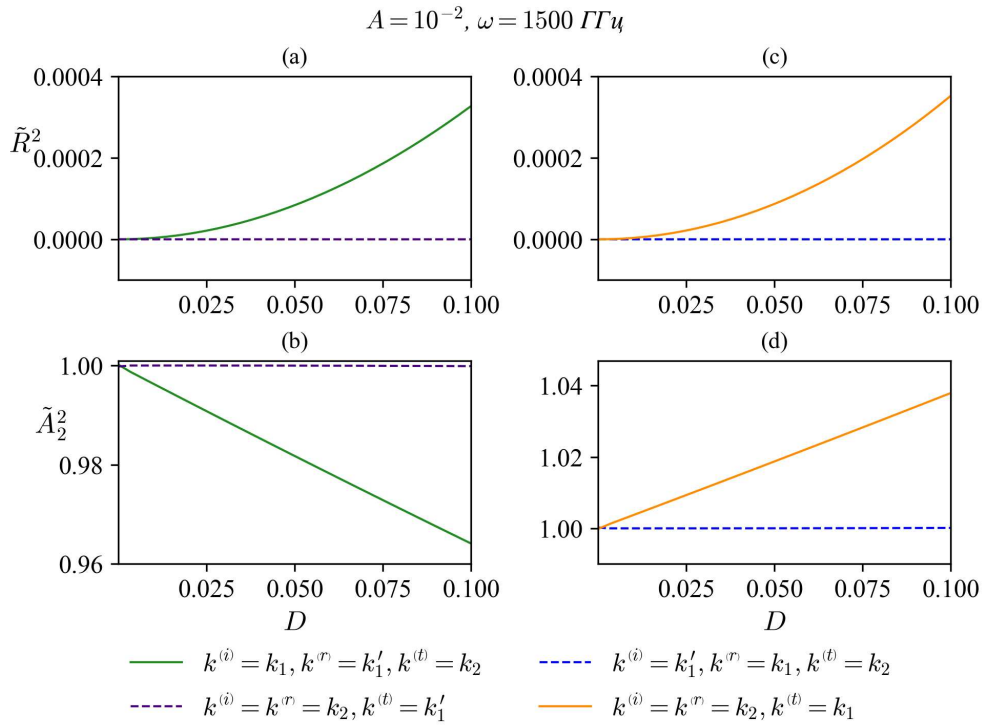


Рис.3.8. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для $LaCo$. Криві побудовано для значення частоти $\omega = 1500$ ГГц. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-2}$ см.

При збільшенні частоти коефіцієнт відбиття \tilde{R}^2 для випадків $k^{(i)} = k_1$, $k^{(r)} = k'_1$, $k^{(t)} = k_2$ та $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k_1$ зростає повільніше, ніж для нижчої частоти. Далі на рисунках 3.10-3.17 показано, що інтенсивність спінових хвиль знижується через те, що величину параметра обмінної взаємодії зменшуємо, що справедливо для композитного інтерфейсу, що містить шар немагнітного матеріалу з обмінною взаємодією РККІ (взаємодія Рудемана-Кіттеля-Косуя-Іосіди) через нього [95].

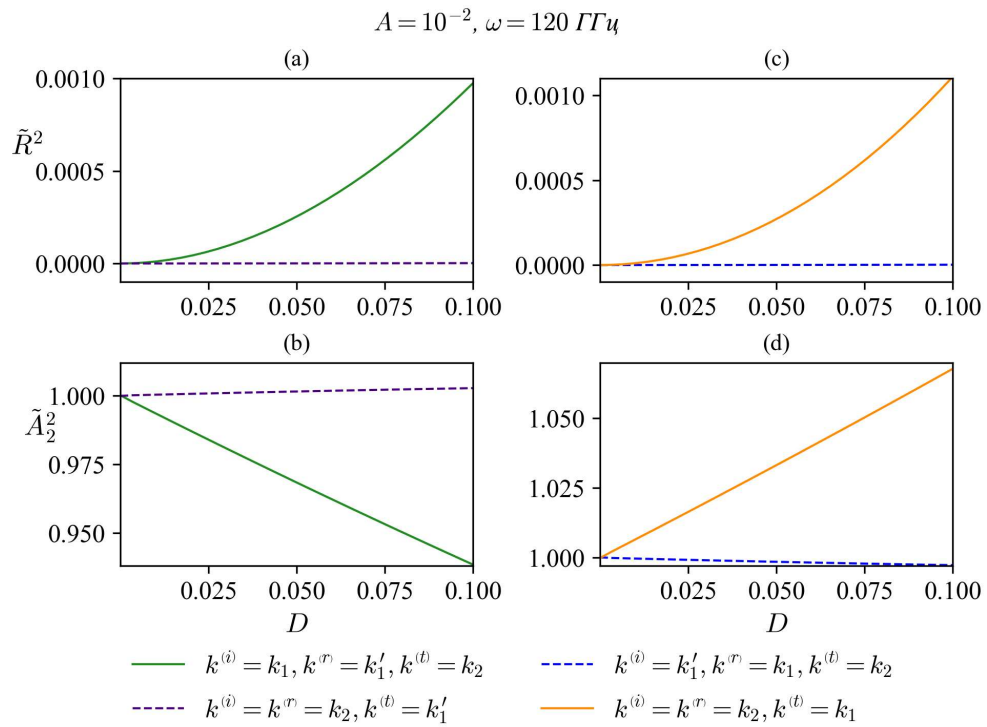


Рис.3.9. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для Ni . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120$ ГГц. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-2}$ см.

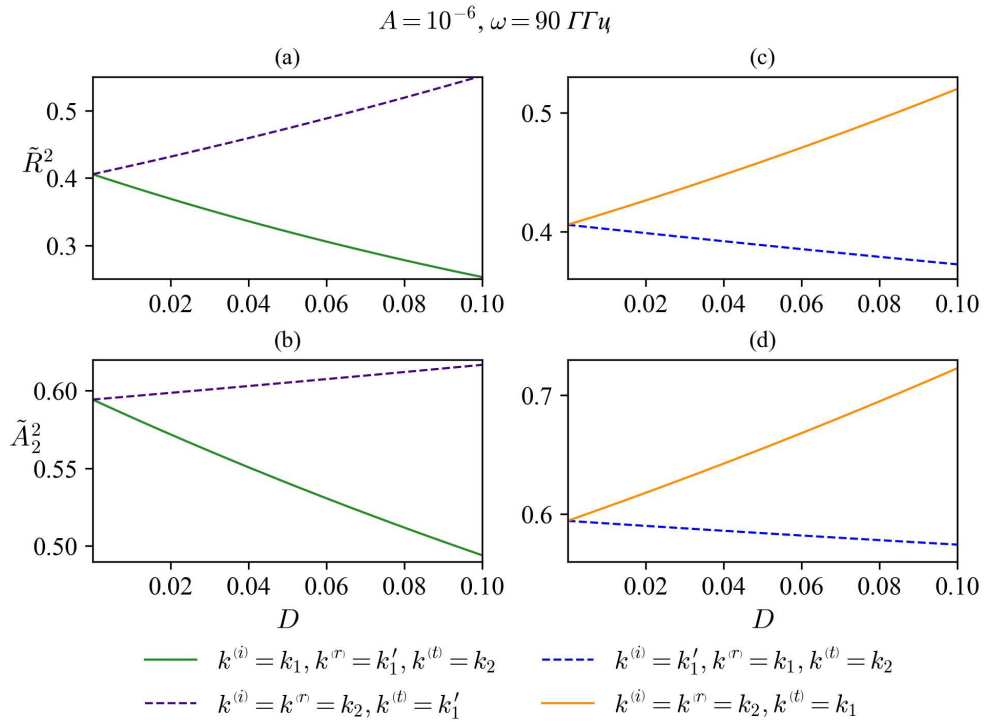


Рис.3.10. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для Pu . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-6} \text{ см}$.

На рисунках 3.10-3.13 досліджено залежності коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 для частот $\omega = 95 \text{ ГГц}$ для Ni , $\omega = 90 \text{ ГГц}$ для YIG , $\omega = 1200 \text{ ГГц}$ для $LaCo$, $\omega = 90 \text{ ГГц}$ для Pu .

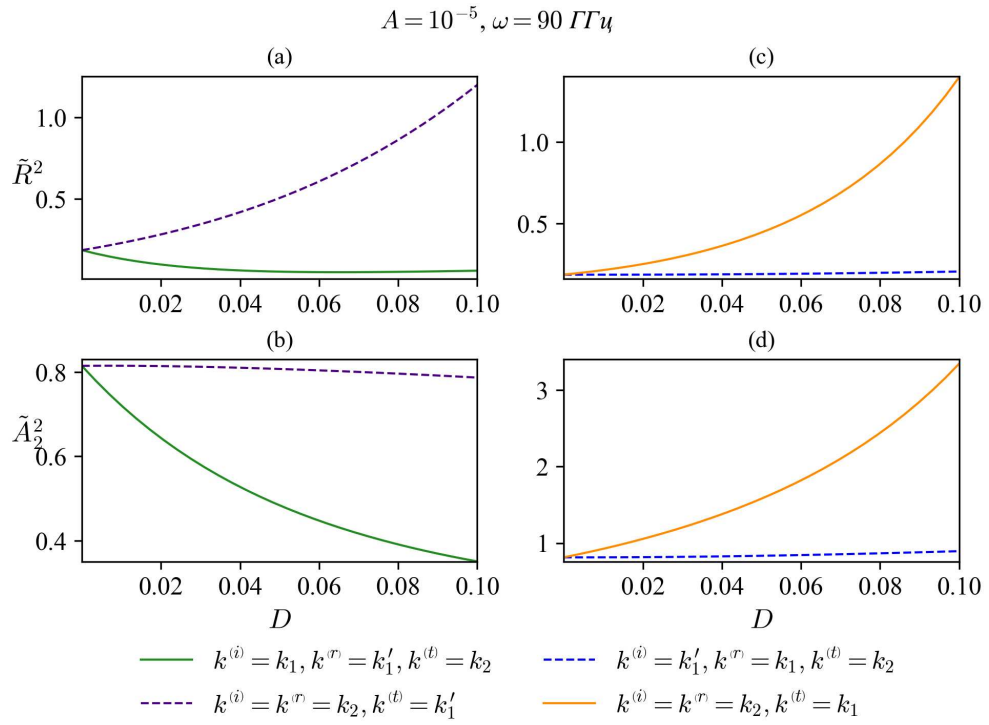


Рис.3.11. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для YIG . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 90 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-5} \text{ см}$.

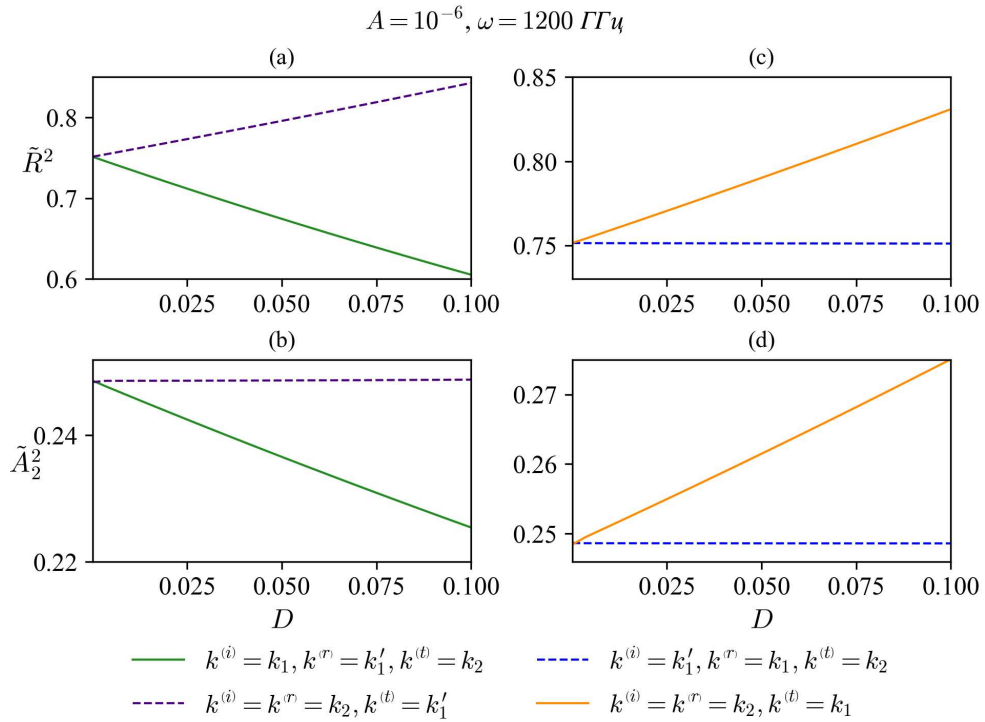


Рис.3.12. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для $LaCo$. Криві побудовано для значення частоти $\omega = 1200 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-6} \text{ см}$.

При зменшенні параметра обмінної взаємодії спостерігаємо зміщення кривих, тобто, якщо криві для коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 зростали від 0 до якогось максимального значення для $A = 10^{-2} \text{ см}$, то для $A = 10^{-6} \text{ см}$ бачимо точку мінімального значення 0.4 для частоти $\omega = 90 \text{ ГГц}$ та 0.58 для частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$ (Pu). Для коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 характерні початкові значення 1 для $A = 10^{-2} \text{ см}$ та 0.58 при частоті $\omega = 90 \text{ ГГц}$ та 0.43 при частоті $\omega = 120 \text{ ГГц}$ для $A = 10^{-6} \text{ см}$.

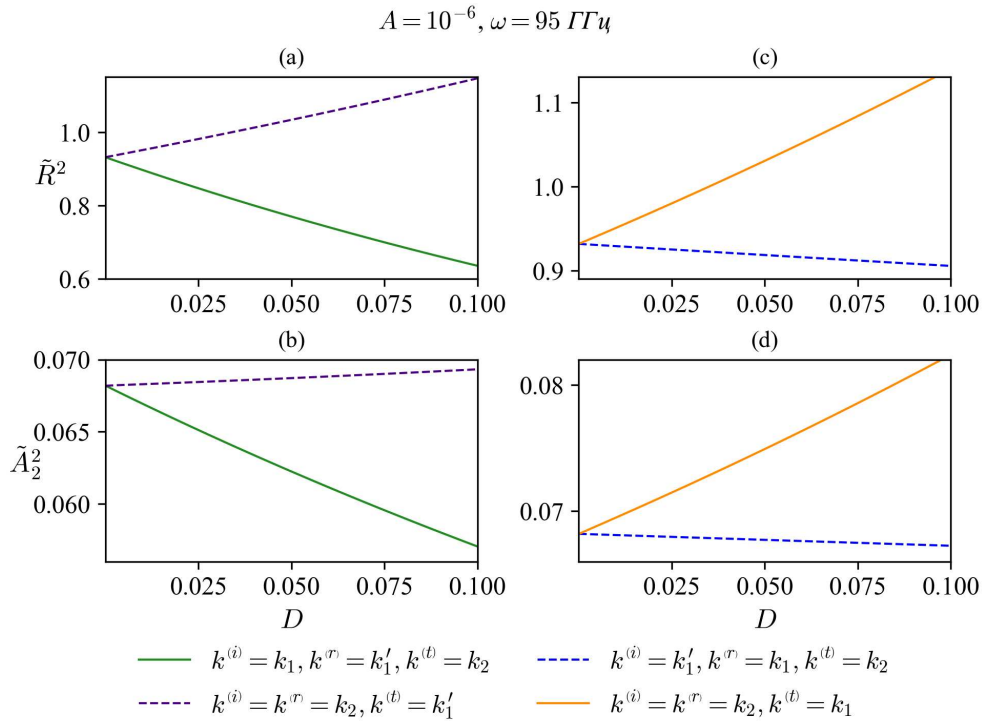


Рис.3.13. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для Ni . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 95$ ГГц. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-6}$ см.

Для випадку $k^{(i)} = k_1, k^{(r)} = k'_1, k^{(t)} = k_2$ та $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k_1$ коефіцієнт відбиття \tilde{R}^2 зростає із збільшенням параметра ВДМ D при $A = 10^{-2}$ см. При зменшенні величини параметра обмінної взаємодії $A = 10^{-6}$ см коефіцієнт відбиття \tilde{R}^2 зростає для випадків $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k'_1$ та $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k_1$.

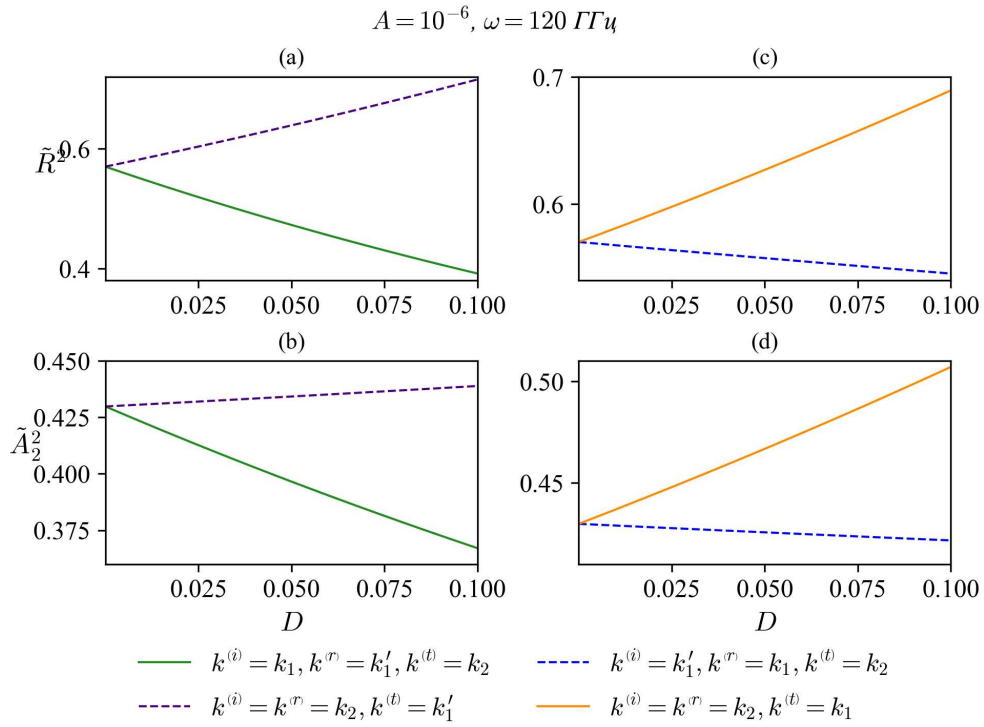


Рис.3.14. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для Py . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-6} \text{ см}$.

Для порівняння на рисунках 3.14-3.17 будуємо графіки для вищих значеннях частоти: $\omega = 120 \text{ ГГц}$ для Ni , YIG , Py та $\omega = 1500 \text{ ГГц}$ для $LaCo$. Для випадку $k^{(i)} = k_1, k^{(r)} = k'_1, k^{(t)} = k_2$ та $k^{(i)} = k'_1, k^{(r)} = k_1, k^{(t)} = k_2$ величина коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 зменшується із збільшенням параметра ВДМ D (Py).

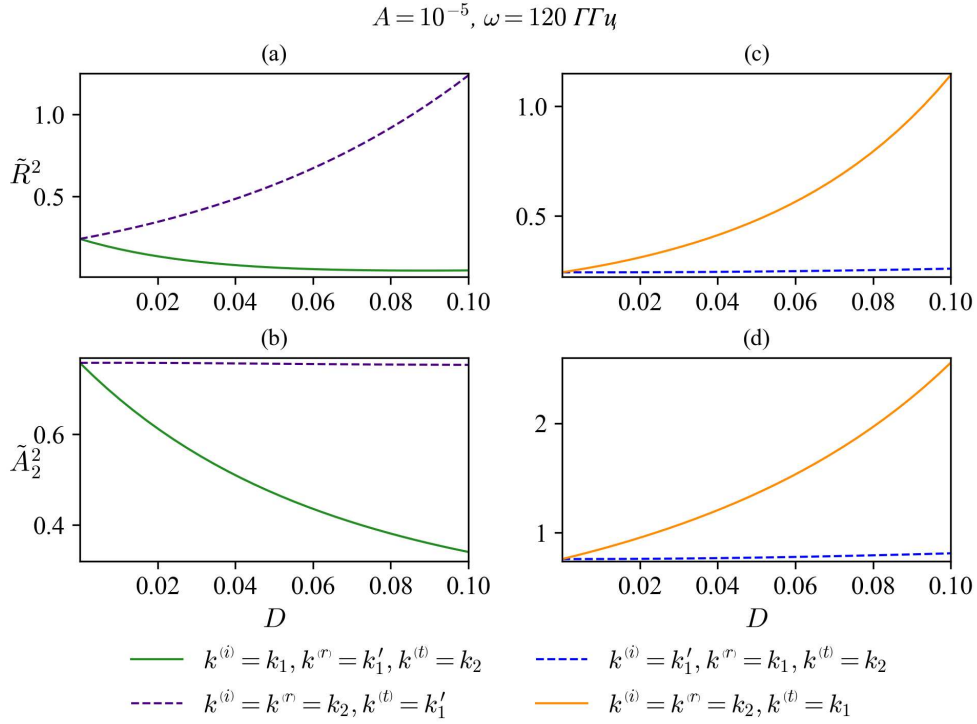


Рис.3.15. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для YIG . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-5} \text{ см}$.

Для Ni справеливі всі твердження, які було прописано для Pu для параметрів $\omega = 90 \text{ ГГц}$ та $A = 10^{-2} \text{ см}$, крім того, що для менших значень обмінної константи ($A = 10^{-6} \text{ см}$) бачимо, що початкові значення кривих будуть 0.9 та 0.69 у випадку $k^{(i)} = k_1, k^{(r)} = k'_1, k^{(t)} = k_2$ та $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k'_1$, $\tilde{R}^2 = 0.93$ та $\tilde{A}_2^2 = 0.066$ для $\omega = 95 \text{ ГГц}$ та $\tilde{R}^2 = 0.97$ та $\tilde{A}_2^2 = 0.039$ для $\omega = 120 \text{ ГГц}$ у випадку $k^{(i)} = k'_1, k^{(r)} = k_1, k^{(t)} = k_2$ (с) (Рис. 3 (b)), $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k_1$.

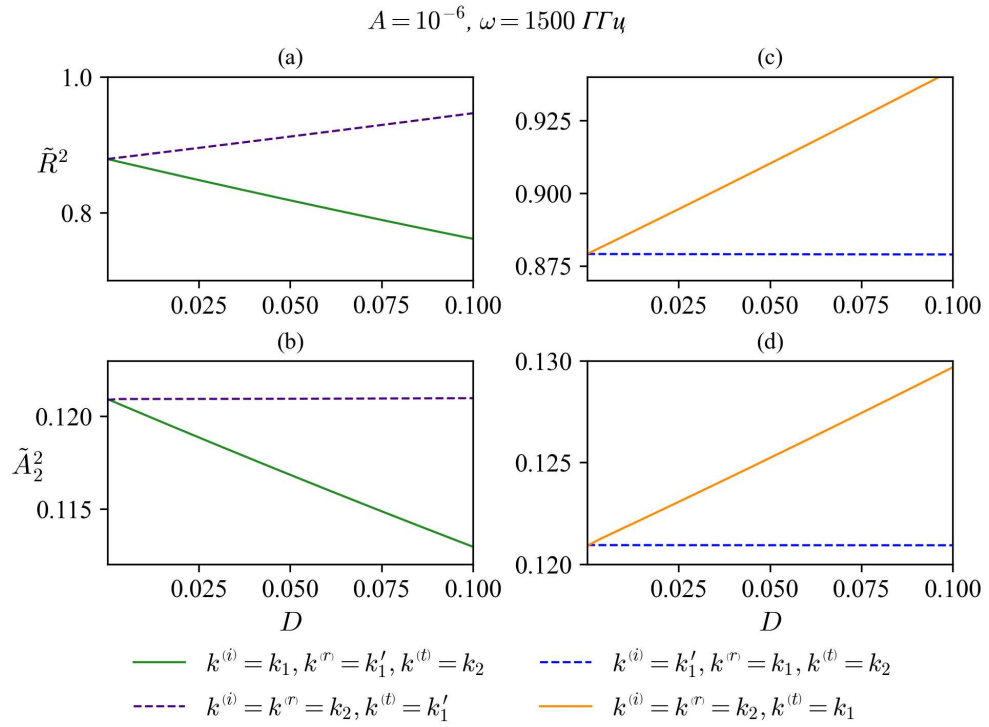


Рис.3.16. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для $LaCo$. Криві побудовано для значення частоти $\omega = 1500 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-6} \text{ см}$.

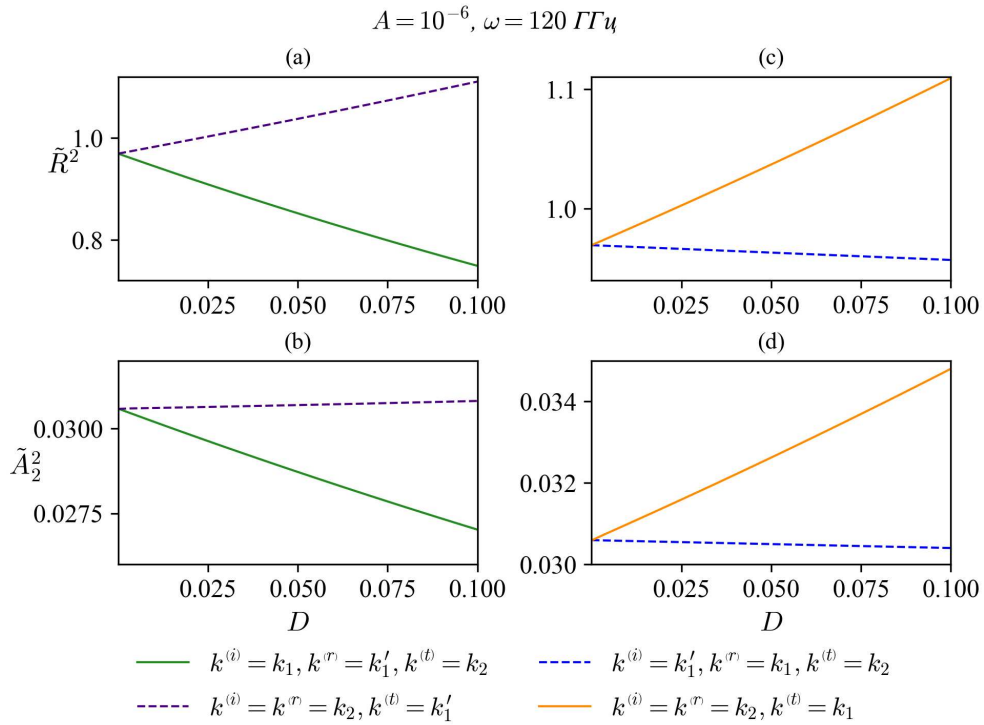


Рис.3.17. Залежність коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 від параметра ВДМ D для Ni . Криві побудовано для значення частоти $\omega = 120 \text{ ГГц}$. Параметр обмінної взаємодії на інтерфейсі між ферромагнетиками $A = 10^{-6} \text{ см}$.

Для YIG відмітимо цікаву особливість, що для випадку $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k'_1$ для $\omega = 90 \text{ ГГц}$ та $A = 10^{-2} \text{ см}$ коефіцієнт проходження \tilde{A}_2^2 спадає, не перевищуючи значення 1, на відміну від таких самі залежностей для трьох інших матеріалів. Для випадку $k^{(i)} = k'_1$, $k^{(r)} = k_1$, $k^{(t)} = k_2$ для коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 спостерігаємо незначне зростання при збільшенні параметра ВДМ D для всіх матеріалів. При $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k_1$ коефіцієнт проходження \tilde{A}_2^2 виходить з 1 та сягає значень 3. Для цього випадку характерне зростання величин коефіцієнту відбиття \tilde{R}^2 та коефіцієнту проходження \tilde{A}_2^2 при збільшенні параметра ВДМ D для всіх чотирьох матеріалів.

3.5. Умова неперервності потоку енергії спінової хвилі на інтерфейсі між феромагнітними пластинами із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія

Густина енергії феромагнетика з ВДМ має даний вигляд [26]:

$$w = F_j \left(\vec{M}_j, \frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x} \right) - \left(\vec{M}_j \cdot \vec{H}^{(e)} \right) + \frac{1}{8\pi} \left(\vec{H}_j^{(m)} \right)^2, \quad (3.15)$$

Функція F_j з \vec{M}_j і $\frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x}$ має наступний вигляд [26]:

$$\begin{aligned} F_j \left(\vec{M}_j, \frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x} \right) = & \frac{\alpha_j}{2} \left(\frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x} \right)^2 - \frac{\beta_j}{2} \left(\vec{M}_j \cdot \vec{n} \right) \\ & - \frac{D_j}{M_{0i}^2} \left[\vec{e}_z \left(\vec{M}_j \times \frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x} \right) - \vec{e}_x \left(\vec{M}_j \times \frac{\partial \vec{M}_j}{\partial z} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.16)$$

Вектор Пойнтінга за відсутності електричного поля [26] запишемо у вигляді:

$$\vec{\Pi}_k = - \frac{\partial \vec{M}_j}{\partial t} \frac{\partial F_j}{\partial \left(\frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x_k} \right)}. \quad (3.17)$$

(3.20)

Тоді за умови неперервності нормальної складової густини потоку енергії на поверхні феромагнетика $\vec{\Pi}_- \cdot \vec{e}_z = \vec{\Pi}_+ \cdot \vec{e}_z$ отримаємо вираз, який запишеться як:

$$\begin{aligned} & \alpha_2 \tilde{A}_2^2 k^{(t)} + \alpha_1 \left[\tilde{R}^2 k^{(r)} - k^{(i)} + \right. \\ & \quad \left. + \tilde{R} \left(k^{(r)} - k^{(i)} \right) \cos \left(\varphi^{(i)} - \varphi^{(r)} \right) \right] \\ & = \frac{D_2}{M_{02}^2} \tilde{A}_2^2 - \frac{D_1}{M_{01}^2} \left[1 + \tilde{R}^2 + 2\tilde{R} \cos \left(\varphi^{(i)} - \varphi^{(r)} \right) \right]. \end{aligned} \quad (3.18)$$

У випадку, якщо перший феромагнетик має ненульове значення коефіцієнту ВДМ $D_1 = D$, а у другому феромагнетику ВДМ відсутня $D_2 = 0$, умова має вигляд:

$$\begin{aligned} & \alpha \left[\tilde{A}_2^2 k^{(t)} + \tilde{R}^2 k^{(r)} - k^{(i)} + \right. \\ & \quad \left. + \tilde{R} \left(k^{(r)} - k^{(i)} \right) \cos \left(\varphi^{(i)} - \varphi^{(r)} \right) \right] \\ & = -\frac{D}{M_0^2} \left[1 + \tilde{R}^2 + 2\tilde{R} \cos \left(\varphi^{(i)} - \varphi^{(r)} \right) \right], \end{aligned} \quad (3.19)$$

де

$$\begin{aligned} \cos \left(\varphi^{(i)} - \varphi^{(r)} \right) & = \left[A^2 \left(\alpha k^{(i)} - \alpha k^{(t)} - D/M_0^2 \right) \left(\alpha k^{(r)} + \alpha k^{(t)} + D/M_0^2 \right) \right. \\ & \quad \left. + \left(\alpha k^{(t)} \right)^2 \left(\alpha k^{(r)} + D/M_0^2 \right) \left(\alpha k^{(i)} - D/M_0^2 \right) \right] \\ & \quad \left[\left(A^2 \left(\alpha k^{(r)} + \alpha k^{(t)} + D/M_0^2 \right)^2 + \left(\alpha k^{(t)} \right)^2 \left(\alpha k^{(r)} + D/M_0^2 \right)^2 \right) \right. \\ & \quad \left. \left(A^2 \left(\alpha k^{(i)} - \alpha k^{(t)} - D/M_0^2 \right)^2 + \left(\alpha k^{(t)} \right)^2 \left(\alpha k^{(i)} - D/M_0^2 \right)^2 \right) \right]^{-1/2} \end{aligned}$$

Коефіцієнти проходження та відбивання спінової хвилі \tilde{A}_2 і \tilde{R} задовольняють умову неперервності нормальної компоненти вектора Пойнтінга на інтерфейсі.

Умову для квадрата коефіцієнта проходження, який більше за одиницю $\tilde{A}_2^2 > 0$, можна отримати для випадку поширення спінової хвилі із феромагнетика без ВДМ у феромагнетик із ВДМ

$$\begin{aligned} & \left[D^2/M_0^4 + \left(\alpha k^{(r)} \right)^2 - \alpha k^{(r)} D/M_0^2 \right] \left(A^2 + \left(\alpha k^{(t)} \right)^2 \right) \\ & \quad + 2A^2 \alpha^2 k^{(t)} k^{(r)} + 2A^2 \alpha k^{(t)} D/M_0^2 \\ & \quad + A^2 \left(\alpha k^{(t)} \right)^2 - 4 \left(A \alpha k^{(i)} \right)^2 < 0, \end{aligned} \quad (3.20)$$

Умову для квадрата коефіцієнта проходження, який більше за одиницю

$\tilde{A}_2^2 > 0$, можна отримати для випадку поширення спінової хвилі із феромагнетика із ВДМ у феромагнетик без ВДМ:

$$\begin{aligned}
 & D^2/M_0^4 \left(A^2 + \left(\alpha k^{(t)} \right)^2 \right) \\
 & + 2\alpha D/M_0^2 \left[A^2 \left(k^{(r)} + k^{(t)} \right) + k^{(r)} \left(\alpha k^{(t)} \right)^2 \right] \quad (3.21) \\
 & A^2 \alpha^2 \left(k^{(r)} + k^{(t)} \right)^2 + \left(\alpha^2 k^{(r)} k^{(t)} \right)^2 - A^2 \alpha^2 \left(k^{(i)} + k^{(r)} \right)^2 < 0.
 \end{aligned}$$

3.6. Ефекти невзаємності при розповсюдженні спінових хвиль через систему двох феромагнітних пластин із східчастою поверхневою взаємодією Дзялошинського-Морія

Випадок на рис. 3.18 (а) отримано підстановкою наступних значень коренів дисперсійних співвідношень (3.5) (3.7) $k^{(i)} = k_1$, $k^{(r)} = k'_1$, $k^{(t)} = k_2$ у формули (3.3), (3.4). Випадок на рис. 3.18 (b) отримано шляхом підстановки коренів дисперсійних співвідношень (3.5) (3.7) $k^{(i)} = k'_1$, $k^{(r)} = k_1$, $k^{(t)} = k_2$ у вирази (3.3), (3.4). Випадки на рис. 3.18 (c) і на рис. 3.18 (d) отримано в [36]. Випадок на рис. 3.18 (c) отримано підстановкою хвильових чисел $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k'_1$ у вирази (3.3), (3.4). І випадок на рис. 3.18 (d) був отриманий шляхом підстановки хвильових чисел $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k_1$ в (3.3) і (3.4).

1-ша система зображена на рис. 3.18, випадки (а і d), схематично показують поширення спінової хвилі у взаємно протилежних напрямках в 1-ій системі, що еквівалентно повороту 1-ої системи на кут 180° без зміни напрямку поширення спінової хвилі.

2-га система показана на рис. 3.18 (b і c). Як видно з рис. 3.18 (b), поворот феромагнетика, рис. 3.18 (а), на 180° вздовж OX дозволяє отримати 2-гу систему. На рис. 3.18 (b і c) схематично показано поширення спінової

хвилі у взаємно протилежних напрямках у 2-ій системі, що еквівалентно повороту 2-ої системи на кут 180° без зміни напрямку поширення спінової хвилі. Існує два типи ефектів невзаємності для спінової хвилі у феромагнетику зі східчастою ВДМ через дві можливі орієнтації вектора ВДМ (паралельно або антипаралельно осі OZ) у 1-ій та 2-ій системах. Очевидно, що подібним чином існує можливість виготовлення 4 нееквівалентних двошарових систем двох різних феромагнетиків з ВДМ/без ВДМ, а отже, 4 типів ефектів невзаємності в таких системах.

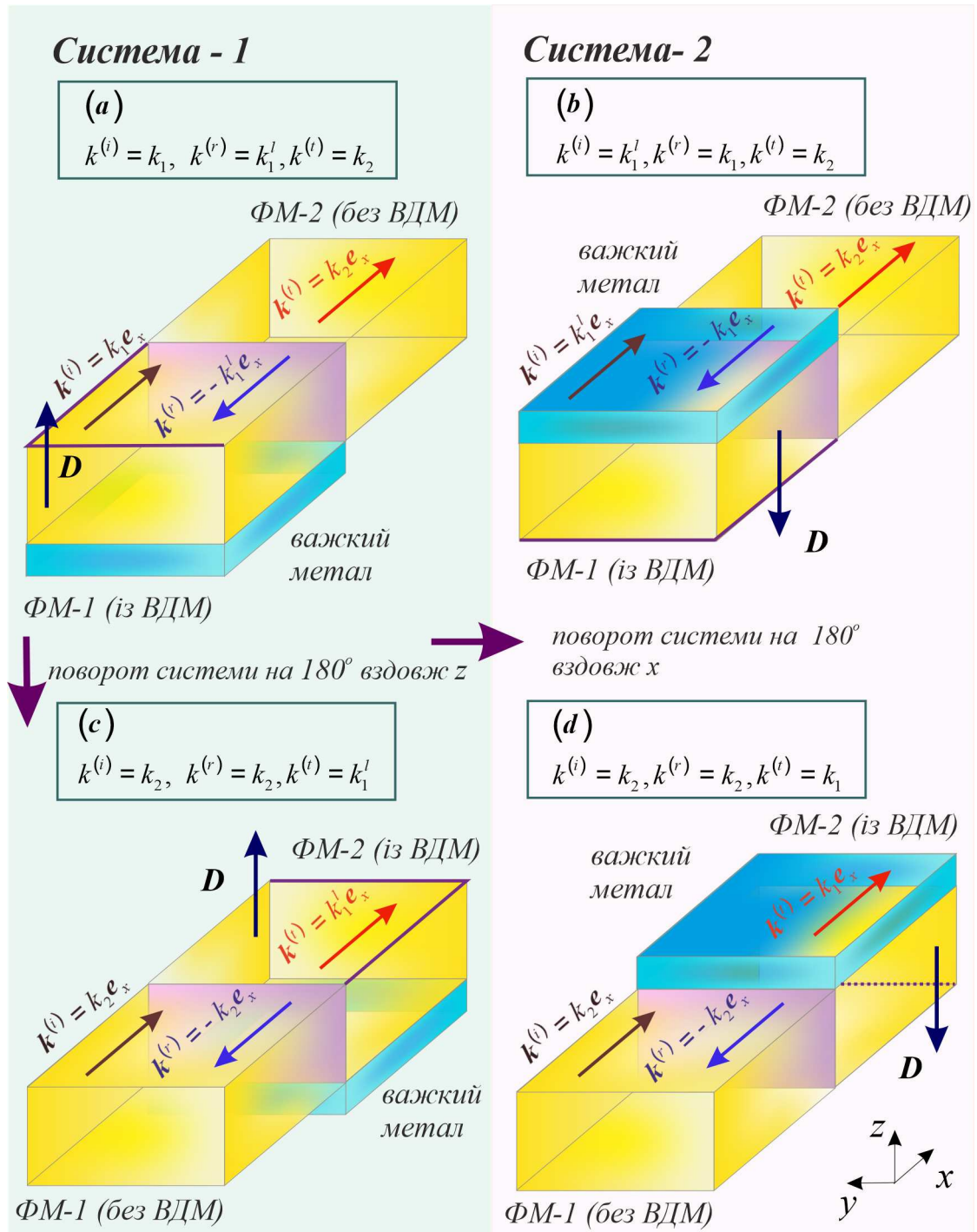


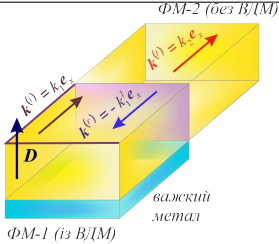
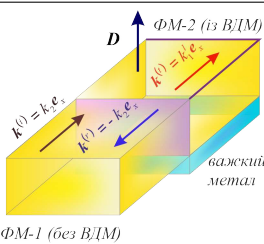
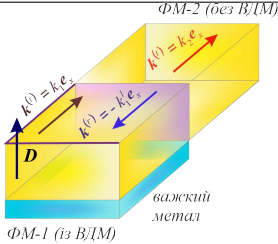
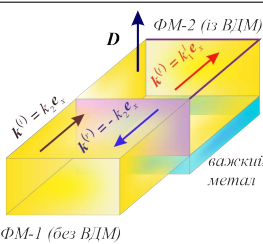
Рис. 3.18. Невзаємність спінових хвиль у ферромагнетику зі східчастою ВДМ. Випадок $k^{(i)} = k_1, k^{(r)} = k_1', k^{(t)} = k_2$ (а) і $k^{(i)} = k_1', k^{(r)} = k_1, k^{(t)} = k_2$ (б) представляє поширення спінової хвилі через ферромагнетик з ненульовою ВДМ у першому та без ВДМ у другому ферромагнетиках. Випадок $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k_1'$ (с) і $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k_1$ (д) представляє поширення спінової хвилі через ферромагнетик з нульовою ВДМ та із ненульовою ВДМ у другому ферромагнетику. Фіолетовий контур показує поворот ферромагнетика з ВДМ на 180° уздовж OZ або/та OX . Рожевий інтерфейс представляє область зі східчастою зміною ВДМ.

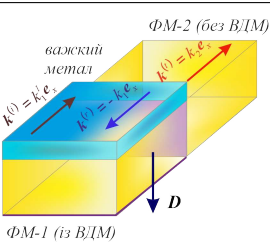
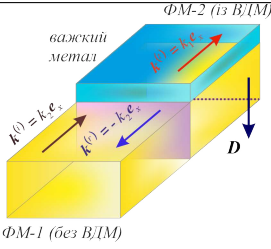
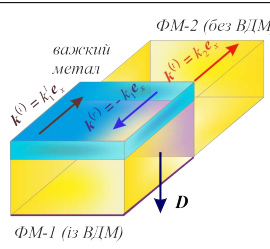
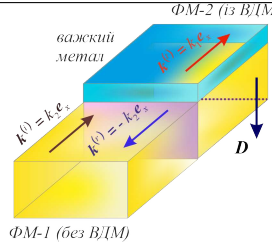
Коефіцієнт відбиття і проходження монотонно залежать від константи ВДМ в діапазоні D $[10^{-7}; 10^{-1}]$ Ерг /см² та діапазоні частот спінової хвилі ω $[14; 120]$ ГГц для YIG , ω $[59; 120]$ ГГц для Pu . Нижня частотна межа (14 ГГц , 59 ГГц) для кожного з матеріалів визначається на основі чисельного розрахунку частотного діапазону, в якому хвильові числа k_1 , k'_1 та k_2 ($k_1 < k_2 < k'_1$) є дійсними для спінової хвилі згідно з співвідношеннями (3.3), (3.4). Для всіх розглянутих матеріалів спостерігається слабка залежність \tilde{R}^2 і \tilde{A}_2^2 від частоти ω . \tilde{R}^2 і \tilde{A}_2^2 змінюються на тисячі відсотків у вказаному діапазоні частот, що дозволить створити пристрої спін-хвильової логіки із широким діапазоном застосувань, деякі з них, наприклад, описано в першому розділі даної роботи.

Абсолютне значення різниці між коефіцієнтом відбиття спінової хвилі, що поширюється вздовж осі OX , і коефіцієнтом відбиття, що поширюється антипаралельно осі OX , монотонно зростає зі збільшенням константи ВДМ для всіх систем і матеріалів, розглянутих у цій роботі. Для аналізу максимально ефекту невзаємності в діапазоні константи ВДМ від 0 до 10^{-1} Ерг /см², введемо наступні коефіцієнти. $r = \Delta \tilde{R}^2 \cdot 100\%$ є різницею між значеннями коефіцієнтів відбиття для констант ВДМ від 0 до 10^{-1} Ерг /см². $a = \Delta \tilde{A}_2^2 \cdot 100\%$ є різницею між коефіцієнтами проходження для констант ВДМ від 0 до 10^{-1} Ерг /см². Коефіцієнти Δr_J і Δa_J характеризують величину ефекту невзаємності для коефіцієнтів відбиття та проходження спінової хвилі для двох систем при значенні константи ВДМ $D = 10^{-1}$ Ерг /см². Індекс J нумерує окремий випадок із представлених на рис. 3.18 $J = 1$ для рис. 3.18 (а, с) або $J = 2$ для рис. 3.18 (b, d). Коефіцієнт Δr_1 – це різниця між значеннями коефіцієнтів відбиття для $k^{(i)} = k_1$, $k^{(r)} = k'_1$, $k^{(t)} = k_2$ (рис. 3.18 (а)) і $k^{(i)} = k'_1$, $k^{(r)} = k_1$, $k^{(t)} = k_2$ (рис. 3.18 (с)), що є 1-ою системою. І коефіцієнтом Δr_2 для $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k'_1$ (рис. 3.18 (b)), і $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k_1$ (рис. 3.18 (d)), тобто 2-га система. Параметр Δa_J – аналогічна різниця між значеннями коефіцієнтів проходження.

Для характеристики величини ефекту невзаємності введемо коефіцієнт невзаємності як відношення амплітуди спінової хвилі на протилежному хвильовому вектору за аналогією з підходом у роботі [99]. $NR_J^{(r)}$ – відношення максимального значення коефіцієнта відбиття до мінімального значення коефіцієнта відбиття для $k^{(i)} = k_1$, $k^{(r)} = k'_1$, $k^{(t)} = k_2$ (рис. 3.18 (a)) і $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k'_1$ (рис. 3.18 (c)), що є 1-ою системою, або для $k^{(i)} = k'_1$, $k^{(r)} = k_1$, $k^{(t)} = k_2$ (рис. 3.18 (b)) і $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2$, $k^{(t)} = k_1$ (рис. 3.18 (d)), тобто 2-га система. $NR_J^{(t)}$ аналогічно вводиться для коефіцієнта проходження.

Таблиця 3.1. Коефіцієнти r , a , Δr_J , Δa_J , $\Delta \tilde{a}_{24}$, $NR_J^{(r)}$, та $NR_J^{(t)}$ представлені для матеріалів Pu , YIG .

	Pu		YIG	
$A, \text{ см}$	 <p>Рис. 3.18 (а)</p>	 <p>Рис. 3.18 (с)</p>	 <p>Рис. 3.18 (а)</p>	 <p>Рис. 3.18 (с)</p>
10^{-2}	$r = -18\%$ $a = -115\%$ $\Delta r_1 = 0.3\%$, $\Delta a_1 = 12\%$ $NR_1^{(r)} = 29.4$, $NR_1^{(t)} = 1.1$	$r = -19\%$ $a = 70\%$	$r = 2\%$ $a = -43\%$ $\Delta r_1 = 3\%$, $\Delta a_1 = 28\%$ $NR_1^{(r)} = 259.8$, $NR_1^{(t)} = 1.4$	$r = -0.4\%$ $a = 10\%$
10^{-5}	$r = -19\%$ $a = -112\%$ $\Delta r_1 = 0.3\%$, $\Delta a_1 = 12\%$ $NR_1^{(r)} = 1.3$, $NR_1^{(t)} = 1.1$	$r = -19\%$ $a = 69\%$	$r = -49\%$ $a = -20\%$ $\Delta r_1 = 123\%$, $\Delta a_1 = 19\%$ $NR_1^{(r)} = 11.3$, $NR_1^{(t)} = 1.8$	$r = 74\%$ $a = 9\%$
10^{-6}	$r = -40\%$ $a = -25\%$ $\Delta r_1 = 31\%$, $\Delta a_1 = 9\%$ $NR_1^{(r)} = 1.9$, $NR_1^{(t)} = 1.2$	$r = -9\%$ $a = 41\%$	$r = -83\%$ $a = -0.4\%$ $\Delta r_1 = 222\%$, $\Delta a_1 = 0.4\%$ $NR_1^{(r)} = 14.3$, $NR_1^{(t)} = 2.1$	$r = 139\%$ $a = 0.2\%$

	Py		YIG	
	 Рис. 3.18 (а)	 Рис. 3.18 (с)	 Рис. 3.18 (а)	 Рис. 3.18 (с)
10^{-2}	$r = -19\%$ $a = -107\%$ $\Delta r_2 = 0.3\%, \Delta a_2 = 14\%$ $NR_2^{(r)} = 38.6, NR_2^{(t)} = 1.1$	$r = -18\%$ $a = 80\%$	$r = -0.4\%$ $a = -11\%$ $\Delta r_2 = 6.5\%, \Delta a_2 = 55\%$ $NR_2^{(r)} = 628.3, NR_2^{(t)} = 1.5$	$r = 6\%$ $a = 69\%$
10^{-5}	$r = -19\%$ $a = -103\%$ $\Delta r_2 = 0.6\%, \Delta a_2 = 14\%$ $NR_2^{(r)} = 1.6, NR_2^{(t)} = 1.2$	$r = -19\%$ $a = 80\%$	$r = -3\%$ $a = -2\%$ $\Delta r_2 = 58\%, \Delta a_2 = 41\%$ $NR_2^{(r)} = 2.0, NR_2^{(t)} = 1.9$	$r = 55\%$ $a = 49\%$
10^{-6}	$r = -27\%$ $a = -19\%$ $\Delta r_2 = 15\%, \Delta a_2 = 11\%$ $NR_2^{(r)} = 1.3, NR_2^{(t)} = 1.2$	$r = -11\%$ $a = 49\%$	$r = -1\%$ $a = -0.01\%$ $\Delta r_2 = 140\%, \Delta a_2 = 1\%$ $NR_2^{(r)} = 2.4, NR_2^{(t)} = 2.5$	$r = 139\%$ $a = 1\%$

З таблиці 3.1 видно, що максимальна різниця коефіцієнтів проходження спінової хвилі Δa_J досягається при великих значеннях константи однорідного обміну на межі розділу, наприклад, при $A = 10^{-2}$ см і для YIG більше 50%. Коефіцієнт невзаємності для переданої спінової хвилі $NR_J^{(t)}$ розраховується в діапазоні 1.1 – 2.5. Коефіцієнт невзаємності для переданої спінової хвилі (у більшості випадків) зростає зі зменшенням константи однорідного обміну за рахунок зменшення мінімального коефіцієнта проходження в знаменнику виразу $NR_J^{(t)}$, тоді як максимальна різниця коефіцієнтів проходження спінової хвилі Δa_J проявляє протилежну тенденцію.

Навпаки, при великих значеннях константи однорідного обміну $A =$

10^{-2} см максимальна різниця коефіцієнтів відбиття спінової хвилі Δr_J мала (для більшості матеріалів менше 1%, для *YIG* близько 6%). Велика максимальна різниця коефіцієнтів відбиття спінової хвилі Δr_J досягається при малих значеннях константи однорідного обміну на межі розділу, наприклад при A $[10^{-6}; 10^{-5}]$ см (більше 200% для *YIG*). Коефіцієнт невзаємності для відбитої спінової хвилі зростає до значень > 600 зі збільшенням константи однорідного обміну ($A = 10^{-2}$ см) за рахунок значного зменшення мінімального коефіцієнта відбиття в знаменнику виразу для $NR_J^{(r)}$, тоді як максимальна різниця коефіцієнтів відбиття спінової хвилі Δr_J проявляється протилежна тенденція. Коефіцієнт невзаємності для відбитої спінової хвилі знаходиться в діапазоні 1.1 – 14.3 для A $[10^{-6}; 10^{-5}]$ см.

Умова неперервності густини потоку енергії на межі двох частин феромагнетика зі східчастою ВДМ, отримана в цій роботі, описує залежність між коефіцієнтами відбиття, коефіцієнтом проходження, хвильовими числами та такими параметрами системи, як константа ВДМ, константи обмінної взаємодії та параметр неоднорідного обміну. У цьому випадку умова неперервності густини потоку енергії збігається з відповідною умовою за відсутності ВДМ в обох частинах феромагнетиків. Цей вираз виключає значення коефіцієнтів відбиття та проходження, що перевищують 1. Важливим висновком даної умови є те, що значення коефіцієнтів відбиття та проходження можуть бути більшими за одиницю, коли спінова хвиля поширюється через феромагнетик зі східчастою ВДМ.

Як видно з табл. 3.1, феромагнетик зі східчастою ВДМ може бути функціональним елементом (підсилювачем) для збільшення амплітуди переходу спінових хвиль у другий феромагнетик в 1.6 рази, а амплітуди відбитої спінової хвилі в 1.4 рази порівняно з амплітудою падаючої спінової хвилі.

Таблиця 3.2. Результати числового розрахунку константи ВДМ для коефіцієнта проходження більше 1, обмінний параметр $A = 10^{-2}$ см

ω , ГГц		Рис. 3.18 (b) $k^{(i)} = k'_1, k^{(r)} = k_1, k^{(t)} = k_2$	Рис. 3.18 (d) $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k_1$
YIG	90	$0.013 < D < 0.500$	$4.30 \cdot 10^{-6} < D < 0.51$
	105	$0.011 < D < 0.540$	$3.97 \cdot 10^{-6} < D < 0.53$
	120	$0.009 < D < 0.570$	$3.73 \cdot 10^{-6} < D < 0.58$
		Рис. 3.18 (c) $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k'_1$	Рис. 3.18 (d) $k^{(i)} = k^{(r)} = k_2, k^{(t)} = k_1$
Py	90	$3.22 \cdot 10^{-5} < D < 1.01$	$1.83 \cdot 10^{-5} < D < 2.80$
	105	$3.22 \cdot 10^{-5} < D < 0.91$	$1.70 \cdot 10^{-5} < D < 2.95$
	120	$3.29 \cdot 10^{-5} < D < 0.83$	$1.61 \cdot 10^{-5} < D < 3.10$

3.7. Висновки до розділу 3

Для задачі опису поширення спінової хвилі через систему з двох ферромагнетиків та/або двох частин суцільного ФМ, на одну з яких нанесено шар важкого металу з різними значеннями констант ВДМ D_1, D_2 отримано наступні висновки:

- Коефіцієнти відбиття та проходження спінової хвилі монотонно залежать від константи ВДМ в діапазоні постійних значень D від 10^{-7} до 10^{-1} Ерг /см² та в діапазоні частот спінової хвилі, для яких хвильові числа є дійсними відповідно до дисперсійного співвідношення.
- Залежність відбиття і проходження спінової хвилі від частоти ω дуже слабка в зазначеному діапазоні частот для всіх розглянутих матеріалів (для Ni , YIG , $LaCo$, Py), зміни відбуваються на рівні тисячних часток відсотка.

- Коефіцієнт невзаємності монотонно зростає зі збільшенням амплітуди константи ВДМ у феромагнетику зі східчастою ВДМ.
- Результати розрахунків демонструють можливість побудови феромагнетика зі східчастою ВДМ з високими коефіцієнтами невзаємності (> 10).
- Максимальна різниця коефіцієнтів проходження спінової хвилі Δa_J досягається при великих значеннях константи однорідного обміну на межі розділу $A = 10^{-2}$ см. При великих значеннях константи однорідного обміну ($A = 10^{-2}$ см) максимальна різниця коефіцієнтів відбиття спінової хвилі Δr_J мала (для більшості матеріалів менше 1%, для *YIG* близько 6%).
- Велика максимальна різниця коефіцієнтів відбиття спінової хвилі Δr_J досягається при малих значеннях константи однорідного обміну на інтерфейсі A $[10^{-6}; 10^{-5}]$ см і, наприклад, для *YIG* при $D = 0.1$ Ерг/см² зростає більше ніж у 2 рази.
- Феромагнетик зі східчастою ВДМ може бути функціональним елементом, що значно збільшує амплітуду спінової хвилі, тобто служити як підсилювач спінових хвиль.

РОЗДІЛ 4

ДИФРАКЦІЯ СПІНОВИХ ХВИЛЬ НА ЗОННІЙ ПЛАСТИНЦІ МІЖ ДВОМА ФЕРОМАГНЕТИКАМИ

4.1. Енергія метаповерхонь, що представляють собою амплітудну та фазову зонні пластинки для спінових хвиль

Об'єктом дослідження є дифракція спінових хвиль у феромагнетику, зокрема коефіцієнт відбиття, коефіцієнт проходження та фаза спінової хвилі, яка проходить і відбивається від метаповерхні, що представляє собою одномірну зонну пластинка Френеля. (МЗП). Зонна пластинка Френеля розташована на межі двох феромагнетиків з нерівномірним розподілом параметра однорідного обміну на інтерфейсі та з нерівномірним розподілом власної магнітної анізотропії (рис. 4.1). Зонна пластинка фокусує як відбиті, так і спінові хвилі, що пройшли. У даній роботі принцип зонної пластинки для спінових хвиль реалізовано шляхом визначення константи ізо-тропного обміну A та власної магнітної анізотропії параметрів інтерфейсу, що дорівнює різним значенням для парної та непарної зон відповідно.

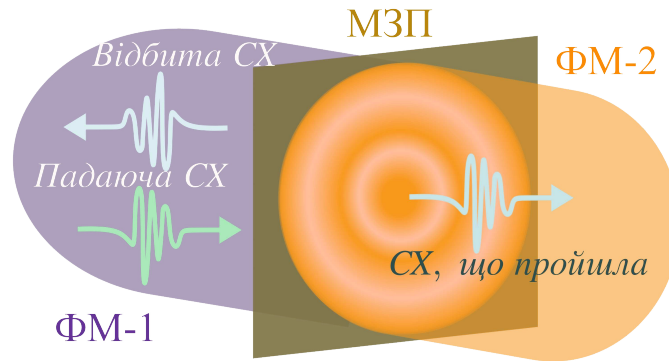


Рис. 4.1. Схематичне зображення системи двох напівнескінченних феромагнетиків (ФМ-1, ФМ-2), розділених МЗП для спостереження дифракції спінових хвиль, подібної до дифракції Брегга.

Густина енергії взаємодії двох напівнескінченних феромагнетиків $w_0(\vec{M}_1, \vec{M}_2)$ на інтерфейсі (при $x = 0$) аналогічна густині енергії взаємодії двох магнітних підґраток у двопідґратковому феромагнетичу в однорідному постійному зовнішньому полі $\vec{H}_0^{(e)}$ може бути записана так:

$$w_0(\vec{M}_1, \vec{M}_2) = A(y) \vec{M}_1 \vec{M}_2 + \frac{\sigma_1(y)}{2} [M_{1x}^2 + M_{1y}^2] + \frac{\sigma_2(y)}{2} [M_{2x}^2 + M_{2y}^2] - \sigma'(y) M_{1z} M_{2z}, \quad (4.1)$$

$A(y)$ записується через кусково-задану функцію, де враховано N зон Френеля, у наступному вигляді:

$$A(y) = A \begin{cases} 1, & |y| \leq \rho_1 \\ a_0, & \rho_1 < |y| \leq \rho_2 \\ \dots & \\ 1, & \rho_{N-1} < |y| \leq \rho_N \end{cases},$$

де $\rho_1, \rho_2 = \sqrt{2} \cdot \rho_1, \dots, \rho_N = \sqrt{N} \cdot \rho_{N-1}$ радіуси для N -ої зон Френеля [94]. Радіус 1-ої зони Френеля дорівнює $\rho_1 = \sqrt{f \cdot \lambda}$ [95], f фокальна довжина, λ довжина падаючої спінової хвилі, a_0 безрозмірний параметр, обраний таким чином, що Aa_0 це обмінний параметр для парних зон, а A обмінний параметр для непарних зон (рис. 4.2. b). Нормуємо радіус: $r_n = \rho_n / \lambda$ (рис. 4.2. b).

$\sigma_1(y)$, $\sigma_2(y)$ та $\sigma'(y)$ також визначаються через кусково-задану функцію наступним чином:

$$\sigma_1(y) = \sigma_1 \begin{cases} 1, & |y| \leq \rho_1 \\ \sigma_{01}, & \rho_1 < |y| \leq \rho_2 \\ \dots & \\ 1, & \rho_{N-1} < |y| \leq \rho_N \end{cases}, \quad \sigma_2(y) = \sigma_2 \begin{cases} 1, & |y| \leq \rho_1 \\ \sigma_{02}, & \rho_1 < |y| \leq \rho_2 \\ \dots & \\ 1, & \rho_{N-1} < |y| \leq \rho_N \end{cases},$$

$$\sigma'(y) = \sigma' \begin{cases} 1, & |y| \leq \rho_1 \\ \sigma'_0, & \rho_1 < |y| \leq \rho_2 \\ \dots & \\ 1, & \rho_{N-1} < |y| \leq \rho_N \end{cases}.$$

Безрозмірні параметри σ_{01} , σ_{02} та σ'_0 вибираються так, щоб добуток $\sigma_i \sigma_{0i}$ та $\sigma' \sigma'_0$ (де $i = 1, 2$) є власною магнітною анізотропією параметрів метаповерхні для парних зон; σ_i і σ' – власна магнітна анізотропія параметрів метаповерхні для непарних зон. Параметри $\sigma_1(y)$, $\sigma_2(y)$ та $\sigma'(y)$ можуть бути оцінені через константи анізотропії об'ємного феромагнітного матеріалу (який використовується для виготовлення непарних зон) наступним чином $\sigma_1 \approx \beta_1 \Delta$, $\sigma_2 \approx \beta_2 \Delta$ та $\sigma' \approx \beta' \Delta$ де Δ – товщина інтерфейсу, параметри β_1 , β_2 і β' – об'ємна одноосьова магнітна анізотропія феромагнетика, який використовується для виготовлення непарних зон. Добутки параметрів $\sigma_i \sigma_{0i}$ та $\sigma' \sigma'_0$ можна оцінити через константи анізотропії об'ємного феромагнітного матеріалу (який використовується для виготовлення парних зон) наступним чином: $\sigma_i \sigma_{0i} \approx \tilde{\beta}_i \Delta$, $\sigma' \sigma'_0 \approx \tilde{\beta}' \Delta$ де параметри $\tilde{\beta}_i$ та $\tilde{\beta}'$ – є параметрами об'ємної одновісної магнітної анізотропії феромагнетика, який

використовується для виготовлення парних зон.

Спінова хвиля з хвильовим вектором \vec{k}_0 поширюється через інтерфейс між двох феромагнітних середовищ (ФМ-1 і ФМ-2) з кутом падіння θ_1 , $\vec{k}_1 = (k_{1x}, k_{1y})$ та $\vec{k}_2 = (k_{2x}, k_{2y})$ є хвильовими векторами відповідно відбитої та хвилі, що пройшла, θ_2 є кутом заломлення спінової хвилі (рис. 4.2 а).

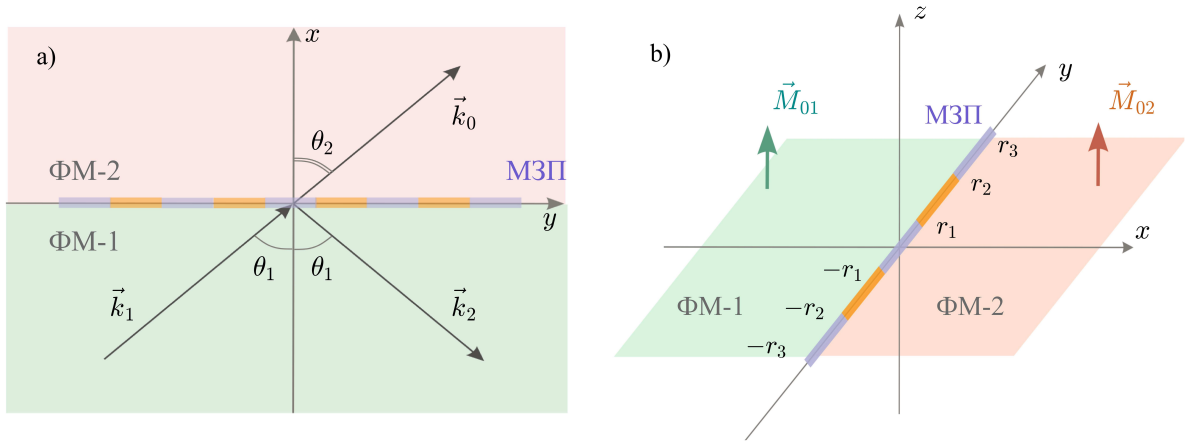


Рис. 4.2. Схематичне зображення системи двох феромагнітних напівнескінченних феромагнетиків, розділених металоверхневою зонною пластинкою (МЗП).

Повна енергія системи двох феромагнітних напівнескінченних середовищ з одновісною магнітною анізотропією має вигляд:

$$W = \int_V \left[\sum_{j=1}^2 h \left[(-1)^j x \right] w_j + \delta(x) w_0 \left(\vec{M}_1, \vec{M}_2 \right) \right] d\vec{r}, \quad (4.2)$$

де $h(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 1, & x \geq 0 \end{cases}$ є кусково-заданою функцією Гевісайда, $\delta(x)$ є дельта-функцією Дірака

$$w_j = \frac{\alpha_j}{2} \left(\frac{\partial \vec{M}_j}{\partial x_j} \right)^2 + \frac{\beta_j}{2} (M_{jx}^2 + M_{jy}^2) - H_0^{(e)} M_{jz}, \quad (4.3)$$

Дисперсійне співвідношення для кожного з феромагнетиків отримано з рівнянь Ландау-Ліфшиця [26]

$$\omega_j(k_j) = \gamma M_{0j} \left[\left(\alpha_j k_j^2 + H_0^{(e)} / M_{0j} - 4\pi N_z + \beta_j \right) \left(\alpha_j k_j^2 + H_0^{(e)} / M_{0j} - 4\pi N_z + 4\pi + \beta_j \right) \right]^{1/2} \quad (4.4)$$

$\omega_j(k_j)$ – частота прецесії кожного феромагнетика, коефіцієнт розмагнічування N_z в цьому випадку дорівнює 0 [26].

4.2. Граничні умови для задачі фокусування спінових хвиль зонною пластинкою

Для виведення граничних умов рівняння Ландау-Ліфшиця (1.7) інтегрується вздовж ширини інтерфейсу Δ . Повну енергію (4.2) системи підставляємо в формулу (1.9), обчислюємо ефективні магнітні поля. Після цього відповідні вирази для ефективних полів підставляються в рівняння Ландау-Ліфшиця (1.7). За умови $\Delta \rightarrow 0$, граничні умови можна отримати за допомогою методу, що описано в роботах [26, 34].

Проекції збурень намагніченості падаючої, відбитої та хвилі, що пройшла можна записати у вигляді

$$\begin{cases} m_1 = \int \hat{A}_0(k_{1y}) \exp[i(\omega_1 t + k_{1y} y - k_{1x} x)] dk_{1y} \\ \quad + \int \hat{R}(k_{1y}) \exp[i(\omega_1 t + k_{1y} y - k_{1x} x)] dk_{1y}, \\ m_2 = \int \hat{A}_2(k_{2y}) \exp[i(\omega_2 t + k_{2y} y - k_{2x} x)] dk_{2y}. \end{cases} \quad (4.5)$$

де \hat{A}_0 , \hat{R} та \hat{A}_2 – Фур'є-компоненти (амплітуди) падаючої, відбитої та хвилі, що пройшла, відповідно.

Як показано в роботі [37], інтегрування рівнянь (4.5) по інтерфейсу дає граничні умови для збурень намагніченості основного стану $m_j =$

$(m_{jx}, m_{jy}, 0)$, у першому та другому феромагнетиках відповідно в формі:

$$\begin{cases} A(y) m_2 + D(y) m_1 + \alpha_1 \left(\frac{\partial m_1}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = 0, \\ A(y) m_1 + C(y) m_2 + \alpha_2 \left(\frac{\partial m_2}{\partial x} \right) \Big|_{x=0} = 0. \end{cases} \quad (4.6)$$

Кусково-задані функції у формулі (4.6) мають вигляд:

$$C(y) = C \begin{cases} 1, & |y| \leq \rho_1 \\ c_0, & \rho_1 < |y| \leq \rho_2 \\ \dots & \\ 1, & \rho_{N-1} < |y| \leq \rho_N \end{cases},$$

$$\text{та } D(y) = D \begin{cases} 1, & |y| \leq \rho_1 \\ d_0, & \rho_1 < |y| \leq \rho_2 \\ \dots & \\ 1, & \rho_{N-1} < |y| \leq \rho_N \end{cases},$$

де $D = -q(A - \sigma') + \sigma_1$, $C = -(A - \sigma')/q - \sigma_2$, $q = M_{02}/M_{01}$, c_0 та d_0 це параметри, які задовольняють рівняння: $Cc_0 = -(A - \sigma'\sigma_0')/q - \sigma_2\sigma_{02}$, $Dd_0 = -q(A - \sigma'\sigma_0') + \sigma_1\sigma_{01}$.

За допомогою цього представлення функцій $A(y)$, $C(y)$, $D(y)$ реалізується принцип зонної пластинки для спінових хвиль. Нульові значення цих функцій відповідають непарним зонам зонної пластинки Френеля, парні зони реалізуються як її ненульові значення.

Після підстановки проєкцій збурення намагніченості (4.5) в граничні умови (4.6) можна отримати наступні рівняння, враховуючи, що $x = 0$:

$$\left\{ \begin{array}{l} A(y) \int_{-\infty}^{\infty} A_2(k_{2y}) \exp i(\omega_2 t + k_{2y} y) dk_{2y} + D(y) \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{A}_0(k_{1y}) \\ + \hat{R}(k_{1y})] (k_{1y}) \exp i(\omega_1 t + k_{1y} y) dk_{1y} - i\alpha_1 \int_{-\infty}^{\infty} k_{1x}(k_{1y}) \cdot \\ [\hat{A}_0(k_{1y}) - \hat{R}(k_{1y})] \exp i(\omega_1 t + k_{1y} y) dk_{1y} = 0, \\ A(y) \int_{-\infty}^{\infty} [\hat{A}_0(k_{1y}) + \hat{R}(k_{1y})] \exp i(\omega_1 t + k_{1y} y) dk_{1y} \\ + \int_{-\infty}^{\infty} [C(y) + \alpha_2 k_{2y}(k_{2y})] A_2(k_{2y}) \exp i(\omega_2 t + k_{2y} y) dk_{2y} = 0. \end{array} \right. \quad (4.7)$$

Введемо позначення $k_{1y} = k_{2y} = k$, $k_{1x}(k) = (k_1^2 - k^2)^{0.5}$, $k_{2x}(k) = (k_2^2 - k^2)^{0.5}$ і врахуємо, що остання система рівнянь може виконуватися лише за умови $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Також нормуємо $\tilde{k} = k/k_{SW}$, $\tilde{y} = y/\lambda$, $\tilde{x} = x/\lambda$ де $k_1 = k_2 = k_{SW} = 2\pi/\lambda$ в даному конкретному випадку. Отож, $k_{1x}(\tilde{k}) = k_{SW} (1 - \tilde{k}^2)^{0.5}$, $k_{2x}(\tilde{k}) = k_{SW} (1 - \tilde{k}^2)^{0.5}$ за умови, що $-1 < \tilde{k} < 1$. До того ж, вводимо позначення: $\tilde{k}_{1x} = k_{1x}(\tilde{k})/k_{SW}$, $\tilde{k}_{2x} = k_{2x}(\tilde{k})/k_{SW}$. Поділимо всі доданки на $\exp(i\omega t)$ та прирівняємо підінтегральні вирази:

$$\left\{ \begin{array}{l} A(y) A_2(k_{SW} \tilde{k}) \exp i k_{SW} \tilde{k} y + D(y) (\hat{A}_0(k_{SW} \tilde{k}) + \hat{R}(k_{SW} \tilde{k})) \exp i k_{SW} \tilde{k} y \\ - i\alpha_1 k_{1x}(k_{SW} \tilde{k}) (\hat{A}_0(k_{SW} \tilde{k}) - \hat{R}(k_{SW} \tilde{k})) \exp i k_{SW} \tilde{k} y = 0, \\ A(y) (\hat{A}_0(k_{SW} \tilde{k}) + \hat{R}(k_{SW} \tilde{k})) \exp i k_{SW} \tilde{k} y \\ + [C(y) + \alpha_2 k_{2x}(k_{SW} \tilde{k})] A_2(k_{SW} \tilde{k}) \exp i k_{SW} \tilde{k} y = 0. \end{array} \right. \quad (4.8)$$

Коефіцієнти перетворення Фур'є $A(\tilde{k})$ через \tilde{k} мають наступний вигляд, якщо беремо неперані зони $p_{max} = (2N_0 - 2)/2 = N_0 - 1$, $N = 2N_0 -$ непарне, p_{max} функція номеру зони Френеля.

$$\begin{aligned}
A(\tilde{k}) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\rho_N} A(y) \exp i k_{SW} \tilde{k} y dy = \frac{1}{\pi} \int_0^{\rho_N} A(y) \cos i k_{SW} \tilde{k} y dy \\
&= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{A}{k_{SW} \tilde{k}} \sin k_{SW} \tilde{k} y \Big|_{\rho_0}^{\rho_1} + \frac{A a_0}{k_{SW} \tilde{k}} \sin k_{SW} \tilde{k} y \Big|_{\rho_1}^{\rho_2} + \dots \right. \\
&\quad \left. + \frac{A}{k_{SW} \tilde{k}} \sin k_{SW} \tilde{k} y \Big|_{\rho_{2p_{max}}}^{\rho_{2p_{max}+1}} + \frac{A a_0}{k_{SW} \tilde{k}} \sin k_{SW} \tilde{k} y \Big|_{\rho_{2p_{max}+1}}^{\rho_{2p_{max}+2}} \right\} \\
&= \frac{A}{k_{SW} \tilde{k} \pi} \left\{ - \sum_{p=0}^{p_{max}} \sin 2\pi \tilde{k} r_{2p} + (1 - a_0) \sum_{p=0}^{p_{max}} \sin 2\pi \tilde{k} r_{2p+1} + a_0 \sum_{p=0}^{p_{max}} \sin 2\pi \tilde{k} r_{2p+2} \right\},
\end{aligned}$$

Для парних зон маємо іншу формулу, якщо $2p_{max} + 1 = N$, $p_{max} = (N - 1) / 2$, де N – парне.

$$\begin{aligned}
A(\tilde{k}) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\rho_N} A(y) \exp i k_{SW} \tilde{k} y dy = \frac{1}{\pi} \int_0^{\rho_N} A(y) \cos i k_{SW} \tilde{k} y dy \\
&= \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{A}{k_{SW} \tilde{k}} \sin k_{SW} \tilde{k} y \Big|_{\rho_0}^{\rho_1} + \frac{A a_0}{k_{SW} \tilde{k}} \sin k_{SW} \tilde{k} y \Big|_{\rho_1}^{\rho_2} + \dots \right. \\
&\quad \left. + \frac{A a_0}{k_{SW} \tilde{k}} \sin k_{SW} \tilde{k} y \Big|_{\rho_{2p_{max}-1}}^{\rho_{2p_{max}}} + \frac{A}{k_{SW} \tilde{k}} \sin k_{SW} \tilde{k} y \Big|_{\rho_{2p_{max}}}^{\rho_{2p_{max}+1}} \right\} \\
&= \frac{A}{k_{SW} \tilde{k} \pi} \left\{ -a_0 \sum_{p=1}^{p_{max}} \sin 2\pi \tilde{k} r_{2p-1} + (a_0 - 1) \sum_{p=1}^{p_{max}} \sin 2\pi \tilde{k} r_{2p} + \sum_{p=0}^{p_{max}} \sin 2\pi \tilde{k} r_{2p+1} \right\},
\end{aligned}$$

Також потрібно зазначити, що уявні частини коефіцієнтів перетворення Фур'є $Im A(\tilde{k}) = Im C(\tilde{k}) = Im D(\tilde{k}) = 0$ оскільки інтеграл від непарної функції у симетричних границях дорівнює нулю.

$C(\tilde{k})$ та $D(\tilde{k})$ мають аналогічну залежність від числа зон Френеля, де замість $A(y)$ та a_0 підставляємо $C(y)$, c_0 , $D(y)$ та d_0 , відповідно.

Після інтегрування рівняння у межах $y = [-\infty; \infty]$, враховуючи, що

$$\begin{aligned}\tilde{\vartheta}(\tilde{k}) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\rho_N}^{\rho_N} \exp(ik_{SW}\tilde{k}y) dy = \frac{1}{2\pi} \int_{-\rho_N}^{\rho_N} \cos(k_{SW}\tilde{k}y) dy \\ &= \frac{1}{k_{SW}\tilde{k}\pi} \sin(k_{SW}\tilde{k}\rho_N) = \frac{1}{k_{SW}\tilde{k}\pi} \sin(2\pi\tilde{k}r_N),\end{aligned}$$

де нормуємо $\vartheta(\tilde{k}) = \frac{1}{\tilde{k}\pi} \sin(2\pi\tilde{k}r_N)$, $\vartheta(\tilde{k}) = k_{SW}\tilde{\vartheta}(\tilde{k})$ система (4.8)

має вигляд:

$$\begin{cases} A^*(\tilde{k}) A_2(\tilde{k}) + D^*(\tilde{k}) (\hat{A}_0(\tilde{k}) + \hat{R}(\tilde{k})) \\ -i\alpha_1 k_{SW} k_{1x}(\tilde{k}) \vartheta(\tilde{k}) (\hat{A}_0(\tilde{k}) - \hat{R}(\tilde{k})) = 0, \\ A^*(\tilde{k}) (\hat{A}_0(\tilde{k}) + \hat{R}(\tilde{k})) \\ + [C^*(\tilde{k}) + \alpha_2 k_{SW} k_{2x}(\tilde{k}) \vartheta(\tilde{k})] A_2(\tilde{k}) = 0. \end{cases} \quad (4.9)$$

Уявні частини коефіцієнтів Фур'є функцій $\hat{A}_0(\tilde{k})$ та $\hat{R}(\tilde{k})$ виражаються через дійсні функції змінної \tilde{k} : $A_0(\tilde{k})$, $R(\tilde{k})$ та фази $\varphi(\tilde{k})$, $\tilde{\varphi}(\tilde{k})$.

$$\begin{cases} \hat{A}_0(\tilde{k}) = A_0(\tilde{k}) \exp[-i\varphi(\tilde{k})], \\ \hat{R}(\tilde{k}) = R(\tilde{k}) \exp[i\tilde{\varphi}(\tilde{k})] \end{cases} \quad (4.10)$$

Отже, дійсні та уявні частини рівняння (4.9) набувають вигляду:

$$\left\{ \begin{array}{l} A^* \left(\tilde{k} \right) A_2 \left(\tilde{k} \right) + D^* \left(\tilde{k} \right) \left[\hat{A}_0 \left(\tilde{k} \right) \cos \varphi \left(\tilde{k} \right) + \hat{R} \left(\tilde{k} \right) \cos \tilde{\varphi} \left(\tilde{k} \right) \right] \\ - \alpha_1 k_{SW} k_{1x} \left(\tilde{k} \right) \vartheta \left(\tilde{k} \right) \left[\hat{A}_0 \left(\tilde{k} \right) \sin \varphi \left(\tilde{k} \right) + \hat{R} \left(\tilde{k} \right) \sin \tilde{\varphi} \left(\tilde{k} \right) \right] = 0, \\ \\ \alpha_1 k_{SW} k_{1x} \left(\tilde{k} \right) \vartheta \left(\tilde{k} \right) \left[\hat{A}_0 \left(\tilde{k} \right) \cos \varphi \left(\tilde{k} \right) - \hat{R} \left(\tilde{k} \right) \cos \tilde{\varphi} \left(\tilde{k} \right) \right] \\ + D^* \left(\tilde{k} \right) \left[\hat{A}_0 \left(\tilde{k} \right) \sin \varphi \left(\tilde{k} \right) - \hat{R} \left(\tilde{k} \right) \sin \tilde{\varphi} \left(\tilde{k} \right) \right] = 0, \\ \\ A^* \left(\tilde{k} \right) \left[\hat{A}_0 \left(\tilde{k} \right) \cos \varphi \left(\tilde{k} \right) + \hat{R} \left(\tilde{k} \right) \cos \tilde{\varphi} \left(\tilde{k} \right) \right] \\ + C^* \left(\tilde{k} \right) A_2 \left(\tilde{k} \right) = 0, \\ \\ A^* \left(\tilde{k} \right) \left[\hat{A}_0 \left(\tilde{k} \right) \sin \varphi \left(\tilde{k} \right) - \hat{R} \left(\tilde{k} \right) \sin \tilde{\varphi} \left(\tilde{k} \right) \right] \\ - \alpha_2 k_{SW} k_{2x} \left(\tilde{k} \right) \vartheta \left(\tilde{k} \right) A_2 \left(\tilde{k} \right) = 0. \end{array} \right. \quad (4.11)$$

де уявна частина функції $A_2 \left(\tilde{k} \right)$ дорівнює 0, тому що початкова фаза (при $t = 0$) хвилі, що пройшла, обрана рівною нулю на інтерфейсі.

4.3. Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль для задачі фокусування спінових хвиль МЗП

Коефіцієнт відбиття $\tilde{R} \left(\tilde{k} \right) = R \left(\tilde{k} \right) / A_0 \left(\tilde{k} \right)$ і коефіцієнт проходження $\tilde{A}_2 \left(\tilde{k} \right) = A_2 \left(\tilde{k} \right) / A_0 \left(\tilde{k} \right)$ мають вигляд:

$$\tilde{R}^2 \left(\tilde{k} \right) = \frac{\xi - 1}{\xi + 1}, \quad (4.12)$$

$$\tilde{A}_2^2 \left(\tilde{k} \right) = \frac{2}{\xi + 1}, \quad (4.13)$$

де для зручності запису введено позначення:

$$\xi = \frac{1}{2 \left[\alpha k_{SW} k_x \left(\tilde{k} \right) \vartheta \left(\tilde{k} \right) \right]^2} \left\{ \left(A \left(\tilde{k} \right)^2 - D \left(\tilde{k} \right) C \left(\tilde{k} \right) \right)^2 + \left(\alpha k_x \left(\tilde{k} \right) \vartheta \left(\tilde{k} \right) \right)^4 + \left[\alpha k_{SW} k_x \left(\tilde{k} \right) \vartheta \left(\tilde{k} \right) \right]^2 \left(D \left(\tilde{k} \right)^2 + C \left(\tilde{k} \right)^2 \right) \right\},$$

Зазначимо також, що тут розглядаємо випадок де: $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, $k_{1x} \left(\tilde{k} \right) = k_{2x} \left(\tilde{k} \right) = k_x \left(\tilde{k} \right)$.

Різниця фаз між хвилею, що пройшла, та падаючою плоскими монохроматичними хвилями дорівнює $\varphi \left(\tilde{k} \right)$, між падаючою та відбитою плоскими монохроматичними хвилями дорівнює $\varphi \left(\tilde{k} \right) + \tilde{\varphi} \left(\tilde{k} \right)$.

Проекції збурення намагніченості падаючої хвилі:

$$\begin{cases} m_x^{(i)}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \int A_0 \left(\tilde{k} \right) \cos \left[\omega t + 2\pi \left(\tilde{k}\tilde{y} - k_{1x} \left(\tilde{k} \right) \tilde{x} \right) - \varphi \left(\tilde{k} \right) \right] d\tilde{k}, \\ m_y^{(i)}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \int A_0 \left(\tilde{k} \right) \sin \left[\omega t + 2\pi \left(\tilde{k}\tilde{y} - k_{1x} \left(\tilde{k} \right) \tilde{x} \right) - \varphi \left(\tilde{k} \right) \right] d\tilde{k}. \end{cases} \quad (4.14)$$

Проекції збурення намагніченості відбитої хвилі:

$$\begin{cases} m_x^{(r)}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \int R \left(\tilde{k} \right) \cos \left[\omega t + 2\pi \left(\tilde{k}\tilde{y} + k_{1x} \left(\tilde{k} \right) \tilde{x} \right) - \varphi \left(\tilde{k} \right) \right] d\tilde{k}, \\ m_y^{(r)}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \int R \left(\tilde{k} \right) \sin \left[\omega t + 2\pi \left(\tilde{k}\tilde{y} + k_{1x} \left(\tilde{k} \right) \tilde{x} \right) - \varphi \left(\tilde{k} \right) \right] d\tilde{k}. \end{cases} \quad (4.15)$$

Проекції збурення намагніченості хвилі, що пройшла:

$$\begin{cases} m_x^{(t)}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \int A_2 \left(\tilde{k} \right) \cos \left[\omega t + 2\pi \left(\tilde{k}\tilde{y} - k_{2x} \left(\tilde{k} \right) \tilde{x} \right) \right] d\tilde{k}, \\ m_y^{(t)}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \int A_2 \left(\tilde{k} \right) \sin \left[\omega t + 2\pi \left(\tilde{k}\tilde{y} - k_{2x} \left(\tilde{k} \right) \tilde{x} \right) \right] d\tilde{k}. \end{cases} \quad (4.16)$$

$A_0 \left(\tilde{k} \right) = A_0 \cdot \delta \left(\tilde{k} - k_f \right)$, де k_f паралельний до інтерфейсу компонент безрозмірного хвильового вектору зфокусованої СХ на МЗП. Тому, для

побудови графіків надалі $\tilde{k} = k_f$. Амплітуда збурення намагніченості падаючої хвилі дорівнює

$$m_n^{(i)}(\tilde{y}) = \left[\left(m_x^{(i)}(\tilde{y}) \right)^2 + \left(m_y^{(i)}(\tilde{y}) \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.17)$$

Амплітуда збурення намагніченості відбитої хвилі дорівнює

$$m_n^{(r)}(\tilde{y}) = \left[\left(m_x^{(r)}(\tilde{y}) \right)^2 + \left(m_y^{(r)}(\tilde{y}) \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (4.18)$$

Амплітуда збурення намагніченості хвилі, що пройшла, дорівнює

$$m_n^{(t)}(\tilde{y}) = \left[\left(m_x^{(t)}(\tilde{y}) \right)^2 + \left(m_y^{(t)}(\tilde{y}) \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (4.19)$$

4.4. Коефіцієнти відбиття та проходження спінових хвиль для задачі фокусування спінових хвиль без МЗП

Розглянута в даному розділі фазова МЗП реалізована за допомогою диверсифікації функцій $A(\tilde{k})$, $D(\tilde{k})$ та $C(\tilde{k})$ в залежності від числа відкритих зон Френеля та парності та непарності цих зон, що враховується у виразах для даних функцій. Частковий випадок було розглянуто в роботах у випадку амплітудної пластинки [96, 97], де непарні зони будуть прозорими, а парні непрозорими. Варто відмітити, що моделювання фазової МЗП виконано вперше, що відкриває нові перспективні напрямки роботи в області спінтроники.

Для порівняння ефективності фазової МЗП та її функціональних властивостей із фокусуванням СВ із випадком проходження СВ через звичайний інтерфейс без металоверхні у вигляді зонної пластинки, наведемо формули коефіцієнтів відбиття та проходження СВ. Формули (4.12) та (4.13) залишаться незмінними, крім позначення ξ , тобто замість ξ підставлятимемо функцію ζ .

$$\zeta = \frac{1}{2 \left[\alpha k_{SW} k_x \left(\tilde{k} \right) \right]^2} \left\{ (A^2 - DC)^2 + \left(\alpha k_x \left(\tilde{k} \right) \right)^4 + \left[\alpha k_{SW} k_x \left(\tilde{k} \right) \right]^2 (D^2 + C^2) \right\},$$

Як бачимо, A , C та D це числові вирази, які мають вигляд:

$D = -(q(A - \sigma') - \sigma_1)$, $C = -\left(\frac{A - \sigma'}{q} + \sigma_2\right)$, $q = \frac{M_{02}}{M_{01}}$ тоді як у випадку присутності МЗП маємо залежність від координати y .

4.5. Різниця фаз при максимальній інтерференції

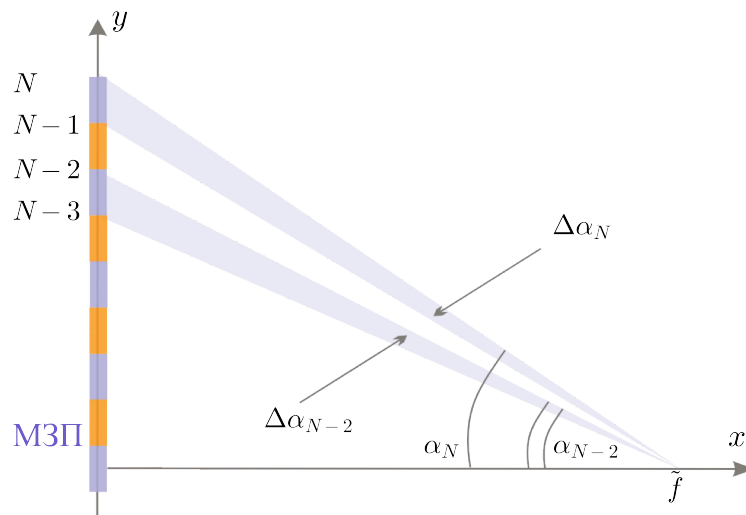


Рис. 4.3. Опис для умови при максимальній інтерференції.

$$k^N - k^{N-1} = k_f \left[\frac{\rho_N}{\sqrt{f^2 + \rho_N^2}} - \frac{\rho_{N-1}}{\sqrt{f^2 + \rho_{N-1}^2}} \right].$$

Потрібно відмітити, що плоска монохроматична хвиля не фокусується даною зонною пластинкою. Якщо пускаємо плоску монохроматичну хвилю, то для кожного хвильового вектора проходить теж плоска монохроматична хвиля, отже, інтерференції не буде. Тому, замість плоскої монохроматичної

хвилі, на зонну пластинку ітиме хвильовий пакет. Врахуємо тільки ті напрями цього хвильового пакету, які йдуть до фокусу. Хоч в системі і немає затухання, оскільки, Гільбертовий доданок не враховано в аналітичній моделі, але із збільшенням кількості зон і їх віддаленості від центру, $\Delta k^{(N)}$ зменшуватиметься, де $\Delta k^{(N)} = k^{(N)} - k^{(N-1)}$ — це різниця значень хвильового числа у N-ій та N-1-ій зонах Френеля, Враховуючи, що розміри зон малі, то інтегрування по k може бути замінено на множення на $\Delta k^{(N)}$ у формулах (4.14)-(4.16). Початкова різниця фаз має вигляд: $k_f (\rho_N - \rho_{N-2})$. Отже, формули (4.15)-(4.16) набувають наступного вигляду:

$$\begin{cases} m_x^{(r)}(x, y) = R(k_f) \cos [\omega t + k_f r_N + k_{1x}x + k_{1y}y - \tilde{\varphi}(k_f)], \\ m_y^{(r)}(x, y) = R(k_f) \sin [\omega t + k_f r_N + k_{1x}x + k_{1y}y - \tilde{\varphi}(k_f)]. \end{cases} \quad (4.17)$$

$$\begin{cases} m_x^{(t)}(x, y) = A_2(k_f) \cos [\omega t + k_f r_N - k_{2x}x + k_{2y}y], \\ m_y^{(t)}(x, y) = A_2(k_f) \sin [\omega t + k_f r_N - k_{2x}x + k_{2y}y]. \end{cases} \quad (4.18)$$

З рисунку 4.3 чітко видно, що $tg\alpha_N = \rho_N/f$ та $tg\alpha_{N-2} = \rho_{N-2}/f$. Фаза хвиль, що пройшли через N-ту зону — це $k_f \rho_N + k_{2x}^{(N)} f + k_{2y}^{(N)} \rho_N$. Фаза хвиль, що пройшли через N-ту зону — це $k_f \rho_{N-2} + k_{2x}^{(N-2)} f + k_{2y}^{(N-2)} \rho_{N-2}$. Як відомо із оптики, найбільша інтенсивність, тобто позитивна інтерференція, відбудеться за умови, що різниця фаз, хвиль що накладаються, буде 2π . Отже, різниця фаз для максимальної інтерференції матиме вигляд:

$$k_f (\rho_N - \rho_{N-2}) + \left(k_{2x}^{(N)} - k_{2x}^{(N-2)} \right) f + k_{2y}^{(N)} \rho_N - k_{2y}^{(N-2)} \rho_{N-2} = 2\pi, \quad (4.19)$$

Враховуємо, що $k_{2x} = k_f = k_2 \cos \alpha_N$, $k_{2y}(k) = k_2 \sin \alpha_N$. Отримаємо наступну умову максимальної інтерференції у залежності від числа відкритих зон:

$$\begin{aligned}
& k_f (\rho_N - \rho_{N-2}) + (k_2 \cos \alpha_N - k_2 \cos \alpha_{N-2}) f \\
& + k_2 \sin \alpha_N \rho_N - k_2 \sin \alpha_{N-2} \rho_{N-2} = 2\pi,
\end{aligned} \tag{4.20}$$

З рисунка 4.3 бачимо: $\cos \alpha_N = \frac{1}{\sqrt{1+(tg\alpha_N)^2}}$, $\sin \alpha_N = \frac{tg\alpha_N}{\sqrt{1+(tg\alpha_N)^2}}$. Виразимо кут α_N через фокальну відстань і радіус N-ої зони Френеля:

$$\alpha_N = \arccos \frac{f}{\sqrt{f^2 + \rho_N^2}} = \arcsin \frac{\rho_N}{\sqrt{f^2 + \rho_N^2}}, \tag{4.21}$$

4.6. Залежність амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі та хвилі, що пройшла крізь МЗП від параметрів системи

На графіках (4.4)-(4.5) представлено залежності амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, від координати y та параметра обмінної взаємодії A , від числа відкритих зон Френеля N , від безрозмірних параметрів a_0 , c_0 та d_0 . Графіки побудовані для наступних параметрів: $\alpha = 3 \cdot 10^{-12}$, $\beta = 3 \cdot 10^{-7}$, $k_0 = 2.5 \cdot 10^6$ (матеріал *YIG* з таблиці 2.1, $\Delta = 4 \cdot 10^{-7}$, $\sigma_1 = 30$, $\sigma_2 = 0$, $f = 10^{-5}$. Розрахунки проводились для значень частоти $\omega = 90$ ГГц.

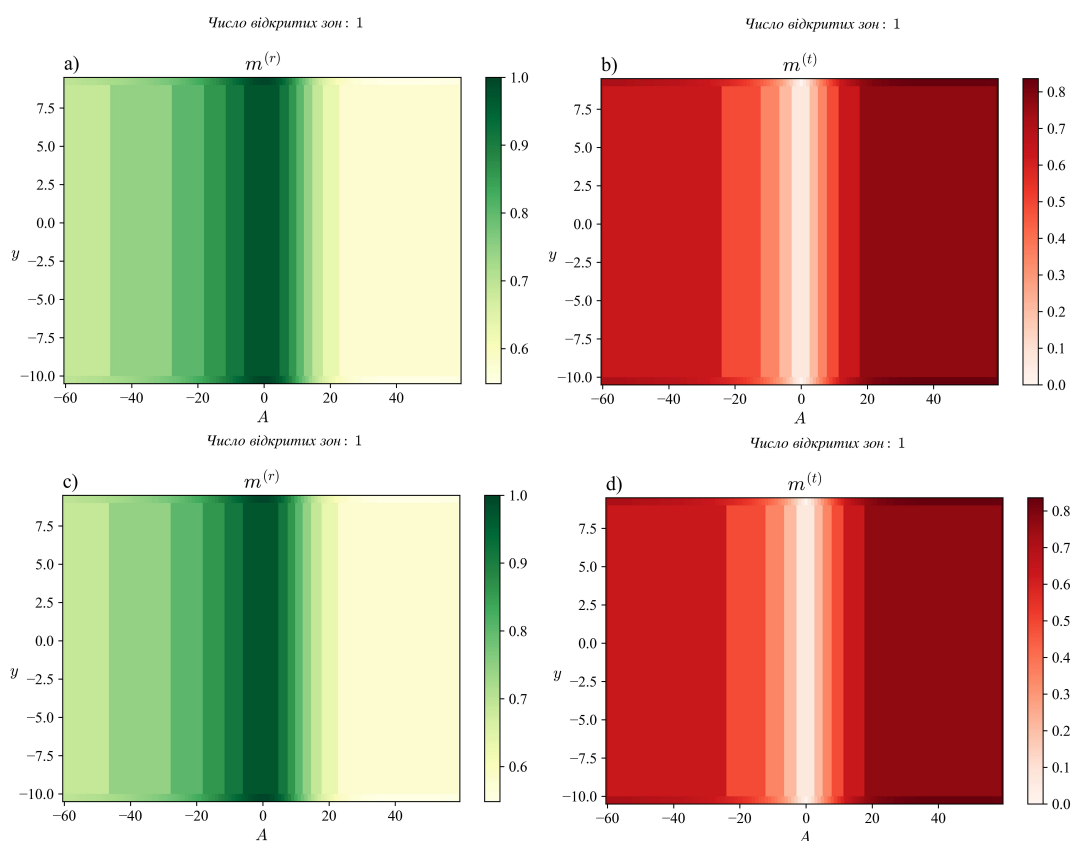


Рис. 4.4. Залежність амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, від координати y та параметра обмінної взаємодії A . Фазова зонна пластинка – а) та б), в) та г) – амплітудна.

Бачимо, що зі зростанням числа відкритих зон величина амплітуди збурення намагніченості для хвилі, що пройшла, зростає, як на рисунку 4.5, але при віддаленості від центру і з подальшим збільшенням номеру зон відбиття стає значно меншим за початкове значення для 1 відкритої зони.

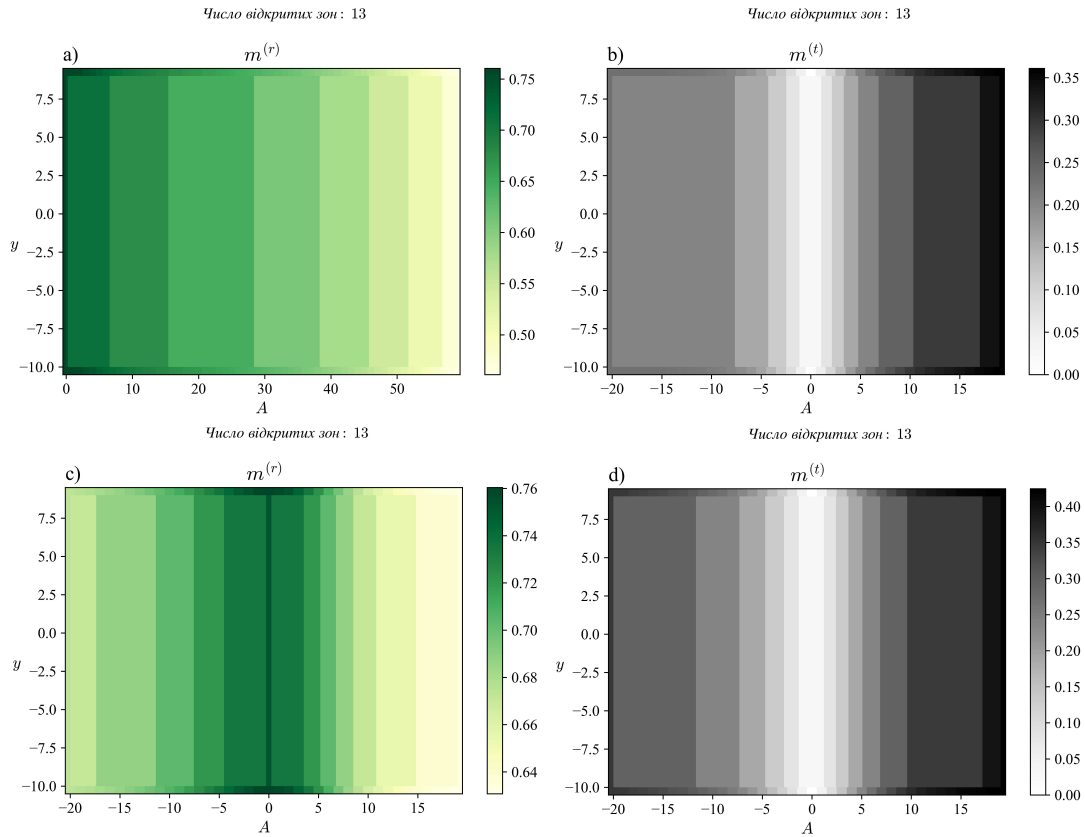


Рис. 4.5. Залежність амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, від координати y та параметра обмінної взаємодії A . Тринадцять зон відкрито. Фазова зонна пластинка – а) та б),
с) та d) – амплітудна.

На рисунку(4.6) амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, залежать від параметра обмінної взаємодії A та безрозмірного параметра a_0 , який входить у функцію $A(y)$, c_0 та d_0 зафіксовано. Зі збільшенням числа зон залежності набувають складнішого вигляду, $m^{(r)}$ максимальний в околі 0 по вісі OX та OY , максимуму $m^{(r)}$ сягає в точці $a_0 = 1$, $A = 42$.

Для відкритої першої зони отримуємо максимальне значення амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ при $A = (0; 10)$ (рис. 4.6).

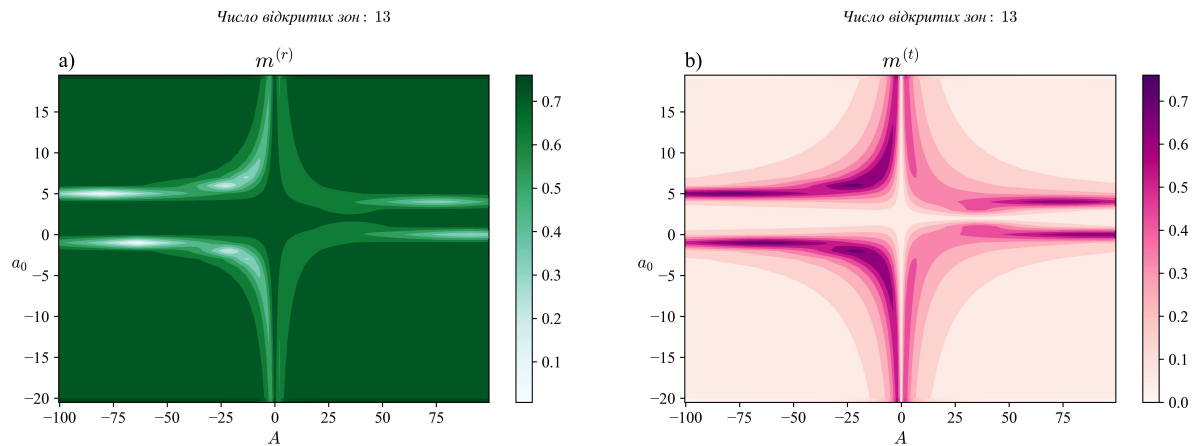


Рис. 4.6. Залежність амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, від параметра обмінної взаємодії A та безрозмірного параметра a_0 , який входить у функцію $A(y)$, c_0 та d_0 зафіксовано. Тринадцять зон відкрито.

На рисунку (4.7) амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, залежать від параметра обмінної взаємодії A та безрозмірного параметра c_0 , який входить у функцію $C(y)$, a_0 та d_0 зафіксовано. На рисунку (4.7) а) та б) досліджуємо амплітуди збурення намагніченості для 1 відкритої зони, де максимальні значення не перевищують 1, на с) та д) відкрито 13 зон. На рисунку (4.8) с) максимальне значення амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі дорівнює 13, для хвилі, що відбилась від інтерфейсу, максимальне значення не перевищує 6.

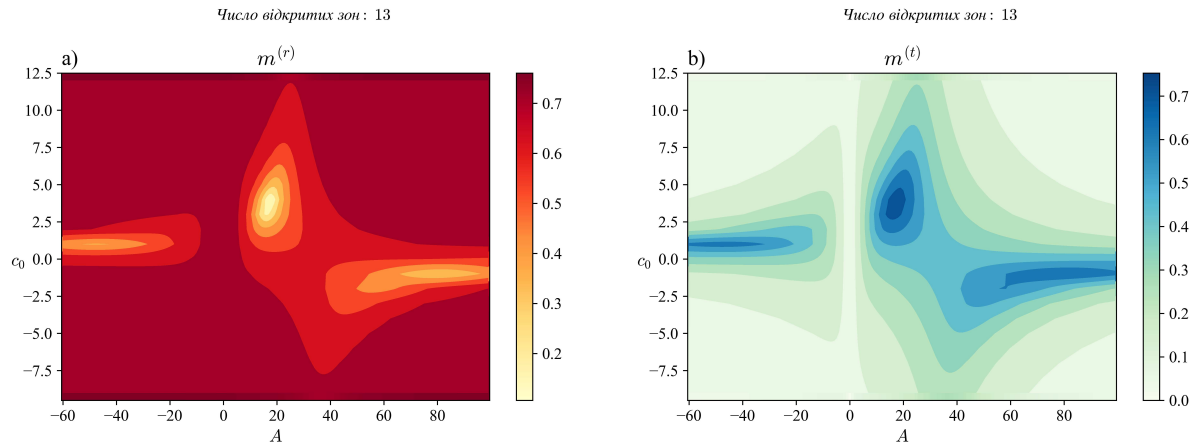


Рис. 4.7. Залежність амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, від параметра обмінної взаємодії A та безрозмірного параметра c_0 , який входить у функцію $C(y)$, a_0 та d_0 зафіксовано. Тринадцять зон відкрито.

На рисунку (4.8) амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, залежать від параметра обмінної взаємодії A та безрозмірного параметра параметра d_0 , який входить у функцію $D(y)$, a_0 та c_0 зафіксовано. На рисунку (4.8) а) та б) досліджуємо амплітуди збурення намагніченості для 1 відкритої зони, де максимальні значення не перевищують 1, на с) та d) відкрито 13 зон. На рисунку (4.8) с) максимальне значення амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі дорівнює 13, для хвилі, що відбилась від інтерфейсу, максимальне значення не перевищує 11. Спостерігаємо тенденцію мати залежність тільки від зміни параметра обмінної взаємодії A та від числа відкритих зон, також бачимо, що із зміною d_0 амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, залишаються незмінними.

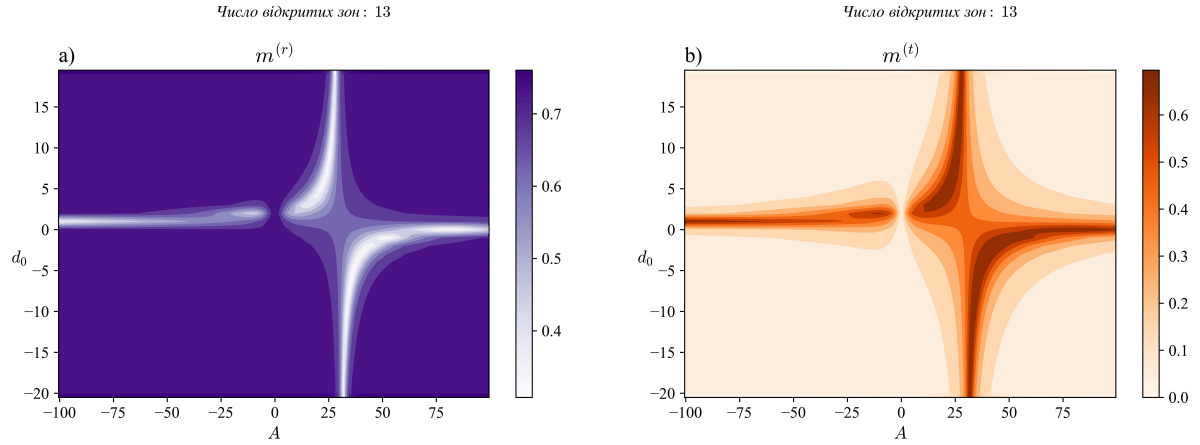


Рис. 4.8. Залежність амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, від параметра обмінної взаємодії A та безрозмірного параметра d_0 , який входить у функцію $D(y)$, a_0 та c_0 зафіксовано.

У таблиці 4.1 наведено залежності максимальних значень амплітуди збурення намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, від числа відкритих зон N для випадків: без МЗП, із амплітудною МЗП ($a_0 = 0$, $d_0 = 0$ та $c_0 = 0$) та із фазовою МЗП ($a_0 \neq 0$, $d_0 \neq 0$ та $c_0 \neq 0$) для порівняння.

Для $m^{(r)}$ із фазовою та амплітудною МЗП спостерігаємо збільшення значень амплітуди збурення намагніченості в N разів із кожною відкритою зоною. Для амплітуди збурення намагніченості хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, бачимо, що фокусування фазовою МЗП краще ніж фокусування амплітудною МЗП.

Таблиця 4.1. Залежності максимумів амплітуди збурення намагніченості намагніченості відбитої хвилі $m^{(r)}$ та хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, від числа відкритих зон N .

N	$m^{(t)}$		$m^{(r)}$	
	фазовою МЗП	амплітудною МЗП	фазовою МЗП	амплітудною МЗП
1	0,83	0,83	0,83	0,83
2	0,19	0,93	1,47	1,47
3	1,15	0,66	2,01	2,01
4	1,68	1,09	2,48	2,48
5	1,65	1,28	2,91	2,91
6	2,42	2,17	3,3	3,3
7	1,63	0,87	3,67	3,67
8	3,46	3,35	4,02	4,02
9	3,60	3,44	4,34	4,34
10	3,19	4,65	4,65	4,65
11	2,38	5,54	4,95	4,95
12	3,37	5,18	5,23	5,23
13	4,14	3,75	5,5	5,5
14	4,17	4,45	5,77	5,77
15	3,46	1,98	6,02	6,02
16	3,84	2,28	6,27	6,27
17	0,20	0,11	6,51	6,51
18	3,48	2,57	6,74	6,74
19	3,72	2,80	6,97	6,97
20	4,26	3,37	7,19	7,19
21	1,91	1,17	7,41	7,41
22	5,60	4,69	7,62	7,62
23	3,13	2,11	7,83	7,83
24	4,16	3,09	8,03	8,03
25	3,50	2,40	8,23	8,23

На рисунку (4.9) представлено радіальний графік залежності максимального значення амплітуди збурення намагніченості хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, від числа відкритих зон для СХ, що відбилась від межі розділу між двох феромагнетиків для випадків: із амплітудною МЗП та із фазовою МЗП.

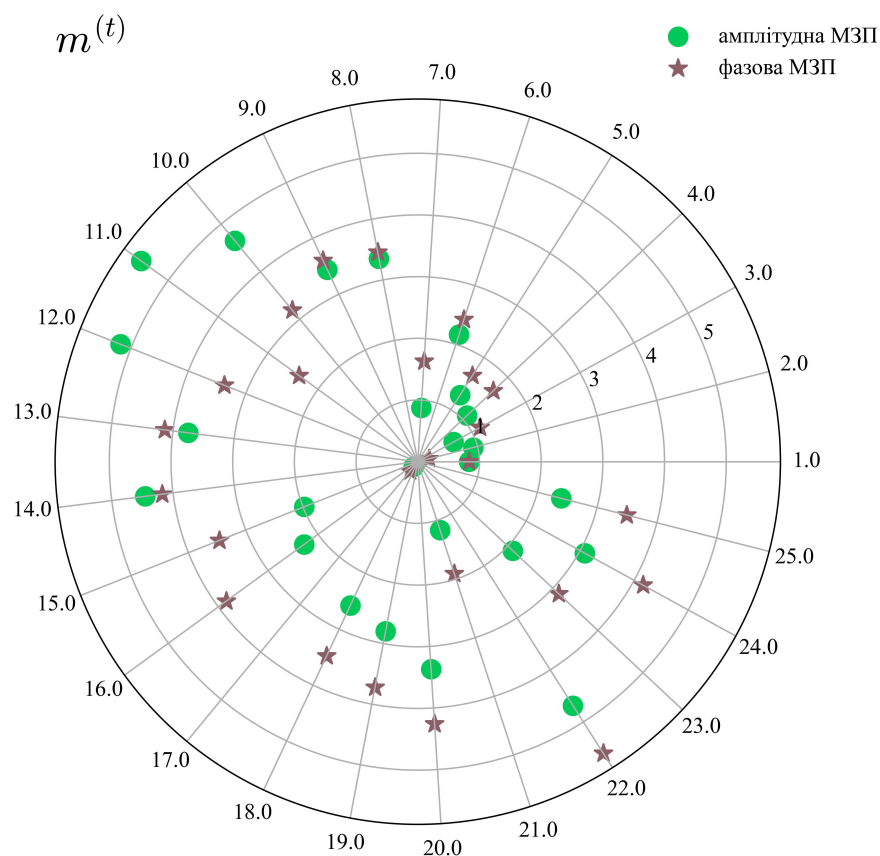


Рис. 4.9. Залежність максимуму амплітуди збурення намагніченості хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, від числа відкритих зон N для випадків: без МЗП, із амплітудною МЗП та із фазовою МЗП.

Таблиця 4.2. Порівняння ефективності фокусування амплітудною МЗП та фазовою МЗП. Вводимо величину $\Delta m^{(t)}$, що відображає зміну максимумів амплітуди збурення намагніченості на магнітності хвилі, що пройшла $m^{(t)}$, у процентному відношенні для амплітудної МЗП та фазової МЗП для різної кількості відкритих зон N .

3	4	5	6	7	8	9	13	15
1%	2%	2%	5%	1%	12%	12%	17%	19%
15	16	18	19	20	21	23	24	25
7%	9%	9%	10%	14%	2%	7%	13%	8%

Бачимо, що МЗП Френеля для СХ у якості інтерфейсу між двох феромагнетиків з нерівномірним розподілом параметра однорідного обміну на інтерфейсі та з нерівномірним розподілом власної магнітної анізотропії, має великий потенціал для фокусування СХ, яка проходить через інтерфейс. Такі функціональні властивості даної МЗП можуть бути застосовані у магнетонних обчислювальних пристроях, які будуть здатні конкурувати зі своїми оптичними аналогами за складністю та обчислювальною потужністю.

4.7. Висновки до розділу 4

Для задачі з дифракції спінових хвиль на метаповерхневі, що є аналогом зонної пластинки Френеля для спінових хвиль, що розташована між двома феромагнетиками отримано наступні висновки:

- ◇ Спін-хвильовий-аналог МЗП може бути створено за допомогою періодичної модуляції ізотропного обміну та власної магнітної анізотропії інтерфейсу між двома феромагнетиками. Така фазово-модульована спін-хвильова зонна пластинка Френеля може бути використана для більш ефективного фокусування як спінових хвиль, що пройшли,

ніж традиційна амплітудно-модульована спін-хвильова зонна пластина Френеля. Для фазово-модульованої та амплітудно-модульованої спін-хвильової зонних пластинок Френеля значення амплітуд спінової хвилі, яка пройшла, ідентичні, тобто покращення не спостерігається.

- ◇ Значення коефіцієнтів відбиття та проходження можуть бути більшими за одиницю, аналогічно зонній пластині Френеля в оптичному діапазоні, якщо зонна пластина складається з набору областей, які чергуються із різними значеннями константи ізотропного обміну та власної магнітної анізотропії метаповерхні.
- ◇ Для фазово-модульованої та амплітудно-модульованої спін-хвильової зонних пластинок Френеля значення амплітуд спінової хвилі, яка пройшла, збільшується для певного числа відкритих зон, наприклад, для 25-ої відкритої зони фазово-модульована МЗП фокусує хвилю, що відбилась на 70% краще ніж амплітудно-модульована МЗП.
- ◇ Для фазово-модульованої МЗП значення амплітуд спінової хвилі, яка відбилась, збільшується в 1.02-1.97 для кожної N-ої зони. Для амплітудно-модульованої МЗП збільшення амплітуди ідентичне фазово-модульованій МЗП.

РОЗДІЛ 5

РУХ ДОМЕННОЇ СТІНКИ ІЗ СКІРМІОН-ПОДІБНИМИ БУДІВЕЛЬНИМИ БЛОКАМИ У ФЕРОМАГНІТНІЙ ПЛАСТИНІ ПІД ДІЄЮ СПІН-ПОЛЯРИЗОВАНОГО СТРУМУ

5.1. Вступ до задачі про рух доменної стінки із скірмаіон-подібними будівельними блоками у феромагнітній пластині під дією спіи-поляризованого струму

Переважаюа більшість теоретичних досліджень внутрішньої структури доменних стінок у феро- та антиферомагнетиках базується на чисельному мікромагнітному моделюванні. Проте результати аналізу точних аналітичних розв'язків рівнянь Ландау-Ліфшиця у феро- та антиферомагнетиках показали [100], що може існувати нескінченна кількість магнітних текстур за однакових граничних умов для вектора намагніченості (а також вектора антиферомагнетизму), що, очевидно, є проблемою для чисельного мікромагнітного моделювання.

В численних роботах [99, 101], розв'язок рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського успішно використовується для опису динаміки доменної стінки у вільному феромагнітному шарі під час її поступального руху вздовж цього шару у випадку, коли спіи-поляризований струм тече перпендикулярно до шарів шаруватої системи феромагнетик/немагнітного металу /феромагнетик, якщо «балістичні умови» задовольняються [102].

У даному розділі ми отримаємо тривимірний точний динамічний розв'язок рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського у феромагнетик у одновісною магнітною анізотропією, який описує рух доменної стінки зі скірмаіон-

подібним будівельним блоком у внутрішній структурі під впливом зовнішнього магнітного поля і спінового струму. Такий розв'язок рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського існує для нескінченного феромагнетика. Однак цей результат природно застосовний також у вільному шарі шаруватої системи феромагнетик/немагнітний метал/феромагнетик за умови, що характерний масштаб скіrmіон-подібного будівельного блоку, як компонента внутрішньої структури доменної стінки, є значно менше товщини вільного шару. Остання умова добре виконується для скіrmіонів розміром порядку кількох нм, які особливо популярні як перспективні носії інформації для застосувань спінтроники.

5.2. Енергія феромагнітної пластини та рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського при протіканні спін-поляризованого струму

Розглянемо феромагнетик із одновісною магнітною анізотропією та намагніченістю \vec{M} . Вираз для магнітної енергії феромагнетика і рівняння динаміки намагніченості може бути записано через кутові змінні у їх стандартному вигляді:

$$\begin{aligned} M_x &= M_0 \sin \theta \cos \varphi, \\ M_y &= M_0 \sin \theta \sin \varphi, \quad M_z = M_0 \cos \theta, \end{aligned} \tag{5.1}$$

де θ та φ – полярний та азимутальний кути вектору намагніченості, M_x , M_y , M_z – декартові координати вектору намагніченості.

Енергія феромагнетика:

$$W = M_0^2 \int d\vec{r} \left\{ \frac{\alpha_{ex}}{2} \left\{ \left[\frac{\partial \theta}{\partial x_i} \right]^2 + \right. \right. \\ \left. \left. + \sin^2 \theta \left[\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right]^2 \right\} + \frac{\beta}{2} \sin^2 \theta - \frac{H_0^{(i)}}{M_0} \cos \theta \right\}, \quad (5.2)$$

α_{ex} – це неоднорідна обмінна константа ($\alpha_{ex} > 0$), β , $\vec{H}_0^{(i)}$ детально описано в 1 розділі даної роботи. Далі виконаємо інтегрування рівняння (5.2) вздовж об'єму феромагнетика. Розглядаємо один феромагнетик, тому тут і надалі індекс j не пишемо.

Рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського для феромагнетика:

$$\frac{\partial \vec{M}}{\partial t} = -|\gamma| \left[\vec{M} \times \vec{H}_{eff} \right] + \\ + \frac{\alpha_G}{M_0} \left[\vec{M} \times \frac{\partial \vec{M}}{\partial t} \right] + |\gamma| \vec{T}, \quad (5.3)$$

де $\vec{T} = \vec{T}_{\parallel} + \vec{T}_{\perp}$ – доданок для опису спін-поляризованого струму. Обертальний момент, який індукований при намагнічуванні спін-поляризованим струмом, що протікає через феромагнетик, $\vec{T}_{\parallel} = -\frac{a_C}{M_0} \left[\vec{M} \times \left[\vec{M} \times \vec{m}_p \right] \right]$, $\vec{T}_{\perp} = b_C \left[\vec{M} \times \vec{m}_p \right]$, α_G – коефіцієнт затухання. a_C та b_C – це коефіцієнти, пропорційні густини струму, що залежать від параметрів матеріалу. \vec{m}^p – це одиничний вектор, направлений вздовж напрямку поляризації струму.

5.3. Динамічний розв'язок рівнянь

Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського для ферромагнітної пластини, що описує рух доменної стінки із скіріміон-подібними будівельними блоками

Рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського для ферромагнетика можуть бути записані через кутові змінні [99, 101] таким чином:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{|\gamma|}{M_0} \frac{\delta W}{\delta \theta} + |\gamma| b_C m_z^p \{ -\sin \theta m_z^p + \\ + \sin \varphi \cos \theta m_y^p + \cos \varphi \cos \theta m_x^p \} - \\ - |\gamma| a_C \{ \sin \varphi m_x^p - \cos \varphi m_y^p \} + \alpha_G \frac{\partial \theta}{\partial t}, \\ \\ - \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{|\gamma|}{M_0} \frac{\delta W}{\delta \varphi} + \\ + |\gamma| b_C \sin \theta \{ \cos \varphi m_y^p - \sin \varphi m_x^p \} - \\ - |\gamma| a_C \{ \sin \theta \cos \theta \cos \varphi m_x^p + \\ + \sin \theta \cos \theta \sin \varphi m_y^p - \sin^2 \theta m_z^p \} + \\ + \alpha_G \sin^2 \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \end{array} \right. \quad (5.4)$$

Рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського можна спростити, враховуючи поляризацію спінового струму вздовж осі OZ $m_x^p = m_y^p = 0, m_z^p = \pm 1$:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sin \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{|\gamma|}{M_0} \frac{\delta W}{\delta \theta} - |\gamma| b_C \sin \theta m_z^p + \alpha_G \frac{\partial \theta}{\partial t}, \\ \\ \sin \theta \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{|\gamma|}{M_0} \frac{\delta W}{\delta \varphi} - |\gamma| a_C \sin^2 \theta m_z^p - \\ - \alpha_G \sin^2 \theta \frac{\partial \varphi}{\partial t}. \end{array} \right. \quad (5.5)$$

5.4. Залежності швидкості руху доменної стінки із скіrmіон-подібними будівельними блоками від сили спін-поляризованого струму та зовнішнього магнітного поля

Рівняння динаміки намагніченості мають наступний точний динамічний розв'язок:

$$\begin{cases} \varphi = n\alpha + \nu_\varphi t + \alpha_0, \\ tg\frac{\theta}{2} = \exp\left(\frac{z-\nu t}{\eta} + n \ln \frac{r}{r_0}\right), \end{cases} \quad (5.6)$$

де

$$\begin{cases} \nu_\varphi = \frac{|\gamma|H_0^{(i)}}{1+\alpha_G^2} - \frac{|\gamma|m_z^p}{1+\alpha_G^2} (\alpha_G a_C + b_C), \\ \nu = \eta \left\{ \frac{\alpha_G}{(1+\alpha_G^2)} |\gamma| H_0^{(i)} + \right. \\ \left. + \frac{|\gamma|m_z^p}{(1+\alpha_G^2)} (a_C - \alpha_G b_C) \right\}, \\ \eta = \sqrt{\frac{\alpha_{ex}}{\beta}}, \end{cases} \quad (5.7)$$

n – довільне ціле число, α_0 є довільною початковою фазою, $0 \leq \alpha_0 \leq 2\pi$, η – стала із розмірністю довжини, що характеризує товщину доменної стінки. r – радіус-вектор в площині XOY , r_0 – це характерний розмір скіrmіон-подібного будівельного блоку. α – азимутальний кут радіус-вектора.

Зокрема, при $n = 0$ розв'язок (5.6) описує рух доменної стінки нового типу з осцилюючим азимутальним кутом ϕ , на відміну від розв'язків типу Вокера (Walker) з постійним азимутальним кутом ϕ . Даний тип руху доменної стінки може здійснюватися як за рахунок зовнішнього магнітного поля, так і за рахунок спін-поляризованого струму в плоскій геометрії, як показано у [99, 101]. У даному випадку, розв'язок (5.6) при $n = 0$, отриманий формально для нескінченного середовища, точно задовольняє граничним умовам для вектора намагніченості на межі розділу феромагнетиків за будь-якої товщини плоского шару, що задовольняє умову застосовності

рівнянь Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського.

При $n \neq 0$ розв'язок (5.6) описує стаціонарний рух складної доменної стінки. Скірміон у якості будівельного блоку доменної стінки може мати довільний топологічний заряд n , n дорівнює як заряду скірміона, так і числу обертання скірміон (skyrmion winding number), довільний розмір η та довільну початкову спіральність (helicity) $\chi = \frac{\alpha_0}{n}$. Аналітична модель описує часові коливання спіральності скірміона від нуля до $\chi = \frac{2\pi}{n}$. Це означає, що за період таких коливань $T = \frac{2\pi}{\nu_\varphi}$ скірміон типу Неєля (Neel), коли $\alpha_0 = 0$, $\alpha_0 = \pi$, $\alpha_0 = 2\pi$ переходить в проміжний тип при довільних $\alpha_0 \neq 0, \alpha_0 \neq \pi, \alpha_0 \neq \pm\frac{\pi}{2}, \alpha_0 \neq 2\pi$ потім у скірміон тип Блоха $\alpha_0 = \pm\frac{\pi}{2}$, а потім знову в тип Неєля.

Розв'язок (5.6) може бути реалізований і в іншій геометрії, наприклад, при пропусканні спін-поляризованого струму безпосередньо через циліндричний феромагнітний зразок або через провідну систему на поверхні феромагнітного циліндра (дроту).

Розв'язок (5.6) також можна уявити як доменну стінку з поворотом намагніченості до протилежного напрямку (reversal of the magnetization) в ній уздовж осі OZ , але не циліндричної форми, а більш складної воронкоподібної (funnel-shaped) структури. У стінці відбувається зміна намагніченості, але скірміон-подібна внутрішня структура змінюється з координатою r у кожному поперечному перерізі. Експериментальна реалізація такої конфігурації в принципі можлива без увімкнення спін-поляризованого струму, наприклад, якщо до кінців циліндричного феромагнетика скінченної висоти прикласти зовнішнє магнітне поле відповідного напрямку.

5.5. Висновки до розділу 5

Для задачі руху доменної стінки із скірміон-подібними будівельними блоками у феромагнетику під дією спін-поляризованого струму отримано

наступні висновки:

- Точний динамічний розв'язок (5.6) рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського у феромагнетику з одновісною магнітною анізотропією, отриманий у цій роботі, описує рух феромагнітної доменної стінки довжиною η із скіrmіон-подібним будівельним блоком із постійною швидкістю вздовж осі OZ , керований спін-поляризованим струмом.
- Існує лінійна залежність швидкості руху феромагнітної доменної стінки ν зі скіrmіон-подібним будівельним блоком як функції сили спін-поляризованого струму та напруженості зовнішнього магнітного поля.
- Точний тривимірний аналітичний розв'язок (5.6) рівняння Ландау-Ліфшиця-Гільберта-Слончевського є доменною стінкою із скіrmіон-подібною неоднорідністю внутрішньої структури за стандартних граничних умов для доменної стінки. Він відрізняється від чисельних чи аналітичних розв'язків цього рівняння, представлених у літературі, тим, що азимутальний кут для вектора намагніченості осцилює з плином часу в процесі руху доменної границі. Тобто не існує теореми єдності розв'язків для рівняння Ландау-Ліфшиця. Наприклад, конкретні приклади існування нескінченної множини точних аналітичних розв'язків рівняння Ландау-Ліфшиця в конкретному зразку наведені за ідентичних граничних умов у роботі [119].
- Часові коливання внутрішньої структури скіrmіон-подібного будівельного блоку від типу Неєля до типу Блоку під час руху доменної стінки передбачають, згідно з формулою (5.6), період коливань, що дорівнює $T = 2\pi/\nu_\phi$.

ВИСНОВКИ

Головним результатом дисертаційної роботи є розв'язання наукової задачі проходження спінових хвиль в одно- та двошарових феромагнітних пластинах із метаповерхнями з власною магнітною анізотропією та взаємодією Дзялошинського-Морія. Проведено теоретичні дослідження, які дозволили зробити наступні висновки:

- I На основі аналізу літературних джерел встановлено, що спінові хвилі в одно- та двошарових структурах використовуються в численних магنونних пристроях.
- II Для задачі з проходження спінових хвиль через на межі розділу феромагнетику без взаємодії Дзялошинського-Морія і феромагнетику із взаємодією Дзялошинського-Морія показано, що коефіцієнт відбиття зменшується зі збільшенням частоти спінової хвилі ω і при збільшенні константи взаємодії Дзялошинського-Морія D (в межах $[10^{-6}; 10^{-1}]$ Ерг /см²) в другому феромагнетику та при збільшенні параметра обмінної взаємодії A для всіх розглянутих феромагнетиків: Ni , YIG , $LaCo$, Pu . Коефіцієнт проходження збільшується зі збільшенням частоти спінової хвилі ω і при збільшенні константи взаємодії Дзялошинського-Морія D (в межах $[10^{-6}; 10^{-1}]$ Ерг /см²) в другому феромагнетику та при збільшенні параметра обмінної взаємодії A для вищеперерахованих феромагнетиків. Залежності коефіцієнтів проходження та відбиття спінової хвилі від константи Дзялошинського-Морія підтверджують, що керування спіновою хвилею у магنونних пристроях може бути досягнуто зміною температури, оскільки константа взаємодії Дзялошинського-Морія сильно залежить від температури.

- III Для задачі опису поширення спінової хвилі через систему з двох феромагнетиків та/або двох частин суцільного ФМ, на одну з яких нанесено шар важкого металу з різними значеннями констант ВДМ показано, що коефіцієнти відбиття та проходження спінової хвилі монотонно залежать від константи ВДМ в діапазоні постійних значень D від 10^{-7} до 10^{-1} Ерг /см² та в діапазоні частот спінової хвилі, для яких хвильові числа є дійсними відповідно до дисперсійного співвідношення. Залежність відбиття і проходження спінової хвилі від частоти дуже слабка в зазначеному діапазоні частот для всіх розглянутих матеріалів (для Ni , YIG , $LaCo$, Pu). Коефіцієнт невзаємності монотонно зростає зі збільшенням амплітуди константи ВДМ у феромагнетику зі східчастою ВДМ. Феромагнетик зі східчастою ВДМ може бути функціональним елементом, що значно збільшує амплітуду спінової хвилі, тобто служити як підсилювач спінових хвиль.
- IV Для задачі руху доменної стінки із скіrmіон-подібними будівельними блоками у феромагнетику під дією спін-поляризованого струму показано, що існує лінійна залежність швидкості руху феромагнітної доменної стінки зі скіrmіон-подібним будівельним блоком як функції сили спін-поляризованого струму та напруженості зовнішнього магнітного поля. Точний тривимірний аналітичний розв'язок рівняння Ландау-Ліфшица-Гільберта-Слончевського є доменною стінкою із скіrmіон-подібною неоднорідністю внутрішньої структури за стандартних граничних умов для доменної стінки. Він відрізняється від чисельних чи аналітичних розв'язків цього рівняння, представлених у літературі, тим, що азимутальний кут для вектора намагніченості осцилює з плином часу в процесі руху доменної границі. Часові коливання внутрішньої структури скіrmіон-подібного будівельного блоку від типу Неєля до типу Блоку під час

руху доменної стінки передбачають період коливань, що дорівнює $T = 2\pi/\nu_\phi$.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

- [1] Dzyaloshinsky I. A thermodynamic theory of gadolinium molybdate // J. Phys. Chem. Solids. — 1958. — Vol. 4. — P. 241–255.
- [2] Moriya T. Anisotropic superexchange interaction and weak ferromagnetism // Physical review. — 1960. — Vol. 120, no. 1. — P. 91.
- [3] The nature of domain walls in ultrathin ferromagnets revealed by scanning nanomagnetometry / Tetienne J.-P., Hingant T., Martínez L., Rohart S., Thiaville A., Diez L. H., Garcia K., Adam J.-P., Kim J.-V., Roch J.-F., et al. // Nature communications. — 2015. — Vol. 6, no. 1. — P. 6733.
- [4] Fast current-driven domain walls and small skyrmions in a compensated ferrimagnet / Caretta L., Mann M., Büttner F., Ueda K., Pfau B., Günther C. M., Hessing P., Churikova A., Klose C., Schneider M., et al. // Nature nanotechnology. — 2018. — Vol. 13, no. 12. — P. 1154–1160.
- [5] Real-space imaging of confined magnetic skyrmion tubes / Birch M., Cortés-Ortuño D., Turnbull L., Wilson M., Groß F., Träger N., Laurensen A., Bukin N., Moody S., Weigand M., et al. // Nature communications. — 2020. — Vol. 11, no. 1. — P. 1726.
- [6] Scaling, rotation, and channeling behavior of helical and skyrmion spin textures in thin films of Te-doped Cu_2OSeO_3 / Han M.-G., Garlow J., Kharkov Y., Camacho L., Rov R., Saucedo J., Vats G., Kisslinger K., Kato T., Sushkov O., et al. // Science Advances. — 2020. — Vol. 6, no. 13. — P. eaax2138.
- [7] Tokura Y., Kanazawa N. Magnetic skyrmion materials // Chemical Reviews. — 2020. — Vol. 121, no. 5. — P. 2857–2897.

- [8] Nanometric square skyrmion lattice in a centrosymmetric tetragonal magnet / Khanh N. D., Nakajima T., Yu X., Gao S., Shibata K., Hirschberger M., Yamasaki Y., Sagayama H., Nakao H., Peng L., et al. // *Nature Nanotechnology*. — 2020. — Vol. 15, no. 6. — P. 444–449.
- [9] Skyrmion lattice phases in thin film multilayer / Zázvorka J., Ditrach F., Ge Y., Kerber N., Raab K., Winkler T., Litzius K., Veis M., Virnau P., and Kläui M. // *Advanced Functional Materials*. — 2020. — Vol. 30, no. 46. — P. 2004037.
- [10] Topological Nernst effect of the two-dimensional skyrmion lattice / Hirschberger M., Spitz L., Nomoto T., Kurumaji T., Gao S., Masell J., Nakajima T., Kikkawa A., Yamasaki Y., Sagayama H., et al. // *Physical Review Letters*. — 2020. — Vol. 125, no. 7. — P. 076602.
- [11] Design of magnetic spirals in layered perovskites: Extending the stability range far beyond room temperature / Shang T., Canévet E., Morin M., Sheptyakov D., Fernández-Díaz M. T., Pomjakushina E., and Medarde M. // *Science Advances*. — 2018. — Vol. 4, no. 10. — P. eaau6386.
- [12] Propagation of spin waves through a Néel domain wall / Wojewoda O., Hula T., Flajšman L., Vaňatka M., Gloss J., Holobrádek J., Staňo M., Stienen S., Körber L., Schultheiß K., et al. // *Applied Physics Letters*. — 2020. — Vol. 117, no. 2.
- [13] Extraction of Dzyaloshinskii-Moriya interaction from propagating spin waves / Lucassen J., Schippers C. F., Verheijen M. A., Fritsch P., Geluk E. J., Barcones B., Duine R. A., Wurmehl S., Swagten H. J., Koopmans B., et al. // *Physical Review B*. — 2020. — Vol. 101, no. 6. — P. 064432.
- [14] Magnetic racetrack memory: From physics to the cusp of applications within a decade / Bläsing R., Khan A. A., Filippou P. C., Garg C.,

- Hameed F., Castrillon J., and Parkin S. S. // Proceedings of the IEEE. — 2020. — Vol. 108, no. 8. — P. 1303–1321.
- [15] Parkin S., Yang S.-H. Memory on the racetrack // Nature nanotechnology. — 2015. — Vol. 10, no. 3. — P. 195–198.
- [16] Permutation-write: Optimizing write performance and energy for skyrmion racetrack memory / Yang T.-Y., Yang M.-C., Li J., and Kang W. // 2020 57th ACM/IEEE Design Automation Conference (DAC) / IEEE. — 2020. — P. 1–6.
- [17] Spin Waves in Thin Films and Magnonic Crystals with Dzyaloshinskii–Moriya Interactions / Gallardo R. A., Cortés-Ortuño D., Troncoso R. E., and Landeros P. // Three-Dimensional Magnonics. — 2019. — P. 121–159.
- [18] Creation of unidirectional spin-wave emitters by utilizing interfacial Dzyaloshinskii–Moriya interaction / Brächer T., Boulle O., Gaudin G., and Pirro P. // Physical Review B. — 2017. — Vol. 95, no. 6. — P. 064429.
- [19] Guo J., Zeng X., Yan M. Spin-wave canting induced by the Dzyaloshinskii–Moriya interaction in ferromagnetic nanowires // Physical Review B. — 2017. — Vol. 96, no. 1. — P. 014404.
- [20] Xing X., Zhou Y. Fiber optics for spin waves // NPG Asia Materials. — 2016. — Vol. 8, no. 3. — P. e246–e246.
- [21] Asymmetric spin-wave dispersion due to Dzyaloshinskii–Moriya interaction in an ultrathin Pt/CoFeB film / Di K., Zhang V. L., Lim H. S., Ng S. C., Kuok M. H., Qiu X., and Yang H. // Applied Physics Letters. — 2015. — Vol. 106, no. 5.
- [22] Verba R., Tiberkevich V., Slavin A. Influence of interfacial Dzyaloshinskii–Moriya interaction on the parametric amplification of spin waves // Applied Physics Letters. — 2015. — Vol. 107, no. 11.

- [23] Domain wall trajectory determined by its fractional topological edge defects / Pushp A., Phung T., Rettner C., Hughes B. P., Yang S.-H., Thomas L., and Parkin S. S. // *Nature Physics*. — 2013. — Vol. 9, no. 8. — P. 505–511.
- [24] Magnetic vortex core reversal by excitation with short bursts of an alternating field / Van Waeyenberge B., Puzic A., Stoll H., Chou K., Tylliszczak T., Hertel R., Fähnle M., Brückl H., Rott K., Reiss G., et al. // *Nature*. — 2006. — Vol. 444, no. 7118. — P. 461–464.
- [25] Electrical switching of the vortex core in a magnetic disk / Yamada K., Kasai S., Nakatani Y., Kobayashi K., Kohno H., Thiaville A., and Ono T. // *Nature materials*. — 2007. — Vol. 6, no. 4. — P. 270–273.
- [26] Akhiezer A., Bar'yakhtar V., Peletminski S. *Spin Waves*, North-Holland, Amsterdam. — 1968.
- [27] Li Y.-Y. Domain walls in antiferromagnets and the weak ferromagnetism of $\alpha\text{-Fe}_2\text{O}_3$ // *Physical Review*. — 1956. — Vol. 101, no. 5. — P. 1450.
- [28] Borovik-Romanov A. S., Orlova M. P. Magnetic properties of cobalt and manganese carbonates // *Soviet physics JETP*. — 1957. — Vol. 4, no. 4. — P. 531–534.
- [29] Landau L., Lifshitz E., Pitaevskii L. *Course of Theoretical Physics: Statistical Physics, Part 2* : by E.M. Lifshitz and L.P. Pitaevskii. No. 9. — 1980. — Access mode: <https://books.google.com.ua/books?id=QAcenQAACAAJ>.
- [30] Skyrmions in magnetic multilayers / Jiang W., Chen G., Liu K., Zang J., Te Velthuis S. G., and Hoffmann A. // *Physics Reports*. — 2017. — Vol. 704. — P. 1–49.
- [31] Wiesendanger R. Nanoscale magnetic skyrmions in metallic films and multilayers: a new twist for spintronics // *Nature Reviews Materials*. — 2016. — Vol. 1, no. 7. — P. 1–11.

- [32] Fert A., Reyren N., Cros V. Magnetic skyrmions: Advances in physics and potential applications. — 2017.
- [33] Chirally coupled nanomagnets OOP region Chiral domain wall / Luo Z., Dao T. P., Hrabec A., Vijayakumar J., Kleibert A., Baumgartner M., Kirk E., Cui J., Savchenko T., Krishnaswamy G., Heyderman L. J., Gambardella P., and Eg O. M. // *Science*. — 2019. — Vol. 363. — P. 29. — Access mode: <http://science.sciencemag.org/>.
- [34] Magnetization boundary conditions at a ferromagnetic interface of finite thickness / Kruglyak V. V., Gorobets O. Y., Gorobets Y. I., and Kuchko A. N. // *Journal of Physics: Condensed Matter*. — 2014. — 10. — Vol. 26. — P. 406001. — Access mode: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/0953-8984/26/40/406001>.
- [35] Nonreciprocal spin wave propagation in a ferromagnet with stepwise interfacial Dzyaloshinskii-Moriya interaction / Gorobets O., Gorobets Y., Tiukavkina I., and Gerasimenko R. // *IEEE Transactions on Magnetics*. — 2022. — Vol. 58. — P. 1–11.
- [36] Spin wave propagation through the interface between two ferromagnets without/with Dzyaloshinskii-Moriya interaction / Gorobets Y., Gorobets O., Tiukavkina I., and Gerasimenko R. // *Fizika Nizkikh Temperatur*. — 2021. — Vol. 47. — P. 531–535.
- [37] Gorobets O. Y., Rospotniuk T. Y., Rospotnyuk V. P. Propagation of spin wave through the anisotropic boundary of two uniaxial ferromagnets in an external magnetic field // *Research Bulletin of NTUU "Kyiv Polytechnic Institute"*. — 2014. — Vol. 4. — P. 119–126.
- [38] Introduction to spin wave computing / Mahmoud A., Ciubotaru F., Vanderveken F., Chumak A. V., Hamdioui S., Adelmann C., and Coto-fana S. // *Journal of Applied Physics*. — 2020. — Vol. 128.
- [39] Nonreciprocal spin wave propagation in bilayer magnonic waveguide / Odintsov S., Sheshukova S., Nikitov S., Lock E., Be-

- ginin E., and Sadovnikov A. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2022. — 3. — Vol. 546. — P. 168736. — Access mode: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/S0304885321009641>.
- [40] Go G., Lee S., Kim S. K. Generation of nonreciprocity in gapless spin waves by chirality injection // Physical Review B. — 2022. — 4. — Vol. 105. — P. 134401. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.105.134401>.
- [41] Spin wave nonreciprocity for logic device applications / Jamali M., Kwon J. H., Seo S. M., Lee K. J., and Yang H. // Scientific Reports. — 2013. — Vol. 3. — P. 3160.
- [42] Enhancement of spin-wave nonreciprocity in magnonic crystals via synthetic antiferromagnetic coupling / Di K., Feng S. X., Piramanayagam S. N., Zhang V. L., Lim H. S., Ng S. C., and Kuok M. H. // Scientific Reports. — 2015. — 9. — Vol. 5. — P. 10153. — Access mode: <http://www.nature.com/articles/srep10153>.
- [43] Nonreciprocal coherent coupling of nanomagnets by exchange spin waves / Wang H., Chen J., Yu T., Liu C., Guo C., Liu S., Shen K., Jia H., Liu T., Zhang J., Cabero M. A., Song Q., Tu S., Wu M., Han X., Xia K., Yu D., Bauer G. E. W., and Yu H. // Nano Research. — 2021. — 7. — Vol. 14. — P. 2133–2138. — Access mode: <https://link.springer.com/10.1007/s12274-020-3251-5>.
- [44] Qiu L., Shen K. Tunable spin-wave nonreciprocity in synthetic antiferromagnetic domain walls // Physical Review B. — 2022. — 3. — Vol. 105. — P. 094436. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.105.094436>.
- [45] Nonreciprocal spin-wave dynamics in Pt/Co/W/Co/Pt multilayers / Szulc K., Mendisch S., Mruczkiewicz M., Casoli F., Becherer M., and Gubbiotti G. // Physical Review B. — 2021. — Vol. 103. — P. 134404. — Access mode: <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.103.134404>.

- [46] Spin-wave nonreciprocity and formation of lateral standing spin waves in CoFeB/Ta/NiFe meander-shaped films / Gubbiotti G., Sadovnikov A., Sheshukova S. E., Beginin E., Nikitov S., Talmelli G., Adelmann C., and Ciubotaru F. // Journal of Applied Physics. — 2022. — 8. — Vol. 132. — P. 083902. — Access mode: <https://aip.scitation.org/doi/10.1063/5.0102010>.
- [47] Gallardo R. A., Alvarado-Seguel P., Landeros P. High spin-wave asymmetry and emergence of radial standing modes in thick ferromagnetic nanotubes // Physical Review B. — 2022. — 3. — Vol. 105. — P. 104435. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.105.104435>.
- [48] Nonreciprocal spin waves in ferrimagnetic domain-wall channels / Liang X., Wang Z., Yan P., and Zhou Y. // Physical Review B. — 2022. — 12. — Vol. 106. — P. 224413. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.106.224413>.
- [49] Chen J., Yu H., Gubbiotti G. Unidirectional spin-wave propagation and devices // Journal of Physics D: Applied Physics. — 2022. — 3. — Vol. 55. — P. 123001. — Access mode: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-6463/ac31f4>.
- [50] Nonreciprocity of spin waves in the conical helix state / Ogawa N., Köhler L., Garst M., Toyoda S., Seki S., and Tokura Y. // Proceedings of the National Academy of Sciences. — 2021. — 2. — Vol. 118. — Access mode: <https://pnas.org/doi/full/10.1073/pnas.2022927118>.
- [51] Dzyaloshinskii-Moriya interaction determined from spin wave nonreciprocity and magnetic bubble asymmetry in Pt/Co/Ir/Co/Pt synthetic ferrimagnets / Koplak O., Bezverkhniy A., Sadovnikov A., Morgunov R., Hehn M., Bello J.-L., Fache T., and Mangin S. // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2022. — 2. — Vol. 34. — P. 085803. — Access mode: <https://iopscience.iop.org/article/10.1088/1361-648X/ac3c0a>.
- [52] Franco A. F., Landeros P. Enhancement of the spin-wave non-

- reciprocity in antiferromagnetically coupled multilayers with dipolar and interfacial Dzyaloshinskii-Moriya interactions // *Physical Review B*. — 2020. — 11. — Vol. 102. — P. 184424. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.102.184424>.
- [53] Optically Inspired Nanomagnonics with Nonreciprocal Spin Waves in Synthetic Antiferromagnets / Albisetti E., Tacchi S., Silvani R., Scaramuzzi G., Finizio S., Wintz S., Rinaldi C., Cantoni M., Raabe J., Carlotti G., Bertacco R., Riedo E., and Petti D. // *Advanced Materials*. — 2020. — 3. — Vol. 32. — P. 1906439. — Access mode: <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/adma.201906439>.
- [54] Csaba G., Papp A., Porod W. Perspectives of using spin waves for computing and signal processing // *Physics Letters, Section A: General, Atomic and Solid State Physics*. — 2017. — Vol. 381. — P. 1471–1476. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physleta.2017.02.042>.
- [55] Nanoscale spectrum analyzer based on spin-wave interference / Papp A., Porod W., Csurgay A. I., and Csaba G. // *Scientific Reports*. — 2017. — Vol. 7. — P. 1–9.
- [56] Kovalev A. A., Sandhoefner S. Skyrmions and antiskyrmions in quasi-two-dimensional magnets // *Frontiers in Physics*. — 2018. — Vol. 6. — P. 1–8.
- [57] Konishi S. A new ultra-high-density solid state memory: Bloch line memory // *IEEE Transactions on Magnetism*. — 1983. — Vol. 19. — P. 1838–1840.
- [58] Schwee L. J., Irons H. R., Anderson W. E. The Crosstie Memory // *IEEE Transactions on Magnetism*. — 1976. — Vol. 12. — P. 608–613.
- [59] Wolfe R. Magnetic Domain Walls in Bubble Materials. — Elsevier, 1979. — ISBN: 9780120029518. — Access mode: <https://linkinghub.elsevier.com/retrieve/pii/C20130069988>.

- [60] Huber E. E., Smith D. O., Goodenough J. B. Domain-wall structure in permalloy films // Journal of Applied Physics. — 1958. — Vol. 29. — P. 294–295.
- [61] Hubert A., Schäfer R. 1.1 What are Magnetic Domains? — 2009. — ISBN: 9783540641087.
- [62] Hubert A. Theorie der Domanenwande in geordneten Medien. — 1974. — ISBN: 3540066802.
- [63] Hartmann U., Mende H. H. Observation of subdivided 180 Bloch wall configurations on iron whiskers // Journal of Applied Physics. — 1986. — Vol. 59. — P. 4123–4128.
- [64] Farztdinov M., Malginova S. On the domain structure of rare-earth orthoferrites // Fiz. Tverd. Tela. — 1970. — Vol. 12. — P. 2954.
- [65] Gyroscopic quasi-relativistic dynamics of antiferromagnetic vortex in domain boundary of yttrium orthoferrite / Chetkin M. V., Kurbatova Y. N., Shapaeva T. B., and Borshchegovskii O. A. // Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters. — 2004.
- [66] Feldtkeller E. Mikromagnetisch stetige und unstetige Magnetisierungskonfigurationen // Zeitschrift fur Angewandte Physik. — 1965. — Vol. 19. — P. 530.
- [67] Döring W. Point singularities in micromagnetism // Journal of Applied Physics. — 1968. — Vol. 39. — P. 1006–1007.
- [68] Kabanov Y. P., Dedukh L. M., Nikitenko V. I. Bloch points in an oscillating Bloch line // JETP Letters. — 1989. — Vol. 49. — P. 637–640.
- [69] Thiaville A., Miltat J. Controlled injection of a singular point along a linear magnetic structure // EPL (Europhysics Letters). — 1994. — Vol. 26. — P. 57.
- [70] Observation of Bloch-point domain walls in cylindrical magnetic nanowires / Col S. D., Jamet S., Rougemaille N., Locatelli A.,

- Mentes T. O., Burgos B. S., Afid R., Darques M., Cagnon L., Toussaint J. C., and Fruchart O. // *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*. — 2014. — Vol. 89. — P. 1–5.
- [71] Kim S. K., Tchernyshyov O. Pinning of a Bloch point by an atomic lattice // *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*. — 2013. — Vol. 88. — P. 1–6.
- [72] Landau L. The theory of phase transitions // *Nature*. — 1936. — Vol. 138. — P. 840–841.
- [73] Galkina E., Ivanov B., Stephanovich V. Phenomenological theory of Bloch point relaxation // *Journal of magnetism and magnetic materials*. — 1993. — Vol. 118. — P. 373–378.
- [74] Elias R. G., Verga A. Magnetization structure of a Bloch point singularity // *European Physical Journal B*. — 2011. — Vol. 82. — P. 159–166.
- [75] Dynamics of the Bloch point in an asymmetric permalloy disk / Im M. Y., Han H. S., Jung M. S., Yu Y. S., Lee S., Yoon S., Chao W., Fischer P., Hong J. I., and Lee K. S. // *Nature Communications*. — 2019. — Vol. 10. — P. 1–8. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1038/s41467-019-08327-6>.
- [76] Pylypovskyi O. V., Sheka D. D., Gaididei Y. Bloch point structure in a magnetic nanosphere // *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*. — 2012. — Vol. 85. — P. 1–8.
- [77] Micromagnetic study of Bloch-point-mediated vortex core reversal / Thiaville A., García J. M., Dittrich R., Miltat J., and Schrefl T. // *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*. — 2003. — Vol. 67. — P. 1–12.
- [78] Measuring interfacial Dzyaloshinskii-Moriya interaction in ultra-thin magnetic films / Kuepferling M., Casiraghi A., Soares G., Durin G., Garcia-Sanchez F., Chen L., Back C. H., Marrows C. H., Tacchi S., and Carlotti G. — 2020. — Access mode: <http://arxiv.org/abs/2009.11830>.

- [79] Ultrafast nanomagnetic toggle switching of vortex cores / Hertel R., Gliga S., Fähnle M., and Schneider C. M. // *Physical Review Letters*. — 2007. — Vol. 98. — P. 1–4.
- [80] Hertel R., Schneider C. M. Exchange explosions: Magnetization dynamics during vortex-antivortex annihilation // *Physical Review Letters*. — 2006. — Vol. 97. — P. 1–4.
- [81] Opportunities for neuromorphic computing algorithms and applications / Schuman C. D., Kulkarni S. R., Parsa M., Mitchell J. P., Date P., and Kay B. // *Nature Computational Science*. — 2022. — 1. — Vol. 2. — P. 10–19. — Access mode: <https://www.nature.com/articles/s43588-021-00184-y>.
- [82] Spin-wave propagation in the presence of interfacial Dzyaloshinskii-Moriya interaction / Moon J. H., Seo S. M., Lee K. J., Kim K. W., Ryu J., Lee H. W., McMichael R. D., and Stiles M. D. // *Physical Review B - Condensed Matter and Materials Physics*. — 2013. — Vol. 88. — P. 184404.
- [83] Dynamic micromagnetic simulation of permalloy antidot array film / Mu C. P., Wang W. W., Zhang B., Liu Q. F., and Wang J. B. // *Physica B: Condensed Matter*. — 2010. — Vol. 405. — P. 1325–1328. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1016/j.physb.2009.11.079>.
- [84] Liechtenstein A. I., Katsnelson M. I., Gubanov V. A. Exchange interactions and spin-wave stiffness in ferromagnetic metals // *Journal of Physics F: Metal Physics*. — 1984. — Vol. 14.
- [85] Observation of the Exchange Interaction at the Surface of a Ferromagnet / Mauri D., Scholl D., Siegmann H. C., and Kay E. // *Physical Review Letters*. — 1988. — 8. — Vol. 61. — P. 758–761. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.61.758>.
- [86] Interfacial Dzyaloshinskii-Moriya interaction arising from rare-earth orbital magnetism in insulating magnetic oxides / Caretta L., Rosenberg E., Büttner F., Fakhrul T., Gargiani P., Valvidares M., Chen Z., Reddy P., Muller D. A., Ross C. A., and Beach G. S. // *Nature*.

- ture Communications. — 2020. — Vol. 11. — P. 1090. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1038/s41467-020-14924-7>.
- [87] Significant Dzyaloshinskii-Moriya interaction at graphene-ferromagnet interfaces due to the Rashba effect / Yang H., Chen G., Cotta A. A., N'Diaye A. T., Nikolaev S. A., Soares E. A., MacEdo W. A., Liu K., Schmid A. K., Fert A., and Chshiev M. // Nature Materials. — 2018. — Vol. 17. — P. 605–609. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1038/s41563-018-0079-4>.
- [88] Jadaun P., Register L. F., Banerjee S. K. The microscopic origin of DMI in magnetic bilayers and prediction of giant DMI in new bilayers // npj Computational Materials. — 2020. — Vol. 6. — P. 88. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1038/s41524-020-00351-1>.
- [89] Magnetic anisotropy, exchange coupling and Dzyaloshinskii-Moriya interaction of two-dimensional magnets / Cui Q., Wang L., Zhu Y., Liang J., and Yang H. // Frontiers of Physics. — 2023. — 2. — Vol. 18. — P. 13602. — Access mode: <https://link.springer.com/10.1007/s11467-022-1217-7>.
- [90] Goos-Hänchen shift of a spin-wave beam transmitted through anisotropic interface between two ferromagnets / Gruszecki P., Mailian M., Gorobets O., and Krawczyk M. // Physical Review B. — 2017. — Vol. 95, no.1. — P. 014421.
- [91] Exchange spin waves transmission through the interface between two antiferromagnetically coupled ferromagnetic media / Mailian M., Gorobets O. Y., Gorobets Y. I., Zelent M., and Krawczyk M. // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2019. — Vol. 484. — P. 484–489. — Access mode: <https://doi.org/10.1016/j.jmmm.2019.02.062>.
- [92] Spin wave collimation using a flat metasurface / Zelent M., Mailian M., Vashistha V., Gruszecki P., Gorobets O. Y., Gorobets Y. I., and Krawczyk M. // Nanoscale. — 2019. — Vol. 11. — P. 9743–9748.

- [93] Busel O., Gorobets O., Gorobets Y. Propagation of Spin Waves Through an Interface Between Ferromagnetic and Antiferromagnetic Materials // Journal of Superconductivity and Novel Magnetism. — 2019. — Vol. 32. — P. 3097–3102.
- [94] Saveliev I. V. Physics A General Course Volume III Quantum Optics, Atomic Physics, Solid State Physics, Physics of the Atomic Nucleus and Elementary Particles. — Mir Publishers; 1st edition (January 1, 1985), 1985. — ISBN: B00CVVIN96.
- [95] Spin wave diffraction and perfect imaging of a grating / Mansfeld S., Topp J., Martens K., Toedt J. N., Hansen W., Heitmann D., and Mendach S. // Physical Review Letters. — 2012. — Vol. 108. — P. 1–5.
- [96] Direct observation of spin-wave focusing by a Fresnel lens / Gräfe J., Gruszecki P., Zelent M., Decker M., Keskinbora K., Noske M., Gawronski P., Stoll H., Weigand M., Krawczyk M., Back C. H., Goering E. J., and Schütz G. // Physical Review B. — 2020. — 7. — Vol. 102. — P. 024420. — Access mode: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.102.024420>.
- [97] Metasurface zone plate for light manipulation in vectorial regime / Yoon G., Jang J., Mun J., Nam K. T., and Rho J. // Communications Physics. — 2019. — Vol. 2. — P. 4–11. — Access mode: <http://dx.doi.org/10.1038/s42005-019-0258-x>.
- [98] Gorobets O. Y. Degeneration of magnetic states of the order parameter relative to the boundary conditions and discrete energy spectrum in ferromagnetic and antiferromagnetic nanotubes // Chaos, Solitons and Fractals. — 2008. — Vol. 36. — P. 671–676.
- [99] Rapid domain wall motion in permalloy nanowires excited by a spin-polarized current applied perpendicular to the nanowire / Boone C. T., Katine J. A., Carey M., Childress J. R., Cheng X., and Krivorotov I. N. // Physical review letters. — 2010. — Vol. 104. — P. 097203.

- [100] Exchange-stiffness constant in cold-worked and nanocrystalline Ni measured by elastic small-angle neutron scattering / Michels A., Weissmüller J., Wiedenmann A., and Barker J. G. // Journal of Applied Physics. — 2000. — Vol. 87. — P. 5953–5955.
- [101] Boone C. T., Krivorotov I. N. Magnetic domain wall pumping by spin transfer torque // Physical review letters. — 2010. — Vol. 104. — P. 1672205.
- [102] Gorobets O. Y., Gorobets Y. I. 3D analytical model of skyrmion-like structures in an antiferromagnet with DMI // Journal of Magnetism and Magnetic Materials. — 2020. — Vol. 507. — P. 166800.

Додаток А. Список публікацій здобувача за темою дисертації

1. Gorobets Yu.I., Gorobets O.Yu., Tiukavkina I.M., Gerasimenko R.S. Spin-Polarized Current-Driven Ferromagnetic Domain Wall Motion with a skyrmion-like building block. Ukrainian Journal of Physics. 2020. Vol. 65 No. 10, P. 919.
[https : //ujp.bitp.kiev.ua/index.php/ujp/article/view/2020227](https://ujp.bitp.kiev.ua/index.php/ujp/article/view/2020227)
2. Gorobets Yu.I., Gorobets O.Yu., Tiukavkina I.M., Gerasimenko R.S. Spin wave propagation through the interface between two ferromagnets without/with Dzyaloshinskii–Moriya interaction. Low Temperature Physics. 2021., Vol. 47, No. 6, P. 493-496.
[https : //ui.adsabs.harvard.edu/abs/2021LTP....47..493G/abstract](https://ui.adsabs.harvard.edu/abs/2021LTP....47..493G/abstract)
3. Gorobets Yu.I., Gorobets O.Yu., Tiukavkina I.M., Gerasimenko R.S. Nonreciprocal Spin-Wave Propagation in a Ferromagnet With Stepwise Interfacial Dzyaloshinskii–Moriya Interaction. IEEE Transactions on Magnetism. 2022., Vol. 58, No. 12, P. 1-11.
[https : //ieeexplore.ieee.org/document/9930798](https://ieeexplore.ieee.org/document/9930798)
4. Gorobets Yu.I., Gorobets O.Yu., Tiukavkina I.M., Gerasimenko R.S. Spin wave propagation through the interface between two ferromagnets without/with Dzyaloshinskii-Moriya interaction. MAGIC+ Workshop. Magnetism, Interactions and Complexity: матеріали міжнар. наук.-практ. онлайн-конф., м. Познань, 5-7 лип. 2021 р. Познань, 2021. С. 78.
[https : //magic.amu.edu.pl/book2023.pdf](https://magic.amu.edu.pl/book2023.pdf)
5. Gorobets Yu.I., Gorobets O.Yu., Tiukavkina I.M., Gerasimenko R.S. Spin-Polarized Current-Driven Ferromagnetic Domain Wall Motion with a skyrmion-like building block. Сучасні проблеми фізики твердого тіла і статистичної фізики: матеріали міжнар. наук.-практ. конф., м. Київ, 14-15 вер. 2020 р. Київ, 2021. С. 32-33.

[http : //ukr.imag.kiev.ua/content/files/2020_IMagBookOfAbstr.pdf](http://ukr.imag.kiev.ua/content/files/2020_IMagBookOfAbstr.pdf)

6. Горобець О.Ю., Тюкавкіна І.М. Дифракція спінових хвиль на зонній пластинці між двома феромагнетиками. Науковий простір в умовах сучасних викликів: теорія і практика: матеріали міжнар. наук.-практ. конф., м. Львів, 29-30 чер. 2023. С. 61-63.

<https://molodyivchenyi.ua/omp/index.php/conference/catalog/book/42>

Додаток В. Вихідні коди програми. Розділ 2

```

import numpy as np
from scipy.interpolate import griddata
import matplotlib.pyplot as plt

M0 = 0.86*10 ** 3
g1 = 1.76*10 ** 7
H0 = 700
Aex = 13*10**(-12)
K1S = 0
#A12 = 10 **(-2)
a1= (Aex)*10**5/M0**(2)
b1= (K1S)/M0**(2)
w1=90*10**9

def Aa(d):
    return (2*(b1+H0/M0))/a1+(4*np.pi)/a1
    -((2*d)/(a1*(M0**2)))*2

def Bb(d):
    return -(4*d*w1)/((a1**2)*(M0**3)*g1)

Cc=((b1+H0/M0)/a1)**2-(w1/(g1*a1*M0))**2
+(4*np.pi*(b1+H0/M0))/a1**2

def r(d):
    return -(2/27)*Aa(d)**3+(8/3)*Aa(d)*Cc-Bb(d)**2

def p(d):

```

```

    return -(1/3)*Aa(d)**2-4*Cc

def L1(d):
    return (r(d)/2)**2+(p(d)/3)**3

def aq1(d):
    return ((-r(d)/2+L1(d)**(1/2))**(1/3)
            -(r(d)/2+L1(d)**(1/2))**(1/3)
            -(2/3)*Aa(d))**(1/2)

def cq1(d):
    return (1/2)*(Aa(d)+aq1(d)**2+Bb(d)/aq1(d))

def ll(d):
    return (aq1(d)+(aq1(d)**2-4*cq1(d))**(1/2))/2

def l(d):
    return (-aq1(d)+(aq1(d)**2-4*cq1(d))**(1/2))/2

s= (a1**(-1)*(-(2*np.pi+b1+(H0/M0)))+(4*(np.pi**2)
+((w1/(g1*M0))**2))**(1/2))**(1/2)

def AA22(d,A12):
    return ((A12*((ll(d)+l(d))/s))**2)/((A12*((s*a1+ll(d)*a1
+d/(M0**2))/(s*a1)))**2
+(ll(d)*a1+d/(M0**2))**2)

def RR22(d,A12):
    return ((A12*((-s*a1+l(d)*a1-d/(M0**2))/(s*a1)))**2+(l(d)*a1

```

```

-d/(M0**2))**2)/((A12*((s*a1+l1(d)*a1+d/(M0**2))/(s*a1)))**2
+(l1(d)*a1+d/(M0**2))**2)

def AA21(d,A12):
    return ((A12*((l1(d)+l(d))/s))**2)/((A12*((s*a1+l(d)*a1
+d/(M0**2))/(s*a1)))**2
+(l(d)*a1+d/(M0**2))**2)

def RR21(d,A12):
    return ((A12*((-s*a1+l1(d)*a1-d/(M0**2))/(s*a1)))**2+(l1(d)*a1
-d/(M0**2))**2)/((A12*((s*a1+l(d)*a1+d/(M0**2))/(s*a1)))**2
+(l(d)*a1+d/(M0**2))**2)

import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.axes_grid1 import make_axes_locatable

import numpy as np

A_12 = np.linspace(10**(-7),10**(-5.5),100)
d1 = np.linspace(10**(-6),10**(-1),100)
D1, A12 = np.meshgrid(d1,A_12)

A_21 = AA21(D1, A12)
R_21= RR21(D1, A12)
A_22 = AA22(D1, A12)
R_22 = RR22(D1, A12)

npts = 400
px, py = (d1), (A_12)

```



```

fsize=12
plt.rcParams['font.family'] = 'serif'
plt.rcParams['font.serif'] = 'Times New Roman'
plt.rcParams["mathtext.fontset"] = 'cm'
plt.rcParams['axes.titlesize'] = fsize+1
plt.rcParams['axes.labelsize'] = fsize+1
plt.rcParams['xtick.labelsize'] = fsize
plt.rcParams['ytick.labelsize'] = fsize
plt.rcParams['legend.fontsize'] = fsize

fig, axs = plt.subplots(2, 2)
cmaps = ['YlOrBr', 'YlGn']
#cmaps = ['Greens', 'RdPu']

for col in range(2):
    for row in range(2):
        ax = axs[row, col]
        pcm = ax.pcolormesh(D1, A12, A_21, cmap=cmaps[col])
        fig.colorbar(pcm, ax=ax)
axs[0,0].contourf(D1, A12, A_21, cmap=cmaps[0])
axs[0,1].contourf(D1, A12, R_21, cmap=cmaps[1])
axs[1,0].contourf(D1, A12, A_22, cmap=cmaps[0])
axs[1,1].contourf(D1, A12, R_22, cmap=cmaps[1])

axs[0,0].set_xlabel(r'$D$', fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic')
axs[0,0].set_ylabel(r'$A$', rotation='horizontal',

```

```

fontname = 'Times New Roman', fontstyle = 'italic',y=0.4)
axs[0,1].set_xlabel(r'$D$',fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic')
axs[0,1].set_ylabel(r'$A$', rotation='horizontal',
fontname = 'Times New Roman', fontstyle = 'italic',y=0.4)
axs[1,0].set_xlabel(r'$D$',fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic')
axs[1,0].set_ylabel(r'$A$', rotation='horizontal',
fontname = 'Times New Roman', fontstyle = 'italic',y=0.4)
axs[1,1].set_xlabel(r'$D$',fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic')
axs[1,1].set_ylabel(r'$A$', rotation='horizontal',
fontname = 'Times New Roman', fontstyle = 'italic',y=0.4)

axs[0,0].set_title(r"$\tilde{k}_{1}=k''$, \tilde{k}_{1}=k'' $ ",
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)
axs[0,1].set_title(r"$\tilde{k}_{1}=k''$, \tilde{k}_{1}=k''$ ",
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)
axs[1,0].set_title(r"$\tilde{k}_{1}=k''$, \tilde{k}_{1}=k'' $ ",
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)
axs[1,1].set_title(r"$\tilde{k}_{1}=k''$, \tilde{k}_{1}=k''$ ",
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)

axs[0,0].set_title(r'$\tilde{A}_{2}^{\{2\}}$',
fontname = 'Times New Roman',
fontsize = 12,loc='right')
axs[0,1].set_title(r'$\tilde{R}^{\{2\}}$',
fontname = 'Times New Roman',
fontsize = 12,loc='right')

```

```

axs[1,0].set_title(r'$\tilde{A}_{2}^{\{2\}}$',
fontname = 'Times New Roman',
fontsize = 12,loc='right')
axs[1,1].set_title(r'$\tilde{R}^{\{2\}}$',
fontname = 'Times New Roman',
fontsize = 12,loc='right')

fig.suptitle("$A=[10^{-7};3\cdot 10^{-6}]$,
$D= [10^{-6};10^{-1}]$,
$\omega= 90^\circ$, $k_2=k$",fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic')
plt.tight_layout()
fig.savefig("py90_AARR2122.png", orientation='landscape',
dpi=300)

plt.show()

```

Додаток С. Вихідні коди програми. Розділ 3

```

import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

M0 = 0.86*10 ** 3
g1 = 1.76*10 ** 7
H0 = 700
Aex = 13*10**(-12)
K1S = 0
A12 = 10 **(-2)
a1= (Aex)*10**5/M0**(2)
b1= (K1S)/M0**(2)

def Aa(d):
    return (2*(b1+H0/M0))/a1+(4*np.pi)/a1
    -((2*d)/(a1*(M0**2)))*2

def Bb(d,w1):
    return -(4*d*w1)/((a1**2)*(M0**3)*g1)

def Cc(w1):
    return ((b1+H0/M0)/a1)**2-(w1/(g1*a1*M0))**2+(4*np.pi*(b1
    +H0/M0))/a1**2

def r(d,w1):
    return -(2/27)*Aa(d)**3+(8/3)*Aa(d)*Cc(w1)-Bb(d,w1)**2

def p(d,w1):

```

```

return -(1/3)*Aa(d)**2-4*Cc(w1)

def L1(d,w1):
    return (r(d,w1)/2)**2+(p(d,w1)/3)**3

def aq1(d,w1):
    return ((-r(d,w1)/2+L1(d,w1)**(1/2))**(1/3)-(r(d,w1)/2
    +L1(d,w1)**(1/2))**(1/3)-(2/3)*Aa(d))**(1/2)

def cq1(d,w1):
    return (1/2)*(Aa(d)+aq1(d,w1)**2+Bb(d,w1)/aq1(d,w1))

def ll(d,w1):
    return (aq1(d,w1)+(aq1(d,w1)**2-4*cq1(d,w1))**(1/2))/2

def l(d,w1):
    return (-aq1(d,w1)+(aq1(d,w1)**2-4*cq1(d,w1))**(1/2))/2

def s(w1):
    return (a1**(-1)*(-(2*np.pi+b1+(H0/M0)))+(4*(np.pi**2)
    +((w1/(g1*M0))**2))**(1/2))**(1/2)

def A22(d,w1):
    return ((A12*2*s(w1)*a1)**2/(l(d,w1)*a1)**2)/
    ((A12*((s(w1)*a1
    +l(d,w1)*a1-d/(M0**2))/(l(d,w1)*a1)))**2
    +(-s(w1)*a1+d/(M0**2))**2)

def R22(d,w1):

```

```

return ((A12*((s(w1)*a1-l(d,w1)*a1+d/(M0**2)))/
(l(d,w1)*a1)))**2+(s(w1)*a1
+d/(M0**2))**2)/((A12*((s(w1)*a1+l(d,w1)*a1-d/
(M0**2)))/(l(d,w1)*a1)))**2
+(-s(w1)*a1+d/(M0**2))**2)

```

```
def A21(d,w1):
```

```

return ((A12*2*s(w1)*a1)**2/(l1(d,w1)*a1)**2)/
((A12*((s(w1)*a1
+l1(d,w1)*a1-d/(M0**2)))/(l1(d,w1)*a1)))**2
+(-s(w1)*a1+d/(M0**2))**2)

```

```
def R21(d,w1):
```

```

return ((A12*((s(w1)*a1-l1(d,w1)*a1+d/(M0**2)))/
(l1(d,w1)*a1)))**2+(s(w1)*a1
+d/(M0**2))**2)/((A12*((s(w1)*a1+l1(d,w1)*a1-d/
(M0**2)))/(l1(d,w1)*a1)))**2
+(-s(w1)*a1+d/(M0**2))**2)

```

```
def AA22(d,w1):
```

```

return ((A12*((l1(d,w1)+l(d,w1))/s(w1)))**2)/
((A12*((s(w1)*a1+l1(d,w1)*a1
+d/(M0**2)))/(s(w1)*a1)))**2+(l1(d,w1)*a1+d/(M0**2))**2)

```

```
def RR22(d,w1):
```

```

return ((A12*((-s(w1)*a1+l(d,w1)*a1-d/(M0**2)))/
(s(w1)*a1)))**2+(l(d,w1)*a1
-d/(M0**2))**2)/((A12*((s(w1)*a1+l1(d,w1)*a1
+d/(M0**2)))/(s(w1)*a1)))**2

```

```

+ (l1(d, w1) * a1 + d / (M0 ** 2)) ** 2)

def AA21(d, w1):
    return ((A12 * ((l1(d, w1) + l(d, w1)) / s(w1))) ** 2) /
    ((A12 * ((s(w1) * a1 + l(d, w1) * a1
    + d / (M0 ** 2)) / (s(w1) * a1))) ** 2 + (l(d, w1) * a1 + d / (M0 ** 2)) ** 2)

def RR21(d, w1):
    return ((A12 * ((-s(w1) * a1 + l1(d, w1) * a1 - d / (M0 ** 2)) /
    (s(w1) * a1))) ** 2 + (l1(d, w1) * a1
    - d / (M0 ** 2)) ** 2) / ((A12 * ((s(w1) * a1 + l(d, w1) * a1
    + d / (M0 ** 2)) / (s(w1) * a1))) ** 2
    + (l(d, w1) * a1 + d / (M0 ** 2)) ** 2)

w1 = [90 * 10 ** 9, 120 * 10 ** 9]

fsize = 12
plt.rcParams['font.family'] = 'serif'
plt.rcParams['font.serif'] = 'Times New Roman'
plt.rcParams["mathtext.fontset"] = 'cm'
plt.rcParams['axes.titlesize'] = fsize + 1
plt.rcParams['axes.labelsize'] = fsize + 1
plt.rcParams['xtick.labelsize'] = fsize
plt.rcParams['ytick.labelsize'] = fsize
plt.rcParams['legend.fontsize'] = fsize
plt.rcParams["legend.frameon"] = False
# массив координат - 20 точек в диапазоне [0, 1]
x = np.linspace(0.00001, 0.1, 30)

```

```
fig, ax = plt.subplots(2,2,constrained_layout=True)
```

```
ax[0,0].plot(x, RR22(x,w1[0]), '-',
color='forestgreen', linewidth=1)
ax[0,0].plot(x, R21(x,w1[0]), '--',
color='indigo', linewidth=1)
```

```
ax[0,1].plot(x, RR21(x,w1[0]), '--',
color='blue', linewidth=1)
ax[0,1].plot(x, R22(x,w1[0]), '-',
color='darkorange', linewidth=1)
```

```
ax[1,0].plot(x, AA22(x,w1[0]), '-',
color='forestgreen', linewidth=1,
label=r"$k^{\left(i\right)}=k_{1}$ ,
 $k^{\left(r\right)}=k_{1}$  ,
 $k^{\left(t\right)}=k_{2}$  $ ")
ax[1,0].plot(x, A21(x,w1[0]), '--',
color='indigo', linewidth=1,
label=r"$k^{\left(i\right)}=
 $k^{\left(r\right)}=k_{2}$  ,
 $k^{\left(t\right)}=k_{1}$  $ ")
```

```
ax[1,1].plot(x, AA21(x,w1[0]), '--',
color='blue', linewidth=1,
label=r"$k^{\left(i\right)}=k_{1}$ ,
 $k^{\left(r\right)}=k_{1}$  ,
 $k^{\left(t\right)}=k_{2}$  $ ")
ax[1,1].plot(x, A22(x,w1[0]), '-',
```



```
color='darkorange', linewidth=1,
label=r"$k^{\left(i\right)}=k^{\left(r\right)}=k_{2}$ ,
 $k^{\left(t\right)}=k_{1}$  $ ")
```

```
ax[1,1].legend(bbox_to_anchor=(0.9, -0.3))
ax[1,0].legend(bbox_to_anchor=(1.1, -0.3))
```

```
ax[0,0].set_title('(a)',
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)
ax[0,1].set_title('(c)',
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)
ax[1,0].set_title('(b)',
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)
ax[1,1].set_title('(d)',
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)
```

```
ax[0,0].set_xlim(0.00001, 0.1)
ax[0,0].set_ylim(-0.0001, 0.004)
ax[0,0].set_ylabel(r'$\tilde{R}^2$',
rotation='horizontal',
fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic')
```

```
ax[1,0].set_xlim(0.00001, 0.1)
ax[1,0].set_ylim(0.87, 1.03)
ax[1,0].set_xlabel(r'$D$',
fontname = 'Times New Roman', fontstyle = 'italic')
ax[1,0].set_ylabel(r'$\tilde{A}_2^2$',
rotation='horizontal',
```

```

fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic',y=0.53)

ax[0,1].set_xlim(0.00001, 0.1)
ax[0,1].set_ylim(-0.0001, 0.005)

ax[1,1].set_xlim(0.00001, 0.1)
ax[1,1].set_ylim(0.96, 1.16)
ax[1,1].set_xlabel(r'$D$',
fontname = 'Times New Roman', fontstyle = 'italic')

fig.suptitle('$A=10^{-2}$, $\omega= 90^\circ$')

plt.show()

fig.savefig("py90.png", orientation='landscape', dpi=300)

fig1, ax1 = plt.subplots(2,2,constrained_layout=True)

ax1[0,0].plot(x, RR22(x,w1[1]), '-',
color='forestgreen', linewidth=1)
ax1[0,0].plot(x, R21(x,w1[1]), '--',
color='indigo', linewidth=1)

ax1[0,1].plot(x, RR21(x,w1[1]), '--',
color='blue', linewidth=1,
label='blue')
ax1[0,1].plot(x, R22(x,w1[1]), '-',

```

```

color='darkorange',
linewidth=1, label='darkorange')

ax1[1,0].plot(x, AA22(x,w1[1]), '-',
color='forestgreen',
linewidth=1, label=r"$k^{\left(i\right)}=k_{1}$ ,
 $k^{\left(r\right)}=k_{1}$ ",
 $k^{\left(t\right)}=k_{2}$  $ ")
ax1[1,0].plot(x, A21(x,w1[1]), '--',
color='indigo', linewidth=1,
label=r"$k^{\left(i\right)}=
 $k^{\left(r\right)}=k_{2}$  ,
 $k^{\left(t\right)}=k_{1}$ " $ ")

ax1[1,1].plot(x, AA21(x,w1[1]), '--',
color='blue', linewidth=1,
label=r"$k^{\left(i\right)}=k_{1}$" ,
 $k^{\left(r\right)}=k_{1}$  ,
 $k^{\left(t\right)}=k_{2}$  $ ")
ax1[1,1].plot(x, A22(x,w1[1]), '-',
color='darkorange', linewidth=1,
label=r"$k^{\left(i\right)}=
 $k^{\left(r\right)}=k_{2}$  ,
 $k^{\left(t\right)}=k_{1}$ " $ ")

ax1[1,1].legend(bbox_to_anchor=(0.9, -0.3))
ax1[1,0].legend(bbox_to_anchor=(1.1, -0.3))

ax1[0,1].set_xlim(0.00001, 0.1)

```

```

ax1[0,1].set_ylim(-0.0001, 0.003)

ax1[1,1].set_xlim(0.00001, 0.1)
ax1[1,1].set_ylim(0.985, 1.112)
ax1[1,1].set_xlabel(r'$D$',
fontname = 'Times New Roman', fontstyle = 'italic')

ax1[0,0].set_xlim(0.00001, 0.1)
ax1[0,0].set_ylim(-0.0001, 0.0025)
ax1[0,0].set_ylabel(r'$\tilde{R}^2$',
rotation='horizontal',
fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic')

ax1[1,0].set_xlim(0.00001, 0.1)
ax1[1,0].set_ylim(0.9, 1.02)

ax1[1,0].set_xlabel(r'$D$',
fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic')
ax1[1,0].set_ylabel(r'$\tilde{A}_{2}^2$',
rotation='horizontal',
fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic',y=0.47)
fig1.suptitle('$A=10^{-2}$, $\omega= 120\sim\Gamma\Gamma\pi$',
fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic')

ax1[0,0].set_title('(a)',

```

```
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)
ax1[0,1].set_title('(c)',
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)
ax1[1,0].set_title('(b)',
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)
ax1[1,1].set_title('(d)',
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 11)

fig1.savefig("py120.png",
orientation='landscape', dpi=300)

plt.show()
```

Додаток D. Вихідні коди програми. Розділ 4

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
from mpl_toolkits.mplot3d import proj3d

delt = 4*10**(-7)
b1 = 3*10**(-7)
b2 = 2*10**(-7)
a1 = 3*10**(-12)
k1 = 2533159.599
l1 = 2*np.pi/k1

def s1(A0):
    return 30

def s2(A0):
    return 0

def D0(A0):
    return s1(A0)-A0

def C0(A0):
    return -(A0+s2(A0))

def k_1(k):
    return (abs(1**2-k**2))**(0.5)
```

```
f = 10**(-5)
```

```
NN = 13
```

```
n = range(1,NN+1,1)
```

```
p0 = (f*l1)**(1/2)
```

```
def pp(n):
    return (n**(1/2))*p0/l1
```

```
p_max = 1
```

```
if (NN/2)-np.trunc(NN/2) == 0:
```

```
    p_max = (NN/2)-1
```

```
else:
```

```
    p_max = np.trunc(NN/2) - 1
```

```
p_max = int(p_max)
```

```
def Ix(k):
```

```
    if k != 0:
```

```
        sum2 = 0
```

```
        sum2 = k1*(sum2 + (1/np.pi)*
            (np.sin(2*np.pi*k*pp(NN))/k))
```

```
        return sum2
```

```
    else:
```

```

        return k1*2*pp(NN)

def A_(k, A0, a01):
    if k != 0 and (NN / 2) - np.trunc(NN / 2) == 0
    and p_max+2 > 0:
        sum2 = 0
        for p in range(0, p_max+1 , 1):
            sum2 = sum2 + (k1 * A0 / np.pi) * ((-np.sin(
2 * np.pi * k * pp(2 * p) )+ (1 - a01) *
np.sin(2 * np.pi * k * pp(2 * p + 1)) +
a01*np.sin(2 * np.pi * k * pp(2 * p + 2)))) / k)
        return sum2
    elif k != 0 and (NN / 2) - np.trunc(NN / 2) != 0
    and p_max+2 > 0:
        sum4 = 0
        sum5 = 0
        for p in range(0,p_max+2,1):
            sum4 = sum4 + (1/np.pi)*
            (np.sin(2*np.pi*k*pp(2*p+1)))/k)
        for p in range(1,p_max+2,1):
            sum5 = sum5 + (1/np.pi)*
            ((-a01*np.sin(2*np.pi*k*pp(2*p-1))
            +(a01-1)*np.sin(2*np.pi*k*pp(2*p))))/k)
        return k1*A0*(sum4+sum5)
    elif k != 0 and p_max == 0:
        return (A0*k1/np.pi)*
        (np.sin(2*np.pi*k*pp(1)))/k)
    else:
        return print("Error")

```



```

def D_(k, A0, d01):
    if k != 0 and (NN / 2) - np.trunc(NN / 2) == 0
    and p_max+2 > 0:
        sum2 = 0
        for p in range(0, p_max+1 , 1):
            sum2 = sum2 + (k1 * D0(A0) / np.pi) *
                ((-np.sin(
                2 * np.pi * k * pp(2 * p) )+ (1 - d01) *
                np.sin(2 * np.pi * k * pp(2 * p + 1))
                + d01*np.sin(2 * np.pi * k * pp(2 * p + 2)))) / k)
        return sum2
    elif k != 0 and (NN / 2) - np.trunc(NN / 2) != 0
    and p_max+2 > 0:
        sum4 = 0
        sum5 = 0
        for p in range(0,p_max+2,1):
            sum4 = sum4 + (1/np.pi)*
                (np.sin(2*np.pi*k*pp(2*p+1)))/k)
        for p in range(1,p_max+2,1):
            sum5 = sum5 + (1/np.pi)*
                ((-d01*np.sin(2*np.pi*k*pp(2*p-1))
                +(d01-1)*np.sin(2*np.pi*k*pp(2*p))))/k)
        return k1*D0(A0)*(sum4+sum5)
    elif k != 0 and p_max == 0:
        return (D0(A0)*k1/np.pi)*
            (np.sin(2*np.pi*k*pp(1)))/k)
    else:
        return print("Error")

```

```

def C_(k, A0, c01):
    if k != 0 and (NN / 2) - np.trunc(NN / 2) == 0
    and p_max+2 > 0:
        sum2 = 0
        for p in range(0, p_max+1 , 1):
            sum2 = sum2 + (k1 * C0(A0) / np.pi) * ((-np.sin(
                2 * np.pi * k * pp(2 * p) )+ (1 - c01) *
                np.sin(2 * np.pi * k * pp(2 * p + 1)))+
                c01*np.sin(2 * np.pi * k * pp(2 * p + 2)) ) / k)
        return sum2 #парні зони
    elif k != 0 and (NN / 2) - np.trunc(NN / 2) != 0
    and p_max+2 > 0:
        sum4 = 0
        sum5 = 0
        for p in range(0,p_max+2,1):
            sum4 = sum4 + (1/np.pi)*
                (np.sin(2*np.pi*k*pp(2*p+1)))/k)
        for p in range(1,p_max+2,1):
            sum5 = sum5 + (1/np.pi)*
                ((-c01*np.sin(2*np.pi*k*pp(2*p-1))
                +(c01-1)*np.sin(2*np.pi*k*pp(2*p))))/k)
        return k1*C0(A0)*(sum4+sum5) #непарні зони
    elif k != 0 and p_max == 0:
        return (C0(A0)*k1/np.pi)*
            (np.sin(2*np.pi*k*pp(1)))/k) #first zone
    else:
        return print("Error")

```

```

#with zone plate
def A0_1(k, A0, a01, d01, c01):
    return A_(k, A0, a01)**2-
    C_(k, A0, c01)*D_(k, A0, d01)+(a1*k1*k_1(k)*Ix(k))**2

def R_1(k, A0, a01, d01, c01):
    return A_(k, A0, a01)**2-
    C_(k, A0, c01)*D_(k, A0, d01)-(a1*k1*k_1(k)*Ix(k))**2

def A0_2(k, A0, d01, c01):
    return (C_(k, A0, c01)+
    D_(k, A0, d01))*(a1*k1*k_1(k)*Ix(k))

def R_2(k, A0, d01, c01):
    return (D_(k, A0, d01)-
    C_(k, A0, c01))*(a1*k1*k_1(k)*Ix(k))

def A_2(k, A0, a01, d01, c01):
    return 2*A_(k, A0, a01)
    *a1*k1*k_1(k)*Ix(k)*
    (A0_1(k, A0, a01, d01, c01)**2+
    A0_2(k, A0, d01, c01)**2)**(-0.5)

def R_(k, A0, a01, d01, c01):
    return (R_1(k, A0, a01, d01, c01)**2+
    R_2(k, A0, d01, c01)**2)**(0.5)*
    (A0_1(k, A0, a01, d01, c01)**2+
    A0_2(k, A0, d01, c01)**2)**(-0.5)

```

```
#without zone plate
```

```
def A0_1n(k, A0):
    return A0**2-C0(A0)*D0(A0)+(a1*k1*k_1(k))**2
```

```
def R_1n(k, A0):
    return A0**2-C0(A0)*D0(A0)-(a1*k1*k_1(k))**2
```

```
def A0_2n(k, A0):
    return (C0(A0)+D0(A0))*(a1*k1*k_1(k))
```

```
def R_2n(k, A0):
    return (D0(A0)-C0(A0))*(a1*k1*k_1(k))
```

```
def A_2n(k, A0):
    return 2*A0*a1*k1*k_1(k)*
    (A0_1n(k, A0)**2+A0_2n(k, A0)**2)**(-0.5)
```

```
def R_n(k, A0):
    return (R_1n(k, A0)**2+
    R_2n(k, A0)**2)**(0.5)*(A0_1n(k, A0)**2
    +A0_2n(k, A0)**2)**(-0.5)
```

```
#with zone plate
```

```
def f01_(k, A0, a01, d01, c01):
    return np.where((R_2(k, A0, d01, c01) < 0),
```

```

np.arctan(R_1(k, A0, a01, d01, c01)/
R_2(k, A0, d01, c01))+np.pi,
        np.where((R_2(k, A0, d01, c01) == 0), np.pi/2,
        np.where((R_2(k, A0, d01, c01) > 0),
        np.arctan(R_1(k, A0, a01, d01, c01)/
        R_2(k, A0, d01, c01)),1)))

def f1_(k, A0, a01, d01, c01):
    return np.where((f01_(k, A0, a01, d01, c01) <= np.pi),
    f01_(k, A0, a01, d01, c01),
        np.where((f01_(k, A0, a01, d01, c01) > np.pi),

        f01_(k, A0, a01, d01, c01)-2*np.pi,1))

#without zone plate
def f01_n(k, A0):
    return np.where((R_2n(k, A0) > 0),
    np.arctan(R_1n(k, A0)/R_2n(k, A0)),
        np.where((R_2n(k, A0) == 0), np.pi/2,
        np.where((R_2n(k, A0) < 0),
        np.arctan(R_1n(k, A0)/R_2n(k, A0))+np.pi,1)))

def f1_n(k, A0):
    return np.where((f01_n(k, A0) > np.pi), f01_n(k, A0)-2*np.pi,
        np.where((f01_n(k, A0) <= np.pi), f01_n(k, A0),1))

#with zone plate
def myr(k, A0, y, a01, d01, c01):
    sum = 0

```

```

    for i in range(1, NN+1, 1):
        sum = sum + np.sin(2*np.pi*(pp(i)*k+k_1(k)*f+k1*y)
        -f1_(k, A0, a01, d01, c01))
    return abs(R_(k, A0, a01, d01, c01)*sum)

def mxr(k, A0, y, a01, d01, c01):
    sum = 0
    for i in range(1, NN+1, 1):
        sum = sum + np.cos(2*np.pi*(pp(i)*k+k_1(k)*f+k1*y)
        -f1_(k, A0, a01, d01, c01))
    return abs(R_(k, A0, a01, d01, c01)*sum)

def myt(k, A0, y, a01, d01, c01):
    sum = 0
    for i in range(1, NN+1, 1):
        sum = sum + np.sin(2*np.pi*(pp(i)*k+k_1(k)*f+k1*y))
    return abs(A_2(k, A0, a01, d01, c01)*sum)

def mxt(k, A0, y, a01, d01, c01):
    sum = 0
    for i in range(1, NN+1, 1):
        sum = sum + np.cos(2*np.pi*(pp(i)*k+k_1(k)*f+k1*y))
    return abs(A_2(k, A0, a01, d01, c01)*sum)

#without zone plate
def myr_n(k, A0):
    return abs(R_n(k, A0)*
    np.sin(2*np.pi*(pp(NN)*k+k_1(k)*f)-f1_n(k, A0)))

```

```
def mxr_n(k, A0):
    return abs(R_n(k, A0)*
    np.cos(2*np.pi*(pp(NN)*k+k_1(k)*f)-f1_n(k, A0)))
```

```
def myt_n(k, A0):
    return abs(A_2n(k, A0)*
    np.sin(2*np.pi*(pp(NN)*k+k_1(k)*f)))
```

```
def mxt_n(k, A0):
    return abs(A_2n(k, A0)*
    np.cos(2*np.pi*(pp(NN)*k+k_1(k)*f)))
```

```
def mr_n(k, A0):
    return abs(R_n(k, A0)*
    (np.sin(2*np.pi*(pp(NN)*k+
    k_1(k)*f)-f1_n(k, A0))**2
    +np.cos(2*np.pi*(pp(NN)*k+
    k_1(k)*f)-f1_n(k, A0))**2)**0.5)
```

```
def mt_n(k, A0):
    return abs(A_2n(k, A0)*
    (np.sin(2*np.pi*(pp(NN)*k+k_1(k)*f))**2
    +np.cos(2*np.pi*(pp(NN)*k+k_1(k)*f))**2)**0.5)
```

#with zone plate

```
def mr(k, A0, y, a01, d01, c01):
    sum = 0
```

```

for i in range(1, NN+1, 1):
    sum = sum + (np.sin(2*np.pi*(pp(i)*k+k_1(k)*f+k1*y)
    -f1_(k, A0, a01, d01, c01))**2+
    np.cos(2*np.pi*(pp(i)*k+k_1(k)*f+k1*y)
    -f1_(k, A0, a01, d01, c01))**2)**0.5
return abs(R_(k, A0, a01, d01, c01)*sum)

def mt(k, A0, y, a01, d01, c01):
    sum = 0
    for i in range(1, NN+1, 1):
        sum = sum + (np.sin(2*np.pi*(pp(i)*k+
        k_1(k)*f+k1*y))**2+
        np.cos(2*np.pi*(pp(i)*k+
        k_1(k)*f+k1*y))**2)**0.5
    return abs(A_2(k, A0, a01, d01, c01)*sum)

fsize=12
plt.rcParams['font.family'] = 'serif'
plt.rcParams['font.serif'] = 'Times New Roman'
plt.rcParams["mathtext.fontset"] = 'cm'
plt.rcParams['axes.titlesize'] = fsize+1
plt.rcParams['axes.labelsize'] = fsize+1
plt.rcParams['xtick.labelsize'] = fsize
plt.rcParams['ytick.labelsize'] = fsize
plt.rcParams['legend.fontsize'] = fsize
plt.rcParams["legend.frameon"] = False

c01=1
a01=1

```



```

d01=2
k=k1
y=2

import matplotlib.pyplot as plt
from mpl_toolkits.axes_grid1 import
make_axes_locatable
import numpy as np
yy = np.arange(-10, 10)

A00 = np.arange(-60, 60)
A0, y1 = np.meshgrid(A00,yy)

m_r = mr(k, A0, y, a01, d01, c01)
m_t = mt(k, A0, y, a01, d01, c01)
m_r0 = mr(k, A0, y, 0, 0, 0)
m_t0 = mt(k, A0, y, 0, 0, 0)

npts = 600

fig, ax = plt.subplots()
cmaps = ['OrRd', 'YlGnBu','YlGn']

pcm = ax.pcolormesh(A00, yy, m_r0, cmap= 'Greys')
fig.colorbar(pcm, ax=ax)

ax.contourf(A0, y1, m_r0,cmap= 'Greys')

ax.set_xlabel(r'$A$',

```

```

fontname = 'Times New Roman', fontstyle = 'italic')
ax.set_ylabel(r'$y$',
rotation='horizontal',fontname = 'Times New Roman',
fontstyle = 'italic',y=0.4)

ax.set_title(r'$m^{\{r\}}$',
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 16,loc='center')
ax.set_title(r'c)',
fontname = 'Times New Roman',fontsize = 16,loc='left')

fig.suptitle(f'$Число\widetilde{відкритих}\widetilde{зон}:\widetilde{\{NN\}}.$',
fontname = 'Times New Roman')

plt.tight_layout()
fig.savefig("new\A_y_MZP_5.png",
orientation='landscape', dpi=600)

plt.show()

```