Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Міністерство освіти і науки України
Національний технічний університет України
"Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського"

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

Волков Денис Дмитрович

УДК 621.391.83

ДИСЕРТАЦІЯ

Методи моделювання акустичних електродинамічних перетворювачів

171 "Електроніка"
17 "Електроніка та телекомунікації"

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії
Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

Волков Д.Д.

Науковий керівник : проф. Дідковський Віталій Семенович

Київ - 2022

Присвячується захисникам України

Анотація

Волков Д.Д. Методи моделювання акустичних електродинамічних перетворювачів – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня Доктора філософії за спеціальністю 171 «Електроніка». – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», МОН України, Київ, 2022 р.

Дисертаційна робота присвячена дослідженню лінійних та нелінійних моделей акустичних електродинамічних перетворювачів з метою вдосконалення існуючих та розробки нових більш точних та зручних методів із використанням сучасних підходів, як то: методи оптимізації, генетичні алгоритми та штучні нейронні мережі. Робота складається із чотирьох основних розділів. У вступі описано актуальність проблеми та зроблено огляд сучасних методів моделювання, у другій частини детально розлядаються лінійні моделі перетворювачів, включно із класичною моделлю Тіля/Смола та стандартним методом знаходження її параметрів - методом доданої маси. Запропоновано нові методи для більш точного та гнучкого знаходження параметрів лінійних моделей, як то метод підбору параметра Bl та застосування генетичного алгоритму. Запропоновані методи було порівняно із класичним методом доданої маси та обговорено переваги та недоліки різних методів. У третьому розділі розглядаються нелінійні моделі перетворювачів. Виводиться нелінійна модель гуномовця у фазому простору та демонструється її приведення до канонічного вигляду. Також, пропонується принципово новий підхід до моделювання електродинамічних перетворювачів із використанням рекурентних нейронних мереж. Обидва методи порівняно між собою на основі практично виміряних даних та проведених експериментів. У останньому розділі даються загальні висновки із виконаної роботи.

У результаті роботи вдалося отримати такі нові результати:

1. Запропоновано новітній повністю автоматизований метод для знаходження коефіцієнту електромеханічної трансформації Bl без упливу інших параметрів моделі використовуючі виключно вимірювані величини, як то: напруга на клемах, струм через котушку та зміщення рухомої частини перетворювача. Такий метод можна вважати найбільш точним непрямим методом вимірювання Bl на даний момент.

2. На основі методу підбору параметра Bl, запропоновано метод для відокремлення механічного та електричного імпедансів електродинамічного перетворювача використовуючі також виключно вимірювані величини для досягнення максимальної точності. У результаті, ці імпеданси можуть розглядатися окремо один від одного, що відкриває більше можливостей для їх дослідження та розробки більш точних моделей.

3. Вперше застосовано генетичний алгоритм для знаходження параметрів лінійної моделі електродинамічного перетворювача та проведено його порівняння із класичним методом доданої маси.

4. На основі генетичного алгоритму запропоновано універсальну узагальнену структуру для знаходження параметрів довільних моделей електродинамічних перетворювачів, що значно полегшує та прискорює процес їх дослідження.

5. Вперше застосовано рекурентну нейронну мережу для моделювання нелінійної поведінки електродинамічних перетворювачів. Представлено повний процес тренування та тестування даної нейронної моделі.

6. Проведено практичне порівняння нелінійної моделі із використанням рекурентної нейронної мережі із найбільш уживаною у індустрії моделлю у фазовому просторі.

Практичне значення отриманих результатів полягає у підвищенні точності та полегшенні ідентифікації лінійних та нелінійних моделей електродинамічних перетворювачів. Представлені методи можуть бути використані безпосередньо у промисловості а також, у дослідницьких цілях для більш глибокого аналізу поведінки гучномовців, а саме: було продемонстровано можливість швидкої адаптації генетичного алгоритму до більш складних моделей із більшою кількістю ідентифікованих параметрів без втрати продуктивності та швидкої сходимості алгоритму. Це демонструє універсальність генетичного алгоритму та можливість його використання для точніших моделей що є складними для ідентифікації класичними методами.

Для моделювання нелінійної поведінки електродинамічних перетворювачів було вперше запропоновано використання рекурентних нейронних мереж. Такий підхід дозволяє швидко знайти модель перетворювача типу "чорний ящик"яка може бути безпосередньо застосована у якості цифрового двійника модельованого гучномовця у якості компонента більш складних систем. Запропоновану модель було порівняно із найбільш уживаною у індустрії нелінійною моделлю електродинамічного перетворювача у фазовому просторі на основі аналізу виміряних відгуків у часовому та спектральному представленнях.

Уцілому, запропоновані методи значно підвищують точність моделювання електродинамічних перетворювачів, що дозволяє їх використання у застосунках із активного контролю гучномовців, як то: компенсація нерівномірності частотної характеристики, компенсація динамічного діапазону, дизайн активних кросоверів, глобальна еквалізація, компенсація низьких частот за рахунок психоакустичних ефектів, компенсація нелінійних спотворень, активний захит від надвисокого зміщення та багато інших.

Ключові слова: електродинамічний перетворювач, лінійні та нелінійні моделі, генетичний алгоритм, ідентифікація моделі, метод доданої маси, модель у фазовому проторі, рекурентні нейронні мережі.

Список публікацій здобувача

1. Д. Д. Волков, «Знаходження фізичних параметрів електродинамічного перетворювача методом використання параметра BL та методом доданої маси», Мікросист., Електрон. та Акуст., т. 24, вип. 6, с. 65–68, Груд 2019.

2. А. Д. Зубков, Д. Д. Волков, і В. С. Дідковський, «Дослідження доцільності застосування генетичного алгоритму для задач електроакустики», Мікросист., Електрон. та Акуст., т. 26, вип. 1, с. 227793–1 , Квіт 2021.

3. Volkov, D., Didkovskyi, V. (2022). IDENTIFICATION OF THE ELECTRICAL IMPEDANCE OF AN IMMOBILIZED TRANSDUCER AND THE MECHANICAL IMPEDANCE OF AN ELECTRODYNAMIC LOUDSPEAKER USING AUTOMATIC FIT OF THE FORCE FACTOR BL. Journal Akustika, 42(42).

Summary

Volkov D.D. Acoustic electrodynamic transducer modelling methods – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

Thesis for the degree of Philosophy Doctor, in specialty 171 “Electronics”. – National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute Kyiv, 2022.

The thesis is dedicated to the study of linear and nonlinear models of acoustic electrodynamic transducers with the aim of improving existing and developing new, more accurate and convenient methods using modern approaches, such as: optimization methods, genetic algorithms and artificial neural networks. The work consists of four main sections. The introduction describes the relevance of the problem and provides an overview of modern modeling methods, the second part describes in detail the linear models of converters, including the classic Thiel/Smoll model and the standard method of finding its parameters - the added mass method. New methods for more accurate and flexible finding of linear model parameters are proposed, such as the method of Bl parameter brute-force search an the genetic algorithm application. The proposed methods were compared with the classical added mass method and the advantages and disadvantages of different methods were discussed.

In the third section, the nonlinear transducer models are considered. A state-space nonlinear loudspeaker model is derived and its transformation to the canonical form is demonstrated. Also, a fundamentally new approach to modeling electrodynamic transdurcers using recurrent neural networks is proposed. Both methods are compared with each other on the basis of practically measured data and conducted experiments. The last section gives general conclusions from the work performed.

As a result of the work, it was possible to obtain the following new results:

1. The latest fully automated method for finding the loudspeaker's force factor Bl without the influence of other model parameters using exclusively measured values, such as: voltage at the terminals, current through the voice coil and displacement of the moving part of the transducer, is proposed. Such a method can be considered the most accurate indirect method of measuring Bl at the moment.

2. Based on the force factor Bl identification approachd, a method for separating the mechanical and electrical impedances of an electrodynamic transducer is proposed using also only measured values to achieve maximum accuracy. As a result, these impedances can be considered separately from each other, which opens up more opportunities for their research and development of more accurate models.

3. For the first time, the genetic algorithm was applied to find parameters of a linear model of an electrodynamic transducer and its practical comparison with the classical method of added mass was carried out.

4. On the basis of the genetic algorithm, a universal generalized structure is proposed for finding parameters of arbitrary electrodynamic transducers models of, which greatly facilitates and accelerates the process of their research.

5. For the first time, a recurrent neural network was used to model nonlinear behavior of electrodynamic transduers. The complete process of training and testing this neural model is presented.

6. A practical comparison of the nonlinear model using a recurrent neural network with the most widely used model in the industry - nonlinear state-space model - is carried out.

The practical significance of the obtained results lies in increasing the accuracy and facilitating the identification of linear and non-linear models of electrodynamic transducers.

The presented methods can be used directly in the industry as well as for research purposes for a deeper analysis of the loudspeakers behavior, namely: the possibility of rapid adaptation of the genetic algorithm to more complex models with a larger number of identified parameters without loss of performance and rapid convergence of the algorithm was demonstrated. This shows the universality of the genetic algorithm and the possibility of its use for more accurate models that are difficult to identify by classical methods.

For modeling the nonlinear behavior of electrodynamic transducers, the appliction of recurrent neural networks was proposed for the first time. This approach allows to quickly find a model of a "black box"type that can be directly used as a digital double of a modeled loudspeaker as a component of more complex systems.

The proposed model was compared with the most widely used in the industry nonlinear model of the electrodynamic converter in the state-space based on the analysis of the measured responses in temporal and spectral representations.

In general, the proposed methods significantly increase the accuracy of electrodynamic transducers modeling , which allows their use in active loudspeaker control applications, such as: frequency response compensation , dynamic range compensation, active crossover design, global equalization, compensation of low frequencies due to psychoacoustic effects, nonlinear distortion compensation, active protection against ultra-high displacement and many others.

Key words: electrodynamic transducers, linear and nonlinear models, genetic algorithm, model identification, added mass method, state-space model, recurrent neural networks.

Accepted publications

1. D. D. Volkov, “Finding the physical parameters of the electrodynamic converter by the method of using the parameter BL and the method of mass added”, Мікросист., Електрон. та Акуст., vol. 24, no. 6, pp. 65–68, Dec. 2019.

2. A. D. Zubkov, D. D. Volkov, and V. S. Didkovkyi, “Investigation of the Possibility of Applying a Genetic Algorithm for Electroacoustics Problems”, Мікросист., Електрон. та Акуст., vol. 26, no. 1, pp. 227793–1 , Apr. 2021.

3. Volkov, D., Didkovskyi, V. (2022). IDENTIFICATION OF THE ELECTRICAL IMPEDANCE OF AN IMMOBILIZED TRANSDUCER AND THE MECHANICAL IMPEDANCE OF AN ELECTRODYNAMIC LOUDSPEAKER USING AUTOMATIC FIT OF THE FORCE FACTOR BL. Journal Akustika, 42(42).

Зміст

1 Вступ **13**

2 Лінійні моделі електродинамічних перетворювачів **19**

2.1 Вспут до розділу 19

2.2 Базові допущення у лінійних моделях та метод електромеханічних аналогій 21

2.3 Класичний метод доданої маси для знаходження параметрів лінійної моделі електродинамічного перетворювача 24

2.4 Метод підбору коефіцієнта електромеханічної трансформації Bl для знаходження механічного та електричного імпедансів перетворювача 30

2.4.1 Опис методу та виведення функції втрат 30

2.4.2 Практичне застосування методу та порівняння із методом доданої маси 36

2.5 Застосування генетичного алгоритму для знаходження параметрів лінійної моделі електродинамічного перетворювача 43

2.5.1 Загальний огляд та структура генетичного алгоритуму 43

2.5.2 Адаптація генетичного алгоритму 47

2.5.3 Результати експериментів та порівняння із методом доданої маси 51

3 Нелінійні моделі електродинамічних перетворювачів **62**

3.1 Моделювання електродинамічних перетворювачів у фазовому просторі 62

3.1.1 Загальний опис підходу до моделювання систем у фазовому просторі 63

3.1.2 Змінні стану та канонічне представлення динамічних систем у фазовому просторі 64

3.1.3 Виведення моделі гучномовця у фазовому просторі . 66

3.2 Застосування рекурентних нейронних мереж для моделювання гучномовців 74

3.2.1 Штучні нейронні мережі як універсальні аппроксиматори 77

3.2.2 Принцип роботи та тренування нейронних мереж . . 79

3.2.3 Типи нейронних мереж 84

3.2.4 Мережі із довго- та короткочастною пам'яттю 92

3.2.5 Адаптація мережі із довго- та короткочастною пам'яттю для моделювання електродинамічних перетворювачів 102

3.3 Порівняння моделей електродинамічних перетворювачів у фазовому просторі та із використанням рекурентних нейронних мереж 110

4 Висновки **129**

Література **131**

Додаток А: Реалізація алгоритму підбору парметра BL 136

Додаток Б: Реалізація генетичного алгоритму для здаходження параметрів лінійної моделі електродинамічного перетворювача 138

Додаток В: Реалізація моделі електродинамічного перетворювача із використанням рекурентної нейронної мережі 144

1 Вступ

Актуальність роботи. Електроакустичні перетворювачі є невід'ємною частиною багатьох електронних пристроїв та систем різного розміру та складності. Наприклад, лінійні масиви, що використовуються для звукового оформлення на стадіонах та концерт-голах, складаються із багатьох однотипних електродінамічних перетворювачів та можуть сягати декількох метрів у лінійному розмірі. З іншого боку, мікроперетворювачі, що використовуються у смартфонах або слухових апаратах можуть бути у розмірі менше одного сантиметра.

Такий широкий спектр застосування вимагає від інженерів неабияких зусиль при розробці електродінамічних перетворювачів для забезпечення оптимальної роботи у заданих умовах. Тим не менш, процес дизайну гучномовців завжди пов'язаний із компромісами: між розміром та діапазоном відтворюваних частот, потужністю та спотвореннями сигналу, якістю та ціною, та іншими. Одним із способів подолання цих копромісів є використання сучасних матеріалів та технологій виготовлення гучномовців. Наприклад, застосування неодимових магнітів для магнітних систем, формування квадратного профілю для дроту котушки, термостійких та еффективних матеріалів для підвісів рухомої системи, кевлару та вуглецевого волокна для дифузорів низько- та середньочастотних перетворювачів та штучних діамантів для високочастотних. Безперечним є те, що застосування подібних матеріалів забезпечує високу якість відтворюваного акустичного сигналу та є широко застосованим у професійних аудіо системах високого рівня. З іншого боку, застосування сучасних матеріалів дуже часто пов'язане із значним підвищенням собівартості гучномовців що є недопустимим у багатьох випадках.

Іншим способом подолання компромісів при дизайні електроакустичних перетворвачів та аудіо систем є застосування методів цифрової обробки сигналів. Як то компенсація нерівномірності частотної характеристики,

компенсація динамічного діапазону, дизайн активних кросоверів, глобальна еквалізація, компенсація низьких частот за рахунок психоакустичних ефектів та багато інших. Завдяки розвитку інформаційних технологій та обчислювальної техніки, застосування методів цифрової обробки сигналів при дизайні аудіо систем стало дуже поширеним та широкодоступним. Таким чином, розробники мають можливість компенсувати компроміси фізичного дизайну перетворвачів за допомогою цифрової обробки вхідного сигналу, що призводить до спрощення та здешевлення усього процесу розробки та виробництва. У сучасному світі переважна більшість акустичних систем є активними що передбачає застосування методів цифрової обробки вхідного сигналу, як лінійних так і нелінійних.

Одним із прикладів таких компаній є шведська Dirac Research AB. Ця компанія займається розробкою алгоритмів для цифрової оптимізації аудіо систем. На рисунку 1[1] зображено приклад інтеграції технології Dirac Live:

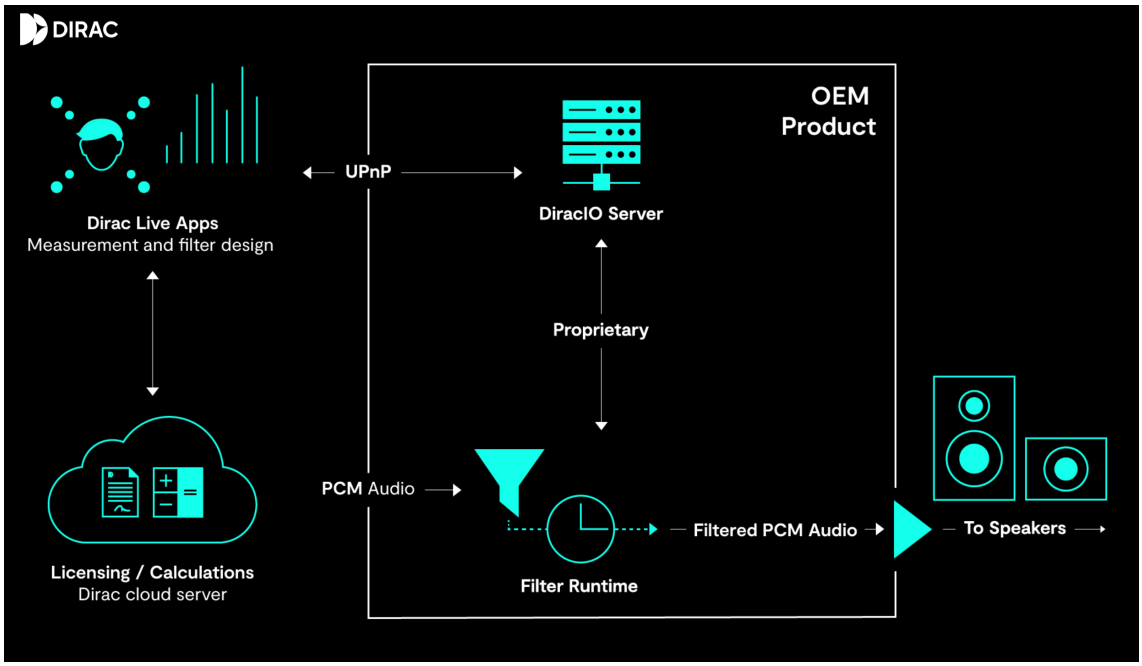


Рис. 1: Діаграма інтеграції адгоритму цифрової оптимізації домашніх аудіо систем Dirac Live

Якість відтворюваного акустичного сигналу будь якого електронного пристрою або акустичної системи які мають у своєму складі процессор та

[1]https://www.dirac.com/dirac-for-business/home-and-pro-audio

акустичний перетворювач може бути покращена за допомогою сучасних алгоритмів оброки сигналів які розробляє Dirac Research, включаючи мобільні телефони, навушники, персональні комп'ютери, автомобілі, домашні аудіо системи та кінотеатри.

Іншим прикладом є німецька компанія Klippel GmbH. Ця компанія займається переважно розробкою пристроїв для діагностики аудіо систем але одним із найбільш цікавих продуктів цієї компанії є Klippel Controlled Sound - програмне рішення для активного контролю перетворювачів. На рисунку 2[2] показано різні етапи контролю перетворювачів в залежності від амплітуди вхідного сигналу:

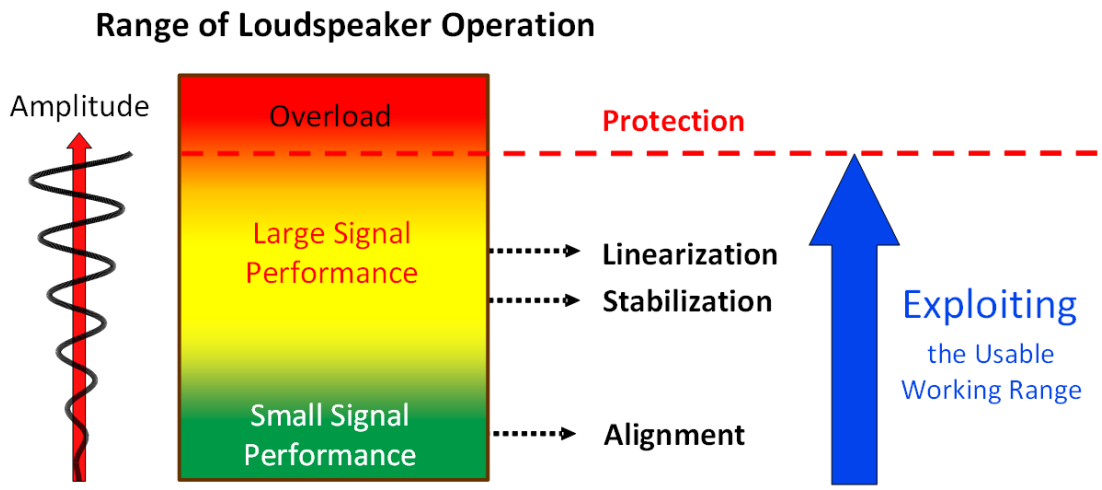


Рис. 2: Застосування різних технологій активного контролю перетворювачів в залежності від амплітуди вхідного сигналу

Таким чином, системи активного контролю акустичних систем дозволяють значно покращити якість відтворюваного сигналу та компенсувати, до певної міри, фізичні обмеження електроакустичних перетворювачів. Але проблема, яка виникає при розробці систем контролю це наявість точної моделі акустичної системя яка має бути контрольованою. Такі моделі мають масимально точно відображати поведінку реальної акустичної системи щоб мати змогу синтезувати оптимальний вхідний сигнал.

[2]https://www.klippel.de/products/klippel-controlled-sound

Глобально, основні види моделей електродинамічних перетворювачів можна представити як показано на рисунку 3:

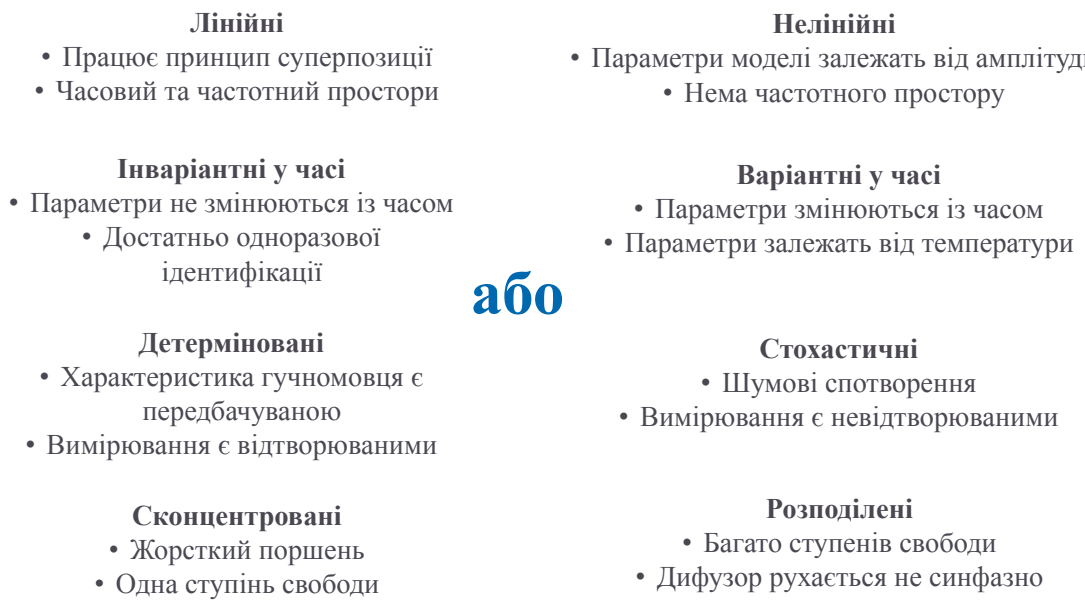


Рис. 3: Підходи до моделювання електродинамічних перетворювачів

Найпоширенішими у індустрії (та найпростішими) є лінійні інваріантні у часі детерміновані моделі із сконцентрованимі параметрами. Такі моделі показують достатню точність на низьких частотах та широко застосовуються для моделювання акустичних сисмем у Hi-Fi аудіо сигментах. Завичай у цих сигментах електроакустичні перетворювачі та системи уцілому проектуються таким чином, щоб бути якомога більш лінійними у широму діапазоні частот та амплітуд вхідних сигналів.

У той сами час, для мікроперетворювачів або гучномовців для портативних систем класичні лінійні моделі є недостатньо точними адже не відображають поведінку системи корректно для великих амплітуд вхідних сигналів та на високих частотах. У таких випадках застосовання більш складних і точних лінійних та нелінійних моделей є необхідним. Такі моделі є складнішими для застосування та ідентифікації тож у даній роботі представлені нові зручні для використання методи із інженерної, практичної та дослідницької точок зору.

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є дослідженню лінійних та нелінійних моделей акустичних електродинамічних перетворювачів з метою вдосконалення існуючих та розробки нових більш точних та зручних методів із використанням сучасних підходів, як то: методи оптимізації, генетичні алгоритми та штучні нейронні мережі.

Наукова новизна отриманих результатів. У результаті роботи вдалося отримати такі нові результати:

1. Запропоновано новітній повністю автоматизований метод для знаходження коефіцієнту електромеханічної трансформації Bl без упливу інших параметрів моделі використовуючі виключно вимірювані величини.

2. Запропоновано метод для відокремлення механічного та електричного імпедансів електродинамічного перетворювача використовуючі також виключно вимірювані величини для досягнення максимальної точності.

3. Вперше застосовано генетичний алгоритм для знаходження параметрів лінійної моделі електродинамічного перетворювача та проведено його порівняння із класичним методом доданої маси.

4. На основі генетичного алгоритму запропоновано універсальну узагальнену структуру для знаходження параметрів довільних моделей електродинамічних перетворювачів, що значно полегшує та прискорює процес їх дослідження.

5. Вперше застосовано рекурентну нейронну мережу для моделювання нелінійної поведінки електродинамічних перетворювачів. Представлено повний процес тренування та тестування даної нейронної моделі.

6. Проведено практичне порівняння нелінійної моделі із використанням рекурентної нейронної мережі із найбільш уживаною у індустрії моделлю у фазовому просторі.

Публікації. За результатами досліджень опубліковано 3 наукових праць у наукових фахових виданнях, (з них 1 стаття у періодичному науковому виданні держави Європейского Союзу, що входить до 3 квартилю за класифікацією Scopus), 3 тези доповідей в збірниках матеріалів конференцій.

Структура та обсяг дисертації. Робота складається зі чотирьох основних розділів, списку використаних джерел із 59 найменувань та 3 додатків. Робота містить 61 рисунок та 2 таблиці. Загальний обсяг основної частини дисертаційної роботи складає 125 сторінок.

2 Лінійні моделі електродинамічних перетворювачів

2.1 Вступ до розділу

На даний час найбільш широко використованим підходом до лінійного моделювання електроакустичних перетворювачів є метод електромеханічних аналогій. У основі цього методу є подібність фізичних процесів у електричних колах до процесів у аналогічних механічних системах. Таким чином, для аналізу механічних процесів та знаходження механічних параметрів є можливим використовувати класичні методи аналізу електричних кіл. Також, великою перевагою є можливість об'єднання електричних та механічних параметрів у єдину систему для подальшого суспільного аналізу.

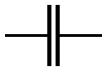
Компонент	Електричний	Механічний	Символ
Потенціал	Напруга, [V]	Сила, [N]	
Потік	Струм, [A]	Швидкість, [m/s]	
Втрати	Опір, [Ohm]	Механічні втрати, [kg/s]	
Накопичує потенціальну енергію	Ємність, [F]	Жорсткість, [N/m] or Гнучкість, [m/N]	
Накопичує кінетичну енергію	Індуктивність, [H]	Маса, [kg]	

Рис. 4: Механічні та елеткричні аналоги

Першими хто зручно адаптував метод електромеханічних аналогій до безпосередньо електродинамічних перетворювачів були Невілл Тіль и Річард Смолл. Вони ж першими запропонували метод для практичного визначення параметрів за допомогою доданої маси або доданого об'єму, які досі

широко використовуються у індустрії [1],[2]. Разом із розвитком обчислювальної техніки, методи ідентифікації також поступово покращувалися та доповнювалися. Більшість сучасних більш точних методів аналізу потребує вимірювання безпосередньо механічних характеристик перетворювача. Для таких цілей використовується метод допплерівської інтерферометрії для вимірювання швидкості [3] або, більш доступний, метод лазерної тріангуляції для вимірювання зміщення рухомої частини перетворювача [4].

Описаний у даній роботі метод для підвищення точності ідентифікації також базується на вимірюванні зміщення рухомої частини перетворювача а також струму через котушку перетворювача та напруги на його клемах. Ці три характеристики дозволяють повністю визначити параметри електродинамічного перетворювача у електричній та механічній частинах окремо, тобто виміряти повний електричний імпеданс та повний механічний імпеданс. Після того, як імпеданси визначені, з ними можна працювати окремо, та застосовувати різні еквівалентні кола для подальшого визначення безпосередньо параметрів моделі перетворювача (як наприклад параметри Тіля-/Смолла або інші моделі). Розподілення механічної та електричної частини є великою перевагою описаного методу. Адже це дозволяє значно зменшити похибку визначення параметрів моделі, уникнути впливу механічних параметрі на електричні та навпаки, а також, розглядати перетворювач як дві різні незалежні підсистеми, що спрощує аналітичне моделювання та ідентифікацію методами оптимізації або машинного навчання.

2.2 Базові допущення у лінійних моделях та метод електромеханічних аналогій

Розглянемо узагальнену модель електродинамічного перетворювача без урахування акустичної частини (будемо вважати, що акустичний імпеданс є частиною механічного імпедансу) представлену на рисунку 5:

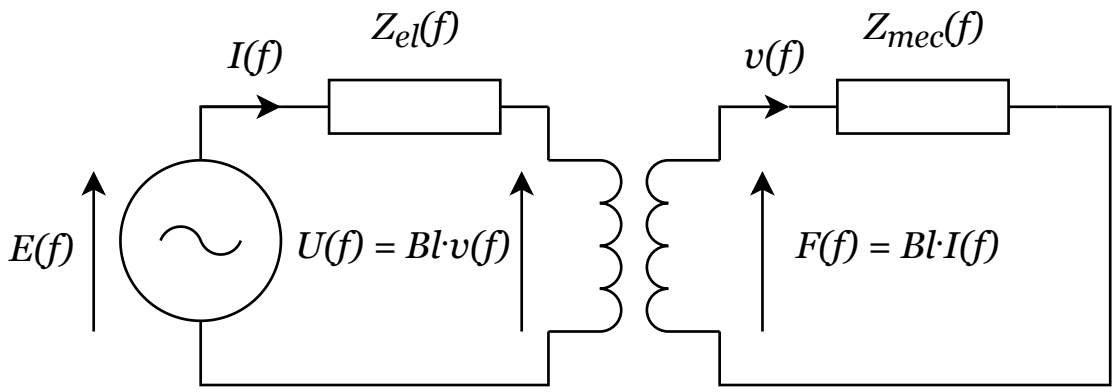


Рис. 5: Узагальнена еквівалентна схема електродинамічного перетворювача

На рисунку 5 ліва частина представляє собою електричну підсистему яка у частотній області та у межах лінійної апроксимації може бути повністю описана комплексним електричним імпедансом $Z_{el}(f)$, який виражається як:

$$Z_{el}(f) = \frac{U(f) - E(f)}{I(f)} \tag{1}$$

де:
$U(f)$ - зворотня електрорушійна сила
$E(f)$ - напруга на клемах гучномовця
$I(f)$ - струм у електричній підсистемі

Права частина на рисунку 5 представляє собою механічну підсистему яка може бути повністю описана комплексним механічним імпедансом $Z_{mec}(f)$, який виражається як:

$$Z_{mec}(f) = \frac{F(f)}{v(f)} \tag{2}$$

де:
$F(f)$ - сила, що діє на механічну систему (потенціал у механічній аналогії)
$v(f)$ - швидкість механічної системи (потік у механічній аналогії)

Компонент посередині рисунку 5 є електромеханічний трансформатор (гіратор) який дозволяє поєднати механічну та електричну підсистеми. Значення фактора сили є також коефіцієнтом трансформації гіратора. Запишемо рівняння для потенціалів зліва та справа гіратора відповідно:

$$\begin{aligned} U(f) &= Bl \cdot v(f) \\ F(f) &= Bl \cdot I(f) \end{aligned} \tag{3}$$

За допомогою цих рівнянь можна перенести механічний імпеданс у електричну частину (Z_{mec}^{el} - механічний імпеданс у електричній системі), та навпаки (Z_{el}^{mec}- електричний імпеданс у механічній системі) що полегшує аналіз поведінки перетворювача. Наприклад:

$$Z_{el}^{mec}(f) = \frac{U(f)}{I(f)} = \frac{BL \cdot v(f)}{F(f)/Bl} = Bl^2 \frac{v(f)}{F(f)} = \frac{Bl^2}{Z_{mec}(f)} \tag{4}$$

Аналогічно:

$$Z_{mec}^{el}(f) = \frac{F(f)}{v(f)} = \frac{BL \cdot I(f)}{U(f)/Bl} = Bl^2 \frac{I(f)}{U(f)} = \frac{Bl^2}{Z_{el}(f)} \tag{5}$$

Скориставшись наведеними рівняннями можна представити еквівалентну схему електродинамічного перетворювача повністю у електричній підсистемі являє собою схему Тевенена (дільник напруги), як зображено на

рисунку 6:

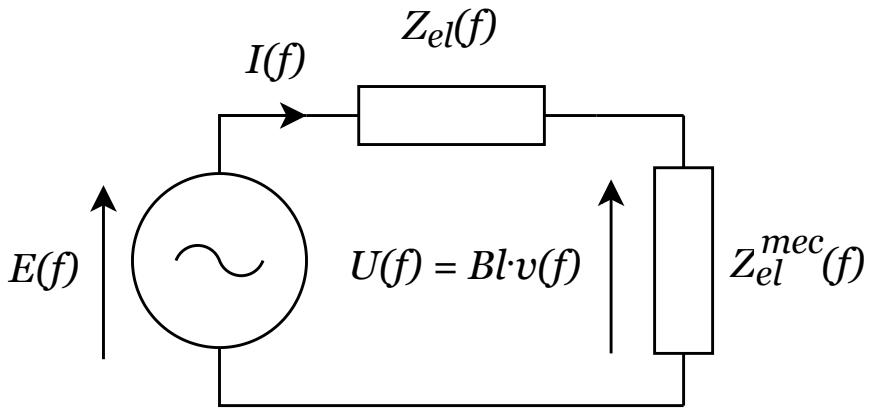


Рис. 6: Еквівалентна модель електродинамічного перетворювача у електричній системі

Таким чином скориставшись методами теорії електричних кіл можливо скласти рівняння для повного вхідного електричного імпедансу перетворювача $Z_{tot}(f)$:

$$Z_{tot}(f) = Z_{el}(f) + Z_{el}^{mec}(f) \tag{6}$$

З іншого боку, повний вхідний імпеданс відносно легко знайти практично за допомогою вимірювання вхідної напруги $E(f)$ та струму через котушку $I(f)$, як показано нижче:

$$Z_{tot}(f) = \frac{E(f)}{I(f)} \tag{7}$$

Рівняння 6 показує, що повний вхідний імпеданс перетворювача є сумою електричного імпедансу котушки та механічного імпедансу рухомої частини. Важливо також зазначити, що до цього моменту небуло наведено ниякиx припущень або моделей для механічного імпедансу Z_{mec} та електричного імпедансу Z_{el}. Вони, принципово, можуть бути скільки завгодно складними комплексними функціями частоти. У класичних методах ідентифікації електродинамічних перетворювачах проводяться вимірюва-

ння тільки електричних параметрів (вхідної напруги $E(f)$ та струму через котушку $I(f)$) тому визначення механічних параметрів та механічного імпедансу є неможливис без додавання додаткової маси або об'єму, адже бракує знання про стан механічної системи.

2.3 Класичний метод доданої маси для знаходження параметрів лінійної моделі електродинамічного перетворювача

Метод доданої маси є "класичним" та дуже уживаним у індустрії методом для знаходження парамметрів лінійної моделі електродинамічних перетворювачів представленої на рисунку 7 запропонованої Тіллем та Смоллом у вже згаданих роботах [1],[2].

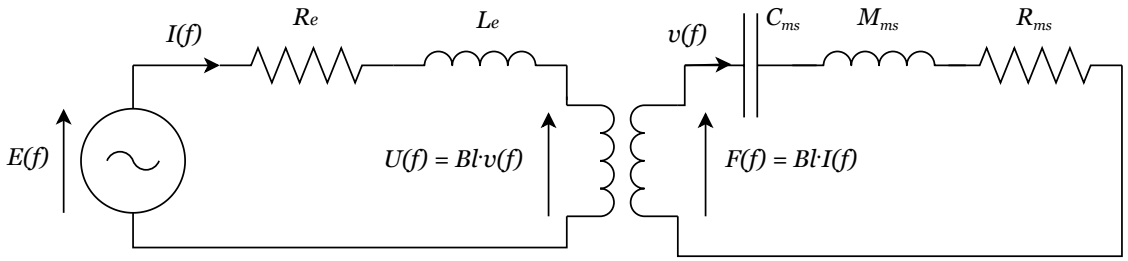


Рис. 7: Класина лінійна модель електродинамічного перетворювача (модель Тіля/Смола)

Параметрами моделі гучномовця на рисунку 7 є:

- R_e - електричний опір котушки [Ω]
- L_e - індуктивність котушки [Hn]
- Bl - коефіцієнт елеткромеханіиної трансформації [N/A]
- C_{ms} - гнучкість підвісу [m/N]
- M_{ms} - маса рухомої частини [kg]
- R_{ms} - механічний опір [kg/s]

Суть цього методу полягає у тому, що для знаходження усих парамертрів моделі, як у електричній підсистемі так і у механічній, треба зробити два вимирювання: перше - виміряти струм через котушку та напругу на клемах перетворювача (тобто знайти повний вхідний імпеданс), а друге - додати відому масу до мембрани перетворювача та виміряти повних вхідний імпеданс іще раз. Варто також зазначити, що із момену представлення Тілем та Смоллом даний метод зазнавав деяких практичних змін разом із покращенням вимірювальної техніки (наприклад у роботі [5]) але суть лишилася незмінною. “Сучасний” метод доданої маси, що використовується у індустрії на практиці представлений у роботі [6] описаний нижче.

На першому етапі вимірюється опір котушки сталому струму - параметр R_e. Для цього рекомендується використовувати чотирьохдротовий метод вимірювання для того, щоб позбутися впливу опору самих вимірювальних дротів. Також, за стаднартною процедурою, вимірювання опору має проводитися за температрурою котушки 25^oC, або ж, для більш практичного використання - на “холодному” перетворювачі, тобто через який деякий час не було пропущено сигнал і температура котушки дорівнює температурі навколишнього середовища. Для прикладу опір котушки із міді що дорівнює 6.2Ω за 25^oC буде дорівнювати 6.07Ω за температури 20^oC. Похибка вимірювання опору не має бути більшою за $\pm 0.1\Omega$, так як цей параметр впливає на деякі інші.

Для вимірювання імпедансу, перетвовач необхідно надійно закріпити у вертикальному положенні для уникнення небажаних механічних резонансів та вібрацій. Також вимірювальний стенд слід помістити на достатній відстані від стін, аби не змінити акустичний імпеданс випромінення. За умов надійного розташування гучномовця можна приступати до вимірювання залежності повного вхідного імпедансу від частоти $Z_{tot}(f)$ (рівняння 7). Типовий вигляд цього імпедансу продемонстровано на рисунку 8[3]:

[3]https://sbacoustics.com/wp-content/uploads/2021/01/Measuring-Thiele-Small-parameters.pdf

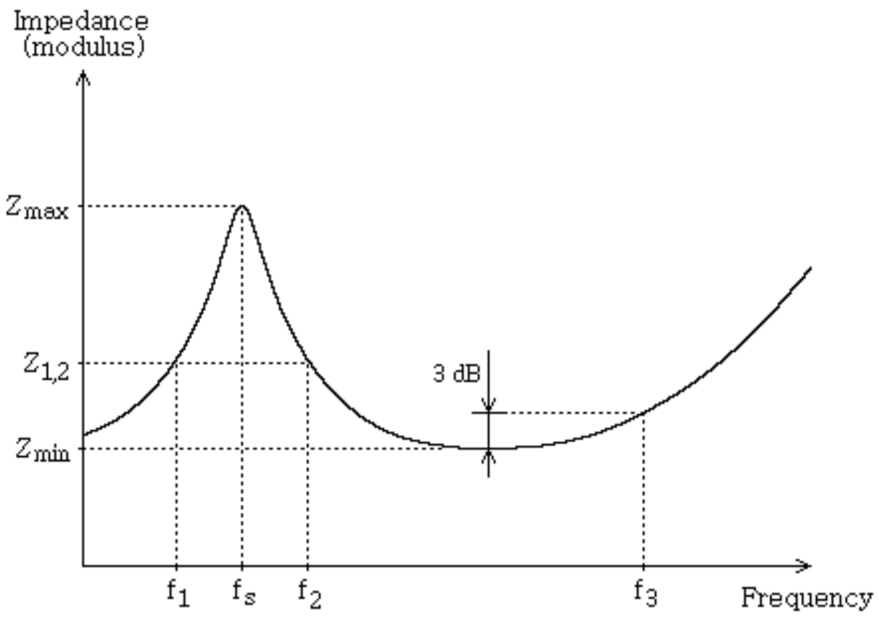


Рис. 8: Типовий вигляд повного вхідного імпедансу електродинамічних пеертворювачів

Після отримання вхідного імпедансу накшталк продемонстрованого на рисунку 8 знаходится рехонансна чатота перетворювача f_s як та, на якій модуль вимиряного імпеданса набуває максимального знацення Z_{max}. Після цього для розрахунку добротності Q_{ms} знаходяться допоміжні частоти f_1 та f_2 як ті, на яких модуль імпедансу відповідає значенню $Z_{1,2}$, а саме:

$$Z_{1,2} = \sqrt{R_e \cdot Z_{max}} \tag{8}$$

Для перевірки, ці частоти мають задовольняти рівнянню:

$$\sqrt{f_1 \cdot f_2} = f_s \tag{9}$$

Якщо рівність 9 не виконується, це свідчить про нелінійні процеси у перетворювачі, зарадити яким можна зменшенням рівня вхідного вимірювального сигналу.

Іншим параметром, який знаходиться безпосередньо за допомогою кри-

вої вхідного імпедансу є індуктивність котушки L_e. Спочатку знаходиться значення частоти f_3 як таке, при якому значення модуля вхідного імпедансу більше на $3dB$ за найменше його значення Z_{min} (на частотах вище за резонансну), як показано на рисунку 8. Для підрахунку індуктивності котушки L_e використовується емпірична формула , адже, на практиці, котушка гучномовця не поводиться як ідеальний індуктор.

$$L_e = \frac{\left(\frac{R_e \cdot 20 \cdot 10^3}{2 \cdot \pi \cdot f_3} + 0.5\right) \cdot 10^{-3}}{20} \tag{10}$$

На наступному етапі виконується розрахунок добротностей системи, починаючи із механійної добротності Q_{ms} за формулою:

$$Q_{ms} = \frac{f_s}{f_2 - f_1} \cdot \sqrt{R_0} \tag{11}$$

де

$$R_0 = \frac{Z_{max}}{R_e} \tag{12}$$

Наступним кроком є розрахунок електричної добротності Q_{es} за формулою:

$$Q_{es} = \frac{Q_{ms}}{R_0 - 1} \tag{13}$$

Тепер, маючі механічну та електричну добротності можна розрахувати повну добротність системи Q_{ts} за формулою:

$$Q_{ts} = \frac{Q_{ms} \cdot Q_{es}}{Q_{ms} + Q_{es}} \tag{14}$$

Для подальших розрахунків треба віміряти нову криву вхідного імпедансу із доданою масою Δm. Ця маса має бути близько 70% від прогнозованої маси усієї рухомої системи. Матеріалом для цієї маси може слугувати пластилін або пластицин, але слід уникати використання металевих або магнітних матеріалів у якості додонаї маси аби уникнути впливу на параметри магнітної системи самого перетворювача. Також, слід зазначити, що ця маса має бути обережно та рівномірно поміщена на поверню мембрани перетворювача аби її не пошкодити та униктути некоаксіальних мод коливань. Після додавання маси проводиться нове вимірювання імпедансу не змінюючи параметрів вхідного сигналу. На отриманій кривій нове резонансне значення f_0 буде вищім за частотою за власне резонансне значення перетворювача f_{res}. Тепер, маючи значення f_0 та f_{res} можемо розрахувати масу рухомої системи перетворювача (із урахуванням доданої маси повітря якщо вимірювання проводяться не у вакуумі):

$$M_{ms} = \frac{\Delta m}{\left(\frac{f_s}{f_0}\right)^2 - 1} \tag{15}$$

Далі розраховується еквівалентна гнучкість механічної системиC_{ms}:

$$C_{ms} = \frac{1}{(2 \cdot \pi \cdot f_s)^2 \cdot M_{ms}} \tag{16}$$

Маючі знайдені вище параметри стає можливим розрахувати значення механічного опору R_{ms}:

$$R_{ms} = \frac{2 \cdot \pi \cdot f_s \cdot M_{ms}}{Q_{ms}} \tag{17}$$

І, в останню чергу, розраховується коефіцієнт електромеханічної трансформації Bl, за формулою:

$$Bl = \sqrt{(Z_{max} - R_e) \cdot R_{ms}} \tag{18}$$

Таким чином знаходяться усі параметри моделі Тіля/Смолла представленої на рисунку 7. Використання метода доданої маси є достатньо зручним, так як струм та напруга є відносно легко вимірюваними відгуками перетворювача. Але, у той сами час, процесс додавання маси має багато незручностей, адже додана маса має бути виміряна дуже точно, та, у багатьох випадках, її додавання є фізчино неможливим для перетворювачів із тендітними та маленькими мембранами, або у випадках, де доступ до мембрани заблокований іншими механічними компонентами. Також, дуже часто, додавання да відокремлення маси приводить до пошкодження мамбрани перетворювачів. Крім того, метод доданої маси дозволяє знайти параметри тільки відносно простої лінійної моделі електродинамічного перетворювача. Для ідентифікації складніших моделей із більшою точністю використання метода доданої маси є недоречним. У більшості сучасних методів використовується додаткове вимірювання зміщення рухомої частиин, аби уникнути додавання маси вручну.

Розроблений у цій роботі метод також базується на вимірюванні зміщення рухомої частини перетворювача а також струму через котушку перетворювача та напруги на його клемах. Ці три характеристики дозволяють повністю визначити параметри електродинамічного перетворювача у електричній та механічній системах окремо, тобто виміряти повний електричний імпеданс та повний механічний імпеданс що детально описується у наступному розділі.

2.4 Метод підбору коефіцієнта електромеханічної трансформації Bl для знаходження механічного та електричного імпедансів перетворювача

У даному розділі представлено новітній метод для знаходження електричного та механічного імпедансів електродинамічних перетворювачів. Цей метод був вперше представлений автором у статті [7] у рамках роботи над даною дисертацією. Також наведено приклад ідентифікації та розрахунку фізичних параметрів перетворювачів із використанням знайдених імпедансів. Безпосередньо вимірюваними величинами є напруга на клемах перетворювача, струм через котушку перетворювача та зміщення рухомої частини перетворювача. За допомогою вимірювання зміщення у рамках класичного підходу до моделювання перетворювачів із використанням електромеханічних аналогій, даний метод дозволяє повністю відокремити механічну частину від електричної та розглядати їх моделювання окремо одне від одної.

Також, представлений метод порівняно з класичним методом визначення параметрів електродинамічного перетворювача за допомогою доданої маси. Проведено порівняльну характеристику обох методів та розраховано їх статистичну обґрунтованість.

2.4.1 Опис методу та виведення функції втрат

Як було показано у розділі 2.2, коефіцієнт електромеханічної трансформації Bl є базовим параметром моделей електродинамічних перетворювачів адже він присутній як у механічній так і у електричній підсистемах гучномовця та поєднує їх між собою. Знаходження цього параметру із мінімальною похибкою є абсолютно обов'язковим критерієм для отримання моделі гучномовця високої точності яка може бути використана для їх контролю.

Для досягнення цієї мети у даній роботі був розроблений метод знаходження коефіцієнта електромеханічної трансформації Bl за допомогою методу оптимізації перебором сітки. Цей метод дозволяє знайти параметр Bl із високою точністю та виключає вплив інших механічних або електричних параметрів на його значення. Вперше ідея варіації параметра Bl була представлена у роботі [8] де демонструвалася сама суть впливу значенни параметра Bl на повний вхідний імпеданс гучномовця при зміні цього параметра “вручну”. Це послугувало натхненням для розробки повноцінного автоматизованого методу для знаходження параметру Bl що може використовуватися на практиці.

Для застосування оптимізації параметру Bl методом підбору сітки необхідно скалсти рівняння для критерію оптимізації або функції втрат. Для цього виразимо електричний імпеданс котушки через загальний імпеданс та механічний імпеданс у електричній системі:

$$Z_{el}(f) = Z_{tot}(f) - Z_{el}^{mec}(f) \tag{19}$$

Виразимо рівняння 19 через вимірювані параметри:

$$Z_{el}(f) = \frac{E(f)}{I(f)} - \frac{U(f)}{I(f)} = \frac{E(f)}{I(f)} - Bl\frac{v(f)}{I(f)} = \frac{E(f)}{I(f)} - Bl\frac{j\omega x(f)}{I(f)} \tag{20}$$

Як можемо бачити, права частина рівняння 20 містить тільки вимірювані параметри а також невідомий фактор сили Bl. Після знаходження фактора сили механічна система може буди повністю відділена від електричної, тобто знайдено механічний та електричний імпеданси: $Z_{mec}(f)$ та $Z_{el}(f)$ відповідно.

Метод перебору сітки (grid searching) є одним із найпростіших методів оптимізації. Скласти рівняння для функції втрат можливо за допомогою

знання про фізичні властивості котушки електродинамічного перетворювача. А саме те, що електричний імпеданс як функція частоти має бути монотонно зростаючою функцією без перегинів. З фізичної точки зору, це означає, що електричний імпеданс котушки зростає при збільшенні частоти вхідного сигналу та не носить резонансний характер. Різке підвищення повного вхідного електричного імпедансу $Z_{tot}(f)$ є відображенням механічного резонансу (резонансу $Z_{el}^{mec}(f)$). Знаючи це, у рівнянні 20 можливо підібрати таке значення фактора сили Bl при якому електричний імпеданс $Z_{el}(f)$ буде гладкою монотонно зростаючою функцію як того і потребує фізика.

Як можемо побачити на рисунку 9, при збільшенні значення Bl резонансний пік поступово зникає і після проходження оптимального значення знову різко з'являється. Це означає, що значення $Bl = 2.5N./A$ є близьким до оптимального.

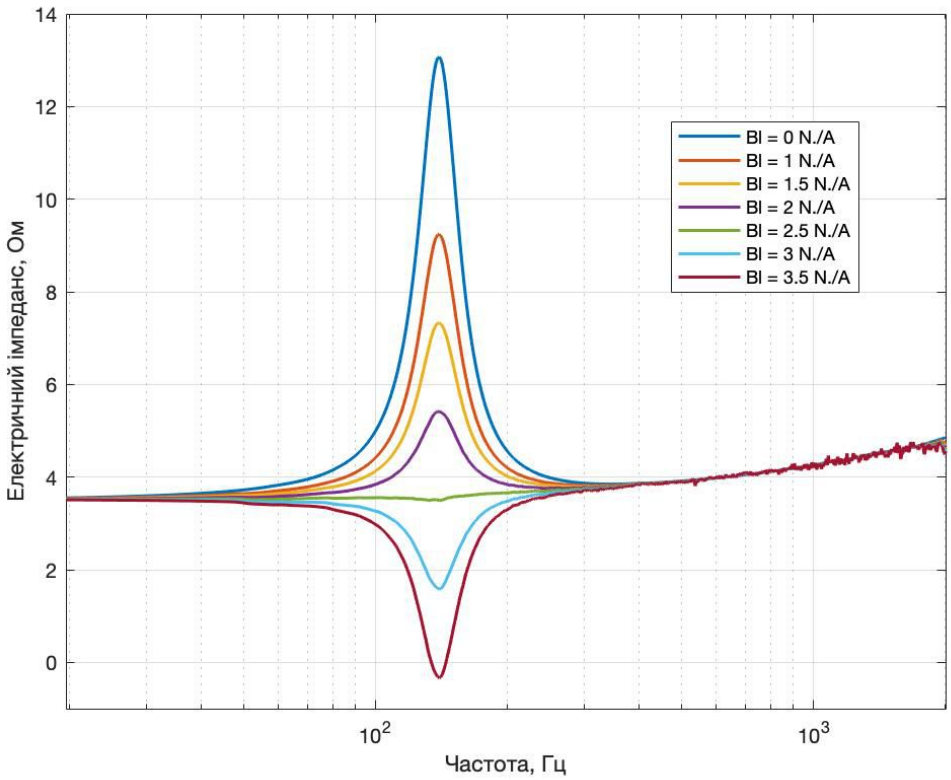


Рис. 9: Залежність значення $Z_{el}(f)$ у рівнянні 20 від зміни фактора сили Bl

Для даного випадку за функцію втрат візьмемо похибку між моделлю електричного імпедансу $\widehat{Z_{el}}(Bl, f)$ та безпосередньо розрахованим значеннями $Z_{el}(Bl, f)$ із рівняння 20. Як вже було зазначено вище, з фізичної точки зору електричний імпеданс $Z_{el}(f)$ має бути гладкою монотонно зростаючою функцією частоти, тобто зручною його моделлю є поліном другого ступеню:

$$\widehat{Z_{el}}(Bl, f) = a(Bl) \cdot f^2 + b(Bl) \cdot f + c(Bl) \tag{21}$$

де:
$\widehat{Z_{el}}(Bl, f)$ – апроксимація електричного імпедансу $Z_{el}(Bl, f)$ поліномом другого ступеню (polynomial fit),
$a(Bl), b(Bl), c(Bl)$- коефіцієнти, що забезпечують найкращу апроксимацію $Z_{el}(Bl, f)$.

Більш формально значення функції втрат $J(Bl)$ можна записати як:

$$\begin{gathered} J(Bl) = E\left[\left|\widehat{Z_{el}}(Bl, f) - Z_{el}(Bl, f)\right|\right] = \\ E\left[\left|(a(Bl) \cdot f^2 + b(Bl) \cdot f + c(Bl)) - \left(\frac{E(f)}{I(f)} - Bl\frac{j\omega v(f)}{I(f)}\right)\right|\right] \end{gathered} \tag{22}$$

де: $E\left[\left|\widehat{Z_{el}}(Bl, f) - Z_{el}(Bl, f)\right|\right]$ - середнє значення модуля похибки апроксимації за частотою.

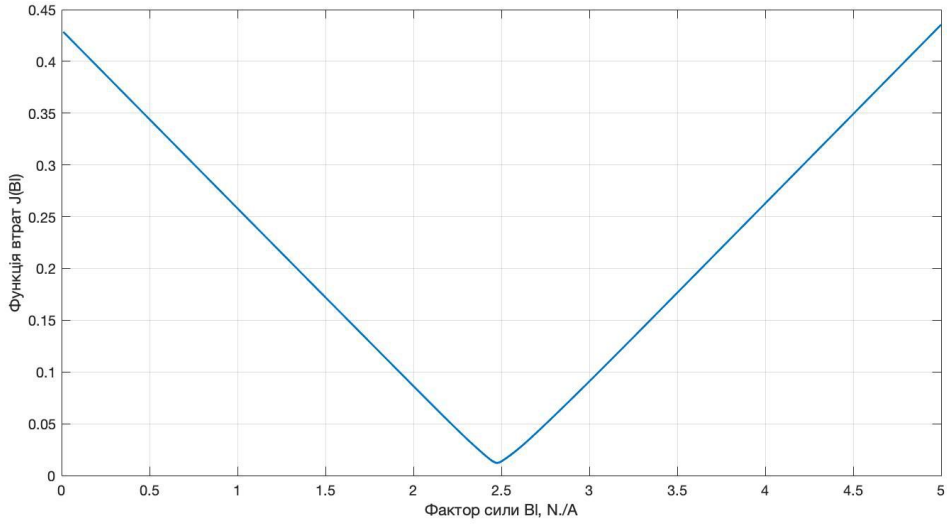


Рис. 10: Функція втрат $J(Bl)$

Як можна бачити на рисунку 10, функція втрат має яскраво виражений мінімум, що підтверджує доцільність саме такого визначення для функції втрат (рівняння 25). Таким чином, мінімізація значення $E\left[\left|\widehat{Z_{el}}(Bl,f) - Z_{el}(Bl,f)\right|\right]$ дозволяє визначити фактор сили Bl що є одним із базових параметрів моделі електродинамічного перетворювача.

$$\widehat{Bl} = \min_{Bl}\left[J(Bl)\right] \tag{23}$$

де: $\widehat{Bl}$ - оптимальне значення фактора сили, при цьому $Bl \subset [Bl_1; Bl_2]$.

Знаючи значення Bl можна повністю розділити механічний та електричний імпеданси та працювати над їх моделюванням окремо застосовуючи різні моделі та методи ідентифікації.

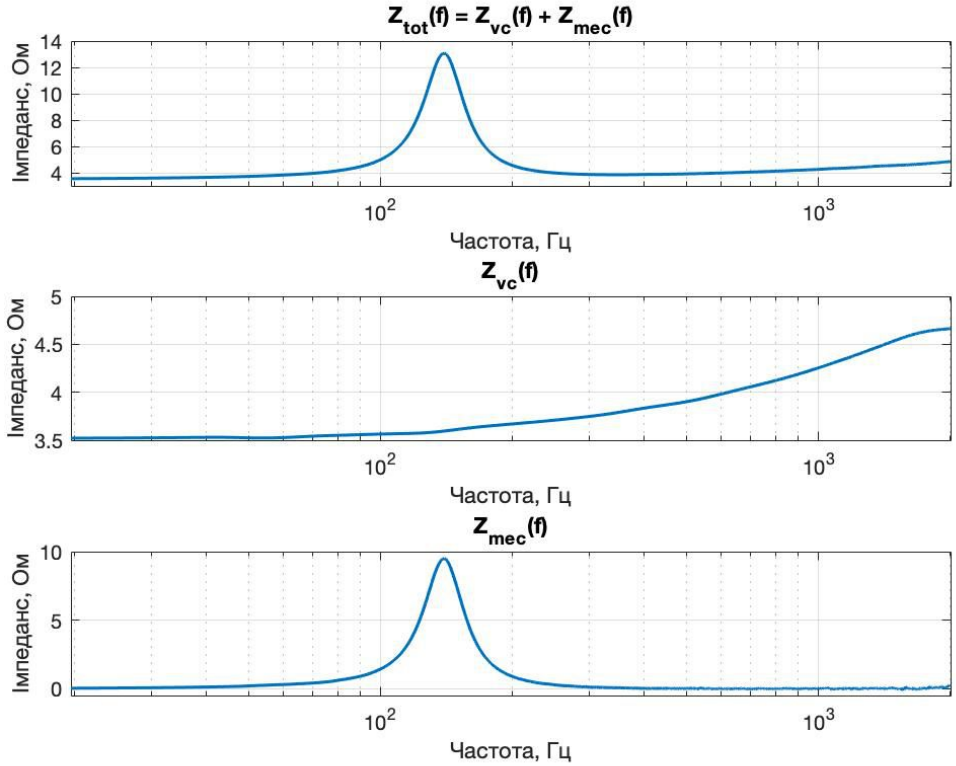


Рис. 11: Повний вхідний електричний імпеданс $Z_{tot}(f)$ та його складові: Електричний імпеданс котушки $Z_{el}(f)$, Механічний імпеданс у електричній системі $Z_{el}^{mec}(f)$

У механічній системі механічний імпеданс Z_{mec} виглядає як продемонстровано на рисунку 12:

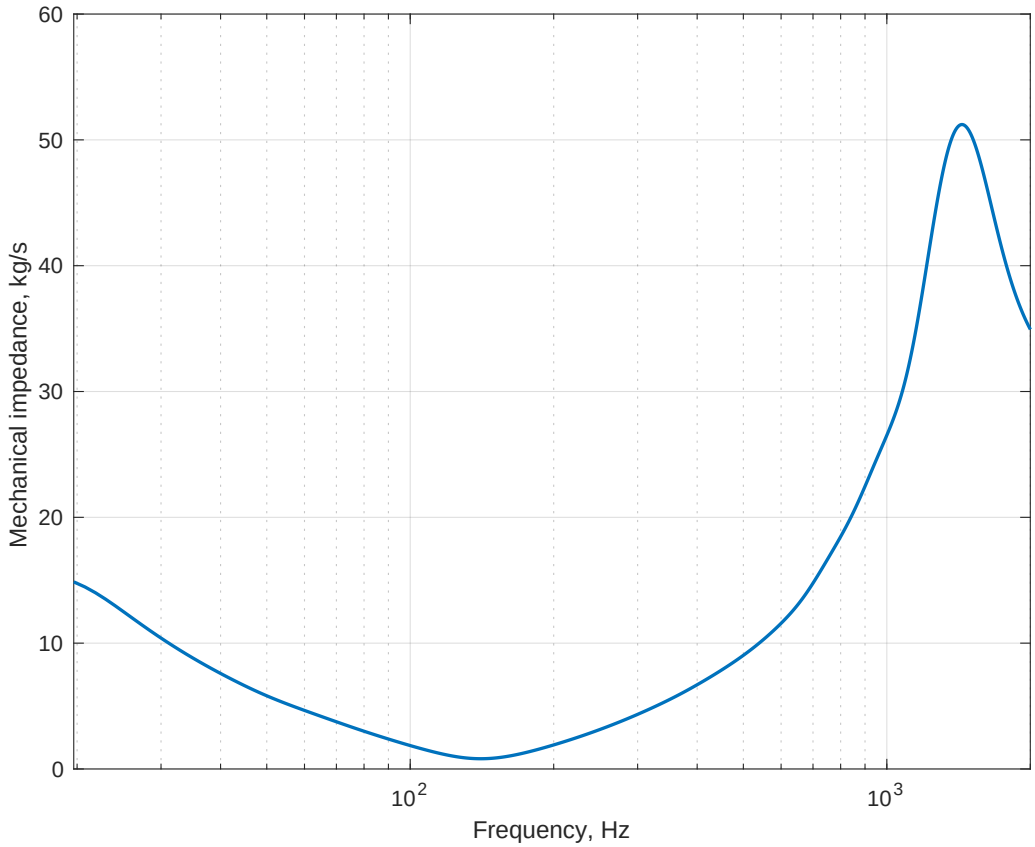


Рис. 12: Механічний імпеданс гучномовця Z_{mec}

Найбільшими перевагами запропонованого методу є його стабільність а також можливість використання для мініатюрних перетворювачів або перетворювачів із дуже тендітними мембранами (ВЧ перетворювачі). Тобто у всіх випадках, для яких фізичне втручання до рухомої частини (додавання маси або об'єму) є практично неможливим.

2.4.2 Практичне застосування методу та порівняння із методом доданої маси

Для демонстрації переваг знаходження фізичних параметрів перетворювача методом оптимізації фактору сили Bl проведемо розрахунок на параметрів моделі типового електродинамічного перетворювача розміром два дюйми (рисунок 13).

Дані, необхідні для застосування методу оптимізації параметру Bl (у

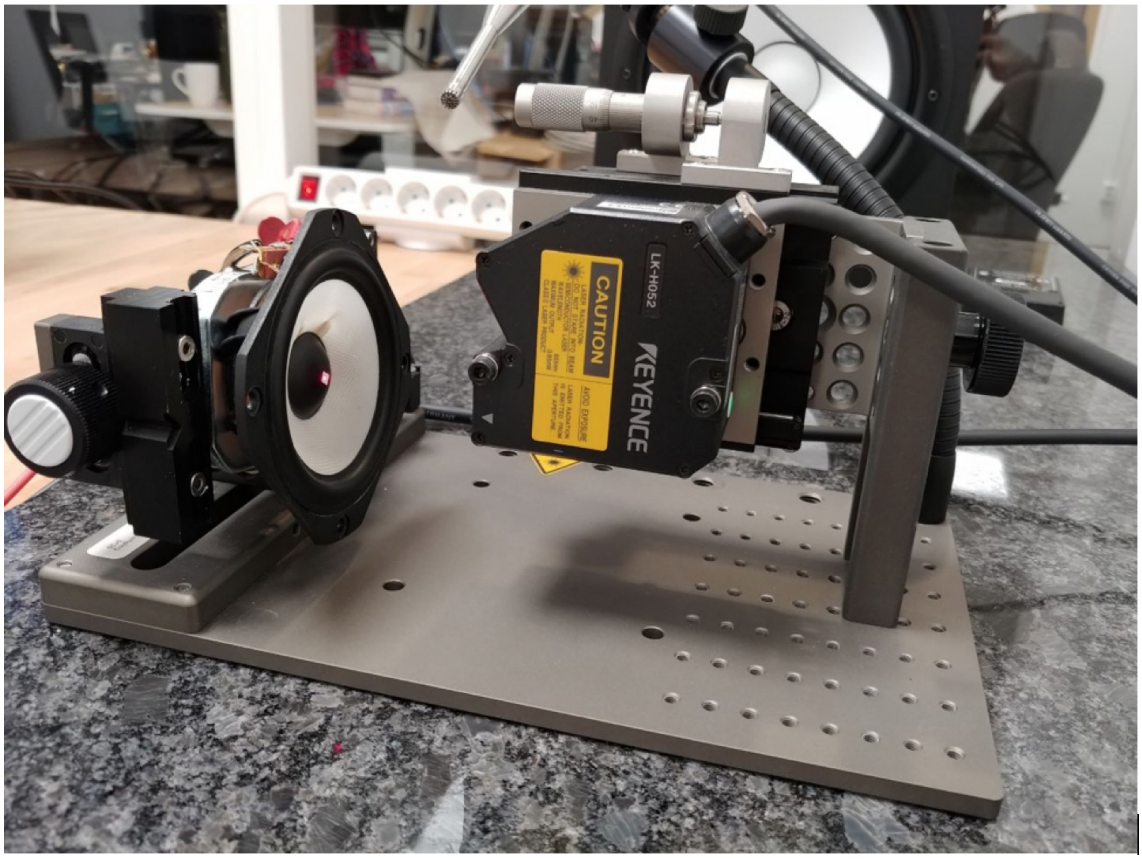


Рис. 13: Вимірюваний електродинамічний перетворювач та вимірювальний стенд

рівнянні 20) було отримано за допомогою вимірювального стенду на рисунку 13 згідно зі схемою на рисунку 14.

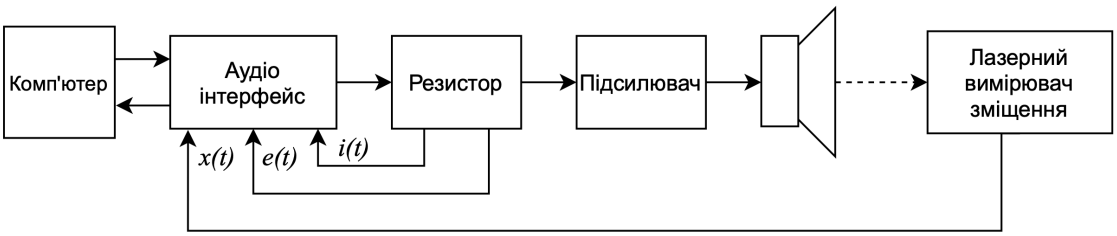


Рис. 14: Схема вимірювань

Виміряними величинами є:

$x(t)$ – зміщення рухомої частини перетворювача,

$e(t)$ – напруга (еквівалентна напрузі на клемах перетворювача),

$i(t)$ – струм (еквівалентний струму через перетворювач).

Для детального моделювання електричної системи було обрано модель

Джона Вандеркоя [9], у якій комплексний опір котушки знаходиться як сума статичного опору $R_{DC}(f)$, частотно залежного активного опору котушки $R_{VC}(f)$ та частотно-залежної індуктивності $L_{VC}(f)$. Це дозволяє врахувати у моделі складні фізичні ефекти, як то вихрові струми, що виникають у металевих частинах магнітної системи.

Вимірявши механічний імпеданс перетворювача окремо від електричного для моделювання механічної системи можливо використати сучасні більш складні і точні моделі, але для наочності та можливості порівняти запропонований метод із методом доданої маси було обрано класичну модель Тіля/Смолла зі статичними значеннями маси рухомої частини M_{ms}, загальної еквівалентної гнучкості C_{ms} та механічних втрат R_{ms}. Будемо вважати додану масу повітря включеною до M_{ms} а акустичні втрати до R_{ms}.

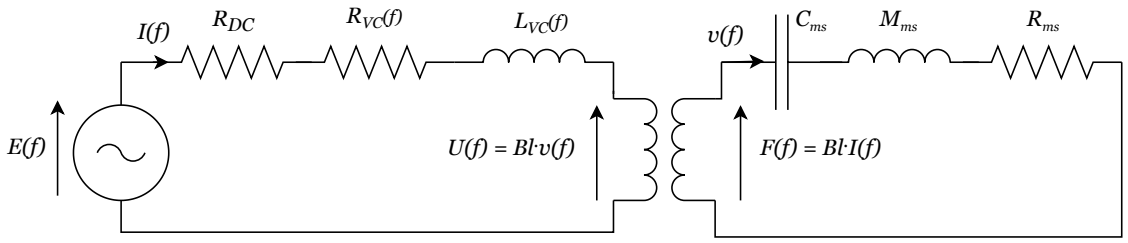


Рис. 15: Електро-механічна модель перетворювача із “котушкою Вандеркоя”

У якості збуджуючого сигналу $E(f)$ був використаний тональний сигнал с логарифмічно зростаючою частотою (logarithmic sweep) від 20 Гц до 2000 Гц, амплітудою 0.1 V_{rms}. Цей діапазон був обраний, адже представлена модель є релевантною тільки на низьких частотах поки усі точки поверхні мембрани рухаються синфазно. Також, на частотах вищих за 2000 Гц зміщення рухомої частини є меншим за розподільну можливість лазера а збільшення вхідної напруги призведе до активації нелінійних ефектів у перетворювачі.

Комплексний електричний імпеданс котушки $Z_{el}(f)$ знаходиться як сума активного та реактивного компонентів:

$$Z_{el}(f) = R_{DC} + R_{VC}(f) + j \cdot 2\pi f \cdot L_{VC}(f) \tag{24}$$

Розглядаючи дійсну та уявну частини у рівнянні 24 можливо визначити опір котушки та її індуктивність:

$$\begin{gathered} R_{DC} + R_{VC}(f) = Real\left[Z_{el}(f)\right] \\ l_{VC}(f) = \frac{Imag\left[Z_{el}(f)\right]}{2\pi f} \end{gathered} \tag{25}$$

Таке знаходження частотно-залежних фізичних параметрів котушки перетворювача є неможливим за допомогою класичних методів доданої маси або об'єму, що є перевагою запропонованого підходу.

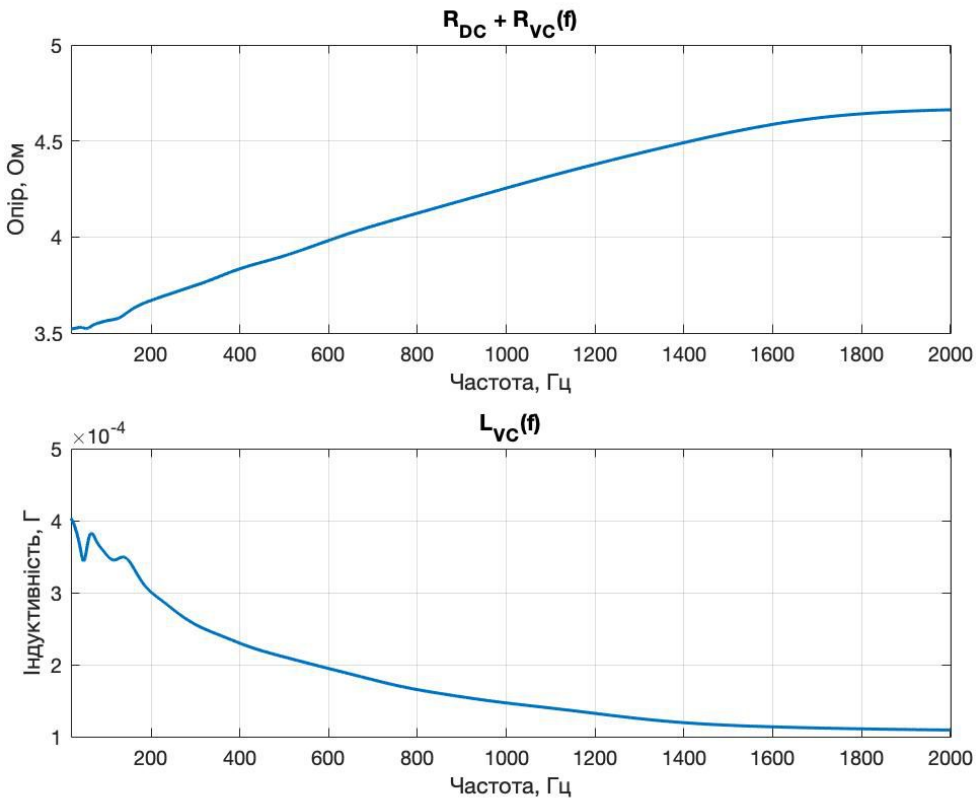


Рис. 16: Частотна залежність опору котушки та індуктивності

Для більш наочного порівняння методу доданої маси та методу оптимі-

зації Bl порівняємо виміряне значення повного вхідного імпедансу Z_{tot} та ідентифіковані моделі двома зазначеними методами.

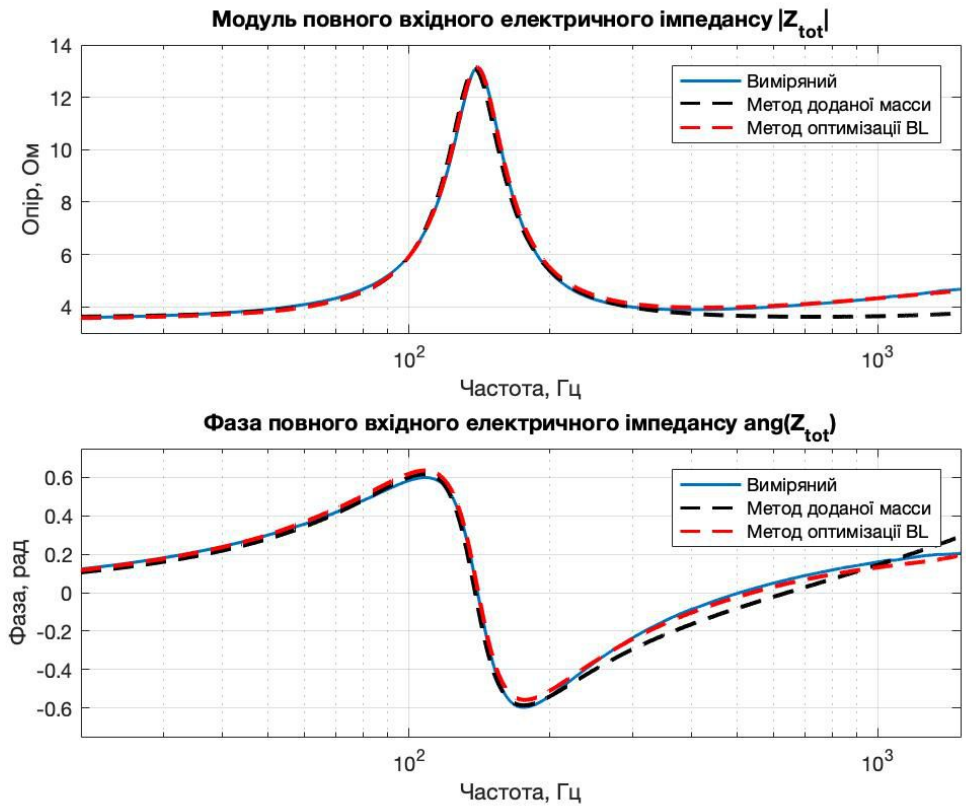


Рис. 17: Порівняння виміряного та змодельованого повного вхідного імпедансу Z_{tot}

Як можливо бачити на зісунку 17, метод доданої маси та метод оптимізації Bl досить точно моделюють виміряний повний вхідний електричний імпеданс $Z_{tot}(f)$ на низьких частотах та на резонансі. Зі збільшенням частоти класична модель показує значну розбіжність із результатами вимірювань адже не бере до уваги складні фізичні процеси у магнітній системі перетворювача.

Для демонстрації статистичної значущості описаного методу оптимізації Bl та порівняння із статистичною значущістю класичного методу доданої маси було проведено серію із десяти вимірювань кожним з методів та розраховано середнє значення для кожного фізичного параметра та відповідне значення стандартного відхилення.

	Метод оптимізації Bl		***Метод доданої маси***	
	Середнє значення	*Стандартне відхилення*	*Середнє значення*	*Стандартне відхилення*
f_{res}, Гц	140	0	137.2	0.34
R_e, Ом	3.54	4.76e-4	3.59	2.4e-4
L_e, Г	1.45e-4	3.57e-6	1.39e-4	7.68e-6
Bl, Н/А	2.49	5.3e-3	2.43	3.8e-2
M_{ms}, кг	2.8e-3	5.3e-6	2.7e-3	8.4e-5
C_{ms}, м/Н	4.65e-4	8.89e-7	4.9e-4	1.7e-5
R_{ms}, кг/с	0.65	1.2e-3	0.62	1.96e-3

Рис. 18: Порівняння статистичних параметрів методу оптимізації BL та методу доданої маси

Як можливо бачити із рисунку 18, середні значення розрахованих параметрів обома методами є близькими один до одного. Але, стандартні відхилення параметрів знайдених методом оптимізації Bl є, зазвичай, на порядок меншими. Це доводить статистичну стабільність та високу повторюваність вимірювань запропонованого методу. Це досягається за рахунок того, що вимірюваний перетворювач фіксується для вимірювання одноразово та не піддається механічним впливам, на відміну від методу доданої маси, де для кожного нового вимірювання потрібно додавати та знімати додану масу на мембрану перетворювача.

Моделювання повного вхідного електричного імпедансу $Z_{tot}(f)$ за допомогою методу оптимізації Bl показує результати ближчі до реальних вимірювань ніж метод доданої маси, особливо на частотах вище резонансу. Ідентифікація за допомогою методу оптимізації Bl та моделі Вандеркоя для магнітної системи показує меншу похибку на високих частотах як для модуля повного вхідного імпедансу так і для фази. Тим не менш, параметри знайдені класичним методом доданої масси є близькими до знайдених методом оптимізації Bl що доводить його доцільнисть для швидких вимірювань на виробництві. Зі статистичної точки зору, було продемонстровано вищу стабільність методу оптимізації Bl, високу повторюваність результатів та меншу статистичну похибку порівняно із методом доданої маси.

Також, значною перевагою методу оптимізації Bl є можливість його використання для мініатюрних перетворювачів або перетворювачів із дуже тендітними мембранами (ВЧ перетворювачі). Тобто у всіх випадках, для яких фізичне втручання до рухомої частини (додавання маси або об'єму) є практично неможливим.

2.5 Застосування генетичного алгоритму для знаходження параметрів лінійної моделі електродинамічного перетворювача

У даному розділі розглянуто адаптацію та застосування генетичного алгоритму для знаходження параметрів моделі електродинамічного перетворювача. Розглянуто переваги та недоліки даного методу порівняно із класичними методом ідентифікації із застосуванням доданої маси та методом підбору параметра BL. Представлено виведення функції пристосованості для оцінки якості ідентифікованих параметрів що може також бути використана для ідентифікації інших типів електроакустичних перетворювачів. Безпосередньо вимірюваними величинами для застосування алгоритму є напруга на клемах перетворювача, струм через котушку перетворювача та зміщення рухомої частини перетворювача. Безперечною перевагою генетичного алгоритму у порівнянні із класичними методами ідентифікації є його універсальність та можливість швидкої адаптації та налаштування для дослідження та експериментів із різними моделями та різними типами перетворювачів що використовуються у акустиці. Цей метод був вперше представлений автором у сумісництві із співавторами у статті [10] у рамках роботи над даною дисертацією.

2.5.1 Загальний огляд та структура генетичного алгоритуму

Генетичний алгоритм є методом оптимізації що відноситься до групи еволюційних алгоритмів – мета-евристичної оптимізації на основі конкуренції індивідуумів у межах популяції протягом декількох епох. У основу цих алгоритмів були покладені принципи розвитку та еволюції які були запозичені із живої природі. Саме тому багато термінів що використовуються у генетичних та еволюційних алгоритмах були запозичені із біології (і.е. індивідум, популяція, рекомбінація, схрещення, мутація і т.д.) Зазвичай, ці алгоритми застосовуються для задач де неможливе використання класичних методів: велика кількість даних, дані є зашумленими, функція

втрат не описується аналітично або є дуже складною, функція втрат не є диференційованою, одночасна оптимізація багатьох параметрів, задачі логіки та інші [11]. Але останнім часом генетичні алгоритми все частіше застосовуються і для оптимізації класичних задач так як вони є універсальними.

Перші спроби симуляції природної еволюції були зроблені у п'ятдесятих роках минулого століття вченими Нільсом Барічеллі та Алексом Фразером [12], [13]. Роботи цих вчених містили основи сучасних генетичних алгоритмів. У шестидесятих роках ідеї Барічелли та Фразера набули широкого розголосу та привернули увагу багатьох вчених та дослідників. У цих роках генетичні алгоритми вперше були застосовані для вирішення реальних практичних інженерних задач які неможливо було вирішити іншими методами. На початку семидесятих, генетичні алгоритми набули особливої популярності завдяки роботам американського науковця Джона Генрі Голланда, який зараз вважається "батьком" генетичних алгоритмів. У своїй книзі «Адаптація у природних та штучних системах» [14] він ввів формалізований математичних апарат, що розширив межі застосування генетичних алгоритмів та широко застосовується сучасними науковцями. Дослідження в області генетичних алгоритмів залишалось більше теоретичним до середини восьмидесятих років, адже велика кількість обчислень займала багато часу та потребувала потужної обчислювальної техніки. Починаючи із дев'яностих років, разом із ростом потужності обчислювальної техніки, генетичні алгоритми почали активно використовувати на практиці для вирішення різноманітних задач: від ідентифікації фізичних систем до штучного інтелекту.

Задачу ідентифікації параметрів моделі електродинамічного перетворювача можна представити як задачу оптимізації. При такому формулюванні шуканими є оптимальні параметри моделі при яких значення виміряного сигналу перетворювача є максимально близькими до змодельованих. Не дивлячись на те, що більшість моделей перетворювачів можуть бути вира-

женими аналітично та дозволяють застосування класичних методів оптимізації, використання генетичного алгоритму для цих цілей має важливий науковий інтерес. По перше, сучасні складні моделі перетворювачів потребують складних методів ідентифікації їх параметрів, розробка яких займає суттєвий час окремо від розробки моделі. По друге, використання генетичного алгоритму дозволяє розробити одну універсальну схему ідентифікації яка буде незалежною від моделі і дозволятиме швидко експериментувати та досліджувати різні моделі не витрачаючи час на розробку спеціалізованих алгоритмів ідентифікації. І, нарешті, по трете, застосування генетичних алгоритмів є важливим кроком назустріч більш широкому застосуванню машинного навчання для моделювання електроакустичних перетворювачів, включаючи складні непараметричні та нелінійні моделі.

Генетичні алгоритми використовуються для вирішення задач оптимізації і моделювання шляхом послідовного підбору, комбінування і варіації шуканих параметрів з використанням механізмів, що нагадують біологічну еволюцію. Особливістю генетичного алгоритму є акцент на використання оператора «схрещення», який виконує операцію рекомбінацію рішень-кандидатів, роль якої аналогічна ролі схрещення в живій природі.

Рис. 19: Блок-схема виконання генетичного алгоритму

Задача кодується таким чином, щоб її вирішення могло бути представлено в вигляді масиву подібного до інформації складу хромосоми. Цей масив часто називають саме так «хромосома». Випадковим чином в масиві створюється деяка кількість початкових елементів «осіб», або початкова популяція. Особи оцінюються з використанням функції пристосованості, в результаті якої кожній особі присвоюється певне значення пристосованості, яке визначає можливість виживання особи. Після цього з використанням отриманих значень вибираються особи, допущені до схрещення (селекція). До осіб застосовується «генетичні оператори» (в більшості випадків це оператор схрещення (crossover) і оператор мутації (mutation)), створюючи таким чином наступне покоління осіб. Особи наступного покоління також оцінюються застосуванням генетичних операторів і виконується селекція і мутація. Так моделюється еволюційний процес, що продовжується декілька життєвих циклів (поколінь), поки не буде виконано критерій зупинки алгоритму. Таким критерієм може бути:

• знаходження глобального, або оптимального вирішення;
• вичерпання числа поколінь, що відпущені на еволюцію;
• вичерпання часу, відпущеного на еволюцію.

2.5.2 Адаптація генетичного алгоритму

Основні етапи роботи генетичного алгоритму залишаюся практично незмінними незалежно від задачі. Зв'язок між алгоритмом та реальною проблемою та його адаптація виконується через призначення індивідуумів їх хромосом та функції пристосованості до реальних фізичних величин та параметрів моделі.

У нашому випадку треба вирішити задачу знаходження параметрів моделі вже згаданого у минулих розділах дводюймового електродинамічного перетворювача, зображеного на рисунку 13 із застосуванням схема описа-

ної у попередніх розділах та зображеної на рисунку 14.

Першим етапом адаптації генетичного алгоритму до нашої задачі є вибір моделі перетворювача, параметри якої треба ідентифікувати. Для початку було обрано просту модель у частотній області зображену на рисунку 20:

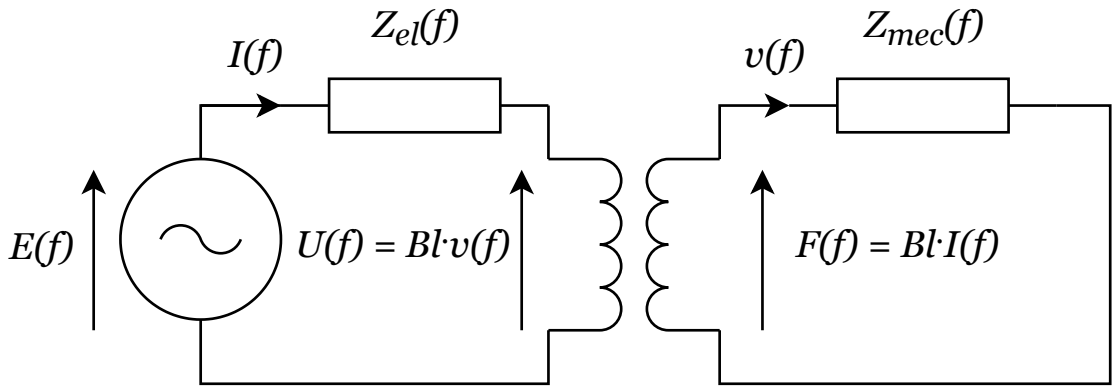


Рис. 20: Спрощена електро-механічна модель перетворювача

На якому:
$E(f)$ – напруга на клемах перетворювача
$I(f)$ – струм через котушку перетворювача
Bl – коефіцієнт елетромеханічної трансформації
$F(f)$ – сила, що діє на рухому частину
$V(f)$ – швидкість рухомої частини
$U(f)$ – зворотна електрорушійна сила

Імпеданси $Z_{el}(f)$ та $Z_{mec}(f)$ є відповідно електричний імпеданс котушки та механічний імпеданс рухомої частини, які знаходяться як:

$$\begin{gathered} Z_{el}(f) = R_e + j \cdot 2\pi f \cdot L_e \\ Z_{mec}(f) = R_{ms} + j \cdot 2\pi f \cdot M_{ms} + \frac{K_{ms}}{j \cdot 2\pi f} \end{gathered} \tag{26}$$

де:
f - частота

R_e – опір котушки прі постійному струмі
L_e – індуктивність котушки
R_{ms} – механічний опір
M_{ms} – маса рухомої частнини
K_{ms} – жорсткість підвісу
j – уявна одиниця

На другому етапі треба визначити які параметри будуть виступати у ролі хромосом індивідуумів. У нашому випадку, для початку, візьмемо усі невідомі параметри моделі із рівняння 26 та параметр Bl у якості хромосом індивідуума:

$$I = [R_e, L_e, Bl, R_{ms}, M_{ms}, K_{ms}] \tag{27}$$

І в останню чергу, треба вивести функцію пристосованості яка буде об'єктивно показувати алгоритму на скільки один індивідуум краще за іншого. Для цього спочатку складемо рівняння, що описують поведінку моделі у частотній області (уведемо значення циклічної частоти $\omega = 2\pi f$):

$$E(\omega) = R_e I(\omega) + j\omega L_e + Bl \cdot V(\omega) \tag{28}$$

$$Bl \cdot I(\omega) = j\omega \cdot M_{ms} V(\omega) + \frac{K_{ms}}{j\omega} V(\omega) + R_{ms} V(\omega) \tag{29}$$

Рівняння 28 описує поведінку перетворювача у електричні підсистемі а рівняння 29 – у механічній. Виразимо ці рівняння через значення повного вхідного електричного $Z_{tot}(\omega)$та механічного $Z_{mec}(\omega)$ імпедансів:

$$Z_{tot}(\omega) = \frac{E(\omega)}{I(\omega)} = R_e + j\omega L_e + Bl\frac{V(\omega)}{I(\omega)} \tag{30}$$

$$Z_{mec}(\omega) = Bl\frac{I(\omega)}{V(\omega)} = j\omega M_{ms} + \frac{K_{ms}}{j\omega} + R_{ms} \tag{31}$$

Виділимо значення які можуть бути безпосередньо виміряними від параметрів моделі:

$$\frac{E(\omega)}{I(\omega)} = R_e + j\omega L_e + \frac{Bl^2}{j\omega M_{ms} + \frac{K_{ms}}{j\omega} + R_{ms}} \tag{32}$$

$$\frac{V(\omega)}{I(\omega)} = \frac{Bl}{j\omega M_{ms} + \frac{K_{ms}}{j\omega} + R_{ms}} \tag{33}$$

Тепер у рівняннях 32 та 42 усі вимірювані значення знаходяться зліва, а параметри моделі - з правого боку, тому ми можемо порівняти ці сторони для обчислення похибки моделювання та використати її значення у якості функції пристосованості в генетичному алгоритмі:

$$E_1 = MSE_\omega \left[\frac{E(\omega)}{I(\omega)} - R_e - j\omega L_e - \frac{Bl^2}{j\omega M_{ms} + \frac{K_{ms}}{j\omega} + R_{ms}}\right] \tag{34}$$

$$E_2 = MSE_\omega \left[\frac{V(\omega)}{I(\omega)} - \frac{Bl}{j\omega M_{ms} + \frac{K_{ms}}{j\omega} + R_{ms}}\right] \tag{35}$$

$$E_{tot} = E_1 + E_2 \tag{36}$$

де: MSE_ω – середньоквадратична похибка (mean squared error)

Таким чином, значення E_1 у рівнянні 34 відповідає похибці моделювання

повного вхідного електричного імпедансу $Z_{tot}(\omega)$, а значення $_2$ у рівнянні 35 - механічного імпедансу $Z_{mec}(\omega)$. Сумарна похибка E_{tot} у рівнянні 36 буде використовуватися як функція пристосованості у генетичному алгоритмі.

Таким чином, чим менше значення похибки E_{tot}, тим краще хромосоми конкретного індивідуума апроксимують дану модель електродинамічного перетворювача і тим більша вірогідність що цей індивідуум передасть свої гени у наступне покоління. Алгоритм буде повторюватися до тих пір, поки не буде знайдена найменша можлива похибка апроксимації моделі.

2.5.3 Результати експериментів та порівняння із методом доданої маси

Генетичний алгоритм описаний вище було імплементовано за допомогою мови програмування Python із використанням бібліотеки DEAP [15] яка містить основні оператори що необхідні для функціонування генетичного алгоритму.

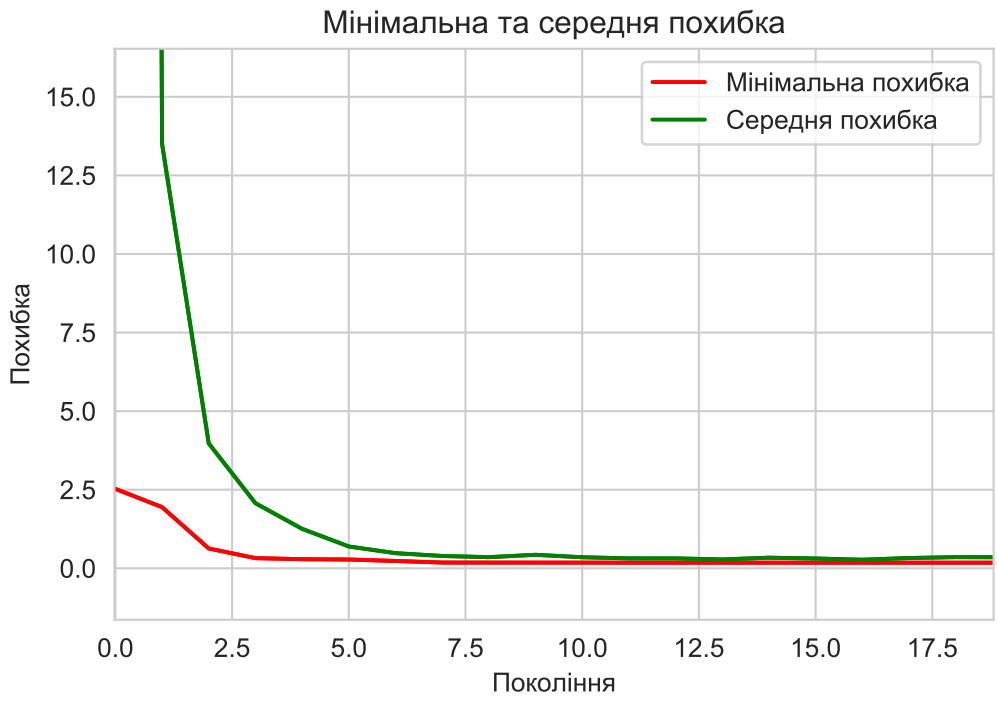


Рис. 21: Еволюція мінімальної та середньої похибки за поколіннями

Як можна бачити на рисунку 21, мінімальна похибка індивідуума та середня похибка у популяції стрімко зменшуються і вже через декілька поколінь залишаються майже незмінними. Також, можемо бачити, що середня похибка у популяції є дуже близькою до похибки кращого індивідуума. Це каже про те, що вже через декілька поколінь усі індивідууми у популяції є близькими до оптимального значення. Така швидка сходимість алгоритму вказує на те, що застосування генетичного алгоритму для нашої задачі є можливим і доцільним, а також, що обрана функція пристосованості (рівняння 34 - 36) є вдалою.

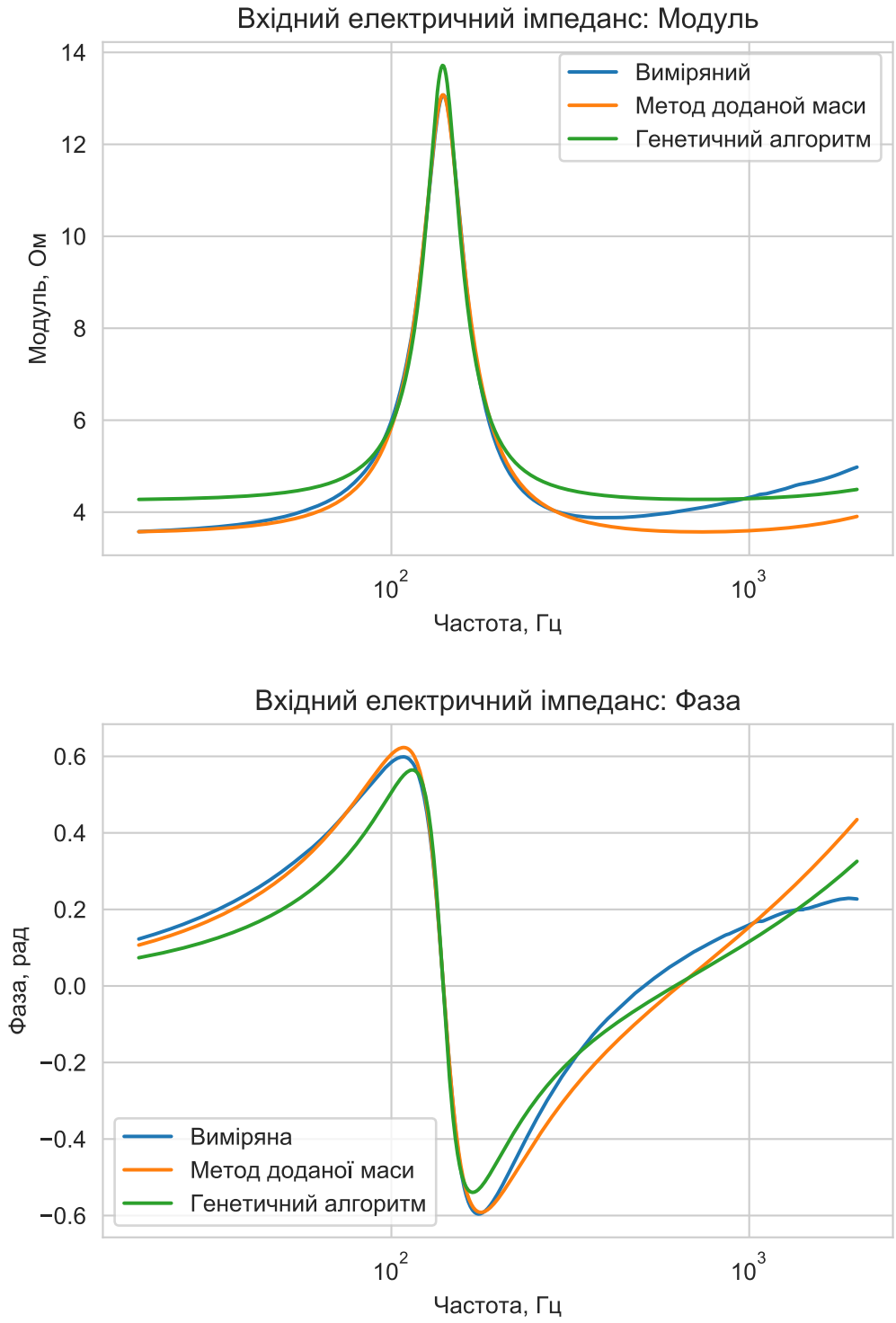


Рис. 22: Модуль і фаза повного вхідного імпедансу електродинамічного перетворювача

На рисунку 22 представлена модель повного вхідного електричного імпедансу на основі параметрів, що були знайдені генетичним алгоритмом. Також для порівняння представлені виміряний імпеданс та модель на осно-

ві параметрів ідентифікованих методом доданої маси. Як можна побачити, генетичний алгоритм дійсно знайшов параметри, що наближують модель до реальних виміряних значень та мінімізують середньоквадратичну похибку. Але, на частотах нижчих за резонансну похибка є дуже значною, і у цьому регіоні простий метод доданої маси показує кращі результати апроксимації ніж генетичний алгоритм. Щоб виправити це було вирішено виключити значення опору котушки сталому струму R_e із хромосоми індивідууму (і відповідно із оптимізації), а використати значення, яке було виміряне вручну за допомогою омметру: $R_e = 3.54\Omega$. Функція пристосованості при цьому залишається незмінною. Тепер наш індивідуум має на одну хромосому менше:

$$I = [L_e, Bl, R_{ms}, M_{ms}, K_{ms}] \tag{37}$$

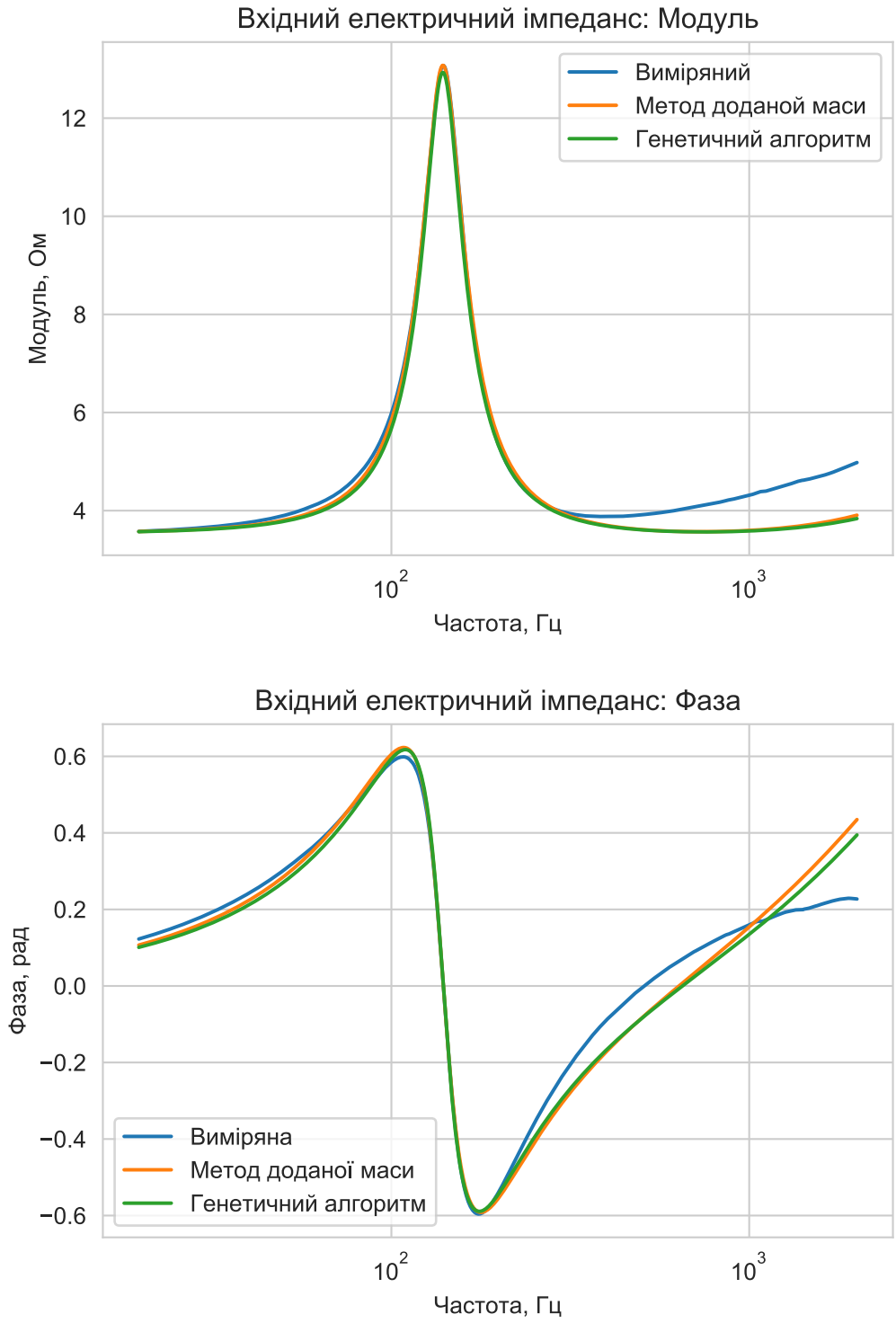


Рис. 23: Модуль і фаза повного вхідного електричного імпедансу (спроба 2)

Як можемо бачити на рисунку 23, виключення параметра R_e із оптимізації та застосування вручну виміряного значення покращило модель на частотах нижче резонансу та наблизило її до значень моделі ідентифікова-

них методом доданої маси.

	Метод доданої маси	*Генетичний алгоритм*
f_{res}, Гц	137.2	138
R_e, Ом	3.54	3.54
L_e, Г	1.39e-4	1.31e-4
Bl, Н/А	2.43	2.43
M_{ms}, кг	2.7e-3	1.2e-3
K_{ms}, м/Н	2.04e3	9.09e2
R_{ms}, кг/с	0.62	0.63

Рис. 24: Порівняння параметрів моделі ідентифікованої методом доданої маси та генетичним алгоритмом

На рисунку 24 видно, що генетичний алгоритм знайшов параметри моделі що є дуже близькими до параметрів моделі ідентифікованих методом доданої маси. Окрім маси рухомої частини M_{ms} та жорсткості K_{ms}. При повторному запуску алгоритму ці параметри випадково змінювали свої значення для кожної ітерації при тому, що значення похибки залишалися однаково низькими та результуючий графік модулю та фази повного вхідного електричного імпедансу перетворювача був ідентичний до графіку на рисунку 23. Експерименти із налаштуваннями алгоритму не допомогли виправити цю проблему. Було зроблено висновок, що параметри M_{ms} та K_{ms} компенсують одне одного, тобто більшому значенню параметра M_{ms} відповідає менше значення параметра K_{ms} і навпаки. Це призводить до того, що генетичний алгоритм не може однозначно визначити ці параметри, адже при взаємній компенсації похибка буде залишатися низькою. Щоб виправити цю проблему було вирішено виключити одне із значень (M_{ms} або K_{ms}) із хромосом індивідуума, а інше перерахувати через резонансну частоту перетворювача, яка може бути знайдена як частота, при якій модуль повного вхідного електричного імпедансу набуває максимального значення:

$$f_{res} = max_f \, |Z_{tot}| \tag{38}$$

$$K_{ms} = M_{ms} \cdot (2\pi f_{res})^2 \tag{39}$$

Тож тепер у індивідуума залишаються чотири хромосоми:

$$I = [L_e, Bl, R_{ms}, K_{ms}] \tag{40}$$

Як і було прогнозовано, при імплементації зазначених вище змін, сходимість та похибка алгоритму залишається еквівалентною попереднім спробам (рисунок 21) але значення параметрів M_{ms} та K_{ms} не змінюються випадково від одної ітерації до іншої та є близькими до параметрів ідентифікованих методом доданої маси.

	Метод доданої маси	*Генетичний алгоритм*
f_{res}, Гц	137.2	138
R_e, Ом	3.54	3.54
L_e, Г	1.39e-4	1.31e-4
Bl, Н/А	2.43	2.43
M_{ms}, кг	2.7e-3	2.8e-3
K_{ms}, м/Н	2.04e3	2.1e3
R_{ms}, кг/с	0.62	0.63

Рис. 25: Порівняння параметрів моделі ідентифікованої методом доданої маси та генетичним алгоритмом (спроба 2)

Таким чином, було показано, що генетичний алгоритм здатний ідентифікувати параметри моделі електродинамічного перетворювача зображеної на рисунку 15 та описаною формулами 28 та 29. Хоча, не дивлячись на те, що параметри ідентифікованої моделі були знайдені правильно, на рисун-

ку 23 можна побачити, що на частотах вищих за резонансну змодельоване значення фази та модуля вхідного електричного імпедансу не повністю повторює виміряне значення. Так-само і для методу доданої маси. Це вказує на недостатню точність самої моделі та не відносіться саме до методу ідентифікації.

Для того щоб покращити поведінку моделі на частотах вищих за резонансну, було вирішено ускладнити модель електричної підсистеми перетворювача та увести додаткові параметри: паралельний опір R_2 та паралельну індуктивність L_2 [7] як показано на рисунку 26:

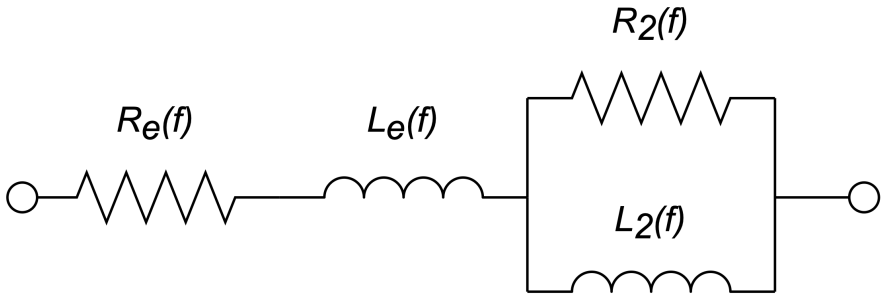


Рис. 26: Модель електричної частини (котушки) перетворювача із використанням параметрів R_2 та L_2

З точки зору генетичного алгоритму ці нові параметри моделі стануть новими хромосомами індивідуумів:

$$I = [L_e, Bl, R_{ms}, K_{ms}, L_2, R_2] \tag{41}$$

Також, зміниться функція пристосованості із урахуванням нових параметрів:

$$E_1 = MSE_\omega \left[\frac{E(\omega)}{I(\omega)} - R_e - j\omega L_e - \frac{R_2 \cdot j\omega L_2}{R_2 + j\omega L_2} - \frac{Bl^2}{j\omega M_{ms} + \frac{K_{ms}}{j\omega} + R_{ms}} \right] \tag{42}$$

Зазначені зміни та ускладнення моделі ніяк не впливають на сходимість або швидкість роботи генетичного алгоритму але дозволяють значно знизити похибку апроксимації як показано на рисунку 27:

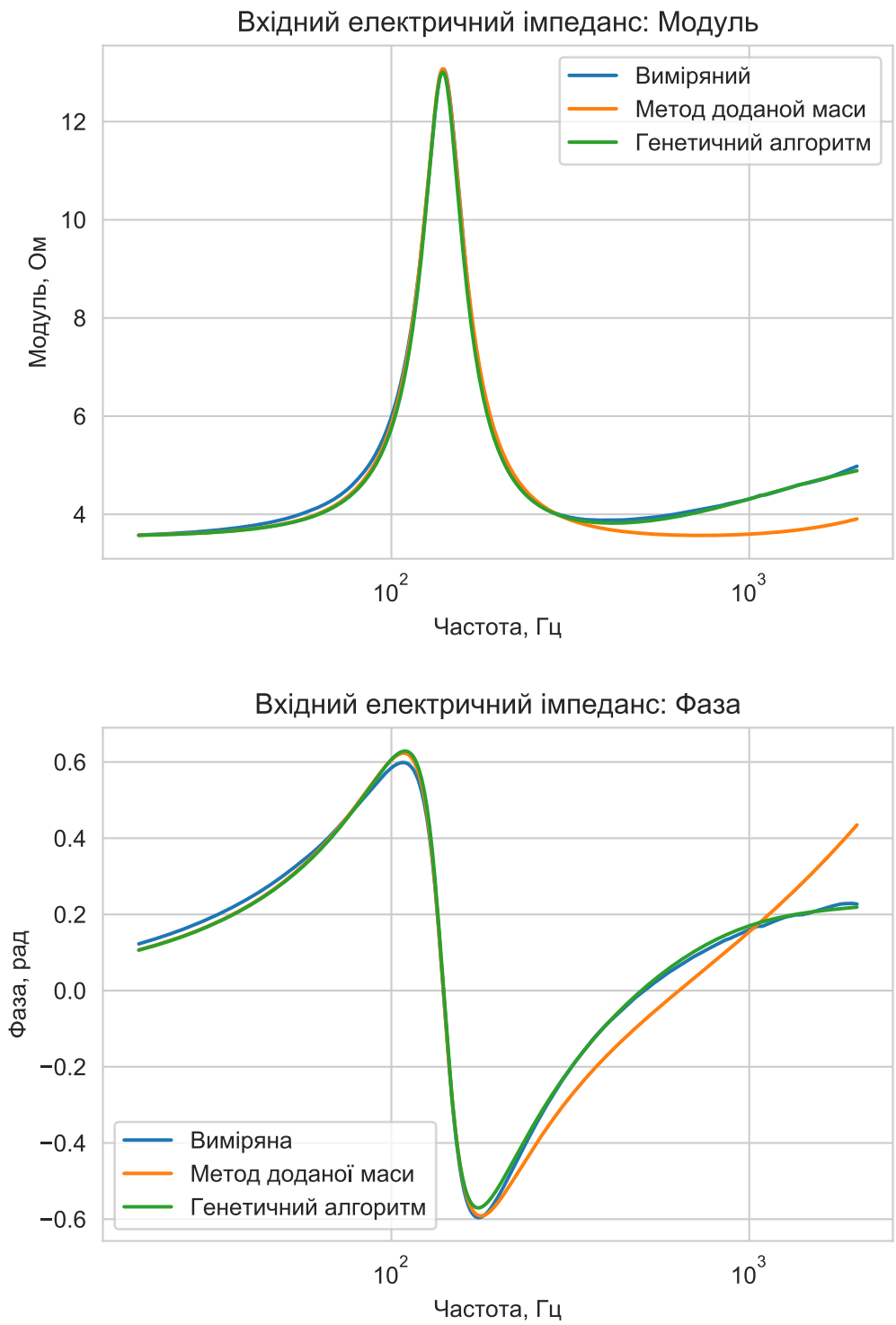


Рис. 27: Модуль і фаза повного вхідного електричного імпедансу із використанням параметрів L_2 та R_2

Як можна побачити на рисунку 27, ускладнена модель краще відповідає виміряним значенням у всій частотній області а отже є більш точною. Цей приклад демонструє зручність використання генетичного алгоритму при переході від ідентифікації однієї моделі зі специфічними параметрами до іншої. Так, нові параметри моделі додаються до хромосом індивідуума та заносяться до функції пристосованості. Таким чином, можна ідентифікувати більш складні і точні моделі (наприклад [16]) із більшою кількістю параметрів не витрачаючи час на розробку специфічних методів для їх ідентифікації а лише у незначній мірі адаптувати генетичний алгоритм.

	Метод доданої маси	*Генетичний алгоритм*
f_{res}, Гц	137.2	138
R_e, Ом	3.54	3.54
L_e, Г	1.39e-4	0.41e-4
Bl, Н/А	2.43	2.43
M_{ms}, кг	2.7e-3	2.8e-3
K_{ms}, м/Н	2.04e3	2.1e3
R_{ms}, кг/с	0.62	0.63
R_e, Ohm		1.65
Le, Г		2.24e-4

Рис. 28: Порівняння параметрів моделі ідентифікованої методом доданої маси та генетичним алгоритмом із використанням параметрів L_2 та R_2

Таким чином, у даному розділі було розглянуто застосування генетичного алгоритму для ідентифікації параметрів моделі електродинамічного перетворювача. Декілька спостережень що хотілося б відмітити: запропонована функція пристосованості є влучною адже алгоритм дуже швидко сходиться та знаходить оптимальні значення за декілька ітерацій. Це доводить, що застосування генетичних алгоритмів є можливим для ідентифікації електродинамічних та інших акустичних перетворювачів. Але, безпосередньо параметр R_e, що відповідає опору котушки постійному струму, є доречно виключити із оптимізації, адже його можна виміряти безпосередньо

омметром. Також, для інших типів перетворювачів, можливо припустити, що і інші параметри які можна виміряти безпосередньо та без особливих зусиль треба виключити із оптимізації.

Іншим важливим спостереженням є те, що масу рухомої частини M_{ms} та жорсткість підвісу K_{ms} неможливо однозначно визначити при одночасній оптимізації адже вони компенсують одне одного (принаймні при використанні запропонованої функції пристосованості). Для вирішення цієї проблеми були запропоновано виключити парамерт K_{ms} із оптимізації і визначити його через масу M_{ms} резонансну частоту (рівняння 38 - 39).

Також було продемонстровано можливість швидкої адаптації генетичного алгоритму до більш складної моделі із більшою кількість ідентифікованих параметрів без втрати продуктивності та швидкої сходимості алгоритму. Це демонструє універсальність генетичного алгоритму та можливість його використання для більш точних моделей що є складними для ідентифікації класичними методами, включаючи моделі із частковими похідними [17] та нелінійні моделі [18].

3 Нелінійні моделі електродинамічних перетворювачів

При високих вхідних амплітудах (або при малих фізичних розмірах) елетродінамічні перетворювачі перестають поводитися лінійно та вихідний сигнал є спотвореним. У таких випадках затосування ліінйних методів моделювання у системах активного контролю є недоречним, адже змодельований сигнал не буде відповідати дійсності і, з великою імовірністю, якість відтворюваного акустичного сигналу буде тільки гіршою. Для вирішення цієї пролеми необхідним є використання нелінійних моделей електродинамічних перетворювачів. Найпоширенішою та найбільш застосовною у індустрії є модель гучномовця у фазовому просторі [19]. Це поширений підхід до моделювання динамічних систем загалом, адже він дозволяє стандартизувати представлення модельованої системи та застосовувати стандарнті методи контролю.

3.1 Моделювання електродинамічних перетворювачів у фазовому просторі

У методах контролю представлення системи у фазовому просторі це математична модель фізичної системи як набору вхідних, вихідних сигналів і змінних стану (фази), пов'язаних диференціальними рівняннями першого порядку або різницевими рівняннями. Змінні стану — це змінні, значення яких змінюються з часом у спосіб, який залежить від значень, які вони мають у будь-який момент часу, і від значень вхідних змінних, нав'язаних ззовні. У такий системі значення вихідних змінних залежать від значень змінних стану [20].

3.1.1 Загальний опис підходу до моделювання систем у фазовому просторі

«Фазовий простір» — це евклідів простір, у якому базисні змінні називаються змінними стану (або фазою). Стан системи однозначно можна представити як вектор стану в цьому просторі. Щоб абстрагуватися від кількості входів, виходів і станів, ці змінні виражаються у вигляді векторів.

Якщо динамічна система є лінійною, незмінною в часі та скінченновимірною, то диференціальні та алгебраїчні рівняння можуть бути записані в матричній формі. Для фазового простору характерна значна алгебраїзація загальної теорії систем, що дає можливість використовувати векторно-матричні структури Кронекера. Ємність цих структур може бути ефективно застосована до дослідницьких систем з модуляцією або без неї.

Представлення системи у фазовому просторі (також відоме як «представлення у часовій області») забезпечує зручний і компактний спосіб моделювання та аналізу систем із кількома входами та виходами. Для повного представлення системи із N входами та M виходами у частотному просторі необхідно було б скласти NxM перетворень Лапласа для кодування всієї інформації про систему. На відміну від підходу в частотній області, використання фазового простору не обмежується системами з лінійними компонентами та нульовими початковими умовами.

Молелювання систем у фазовому просторі може бути застосовне в таких галузях, як економіка [21], статистика [22], інформатика та електротехніка [23] та нейронаука [24]. В економетриці, наприклад, моделі простору станів можна використовувати для декомпозиції часових рядів на тренд і цикл, складання окремих показників у зведений індекс [25], визначення поворотних точок бізнес-циклу та оцінки ВВП за допомогою латентного та неспостережуваного часу [26]. Багато програм покладаються на фільтр Калмана для отримання оцінок поточних невідомих змінних стану, використовуючи свої попередні спостереження [27].

3.1.2 Змінні стану та канонічне представлення динамічних систем у фазовому просторі

Внутрішні змінні стану є найменшою можливою підмножиною системних змінних, які можуть представляти весь стан системи в будь-який момент часу [28]. Мінімальна кількість змінних стану, необхідних для представлення даної системи, n, як правило, дорівнює порядку визначального диференціального рівняння системи, але не обов'язково. Якщо система представлена у вформі передатної функці, то мінімальна кількість змінних стану дорівнює порядку знаменника передатної функції після того, як він був приведений до правильного дробу. Важливо зазначити, що під час переходу від фазового простору у форму функції передачі деяка частина інформації про систему може втратитися та може надати опис системи, яка є стабільною, при цьому реалізація у фазовому просторі нестабільна в певних точках. В електричних колах кількість змінних стану часто, хоча і не завжди, дорівнює кількості накопичувачів енергії в схемі, таких як конденсатори та котушки індуктивності. Визначені змінні стану мають бути лінійно незалежними, тобто жодна змінна стану не може бути записана як лінійна комбінація інших змінних стану, інакше систему не можна буде вирішити.

Такж, систему описану у фазовому просторі мжно зручно представити у вигляді блок-діаграми як показано на рисунку 29[4]:

[4]https://en.wikipedia.org/wiki/File:Typical_State_Space_model.svg

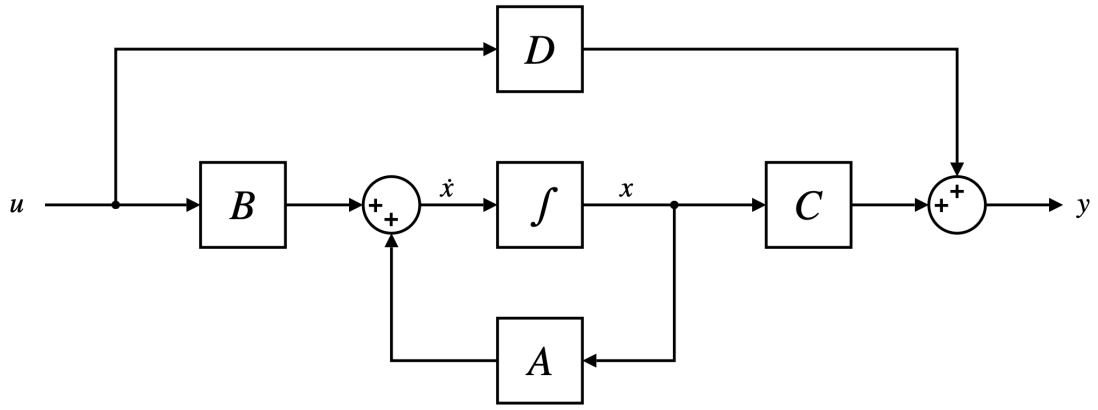


Рис. 29: Типове представлення динамічної системи у фазовому просторі у вигляді блок діаграми

Найбільш загальне представлення системи у фазовому просторі із p входами, q виходами та n змінними стану можна описати як:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)u(t) \\ y(t) &= C(t)x(t) + D(t)u(t) \end{aligned} \tag{43}$$

де:

$x(t)$ - вектор стану, $x(t) \in R^n$

$y(t)$ - вихідний вектор, $y(t) \in R^q$

$u(t)$ - вхідний вектор, $y(t) \in R^p$

$A(t)$ - матриця стану, $dim[A(t)] = n \times n$

$B(t)$ - вхідна матриця, $dim[B(t)] = n \times p$

$C(t)$ - вихідна матриця, $dim[(t)] = q \times n$

$D(t)$ - матриця прямого зв'язку (у системах де вхідний вектор немає прямого зв'язку із вихідним $D(t) = 0$), $dim[D(t)] = q \times p$

$\dot{x(t)}$ - похідна вектора стану у часі, $\frac{d}{dt}x(t)$

У цьому загальному формулюванні всі матриці можуть бути змінними в часі (тобто їх елементи можуть залежати від часу), однак у найпростішому випадку інваріантної у часі системи ці матриці будуть сталими.

3.1.3 Виведення моделі гучномовця у фазовому просторі

У даному розділі буде представлено метод формулювання нелінійної моделі електродинамічного перетворювача у фазовому просторі.

Виведення ґрунтується на двох пов'язаних диференціальних рівняннях, одне для електричної підсистеми гучномовця, інше для механічної, які вже були представлені у попередньому розділі. Спочатку виводиться лінійна модель перетворювача у фазовому просторі, а потім вводяться нелінійності шляхом узагальнення коефіцієнта електромеанічної странсформації Bl, жорсткості підвісу K_m та індуктивності L_e, які стають залежними від зміщення рухомої частини x_D, що у свою чергу змінюється у часі $x_D(t)$. Іншими словами, ми робимо узагальнення $Bl = Bl(x_D)$, $K_m = K_m(x_D)$ і $L_e = L_e(x_D)$. Потім за допомогою схеми прямого наближення Ейлера проводиться дискретизація системи та отримується версія моделі у дискретному часі (цифрова модель) яка може бути безпосередньо застосована у програмному забезпеченні як то MatLab або Python.

Для зручності читання усі використані змінні наведенні нижче:

$u(t)$: Вхідна напруга на клемах гучномовця, [V]
$i(t)$: Струм через котушку гучномовця, [A]
$x_{\mathrm{D}}(t)$: Зміщення рухомої частини гучномовця, [m]
R_{e}: Електричний опір котушки, [Ω]
L_{e}: Електричний імпеданс котушки,[H]
Bl: Коефіцієнт електромеханічної трансформації, [N/A]
$F(t)$: Сила, що діє на рухому частину $F(t) = Bli(t)$, [N]
M: Маса рухомої частини включаючі додану масу повітря, [kg]
R_{m}: Механічний опір, [Ns/m]
K_{m}: Жорсткість підвісу, [N/m]

Диференційне рівняння, що описує поведінку перетворювача у електричній підсистемі може буте записане як:

$$u(t) = R_{\mathrm{e}} i(t) + L_{\mathrm{e}} \frac{di(t)}{dt} + Bl \frac{dx_{\mathrm{D}}(t)}{dt} \tag{44}$$

Та у механічній підсистемі (рівняння сил) як:

$$Bli(t) = M \frac{d^2 x_{\mathrm{D}}(t)}{dt^2} + R \frac{dx_{\mathrm{D}}(t)}{dt} + K_{\mathrm{m}} x_{\mathrm{D}}(t) \tag{45}$$

Використовуючі крапку над вектором для позначення похідної за часом, ці два рівняння можуть бути записані як:

$$\begin{aligned} u(t) &= R_{\mathrm{e}} i(t) + L_{\mathrm{e}} \dot{i}(t) + Bl \dot{x}_{\mathrm{D}}(t) \\ Bli(t) &= M \ddot{x}_{\mathrm{D}}(t) + R_{\mathrm{m}} \dot{x}_{\mathrm{D}}(t) + K_{\mathrm{m}} x_{\mathrm{D}}(t) \end{aligned} \tag{46}$$

Таким чином, описані вирази представляють собою систему із двох пов'язаних диференційних рівнянь, та можуть бути переписані відносно змінних стану як:

$$\begin{aligned} \dot{i}(t) &= -\frac{R_{\mathrm{e}}}{L_{\mathrm{e}}} i(t) - \frac{Bl}{L_{\mathrm{e}}} \dot{x}_{\mathrm{D}}(t) + \frac{1}{L_{\mathrm{e}}} u(t) \\ \ddot{x}_{\mathrm{D}}(t) &= \frac{Bl}{M} i(t) - \frac{R_{\mathrm{m}}}{M} \dot{x}_{\mathrm{D}}(t) - \frac{K_{\mathrm{m}}}{M} x_{\mathrm{D}}(t) \end{aligned} \tag{47}$$

Більш того, якщо ми введемо змінні стану як $x_1(t) = i(t)$, $x_2(t) = \dot{x}_{\mathrm{D}}(t)$ та $x_3(t) = x_{\mathrm{D}}(t)$, та визначимо напругу на вході перетворбвача $u(t)$ як вхідний ветор та зміщення рухомої частини $x_{\mathrm{D}}(t)$ як вихидний, тобто $y(t) = x_{\mathrm{D}}(t)$, ми отримаємо наступне представлення моделі у фазовому просторі:

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_\mathrm{e}}{L_\mathrm{e}} & -\frac{Bl}{L_\mathrm{e}} & 0 \\ \frac{Bl}{M} & -\frac{R_\mathrm{m}}{M} & -\frac{K_\mathrm{m}}{M} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_\mathrm{e}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)
$$

$$
y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} . \tag{48}
$$

Представлена модель електродинамічного перетворювача що описується системою рівнянь наведених вище є валідною тільки якщо магнітне поле у котушці B є відносно сталим, зміщення рухомої частини $x_\mathrm{D}(t)$ невеликим а індуктивніть котушки L_e є незалежною від зміщення $x_\mathrm{D}(t)$. Як зазначалося вище ці припущення дуже часто не є вірними тож необхідним є введення у дану модель нелінійних параметрів електродинамічного перетворювача. У такому випадку, модель у фазовому просторі більше не є незалежною від часу, а параметри моделі залежатимуть від зміщення дифузора x_D який у свою чергу залежить від часу $x_\mathrm{D} = x_\mathrm{D}(t)$. Нові змінні моделі, зележні від часу та зміщення, представлені нижче:

$L_\mathrm{e}(x_\mathrm{D})$: Залежність індуктивності котушки від зміщення, [H].

$Bl(x_\mathrm{D})$: Залежність Bl від зміщення, [N/A].

$K_\mathrm{m}(x_\mathrm{D})$: Залежність жорсткості підвісу від зміщення, [N/m].

У випадку нелінійної моделі, диференційне рівняння у електричній підсистемі виглядає як:

$$u(t) = R_{\mathrm{e}} i(t) + \frac{d(L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}}) i(t))}{dt} + Bl(x_{\mathrm{D}}) \frac{dx_{\mathrm{D}}(t)}{dt} \tag{49}$$

У свою чергу, диференційне рівняння у механічній підсистемі виглядає як:

$$Bl(x_{\mathrm{D}}) i(t) = M \frac{d^2 x_{\mathrm{D}}(t)}{dt^2} + R_{\mathrm{m}} \frac{dx_{\mathrm{D}}(t)}{dt} + K_{\mathrm{m}}(x_{\mathrm{D}}) x_{\mathrm{D}}(t) - \frac{1}{2} i^2(t) \frac{dL_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})}{dx_{\mathrm{D}}} \tag{50}$$

де останній доданок це, так звана, 'сила протидії', яка виникає якщо індуктивність котушки залежить від зміщення x_{D}. Якщо розкласти наведені вище вирази та використати нотування із крапкою для позначення похідної за часом, ми отримаємо:

$$\begin{aligned} u(t) &= R_{\mathrm{e}} i(t) + L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}}) \dot{i}(t) + \frac{dL_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})}{dx_{\mathrm{D}}} \dot{x}_{\mathrm{D}}(t) i(t) + Bl(x_{\mathrm{D}}) \dot{x}_{\mathrm{D}}(t) \\ i(t) Bl(x_{\mathrm{D}}) &= M \ddot{x}_{\mathrm{D}}(t) + R_{\mathrm{m}} \dot{x}_{\mathrm{D}}(t) + K_{\mathrm{m}}(x_{\mathrm{D}}) x_{\mathrm{D}}(t) - \frac{1}{2} i^2(t) \frac{dL_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})}{dx_{\mathrm{D}}} \end{aligned} \tag{51}$$

Треба зазначити, що залежність зміщення від часу $x_{\mathrm{D}}(t)$ не представлена наочно у випадках де змінна у свою чергу залежить від зміщення x_{D} для спрощення нотування, тобто, за розширеною нотацією: $L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})$, $K_{\mathrm{m}}(x_{\mathrm{D}})$ і т.д.

Використовуючи нотування $L'_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}}) = dL_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})/dx_{\mathrm{D}}$, диференційні рівняння наведені вище можуть бути записані як:

$$\begin{aligned} \dot{i}(t) &= -\frac{R_{\mathrm{e}}}{L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})} i(t) - \frac{L'_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})}{L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})} i(t) \dot{x}_{\mathrm{D}}(t) - \frac{Bl(x_{\mathrm{D}})}{L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})} \dot{x}_{\mathrm{D}}(t) + \frac{1}{L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})} u(t) \\ \ddot{x}_{\mathrm{D}}(t) &= \frac{Bl(x_{\mathrm{D}})}{M} i(t) - \frac{R_{\mathrm{m}}}{M} \dot{x}_{\mathrm{D}}(t) - \frac{K_{\mathrm{m}}(x_{\mathrm{D}})}{M} x_{\mathrm{D}}(t) + \frac{1}{2M} i^2(t) L'_{\mathrm{d}}(x_{\mathrm{D}}) \end{aligned} \tag{52}$$

Як і у випадку лінійної моделі, введемо змінні стану як: $x_1(t) = i(t)$, $x_2(t) = \dot{x}_{\mathrm{D}}(t)$ та $x_3(t) = x_{\mathrm{D}}(t)$, використовуючи напругу на клемах гучномовця $u(t)$ як вхідний вектор , та зміщення рухомої частини $x_{\mathrm{D}}(t)$ як віхідний, тобто $y(t) = x_{\mathrm{D}}(t)$. У такому випадку ми отримуємо нелінійну модель електродинамічного перетворювача у фазову просторі представлену як:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{\mathrm{e}}}{L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})} & -\frac{iL'_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})+Bl(x_{\mathrm{D}})}{L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})} & 0 \\ \frac{Bl(x_{\mathrm{D}})+i\frac{1}{2}L'_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})}{M} & -\frac{R_{\mathrm{m}}}{M} & -\frac{K_{\mathrm{m}}(x_{\mathrm{D}})}{M} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \tag{53}$$

У компактому вигляді дана система може бути записана як:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{b}(t)u(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}(t) \end{aligned} \tag{54}$$

де:

$$
\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} -\frac{R_{\mathrm{e}}}{L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})} & -\frac{iL'_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})+Bl(x_{\mathrm{D}})}{L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})} & 0 \\ \frac{Bl(x_{\mathrm{D}})+i\frac{1}{2}L'_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})}{M} & -\frac{R_{\mathrm{m}}}{M} & -\frac{K_{\mathrm{m}}(x_{\mathrm{D}})}{M} \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};
$$

$$
\mathbf{b}(t) = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{\mathrm{e}}(x_{\mathrm{D}})} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};
$$

$$
\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}
$$

Безпосередньо самі 'нелінійності' у даній моделі знаходяться у матрицях $\mathbf{A}$ та $\mathbf{b}$ у залежних у часі параметрах $x_{\mathrm{D}} = x_{\mathrm{D}}(t)$ та $i = i(t)$, які і є у свою чергу змінними стану: $i = x_1(t)$ та $x_{\mathrm{D}} = x_3(t)$. Таким чином похідні змінних часу $\dot{x}_1(t)$, $\dot{x}_2(t)$ та $\dot{x}_3(t)$ є нелінійними функціями $x_1(t)$, $x_2(t)$ та $x_3(t)$.

Цікаво зауважити, що нелінійна модель представленна рівняннями (53) стає ідентичною до лінійної моделі (48) за умов що L_{e}, Bl та K_{m} є сталими величинами що не змінюються у часі, тобто не залежать від x_{D}.

Також, важливо зауважити те, що нелінійна модель у фазовому просторі описана у рівняннях 53 є неперервною у часі що є зручним для теоретичних виведень але її використання є неможливим у комп'ютерних системах. Для практичного використання у програмному середовищі ця система має бути дискретизованою тобто, неперервна змінна часу t має бути апроксимована дискретними інтервалами $n[T_s]$, де T_s - інтервал дискретизації. Для цього скористаємося методом Ейлера для дискртетизації системи та змінних стану:

$$\dot{x}_j(t) \approx \frac{x_j(t+T_\mathrm{s}) - x_j(t)}{T_\mathrm{s}} \; ; \; j = 1, 2, 3 \tag{55}$$

У векторній формі це може бути записано як:

$$\mathbf{x}(t+T_\mathrm{s}) = \mathbf{x}(t) + T_\mathrm{s}\dot{\mathbf{x}}(t) \tag{56}$$

Застосування цього принципу у рівнянні (53) приводить до:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t+T_\mathrm{s}) &= \left[\mathbf{I} + T_\mathrm{s}\mathbf{A}(t)\right]\mathbf{x}(t) + T_\mathrm{s}\mathbf{b}(t)u(t) \\ y(t) &= \mathbf{c}^T\mathbf{x}(t) \end{aligned} \tag{57}$$

Таким чином, якщо розглянути систему у дискретні моменти часу $t = nT_\mathrm{s}, n = 0, 1, 2, 3, \ldots$, та змінити нотацію на $\mathbf{x}(n)$, $u(n)$, $y(n)$ замість $\mathbf{x}(nT_\mathrm{s})$, $u(nT_\mathrm{s})$, $y(nT_\mathrm{s})$ і т.д., отримає дискретизовану у часі модель:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(n+1) &= \mathbf{F}(n)\mathbf{x}(n) + \mathbf{g}(n)u(n) \\ y(n) &= \mathbf{h}^T\mathbf{x}(n) \end{aligned} \tag{58}$$

де:

$$
\mathbf{F}(n) = \begin{bmatrix} 1 - \frac{T_\mathrm{s} R_\mathrm{e}}{L_\mathrm{e}(x_\mathrm{D})} & -T_\mathrm{s} \frac{i L'_\mathrm{e}(x_\mathrm{D}) + Bl(x_\mathrm{D})}{L_\mathrm{e}(x_\mathrm{D})} & 0 \\ T_\mathrm{s} \frac{Bl(x_\mathrm{D}) + i \frac{1}{2} L'_\mathrm{e}(x_\mathrm{D})}{M} & 1 - \frac{T_\mathrm{s} R_\mathrm{m}}{M} & -\frac{T_\mathrm{s} K_\mathrm{m}(x_\mathrm{D})}{M} \\ 0 & T_\mathrm{s} & 1 \end{bmatrix};
$$

$$
\mathbf{g}(n) = \begin{bmatrix} \frac{T_\mathrm{s}}{L_\mathrm{e}(x_\mathrm{D})} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix};
$$

$$
\mathbf{h} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.
$$

Аналогічно до системи у неперервному часі, матриці $\mathbf{F}(n)$ та $\mathbf{g}(n)$ є залежними від дискретного моменту часу n так як вони містять змінні у часі параметри $i = i(n)$ та $x_\mathrm{D} = x_\mathrm{D}(n)$.

Рівняння моделі гучномовця у фазовому просторі записані у компактній формі 58 послугували ’натхненням’ для спроби застосування рекурентних нейронних мереж для моделювання поведінки електродинамічних перетворвачів. Застосування таких моделей детально описується у наступному розділі.

3.2 Застосування рекурентних нейронних мереж для моделювання гучномовців

Штучні нейронні мережі створені для повторення поведінки нейронних мереж, які є в мозку людини чи тварини. Спрщено такий нейрон продемонстровано на рисунку 30[5]. Віддзеркалюючи та моделюючи поведінку нейронів у мозку, машинне навчання отримує архітектуру моделі для обробки все більш складних даних. Існує цілий ряд різних типів штучних нейронних мереж, з багатьма ранніми ітераціями, які здаються простими порівняно з новими техніками. Наприклад, штучні нейронні мережі використовуються як архітектура для складних моделей глибокого навчання [29].

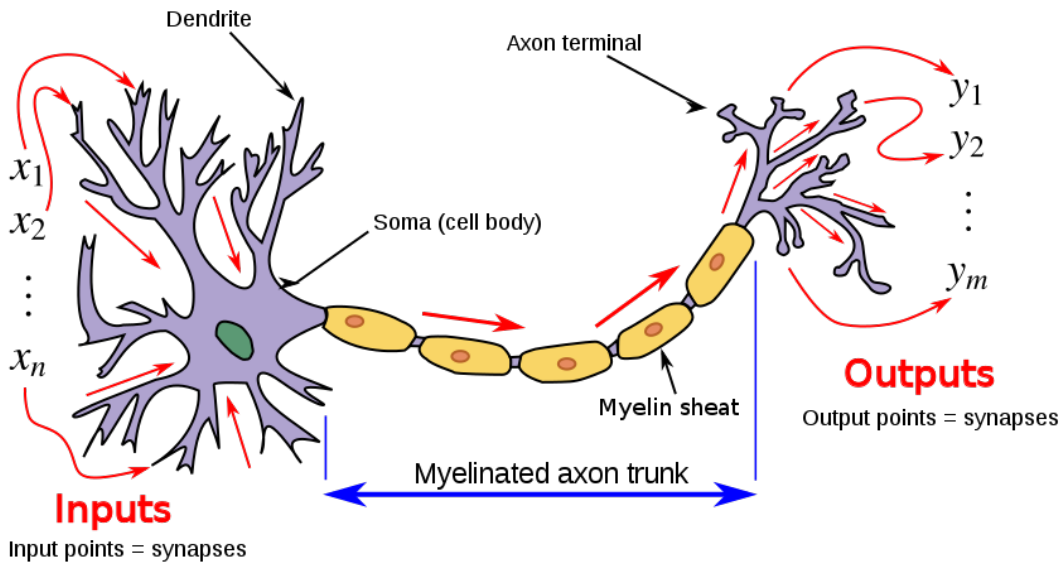


Рис. 30: Спрощена модель роботу нейрону людського мозку

Штучні нейрони або вузли моделюються як спрощена версія нейронів, що знаходяться в мозку. Кожен штучний нейрон з'єднаний з іншими вузлами, хоча щільність і кількість зв'язків відрізняються для кожного типу штучної нейронної мережі. Мережа зазвичай групується у рівні вузлів (шари), які знаходяться між вхідним і вихідним рівнем. Ця багаторівнева мережева архітектура також відома як глибока нейронна мережа через глибину цих

[5]https://en.wikipedia.org/wiki/Artificial_neuron

шарів, як це показано на рисунку 31[6]. Ці різні рівні в моделях штучних нейронних мереж можуть вивчати різні характеристики даних. Приховані ієрархічні рівні дозволяють зрозуміти складні концепції або шаблони з оброблених даних.

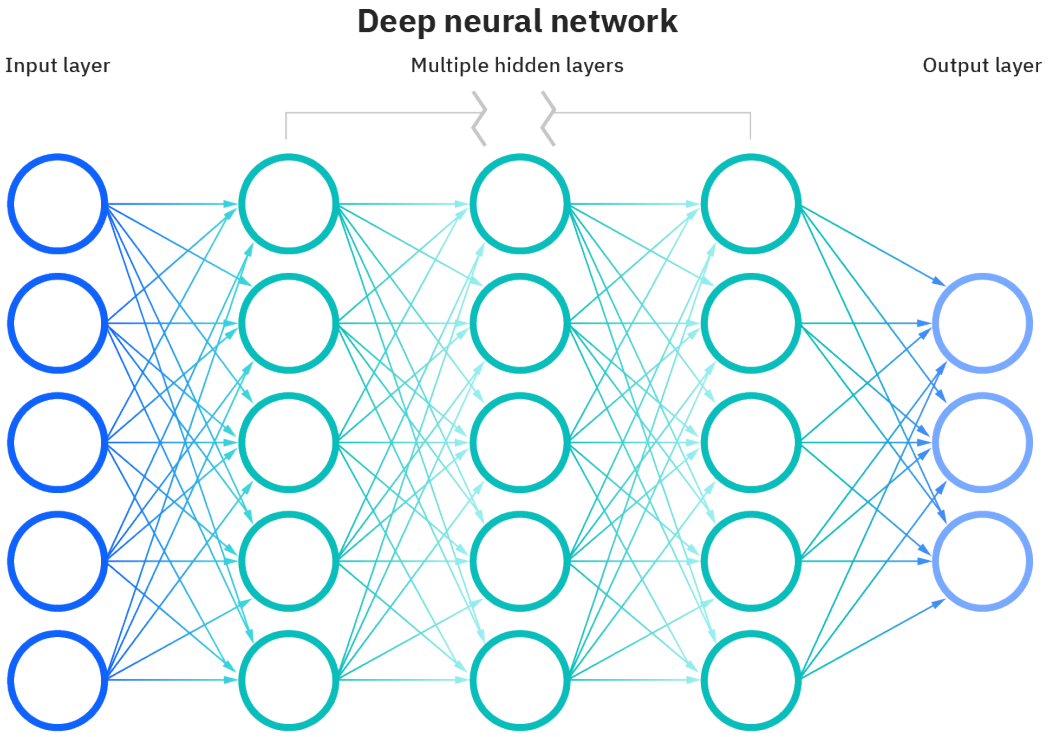


Рис. 31: Вхідний, приховані та вихідний шар штучної нейронної мережі

Структура штучних нейронних мереж є спрощеним відображенням складності мозку людини або тварини. Мережа з'єднаних між собою штучних вузлів імітує поведінку нейронів нервової системи. Ці штучні нейронні мережі набагато менш складні, ніж людський мозок, але все ще неймовірно потужні для виконання таких завдань, як класифікація. Зазвичай, дані потрапляють на вхідний шар а результат отримується на вихідному. Але з більш складними штучними нейронними мережами дані переміщатимуться між багатьма різними шарами нелінійним способом. Кожен вузол, або штучний нейрон, з'єднується з іншим і має відповідну вагу та поріг. Якщо вихід будь-якого окремого вузла перевищує вказане порогове значення,

[6]https://www.ibm.com/cloud/learn/neural-networks

цей вузол активується, надсилаючи дані на наступний рівень мережі. В іншому випадку дані не передаються на наступний рівень мережі.

Складні штучні нейронні мережі розроблено для того, щоб моделі могли відображати нелінійний процес прийняття рішень людським мозком або аппроксімувати складні нелінійні моделі. Це означає, що моделі можна навчити приймати складні рішення або розуміти абстрактні поняття та об'єкти. Модель будуватиме від функцій низького рівня до складних функцій, розуміючи складні концепції. Кожен вузол у мережі зважується залежно від його впливу на інші вузли штучної нейронної мережі.

Як і інші моделі машинного навчання, оптимізація штучних нейронних мереж базується на функції втрат. Це різниця між прогнозованим і фактичним результатом. Зважування кожного вузла та шару регулюється моделлю для досягнення мінімальних втрат. Моделі штучних нейронних мереж можуть розуміти кілька рівнів функцій даних і будь-який ієрархічний зв'язок між функціями. Таким чином, коли модель штучної нейронної мережі використовується для проблеми класифікації, вона може зрозуміти складні концепції, обробляючи кілька рівнів ознак.

Нейронні мережі покладаються на тренувальні дані, щоб навчатися та підвищувати свою точність з часом. Однак, коли ці алгоритми навчання налаштовані на точність, вони стають потужними інструментами в інформатиці та штучному інтелекті, що дозволяє моделювати системи, класифікувати та кластеризувати дані з високою швидкістю. Наприклад, завдання з розпізнавання мовлення або розпізнавання зображень можуть займати хвилини порівняно з ручною ідентифікацією експертів-людей що може займати декілька годин.

3.2.1 Штучні нейронні мережі як універсальні аппроксиматори

Уоррен МакКаллох і Волтер Піттс [30] у 1943 у відкрили тему штучного інтелленку, створивши обчислювальну модель для нейронних мереж [31]. Наприкінці 1940-х років Дональд Гебб [32] створив гіпотезу навчання, засновану на механізмі нервової пластичності, яка стала відомою як навчання Гебба. Боб Фарлі та Уеслі Кларк [33] (1954) вперше використали обчислювальні машини, які тоді називали «калькуляторами», для моделювання мережі Гебба. У 1958 році психолог Френк Розенблатт винайшов персептрон, першу штучну нейронну мережу [34] за фінансової підтримки Управління військово-морських досліджень США [35]. Перші функціональні мережі з багатьма рівнями були опубліковані Олексієм Івахненко і Валентином Лапою в 1965 році як "Груповий метод обробки даних"[36] Основи безперервного зворотного поширення були виведені в контексті теорії керування Келлі [37] у 1960 році та Брайсоном у 1961 році [38], використовуючи принципи динамічного програмування. Згодом дослідження зупинилися після Мінскі та Пейперта (1969) [39], які виявили, що базові персептрони не здатні обробляти схему виключного або, і що комп'ютерам бракує достатньої потужності для обробки корисних нейронних мереж.

У 1970 році Сеппо Ліннайнмаа опублікував загальний метод автоматичного диференціювання (AD) дискретних зв'язаних мереж вкладених диференційованих функцій [40]. У 1973 році Стюарт Дрейфус використав зворотне поширення для адаптації параметрів контролерів пропорційно до градієнтів помилок [41]. Алгоритм зворотного поширення Поля Вербоса дозволив практичне навчання багаторівневих мереж, у 1982 році він застосував метод Ліннайнмаа до нейронних мереж у спосіб, який став широко використовуватися [42].

Розвиток дуже великомасштабної інтеграції метал-оксид-напівпровідник (MOS) у формі додаткової технології MOS (CMOS) дозволив збільшити кількість MOS-транзисторів у цифровій електроніці. Це забезпечило

більшу потужність обробки для розробки практичних штучних нейронних мереж у 1980-х роках.

У 1986 році група вчених із Єльського університету показали, що зворотне розповсюдження вивчає цікаві внутрішні представлення слів як векторів ознак, коли їх тренують передбачати наступне слово в послідовності [43].

У 1992 році було представлено алгоритм “максимального об’єднання”, щоб допомогти з інваріантністю найменшого зсуву та толерантністю до деформації для сприяння розпізнаванню 3D-об’єктів [44]. Юрген Шмідхубер прийняв багаторівневу ієрархію мереж (1992), попередньо навчену по одному рівню за допомогою неконтрольованого навчання та налаштовану за допомогою зворотного поширення [45].

Ранні успіхи нейронних мереж включали прогнозування фондового ринку, а в 1995 році (здебільшого) безпілотний автомобіль [46].

Джеффрі Хінтон та ін. (2006) запропонував вивчати представлення високого рівня, використовуючи послідовні шари двійкових або реальних прихованих змінних з обмеженою машиною Больцмана [47] для моделювання кожного шару. У 2012 році Ендрю Наг і Джефф Дін створили мережу, яка навчилася розпізнавати концепції вищого рівня, такі як коти, лише переглядаючи зображення без міток [48]. Попереднє навчання без нагляду та збільшення обчислювальної потужності графічних процесорів і розподілених обчислень дозволили використовувати більші мережі, зокрема в проблемах розпізнавання зображень і візуального зображення, які стали відомі як «глибоке навчання» [49]

Дан Ціресан та його колеги (2010) [50] показали, що, незважаючи на проблему винищення градієнта, графічні процесори роблять зворотне поширення можливим для багаторівневих нейронних мереж прямого зв’язку [51]. У період між 2009 і 2012 роками штучні нейронні мережі почали ви-

гравати нагороди в змаганнях з розпізнавання зображень, наближаючись до людського рівня в різних завданнях, спочатку в розпізнаванні образів і рукописного тексту. Наприклад, двонаправлена та багатовимірна довготривала корочкочастна пам'ять [52] виграла три змагання з розпізнавання рукописного тексту в 2009 році, не маючи попередніх знань про три мови, які потрібно вивчати.

Далі, Дан Ціресан і його колеги створили перші пристрої розпізнавання шаблонів для досягнення конкурентоспроможних/надлюдських характеристик [53] на таких тестах, як розпізнавання дорожніх знаків (IJCNN 2012).

Це не повний лист прикладів де штучгі нейронні мережі знайшли застосування. Вони все більше і більше використовуються для розв'язання складних задач та моделювання комплексних систем стрімко витісняючі класичні статистичні методи та фізичні моделі.

3.2.2 Принцип роботи та тренування нейронних мереж

Для кращого розуміння та демонастрації принципу роботи нейронних мереж можно думати про кожен окремий вузол як про власну модель лінійної регресії, що складається з вхідних даних, вагових коефіцієнтів, зміщення (або порогу) і вихідних даних. Формула вузла виглядатиме таким чином:

$$y = f\left(\sum_{i=1}^{m} w_i x_i + b\right) \tag{59}$$

де:

y - вихідні дані

x - вхідні дані

f - функція активації

w - вагові коефіцієнти

b - зміщення

Вираз у дужках $(\sum_{i=1}^{m} w_i x_i + b)$ називається активаційним потенціалом вузла, який, у свою чергу є аргументом функії активації $f(...)$. У графічному вигляді, такий вираз можна представити на малюнку 32[7]:

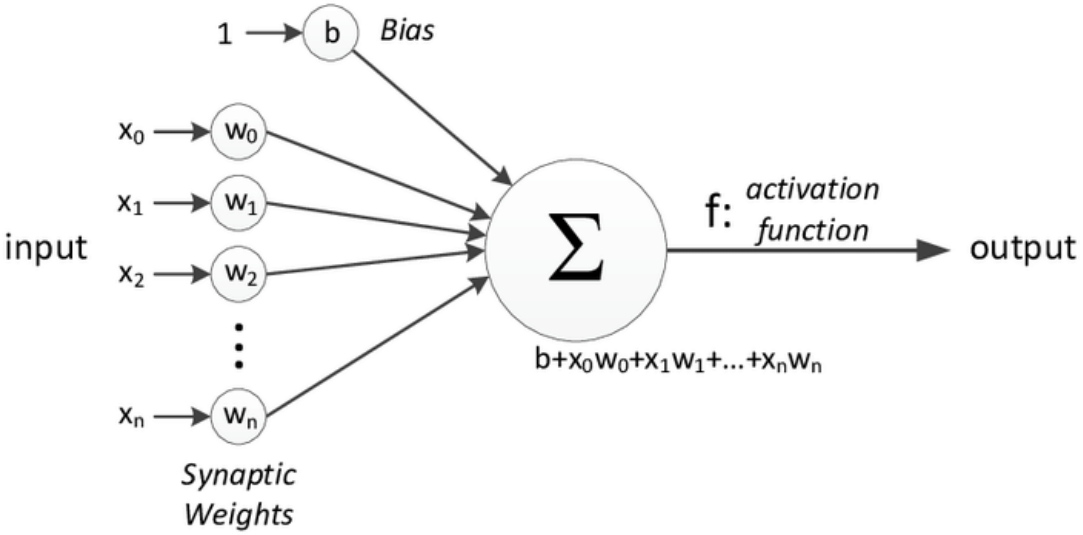


Рис. 32: Найпростіший вузол нейронної мережі (регрессор або нейрон)

Функція активації може бути різною в залежності від задач мережі та конктретної вирішуваної проблеми, проте декілька найбільш поширенех активаційних функцій представлені на рисунку 33[8]:

[7]https://www.researchgate.net/figure/The-simplest-mathematical-model-of-a-neuron-called-the-Perceptron-30_fig2_266485234

[8]https://www.researchgate.net/figure/Commonly-used-activation-functions-a-Sigmoid-b-Tanh-c-ReLU-and-d-LReLU_fig3_335845675

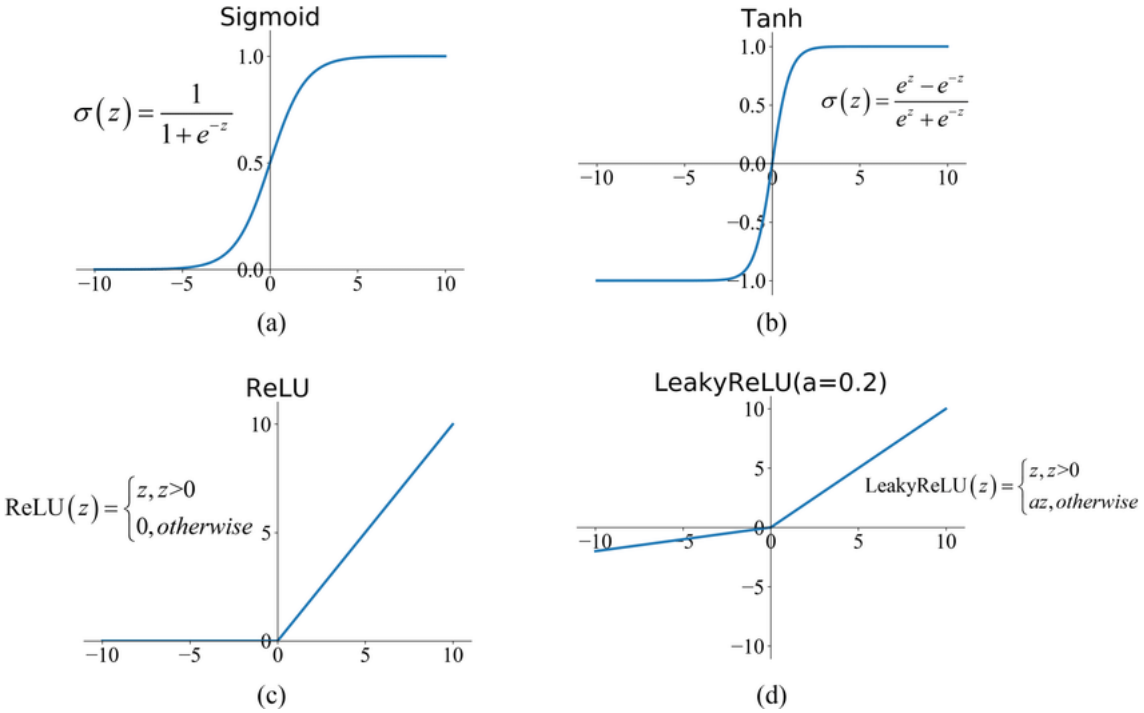


Рис. 33: Найбільш поширені активаційні функції

Таким чином, найпростіші вузли (нейрони) поєднуються разом у більш складні структури що і називаються нейронними мережами,наприклад, як показано на рисунку 31.

Процесс тренування нейронної мережі означає знаходження всих вагових коефіцієнтів та зміщень кожного із нейронів. Для цього у процессі тренування виконуться мінімізація функціі втрат яка складається із використанням виміряних відгуків системи яку треба змоделювати. Такі дані називаються розміченими даними.

Функція втрат — це функція, яка показує, наскільки добре нейронна мережа адаптована для певного завдання. Інтуїтивно зрозумілий спосіб зробити це: взяти кожен навчальний приклад (розмічені дані), пройти через мережу, щоб отримати значення моделі, відняти його до фактичного (виміряного) значення і звести до всіх тренувальних зразків. По суті, ця функція є середньоквадратичною похибкою розмічених та виміряних даних. Більш формально функція втрат може бути записана як:

$$L(y, \hat{y}) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{60}$$

де:

y_i - виміряні дані

$\hat{y}_i$ - змодельовані дані

m - кількість тренувальних зразків

Таким чіном для коженого тренувального зразку (виміряні або розмічені дані) треба обчислити функцію, визначену вище. Якщо функція втрат велика за значенням, нейронна мережа не працює дуже добре і для її покращення треба мінімізувати функцію втрат.

Процесс тренування починається із випадкової ініціалізиції вагових коефіцієнтів та зміщень. Очевидно, що це не дасть дуже хороших результатів. У процесі навчання ми хочемо почати з нейронної мережі, що працює погано, і закінчити мережею з високою точністю. З точки зору функції втрат, ми хочемо, щоб вона була значно нижчою в кінці навчання.

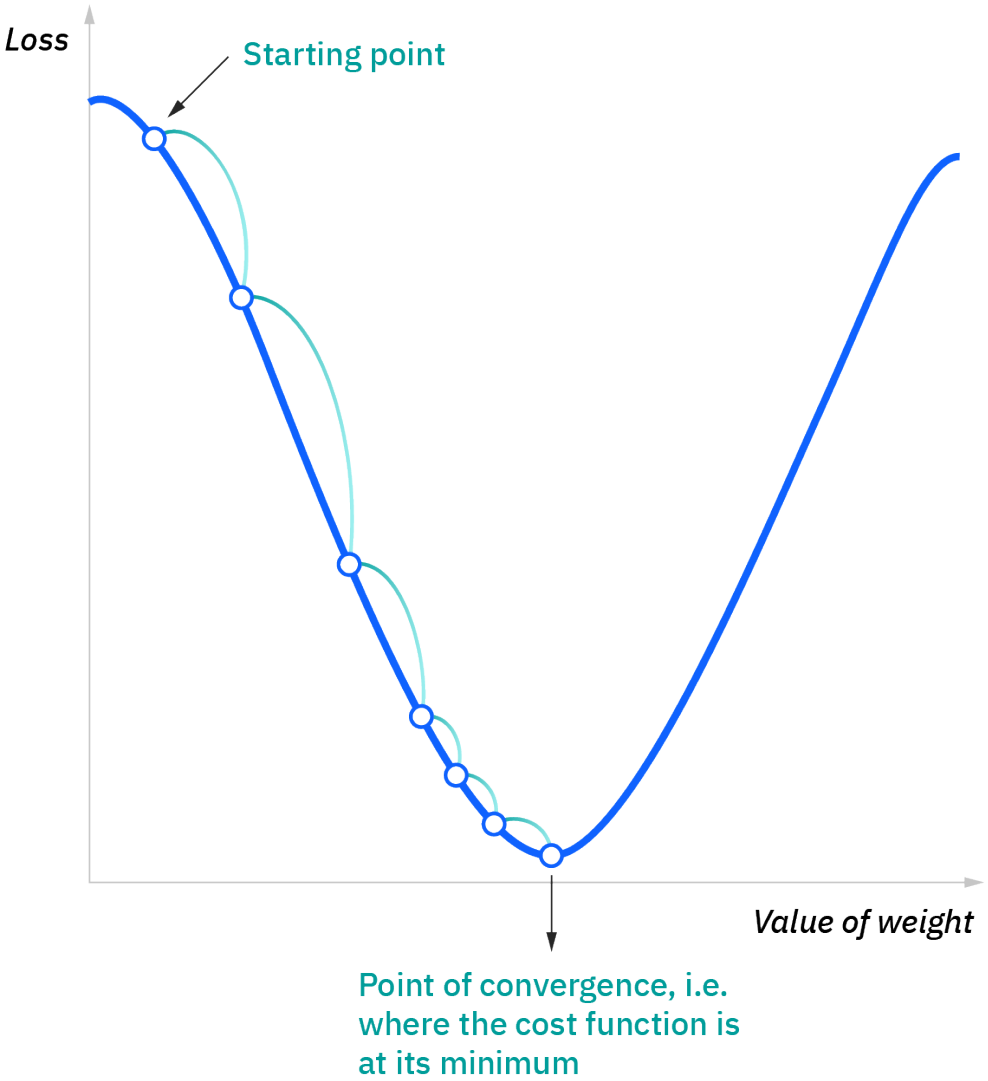


Рис. 34: Схематичне зображення процессу мінімізації функції втрат

Задача навчання еквівалентна задачі мінімізації функції втрат. Існує багато алгоритмів оптимізації даної функції. Ці алгоритми, зазвичай, базуються на градієнті, тобто використовують не лише інформацію, надану функцією, а й її градієнт. Один із найпростіших алгоритмів на основі градієнта називається Стохастичний градієнтний спуск. Першим кроком у даному алгоритмі треба знайти значення градієнта функції втрат на даному кроку навчання відносно вагових коефіцієнтів та зміщень:

$$\nabla L = \frac{\partial L}{\partial w_i} \nabla w_i \tag{61}$$

На другому кроці треба використати розраховані градієнти для зміни (покращення) значень вагових коефіцієнтів та зміщень:

$$w_i = w_i - \mu \nabla L \tag{62}$$

де μ - коефіцієнт, що характеризує "швидкіть"тренування мережі.

Даний алгоритм повторюється допоки функція втрат не прийде до свого мінімуму, тобто будуть знайдені оптимальні значення вагових коефіцієтнів та зміщень, при яких нейронна мережа повністю (або дуже близько) аппроксимує модельовану систему.

3.2.3 Типи нейронних мереж

На основі найпростішого перцептрона представленого у попередньому розділі можна створити багато різних типів штучних нейронних мереж, що відрізняються за складністю. Вони поділяють заплановану мету віддзеркалення функції людського мозку для вирішення складних проблем або завдань. Структура кожного типу штучної нейронної мережі певним чином відображає нейрони та синапси. Однак вони відрізняються за складністю, варіантами використання та структурою. Відмінності також включають спосіб моделювання штучних нейронів у кожному типі штучної нейронної мережі та зв'язки між кожним вузлом. Інші відмінності включають те, як дані можуть проходити через штучну нейронну мережу та щільність вузлів.Одні із найпоширеніших типів штучних нейронних мереж включають:

- Перцептрон і багатошаровий перцептрон

- Штучні нейронні мережі прямого зв'язку
- Мережа радіальних базисних функцій
- Згорткові нейнонні мережі
- Рекурентні нейронні мережі
- Модульні нейронні мережі

Перцептрон — одна з найперших і найпростіших моделей нейрона. Він представляє собою двійковий класифікатор, який розділяє дані на дві різні класифікації. Як лінійна модель це один із найпростіших прикладів типу штучної нейронної мережі [34].

Багатошарові штучні нейронні мережі із багатьох перцептронів додають складності та щільності, завдяки багатьом прихованим шарам між вхідним і вихідним даними (рисунок 35[9]). Кожен окремий вузол на певному рівні з'єднаний з кожним вузлом на наступному рівні. Це означає, що багатошарові моделі є "повністю підключеними"мережами, і їх можна використовувати для глибокого навчання.

[9]https://www.researchgate.net/figure/Structure-of-a-neural-network-wwwastromlorg_fig3_322578191

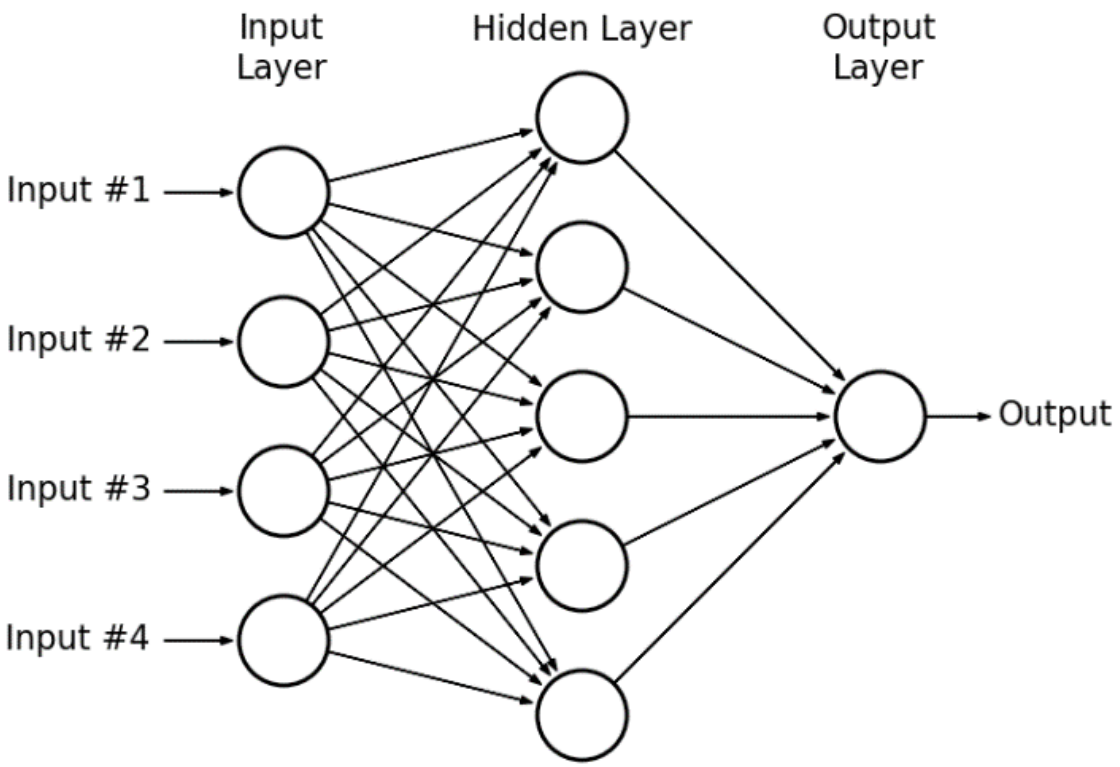


Рис. 35: Багатошарова нейронна мережа, що складається із перцептронів

Зазвичай, вони використовуються для більш складних проблем і завдань, таких як складна класифікація або розпізнавання голосу. Через глибину та складність моделі обробка та обслуговування моделі можуть потребувати ресурсів і часу.

Штучні нейронні мережі прямого зв'язку — це, як випливає із назви, мережі у яких дані поширюються в одному напрямку між вхідним і вихідним вузлами. Дані переміщуються вперед через шари вузлів і не повертаються назад через ті самі шари. Хоча може бути багато різних рівнів з багатьма різними вузлами, односторонній рух даних робить нейронні мережі прямого зв'язку відносно простими (рисунок 36[10]).

[10]https://www.researchgate.net/figure/Schematic-of-an-ANN-comprised-of-a-series-of-dense-layers-Input-values-are-transformed_fig2_349194903

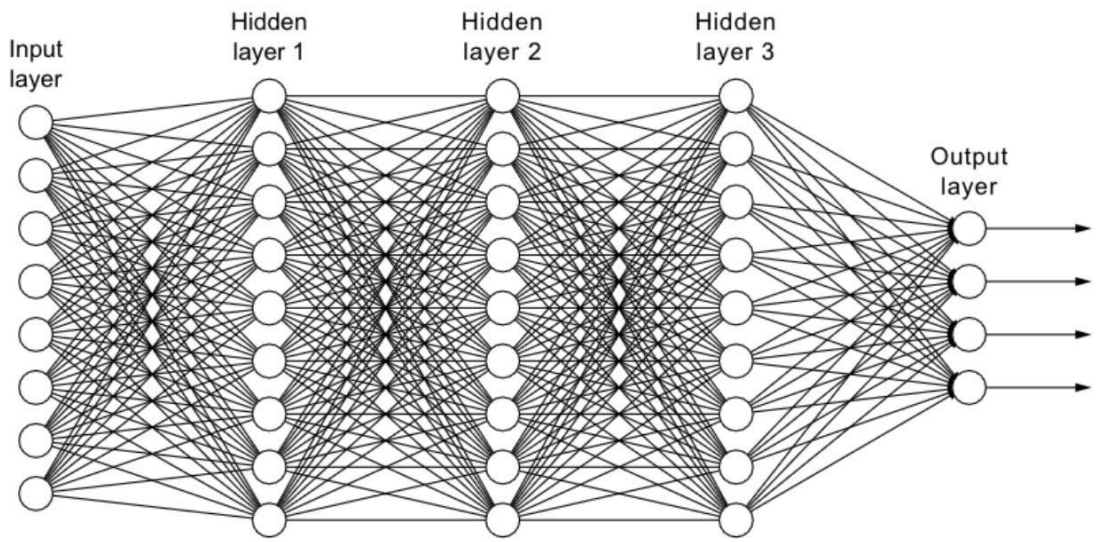


Рис. 36: Штучна нейронна мережа прямого зв'язку із багатьма прихованими шарами або "глибока"мережа

Моделі штучної нейронної мережі із прямим зв'язком в основному використовуються для спрощених задач класифікації. Моделі виходять за рамки традиційної моделі машинного навчання, але не відповідають рівню абстракції, який є в моделі глибокого навчання.

Мережі радіальних базисних функцій зазвичай мають вхідний рівень, рівень із вузлами радіальної базисної функції з різними параметрами та вихідний рівень (рисунок 37[11]). Такі моделі можна використовувати для класифікації, регресії для часових рядів і для керування системами. Функції радіального базису обчислюють абсолютне значення між центром і заданою точкою. У випадку класифікації радіальна базисна функція обчислює відстань між вхідними даними та їх класами [54].

[11]https://www.researchgate.net/figure/Architecture-of-the-RBF-neural-network-RBF-radial-basis-function_fig2_333469185

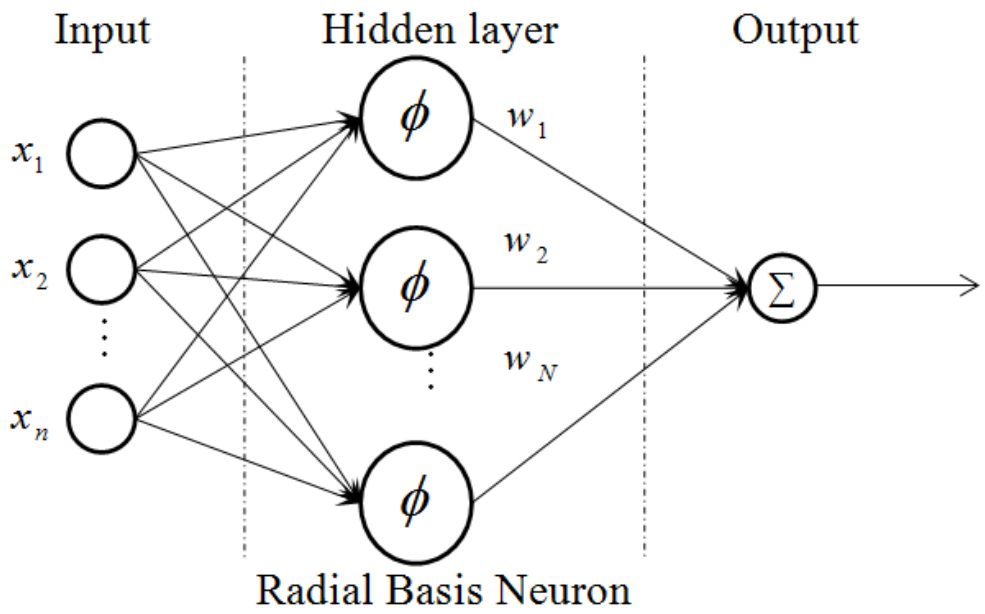


Рис. 37: Штучна нейронна мережа із вузлами з радіальною базисною функцією

Загальне використання нейронних мережірадіальних базисних функцій – це керування системами. Наприклад системами, які контролюють відновлення живлення після відключення електроенергії. Штучна нейронна мережа може зрозуміти пріоритетний порядок відновлення живлення, віддаючи завдання ремонту більшій кількості людей або основним службам.

Згорткові нейронні мережі (CNN або ConvNet) — це клас штучних нейронних мереж, які найчастіше застосовуються для аналізу візуальних зображень [55]. Згорткові нейронні мережі, також відомі як інваріантні до зсуву або інваріантні у просторі, засновані на архітектурі зі спільною вагою згорткових "ядер"або фільтрів, які проходять уздовж вхідних даних та забезпечують еквіваріантні відповіді на трансляцію, відомі як карти функцій (рисунок 38[12]). На противагу інтуїції більшість згорткових нейронних мереж не є інваріантними до трансляції через операцію зменшення дискретизації, яку вони застосовують до вхідних даних. Такі мережі мають застосування в розпізнаванні зображень і відео, системах рекомендацій, класифікації зображень, сегментації зображень, аналізі медичних зображень, обробці природної мови, інтерфейсах мозок–комп'ютер і фінансових

[12]https://medium.com/analytics-vidhya/introduction-to-convolutional-neural-network-6942c189a723

часових рядах.

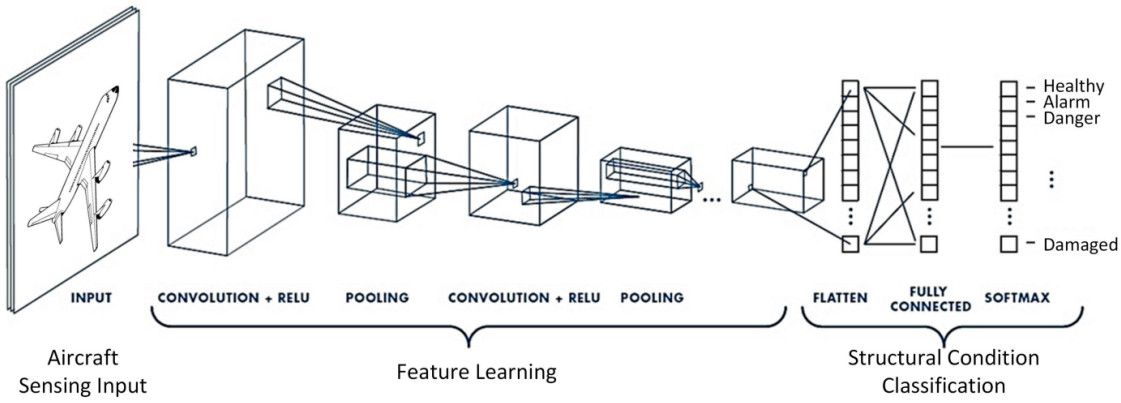


Рис. 38: Приклад використання згорткової нейронної мережі для обробки зображень

Згорткові нейронні мережі є регуляризованими версіями багатошарових перцептронів. Багатошарові перцептрони зазвичай означають повністю зв'язані мережі, тобто кожен нейрон одного шару з'єднаний з усіма нейронами наступного шару. «Повна зв'язність» цих мереж робить їх схильними до перенавчання. Типові способи регулярізації або запобігання перенавчанню включають: штрафування параметрів під час навчання (наприклад, зниження ваги) або обрізання з'єднань (пропущені з'єднання, випадання тощо). Згорткові нейронні мережі використовують інший підхід до регулярізації: вони використовують переваги ієрархічного шаблону в даних і збирають візерунки все більшої складності на кожному кроці, використовуючи менші та простіші візерунки.

Окрім обробки зображень такі мережі також іноді застосовуються для обробки ауодіо сигналів та моделювання акустичих систем. Через свою складність та дороговизну застосування, у сенсі обчислювальних ресурсів, вони не набули широкої популярності для цих цілей. Натомість, використовуються більш гнучкі та економічні рекурентні нейронні мережі.

Рекурентні нейронні мережі є потужними інструментами, для обробки послідовних даних, наприклад часових рядів. Такі моделі переміщують дані вперед і, при цьому, повертають їх назад до попередніх кроків у шту-

чній нейронній мережі, щоб найкраще виконати завдання та покращити прогнози. Шари між вхідним і вихідним рівнями повторюються, оскільки відповідна інформація повертається назад і зберігається. Пам'ять виходів із рівня повертається до входу, де вона зберігається, щоб покращити процес для наступного входу [56].

Потік даних подібний до штучних нейронних мереж прямого зв'язку, але кожен вузол зберігає інформацію, необхідну для "вдосконалення"кожного наступного кроку (рисунок 39[13]). Завдяки цьому моделі можуть краще зрозуміти контекст вхідних даних і уточнити прогноз вихідних даних. Наприклад, система інтелектуального розпізнавання тексту може використовувати пам'ять попереднього слова в рядку слів, щоб краще передбачити результат наступного слова. Рекурентна штучна нейронна мережа краще підійде для розуміння "настрою"цілого речення порівняно з більш традиційними моделями машинного навчання.

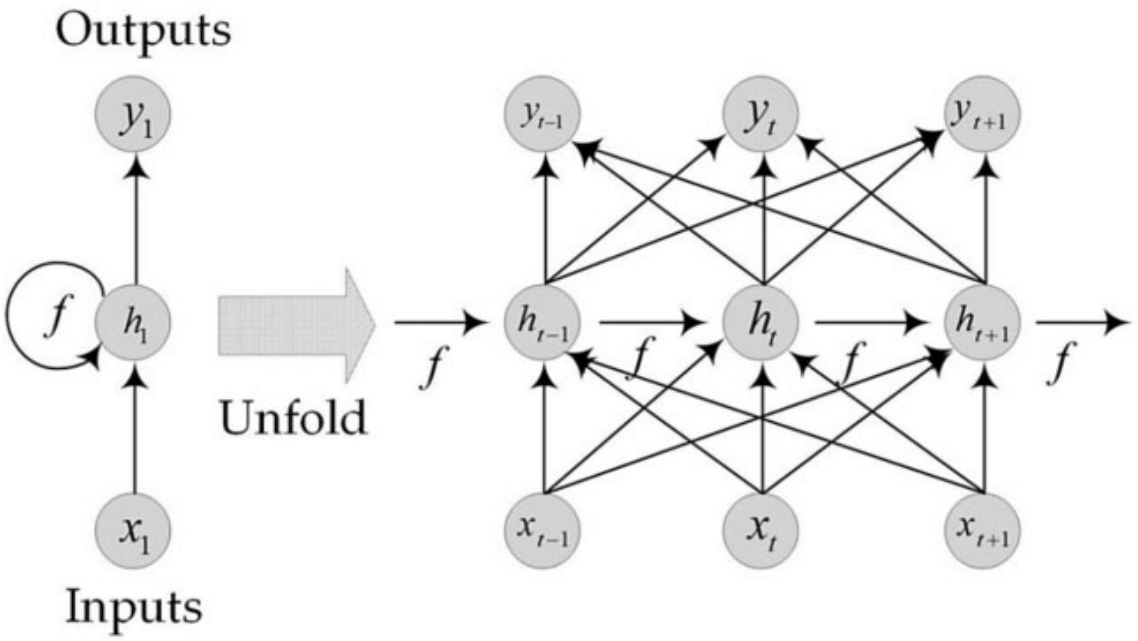


Рис. 39: Рекурентна нейронна мережа у згорнутому та розгортутому вигляді

Рекурентні нейронні мережі також використовуються в моделях послідовності, які використовуються для обробки природної мови. У цих моде-

[13]https://www.researchgate.net/figure/The-structure-of-Recurrent-Neural-Network_fig1_351665596

лях використовуються дві рекурентні нейронні мережі, які складаються з одночасного кодера та декодера. Ці моделі використовуються для реактивних чат-ботів, перекладу мов або для узагальнення документів.

Також, ці мережі ідеально підходять для моделювання акустичних та аудіосистем так як їх рекурентні властивості нагадують класичні фільтри із кінеченою та безкінечною імпульсними характеристиками. Такі властивості цих мереж та їх застосування для моделювання акустичних електродинамічних перетворювачів будуть розглянуті у наступних розділах.

Модульна штучна нейронна мережа складається з ряду мереж або компонентів, які працюють разом (хоча і незалежно) для досягнення поставленої мети (рисунок 40[14]). Таким чином, складне завдання можна розбити на більш дрібні компоненти. У разі застосування до обробки даних або обчислювального процесу швидкість обробки буде збільшена, оскільки менші компоненти можуть працювати в тандемі [57].

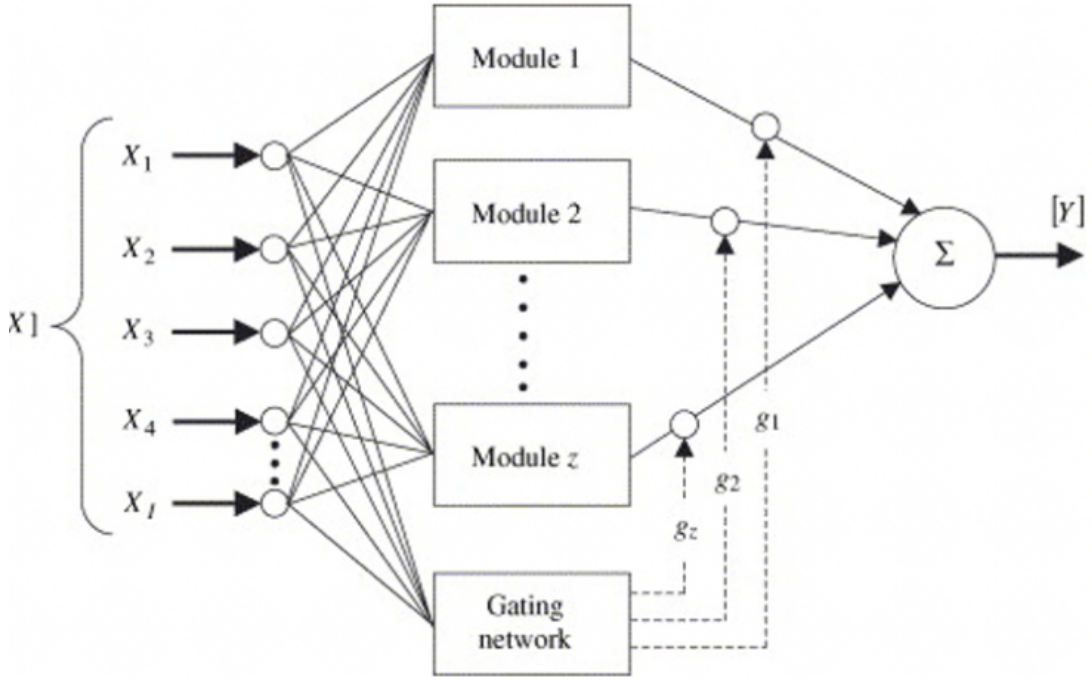


Рис. 40: Приклад архітектури модульної нейронної мережі

[14]https://datatron.com/wp-content/uploads/2021/04/Modular-Neural-Network.png

Кожен компонент мережі виконує своє специфічне підзавдання, які в поєднанні є більш ефективними. Цей тип штучної нейронної мережі є доречним для застосування у складних системах, оскільки він може представити складні процеси простішими підпроцесами та може застосовуватися до низки комплексних завдань та середовищ.

3.2.4 Мережі із довго- та короткочастною пам'яттю

У даному розділі більш детально описується застосування рекурентних нейронних мереж, а саме їх підтипів - мережі із довго- та короткочастною пам'яттю - для моделювання нелінійних динамічних систем, як то акустичні електродинамічні перетворювачі. У таких мережах вхідні вектори не є незалежними, а виникають у послідовності (часові ряди). Більше того, конкретний порядок, у якому вони виникають відображає важливу інформацію. Наприклад, такі послідовності виникають у задачах розпізнаванні мови, мовній обробці та машинному перекладі. Безсумнівно, найважливіше значення має послідовність розташування слів.

Задачі де застосовуються рекурентні нейронні мережі можуть також розглядатися для застосування у нейронних мережах із затримкою у часі. Однак переміщення фільтра в часі для виконання згорток є операцією локального характеру. Вихід є функцією вхідних вибірок у часовому вікні, охопленому довжиною відповідної імпульсної характеристики фільтра, яка з практичних причин не може бути дуже довгою. Щоб уникнути вищезгаданого недоліку обмеженої пам'яті, рекурентні нейронні мережі будуються на концепції стану. Як і у випадку з моделями у фазовому просторі, вектор стану «кодує» минулу історію станів системи до поточного часу. Ідея рекурентних нейронних мереж полягає у застосуванні одного типу операцій (розподіл ваги) у кожен момент часу (що виправдовує термін рекурентні), залучаючи поточний стан (попередню історію), а також поточного вхідного значення.

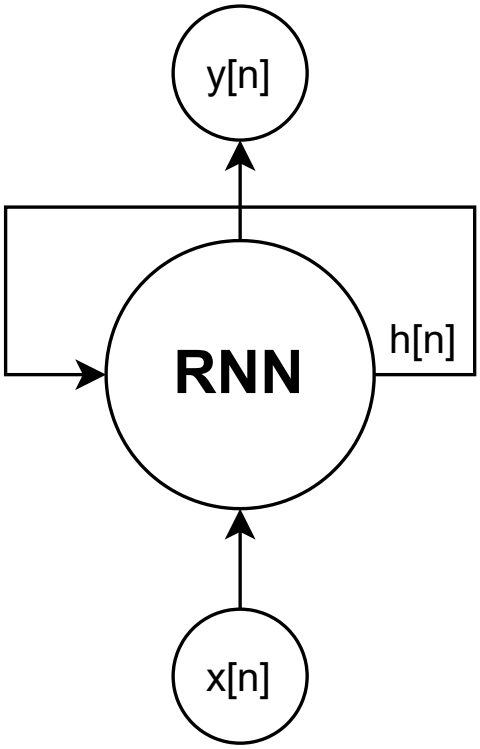


Рис. 41: Діаграма поширення вхідного значення та ветору стану у рекурентній нейронній мережі

Таким чином мережа може добре масштабуватися до послідовностей різної довжини; це пояснюється тим, що не призначаються конкретні ваги в різні моменти, і однакові ваги розподіляються по всій часовій вісі.

Структура та принцип роботи простої рекурентної нейронної мережі описується рівняннями 63:

$$\begin{aligned} h_n &= f\left(Ux_n + Wh_{n-1} + b\right) \\ y_n &= g\left(Vh_n + c\right) \end{aligned} \tag{63}$$

де:

h_n - вектор стану у момент часу n (пям'ять системи)

x_n - вхідне значення у момент часу n

y_n - вихідне значення у момент часу n

U - вхідня матриця

W - матриця стану

V - вихідна матриця
b, c - скалярні зміщення
f, g - нелінійні функції активації

Як можливо бачити, уся система характеризується матрицями коефіцієнтів U, W, V та зсувами b, c що мають бути знайдені у процессі "тренування"або "навчання"мережі. Нелінійні функції f і g діють поелементно і застосовуються окремо до кожного із своїх векторних аргументів. Словом, вектор стану оновлюється для кожного нового вхідного значення. Його нове значення залежить від останньої інформації, яку передає вхід x_n, а також минулої історії, оскільки вона була накопичена в h_{n-1}. Вихідне значення залежить безпосередньо від оновленого вектора стану, h_n, тобто від «історії» до поточного моменту часу n.

Також, варто звернути увагу, що система рівнянь 63 є дуже подібною за своєю структурою до виведеної у попередніх розділах моделі у фазовому просторі рівняннями 58. Така подібність і послугувала натхненням для вибору саме рекурентних нейронних мереж для моделювання електродинамічних перетворювачів, адже такі мережі, у широкому розумінні, представляють собою розширений та узагальнений варіант моделей у фазовому просторі. На практиці, наприклад, можливо довести, що беручі коефіцієнти із моделі у фазовому просторі та підставляючи їх у рекурентну нейронну мержу можна отримати ідентичні результати. При цьому, нейронна мережа має додаткові нелінійності та скалярні зсуви, що робить її більш гнучкою для моделювання складніших систем.

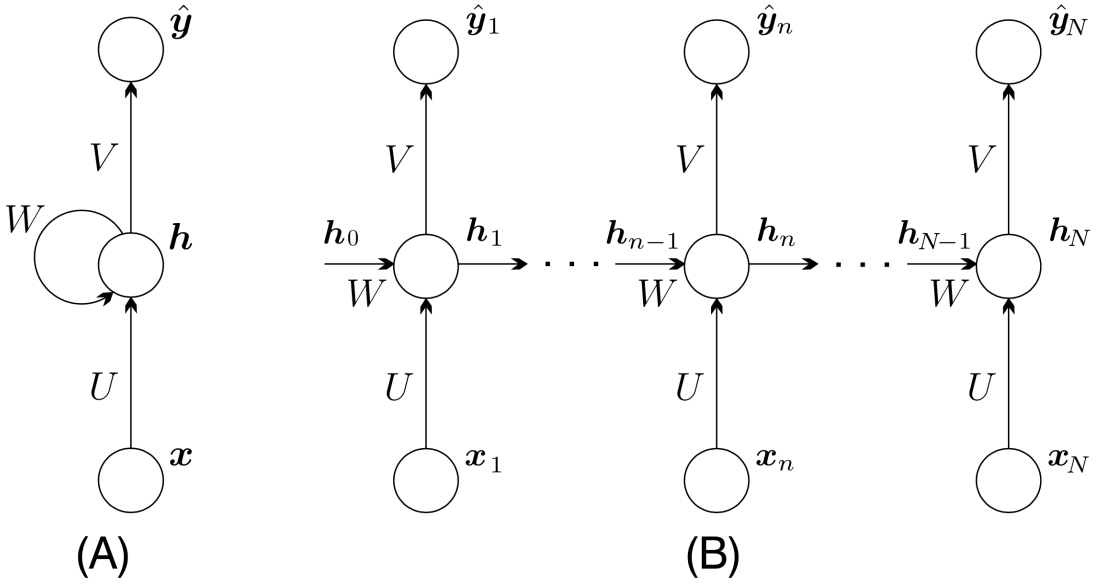


Рис. 42: Рекурентна нейронна мережа у згорнутому (A) та розгорнутому (B) представленнях

Як можливо бачити у частині A рисунку 42, вхідне значення x генерує прихований стан h, який оновлюється, використовуючи також його попереднє значення (рекурентна петля на графіку). У свою чергу, він генерує результат, $\hat{y}$. На частині B показано операції, задіяні у мережі по міру розвитку часу, починаючи з початкового значення h_0. Коли вхідні вектори послідовно спостерігаються, створюються відповідні вихідні вектори, а оновлені вектори стану передаються на наступний етап (момент часу). Процес триває, доки не буде обчислено остаточний вихідний вектор для вхідної послідовності довжини N.

З наведених вище рівнянь 63 стає зрозуміло, що матриці та вектори параметрів мережі є спільними для всіх моментів часу та мають розмірність відповідно до довжини вхідної послідовності. Наприклад, якщо цікавою послідовністю є речення з 10 слів, тоді N встановлюється рівним 10, тоді як x_n є вектором, який кодує відповідні вхідні слова.Під час навчання вони ініціалізуються за допомогою випадкових чисел.

Навчання рекурентних нейронних мереж слідує тому ж обґрунтуванню,

що й алгоритм зворотного поширення для навчання нейронних мереж прямого зв'язку, як уже обговорювалося в розділі 3.2.2. Зрештою, реукрентна нейронна мережа може бути розглянута як мережа прямого зв'язку з N шарів. Верхній шар - це той, що відповідає моменту часу N і перший - відповідає моменту часу $n = 1$. Різниця полягає в тому, що приховані шари в рекурентній нейронній мережі також генерують вихідні значення, тобтоі подаються безпосередньо з входами. Однак, що стосується навчання, ці відмінності не впливають на основне обґрунтування. Знаходження матриць і векторів невідомих параметрів досягається за допомогою схеми градієнтного спуску, відповідно до рівнянь 61 і 62. Із різницею у тому, що необхідні градієнти функції втрат щодо невідомих параметрів відбуваються рекурсивно, починаючи з найпізнішого моменту часу N і повертаючись назад у часі $n = N - 1, N - 2, ..., 1$. З цієї причини цей алгоритм відомий як *зворотне поширення похибки у часі.*

Функція втрат у даному випадку — це сума втрат у кожен момент часу за увесь час N, які залежать від відповідних значень h_n та x_n, тобто:

$$J(U, W, V, b, c) = \sum_{n=1}^{N} J_n(U, W, V, b, c) \tag{64}$$

Наприклад, для кросентропійної функції втрат:

$$J_n(U, W, V, b, c) = -\sum_{k} y_{nk} ln \hat{y}_{nk} \tag{65}$$

де:

y_{nk} - виміряні відгуки системи (розмічені дані)

$\hat{y}_{nk}$ - данні змодельовані мережею

Таким чином, виявляється, що в основі обчислення градієнтів функції

втрат по відношенню до різних матриць і векторів параметрів лежить обчислення градієнтів J по відношенню до векторів стану h_n. Після того, як останні обчислені, решта градієнтів щодо невідомих матриць параметрів і векторів є простими. З цією метою треба зауважити, що кожен $h_n, n = 1, 2, ..., N-1$, впливає на J двома способами:

- безпосередньо, через J_n
- опосередковано, через ланцюг що притаманний рекурентній структурі, тобто:

$$h_n \to h_{n+1} \to ... \to h_N$$

Таким чином, h_n, окрім J_n, також впливає на всі наступні значення функцій втрат: $J_{n+1}, ..., J_N$.

Використовуючи правило ланцюга для похідних, наведені вище залежності призводять до наступного рекурсивного обчислення:

$$\frac{\partial J}{\partial h_n} = \left(\frac{\partial h_{n+1}}{\partial h_n}\right)^T \frac{\partial J}{\partial h_{n+1}} + \left(\frac{\partial \hat{y}_n}{\partial h_n}\right)^T \frac{\partial J}{\partial \hat{y}_n} \tag{66}$$

У рівнянні 66 перший доданок являє собою рекурсивну частину похідної функції втрат, а другий - пряму. Також, варто зауважити, що градієнт функції втрат щодо прихованих параметрів (вектора стану) на шарі n надається як функція відповідного градієнта на шарі вище, тобто відносно вектора стану в момент часу $n+1$. Нижче наведено два проходи, необхідні для зворотного поширення в часі:

- *Прямий шлях:*

Починаючи із кроку $n = 1$ і використовуючи поточні оцінки шуканих матриць параметрів і векторів, обчислювати послідовно вихідні значення:

$$(h_1, \hat{y}_1) \to (h_2, \hat{y}_2) \to ... \to (h_N, \hat{y}_N) \tag{67}$$

- *Зворотній шлях:*

  Починаючи із кроку $n = N$ послідовно обчислити градієнти 'назад у часі', тобто рухаючись до кроку $n = 1$:

$$\frac{\partial J}{\partial h_N} \to \frac{\partial J}{\partial h_{N-1}} \to ... \to \frac{\partial J}{\partial h_1} \tag{68}$$

Для обчислення градієтна на останньому кроці N ($\frac{\partial J}{\partial h_N}$) алгоритм у рівнянні 66 включає лише пряму частину.

Для практичної реалізації алгоритму зворотнього поширення похибки у часі слід викрнати декілька кроків:

- Випадково ініціалізувати шукані невідомі матриці та вектори
- Обчислити всі необхідні градієнти на всих часових інтервалах, слідуючи попередньо зазначеним прямому та зворотньому проходах
- Виконати оновлення значень шуканих матриць та векторів відповідно до алгоритму градієнтного спуску
- Повторити вищезазначені кроки доки не буде виконано критерій зупинки (досягнено мінімальної похибки, перевищено кількість ітерацій, тощо...)

Описана вище "проста"рекурентна нейронна межера у теорії спроможна аппроксимувати динамічну систему будь якої складності, в залежності від "глибини"цієї мережі, тобто величини прихованого шару h (або ж, іншими

словами - об'єму пам'яті мережі). Хоча на практиці у простому вигляді рекурентні межері застосовуються рідко через, так звану, проблему зникаючого/вибухового градієнта під час тренування. Така проблема виникає і у звичайних нейронних мережах прямого зв'язку, але у рекурентних мережах вона виражена набагато агресивніше через те, що градієт функції втрат береться рекурентно на кожному часовому проміжку, яких може бути дуже багато.

Тож для перешкоджання цієї проблеми, на практиці, використовується інший тип рекурентних нейронних мереж, що називається *мережі із довгота короткочастною пам'яттю.* Ключовою ідеєю даної мережі, запропонованою в основоположній статті [58], є додаткове введення, так званого, стану комірки (або клітини), який допомагає подолати проблеми, пов'язані з явищами зникнення/вибуху граідєнта, спричиненими довгостроковими залежностями всередині мережі.

Мережі із довго- та короткочастною пам'яттю мають вбудовану можливість контролювати потік інформації в пам'ять системи (тобто до вектора стану h) та з неї за допомогою нелінійних елементів, відомих як вентилі. Ці вентелі реалізуються через логістичну сигмоїдну нелінійність та операцію множення. З алгоритмічної точки зору, вентилі еквівалентні застосуванню зважування до пов'язаного потоку інформації. Ваги знаходяться в діапазоні $[0, 1]$ і залежать від значень залучених змінних, які активують сигмоподібну нелінійність. Іншими словами, зважування (контроль) інформації відбувається в контексті. Відповідно до такого обґрунтування, мережа має здатність забувати інформацію, яка вже була використана і більше не потрібна. Основна комірка/блок мережі із довго- та короткочастною пам'яттю показана на рис. 43. Він побудований навколо двох наборів змінних, складених у вектор s, який відомий як стан комірки (абож ж вектор стану комірки), та вектор h, який відомий як вектор вихідного стану, або просто вихідний вектор.

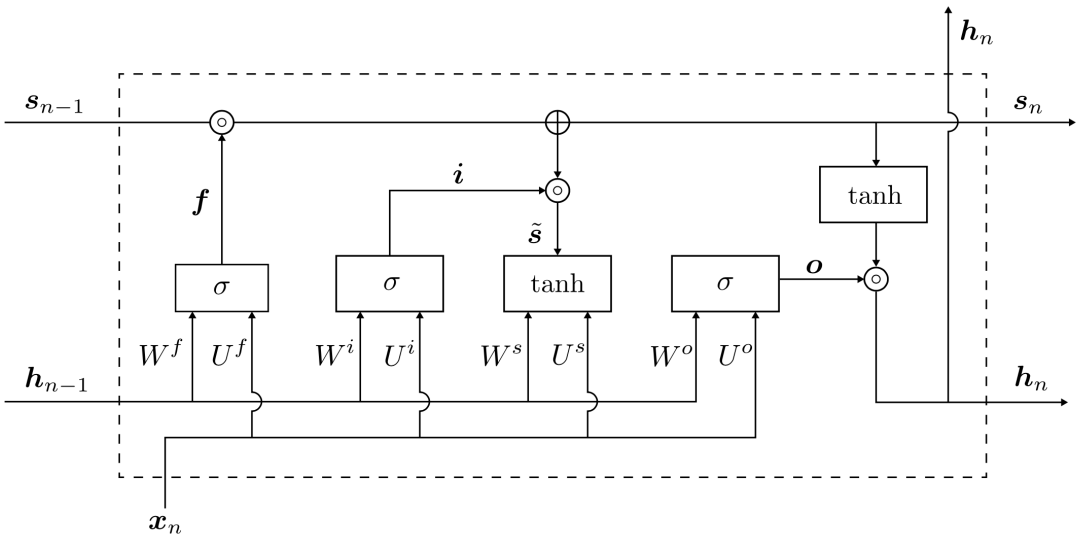


Рис. 43: Поширення даних у комірці мережі із довго- та короткочастною пам'ятт у вигляді блок-діаграми

Мережа із довго- та короткочастною пам'яттю побудована на послідовному об'єднанні базового блоку зобрженого на рисунку 43. Блок, що відповідає часу n, окрім вхідного вектора x_n, отримує s_{n-1} та h_{n-1} з попереднього етапу та передає s_n та h_n на наступний. Більш формально, відповідні рівняння що описують роботу даної мережі можеть бути записані як:

$$\begin{gathered} f = \sigma\left(U^f x_n + W^f h_{n-1} + b^f\right) \\ i = \sigma\left(U^i x_n + W^i h_{n-1} + b^i\right) \\ \tilde{s} = tanh\left(U^s x_n + W^s h_{n-1} + b^s\right) \\ o = \sigma\left(U^o x_n + W^o h_{n-1} + b^o\right) \\ s_n = s_{n-1} \otimes f + i \otimes \tilde{s} \\ h_n = o \otimes tanh(s_n) \end{gathered} \tag{69}$$

де:

f - вектор забувального вентиля (вага пам'ятання старої інформації)

i - вектор вхідного вентиля (вага отримання нової інформаці)

$\tilde{s}$ - вектор проміжкового стану (нові кандидати у вектор стану)

o - вектор вихідного вентиля (кандидати на забування)
x_n - вхідний вектор у момент часу n
s_n - вектор стану комірки у момент часу n
h_n - вектор вхідного стану у момент часу n
U^f, W^f, b^f - матриці коєфіцієнтів та зсувів забувального вентиля
U^i, W^i, b^i - матриці коєфіцієнтів та зсувів вхідного вентиля
U^s, W^s, b^s - матриці коєфіцієнтів та зсувів вектора стану
U^o, W^o, b^o - матриці коєфіцієнтів та зсувів вихідного вентиля
$\sigma(...)$ - сигмоїдальна функція активації
$tanh(...)$ - функція активації гіперболічний тангенс
$o \otimes tanh(s_n)$ - поелементне множення векторів (добуток Адамара)

Із представлених вище рівнянь видно, що стан комірки s_n передає пряму інформацію з попереднього моменту часу до наступного. Ця інформація спочатку контролюється першим вентилем відповідно до елементів у f , які приймають значення в діапазоні $[0, 1]$, залежно від поточного вхідного значення та змінних стану, які отримані з попереднього етапу. Це те, про що було згадано раніше, тобто, що ваги вхідниного вектора регулюються у контексті відносно попереднього стану комірки та нового вхідного значення. Далі нова інформація, тобто, $\tilde{s}$, додається до s_{n-1}, яка також контролюється другою мережею сигмоїдних вентелів (тобто i). Таким чином, є гарантія того, що інформація з минулого передається в майбутнє прямим шляхом, що допомагає мережі її запам'ятовувати. Виявляється, цей тип пам'яті вивчає кращі довгострокові залежності в даних порівняно із базовою структурою рекурентних нерйронних мереж. Вектор вхідного стану h_n контролюється як станом комірки s_n, так і поточними значеннями вхідних і попередніх змінні стану.

Не дивлячись на свою відносну складність, до мереж із довго- та короткочастною пам'яттю із практичної точки зору можна відноситися як до простих рекурентних нейронних мереж, тобто як до універсальних апро-

ксиматорів динамічних систем будь-якої складності. Саме через цю властивість, такі нейронні мережі були обрані для застосування у моделюванні акустичних електродинамічних перетворювачів.

3.2.5 Адаптація мережі із довго- та короткочастною пам'яттю для моделювання електродинамічних перетворювачів

У ході даної роботи було протестовано декілька топологій рекурентних нейронних мереж для проблеми знаходження нелінійної моделі акустичних електродинамічних перетворювачів. Найефективнішою виявилася відносно проста "класична"мережа із довго- та короткочастною пам'яттю яка була детально представлена у попередньому розділі. Такак модель представляє собою модель чорного ящика, тобто її параметри не мають фізичного сенсу (особливо для більш глибоких моделей), однак дозволяють охопити багато фізичних процессів у перетворювачах та дуже точно моделювати бажані відгуки таких акустичних систем. Така модель може бути схематично зображена як:

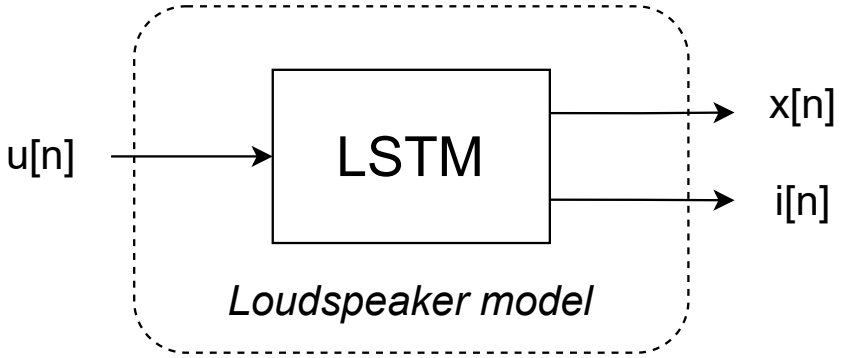


Рис. 44: Схематичне зображення моделі електродинамічного перетворювача (анг.: loudspeaker) із використанням мережі із довго- та короткочастною пам'яттю (анг.: LSTM)

Як можливо бачити на рисунку 44, вхідними сигналом моделі є безпосередньо напруга генератора $u[n]$ а відгуками, що мають бути змодельовані - зміщення рухомої частини гучномовця $x[n]$ та струм через котушку $i[n]$. Цих двох відгуків повністю достатньо для моделювання усих нелінійно-

стей яки примаманні електродинамічним перетворювачам, адже зміщенни містить у собі усі нелеінійні спотворення спречинені рухомими компонентами, а струм - модуляцією магнітного потоку у магнітній системі перетворювача.

Параметрами даної моделі є матриці коефіцієнтів та скалянрні зсуви що були представлені у рівнянні 69. Для знаходження цих параметрів мережі, як і у випадку класичних нейронних мереж, мають бути зібрані “розмічені дані”, тобто записані вхідні і вихідні сигнали системи, як це детально обговорювалося у розділі 3.2.2. Для отримання цих даних було використано схему вимірювань зображену на рисунку 45

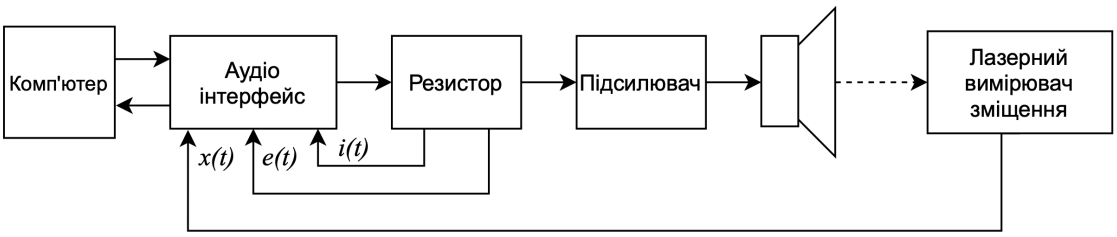


Рис. 45: Схема для збору “розмінених” даних (вимірювання вхідних та вихідних сигналів системи)

На відміну від статистичних методів ідентифікації систем типу "чорний ящик"де можна використовувати “класичні” сигнали, як то білий шум або лінійну/логарифмічну частотну модуляцію, для знаходження параметрів рекурентної нейронної мережі вони не підходять, адже ці сигнали представляють обмежену вибірку усих можливих вхідних сигналів системи. Іншими словами, якщо нейронну мережу натренувати на шумовому сигналі, вона буде дуже добре із шумовим входом, але її змодельовані відгуки для, наприклад, музичного сигналу будуть недостатньо точними. Розробка оптимального тренувального сигналу для даної задачі є, сама по собі, дуже цікавою науковою проблемою. У межах даної роботи вона не розглядалася достатно глибоко і залишається потейційним моментом покращення запропонованого підходу до моделювання електродинамічних перетворювачів із використанням нейронних мереж. Тим не менш, було розглянуто

декілька варіантів тренувальних сигналів із яких найперспективнішим із практичної точки зору себе показав сигнал продемонстрований на рисунку 46:

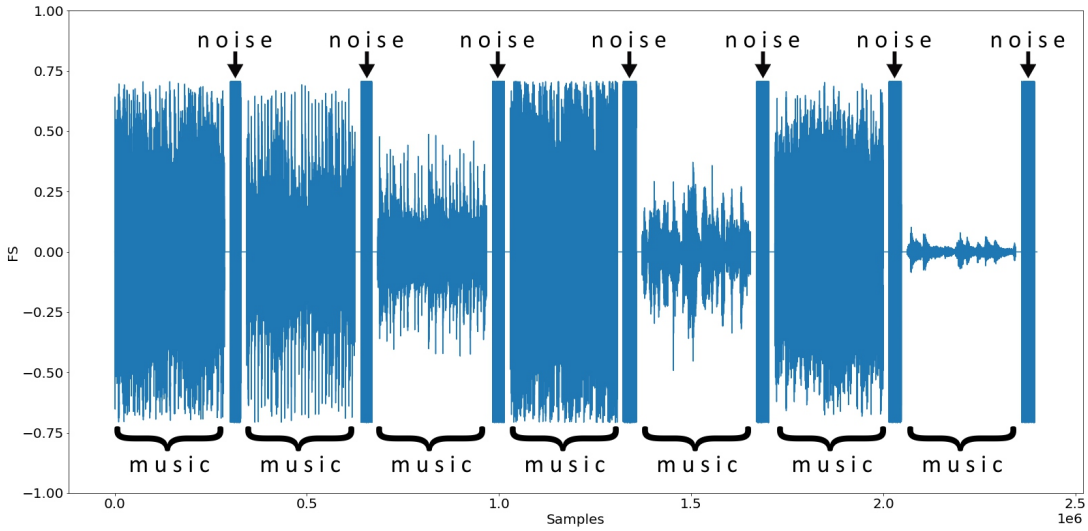


Рис. 46: Фрагмент вхідного сигналу для тренування мережі

Даний сигнал представляє собою музичні фрагменти тривалістю близоко п'яти секунд та білий шум, тривалістю біля однієї секунди що по черзі змінюють одне одного, та коротких пауз між ними. Практично було доведено що при використанні такого тренувального сигналу результуюча модель добре працює і з шумовим входом і з музичним і з мовним та іншими. Із більш глибокої розуміння, таких вхідних сигнал охоплює велику частину просто усих можливих вхідних сигналів а різноманіття музики та шуму не дає моделі перетренуватися лише до одного данру або до одного типу вхідного сигналу. Музичні фрагменти були зібрані за допомогою сервісу *everynoise.com*, що, по суті, є бібліотекою музики різних жанрів та автоматично підбирає музичні фрагменти різних жанрів у випадковій послідовності. Усього було зібрано п'ять неперервних сигналів по п'ять хвилін кожен, що у результаті дає близько 25 хвилин тренувальних даних із більше ніж двохсот різних музичних фрагментів. Між записами кожного із п'яти сигналів була зроблена пауза близько п'ятнадцяти хвилин щоб дати перетворювачу час на охолодження та почати новий запис із "нульових"

початкових умов при кімнатній температурі.

Практична імплементація моделі була виконана у програмному середовищі Python за допомогою бібліотеки *Tensorflow V2* [59]. Ця бібліотека значно полегшую процес імплементації та тренування нейронних мереж, адже дозволяє автоматично розраховувати градієнти від бажаних функцій втрат навіть “назад у часі”, що є особливо актуальним для рекурентних нейронних мереж. На рисунку 47 представлено практична реалізація мережі у вигляді граф моделі імплементованої у *Tensorflow V2* із відповідними розмірностями вхідних та вихідних шарів та їх типів даних.

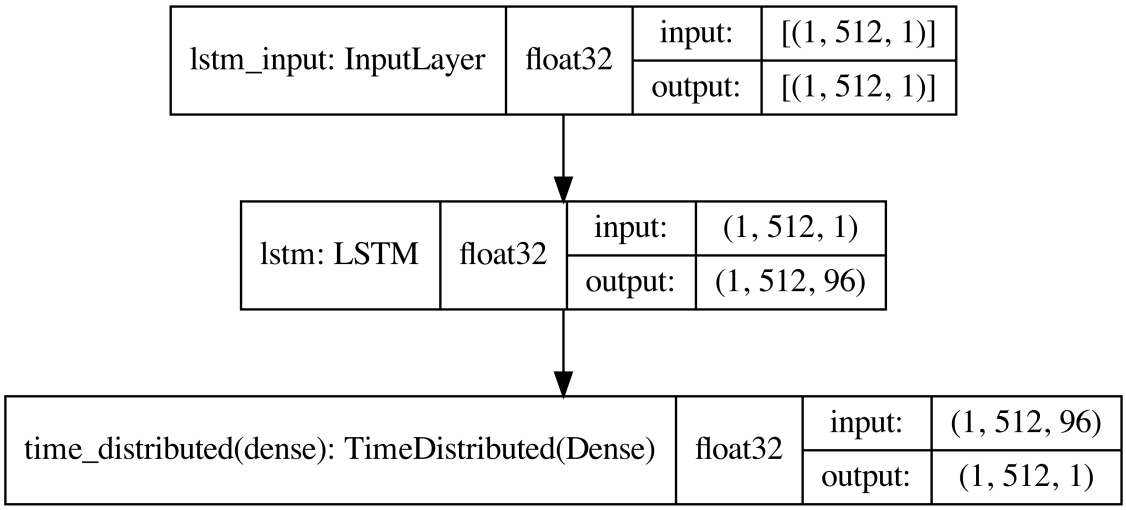


Рис. 47: Граф нейронної мережі у *Tensorflow V2*

На рисунку перший шар (анг.: InputLayer - вхідний шар) - це шар на якому формуються фрейми (рис. 48), другий шар (анг.: LSTM) - безпосередньо нейронний шар із коротко- довготривалою пям’яттю, та останній вихідний шар (анг.:TimeDistributed) - шар, на якому вихідні стани мережі коротко- довготривалою пям’яттю h_n формуються у вихідні сигнали моделі електродинамічного перетворювача.

Як зазначалося вище, для знаходження параметрів моделі тренувальний сигнал розбивається на фрейми для векторизації розрахунків та прискорення процесу навчання, як показано на рисунку 48:

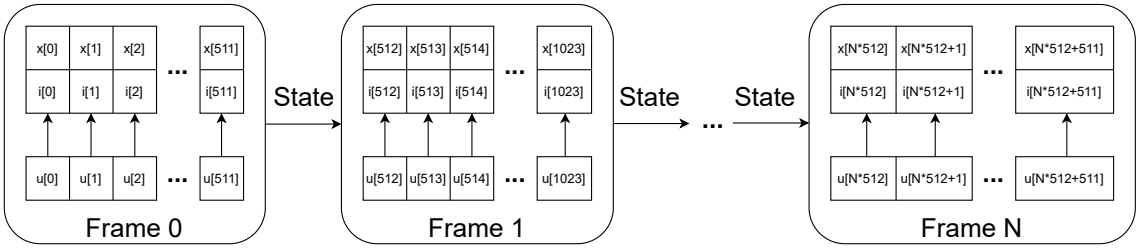


Рис. 48: Розбиття тренувального сигналу на фрейми та формування пар відповідних вхідних та вихідних даних

Як можна бачити на рисунку 48, кожен тренувальний фрейм складається із 512 семплів (число семплів є метапараметром моделі, та може бути будь яким на проміжку від 1 до загальної кількості семплів, 512 було обрано із практичних міркувань та балансу швидкості та точності тренування) що містять пари відповідних вхідних даних - вхідноx напруги $u[n]$, та віхідних - струму $i[n]$ та зміщення $x[n]$. Також, треба зауважити, що стан системи (анг.: *State* на рисунку 48) не губиться між фреймами, а поширюється від одного до іншого та є початковими умовами для розрахунку кожного наступного фрейма. Це відповідає умовам неперервності у динамічних фізичних системах і є обов'язковим для правильного тренування мережі.

Окрім тренувального сигналу для знаходження параметрів нейронної моделі також використовується, так званий, тестувальний сигнал. Цей сигнал ніколи і ні за яких імов не має потрапляти на вхід системи під час тренування, адже у такому випадку існує імовірність, що результуюча мережа запам'ятає цей сигнал і він більше не буде об'єктивно відображати реакцію моделі на новий, небачений при тренуванні сигнал. У якості такого тренувального сигналу був обраний мультитон. Як можливо побачити із назви, мультитон це синтетичний сигнал, що складається із декількох монотонів (тональних сигналів). У спектральному представленні це виглядає як показано на рисунку 49:

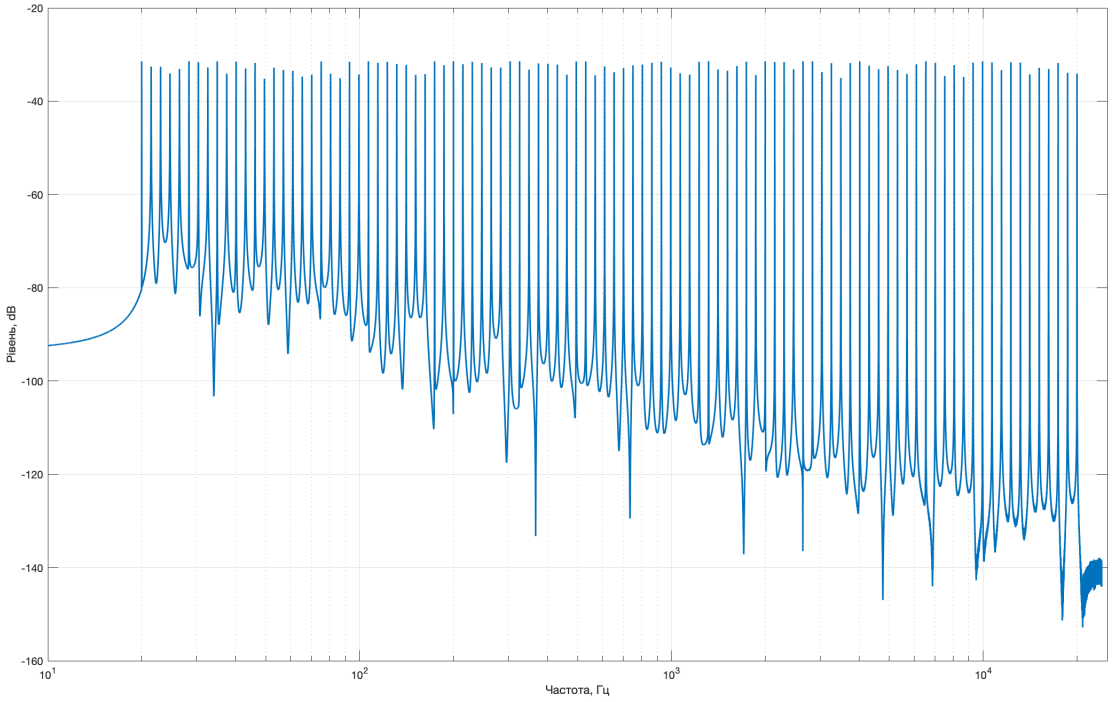


Рис. 49: Частотний спектр тренувального сигналу - мультитону

На рисунку 49 можна наочно бачити що мультитон складається із багатьох тональних компонентів. Окрім того, що такий тестувальний сигнал явно відрізняться від тренувального (рисунок 46), що є дуже бажаним для валідації роботи тренованої мережі, він також має декілька важливих особливостей: він періодичний у часовому просторі та віддалено схожий на музичний сигнал (на слух мультитон звучить як колокол або орган), а при аналізі відгуків системи у частотному просторі на такий сигнал стає можливим виокремити лінійні і нелінійні спотворення цієї системи, адже будь які компоненти, що не відповідають вхідним частотам, що першочергово були у вхідному сигналі, і є нелінійними спотвореннями системи. Ці властивості мультитону будуть використані при аналізі результатів змодельованих гучномовців та порівнянні із моделями у фазовому просторі.

Таким чином, маючі розмічені дані для тренувального та тестувального сигналів та практично імплементовану нейронну мережу можемо приступати безпосередньо до знаходження параметрів цієї мережі, або ж, на мові штучного інтелекту, до її тренування. Таке тренування відбувається ітера-

тивно, або ж у декілька епох (термінологія схожа до генетичного алгоритму) і завершується тоді, коли досягається одна з умов:

- Досягнуто бажаного значення похибки моделі
- Перевищено кількість дозволених епох
- Похибка не зменшується протягом декількох епох

На рисунку 50 показано еволюцію похибки треувального та тестувального сигналів:

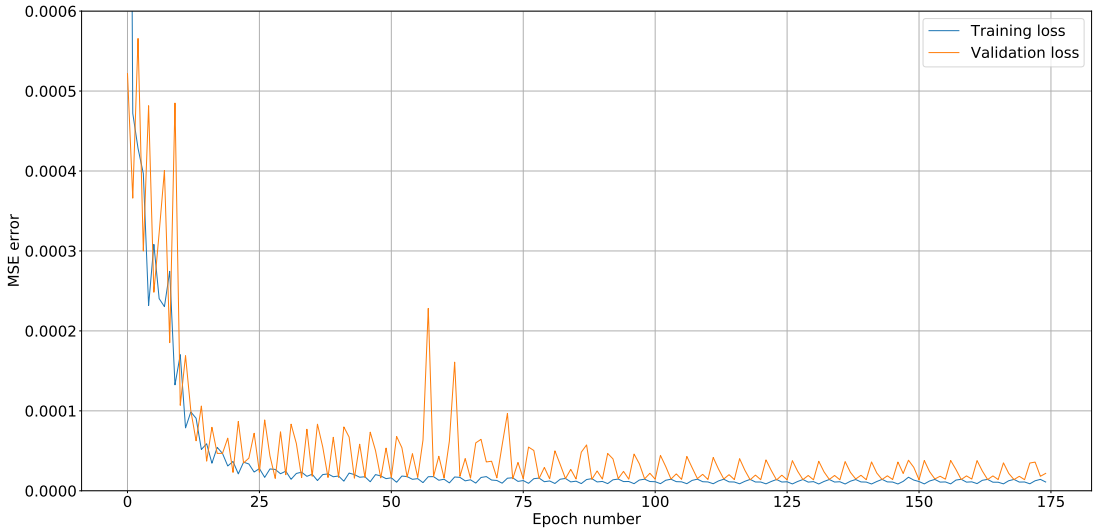


Рис. 50: Еволюція похибки мережі із збільшеням тренувальної епохи: тренувальна похибка (анг.: Training loss) та валідаційна похибка (анг: Validation loss)

Як було зазанчено вище, усього було зібрано п'ять тренувальних сигналів по п'ять хвилин кожен. Одна епоха тренування проходить через один із таких сигналів що повторюються кожні п'ять епох (через це можна спостреівгати пилообразний характер графіків на рисунку 50). У такий спосіб, мережа тренується на всіх доступних даних що дозволяє уникнути перенавчання до певного сигналу. У кінці кожної епохи на вхід мережі подається тестувальний сигнал та розраховується валідаційна похибка, яка дозволяє об'єктивно оцінити якіть мережежі на кожній тренувальній епохі.

Зважаючи на довжину кожного тренувального сигналу у п’ять хвилин (що відповідає близько 15 мільйонам семплів при цастоті дискретизації 48 кГц) тренування однієї епохи займає біля шести хвилин. Для досягнення бажаної похибики загалом має пройти 175 епох, тобко загальний час тренування мережі складає біля вісімнадцяти годин. Це порівняно невеликий час для відносно складної мережі але він може бути значно покращений із використанням більш потужної обчислювальної техніки та оптимального (коротшого) тренувального сигналу.

3.3 Порівняння моделей електродинамічних перетворювачів у фазовому просторі та із використанням рекурентних нейронних мереж

Для демонстрації якості нелінійних моделей електродинамічних перетворювачів їх поведінка була порівняна із класичними нелінійними моделями у фазовому просторі, що описані у розділі 3.1. Параметри для ідентифікації цих моделей були виміряні за допомогою стандартоного у індустрії обладнання, а саме, із використанням вимірювального комплексу Klippel Analyser, представленого на рисунку 51:

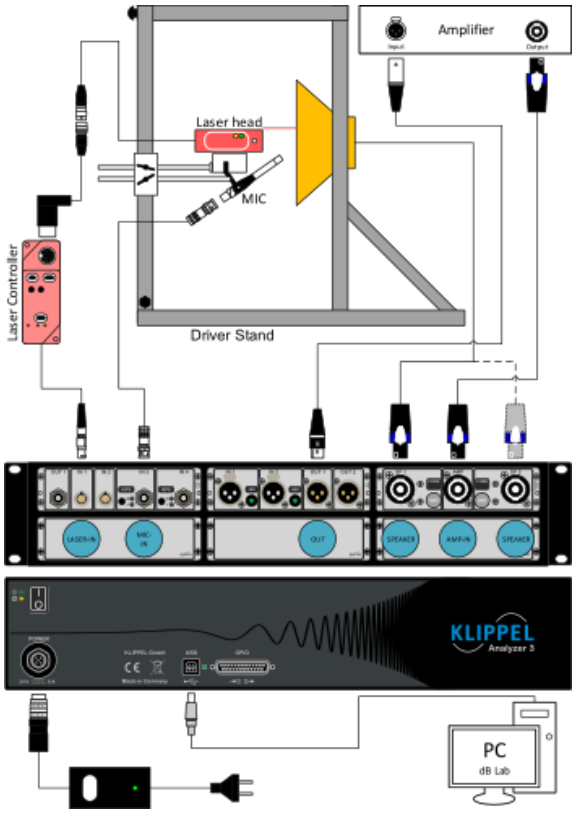


Рис. 51: Вимірювальна система Klippel Analyser

Окрім вимирювальної установки показаної вищей, цей комплекс також складається із програмного забезпечення Klippel dB-Lab за допомогою якого і проводяться вимірювання. Klippel Analyser дозволяє знаходити як лінійні так і нелінійні праметри моделей електродинамічних перетворювачів та симулювати їх поведінку використовуючі виміряні параметри.

Для порівняння обох моделей був обраний типовий дводюймовий широкосмуговий перетворювач (рисунок 52), що застосовується у портативних або так званих “розумних” аудіо системах, тобти тих, де поведінка гучномовеця завжди контролюєть за допомогою процесора. Такі перетворювачі, зазвичай, мають дуже нелінійну поведінку через обмеження у їх фізичному дизайні та намаганнях знизити іх собівартість. Такі компроміси компенсуються за домогою процессора та алгоритмів активного контролю гучномовців. Саме тому знаходження дуже точної моделі що прогнозуватиме поведінку таких перетворювачів є необхідним.

Рис. 52: Дводюймовий широкосмуговий перетворювач

Вхідним сигналом для тестування обох моделей був мультитон, описаний у попередньому розділі і порівнювалися відгуки змодельованого струму та зміщення із практично виміряними. Також, вхідний сигнал подавався чотирьох різних рівнів: $-1dB, -3dB, -6dB, -12dB$, для того, щоб оціни-

тин нелінійну поведінку моделі що має залежати від рівня вхідного сигналу. Лінійні параметри моделі у фазому просторі знайдані за допомогою системи Klippel Analyser представлені у таблиці нижче:

Параметр	Значення	Розмірність
R_e	3.33	Ω
L_e	0.101	мГн
Bl	2.523	Н/А
M_{ms}	2.967	г
R_{ms}	0.633	кг/с
C_{ms}	0.553	мм/Н

Нелінійна поведінка коефіцієтна електромеханічної трансформації Bl що є залежним від вхідного зміщення представлена на рисунку 53:

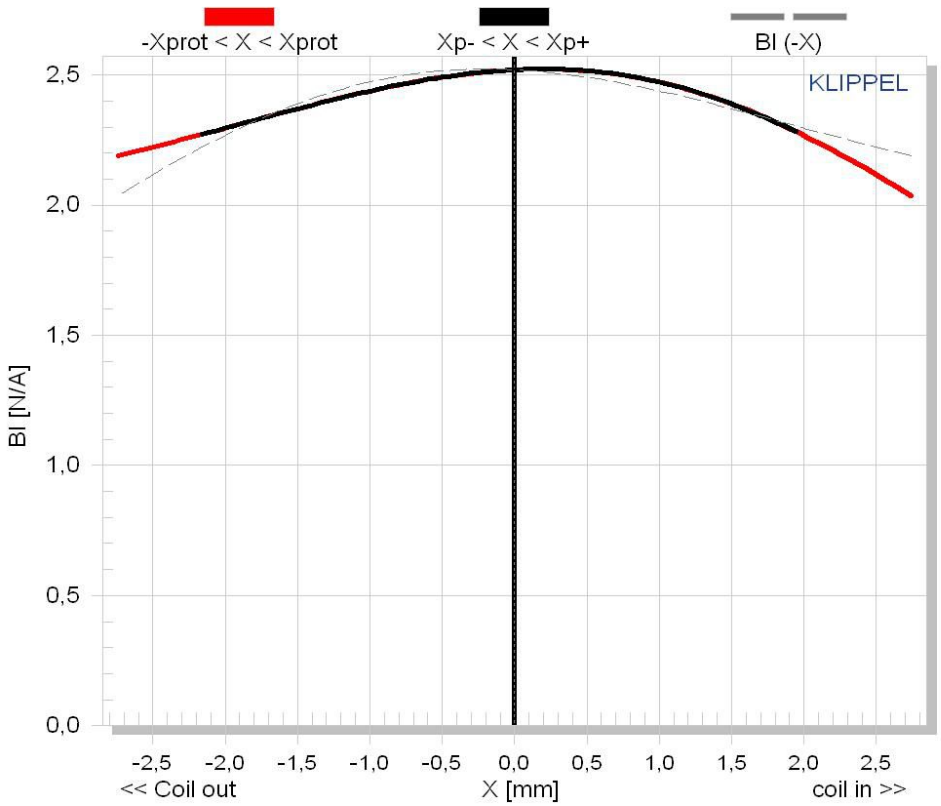


Рис. 53: Залежність коефіцієнта електромеханічної трансформації Bl від зміщення мембрани

Іншим нелінійним параметром є жорсткість механічної системи K_{ms},

яка також залежить від зміщення мембрани. Така залежність представлена на рисунку 54:

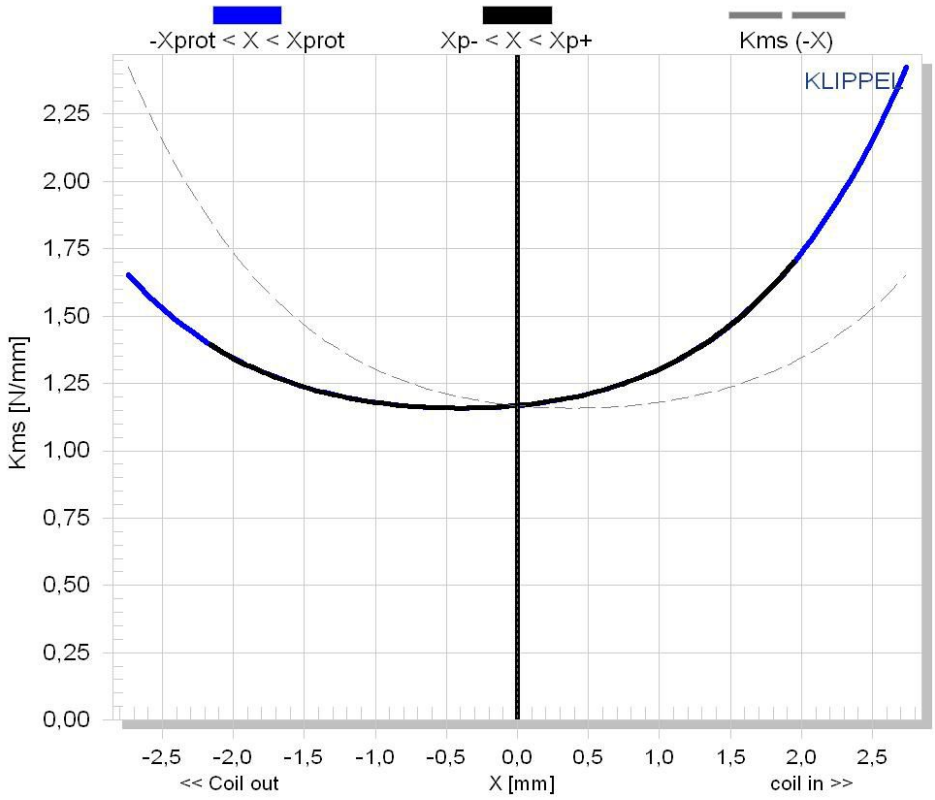


Рис. 54: Залежність жорсткості механічної системи K_{ms} від зміщення мембрани

Нелінійним параметром у електричній підсистемі є індуктивність котушки L що, як і інші нелінійні параметри, залежить від зміщення дифузора та представлена на рисунку 55:

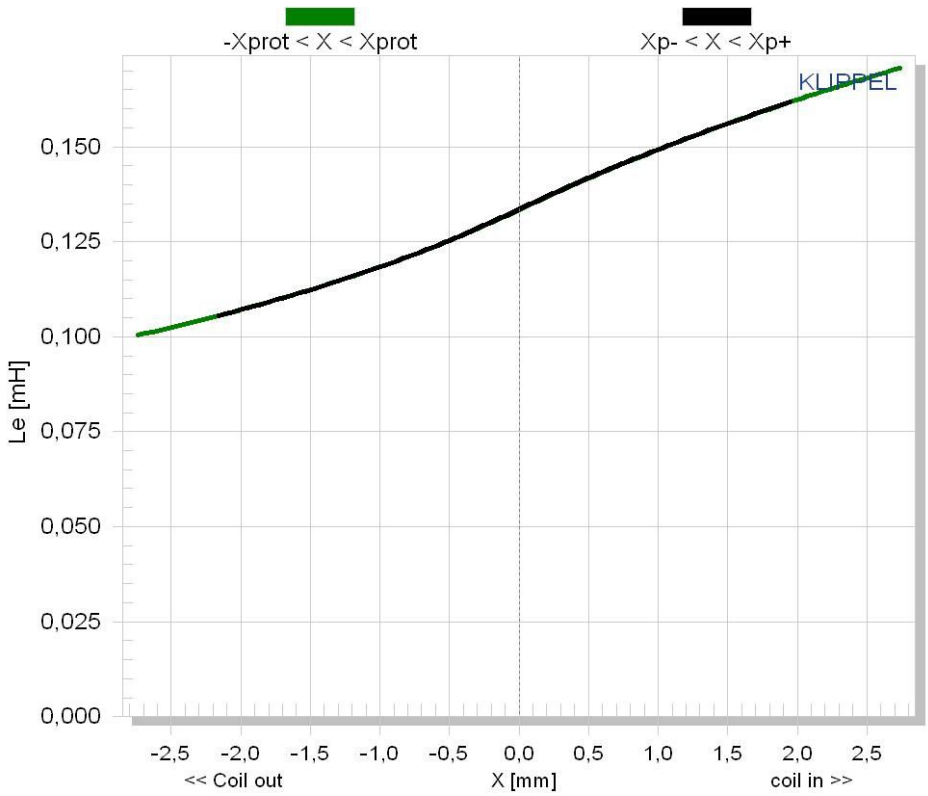
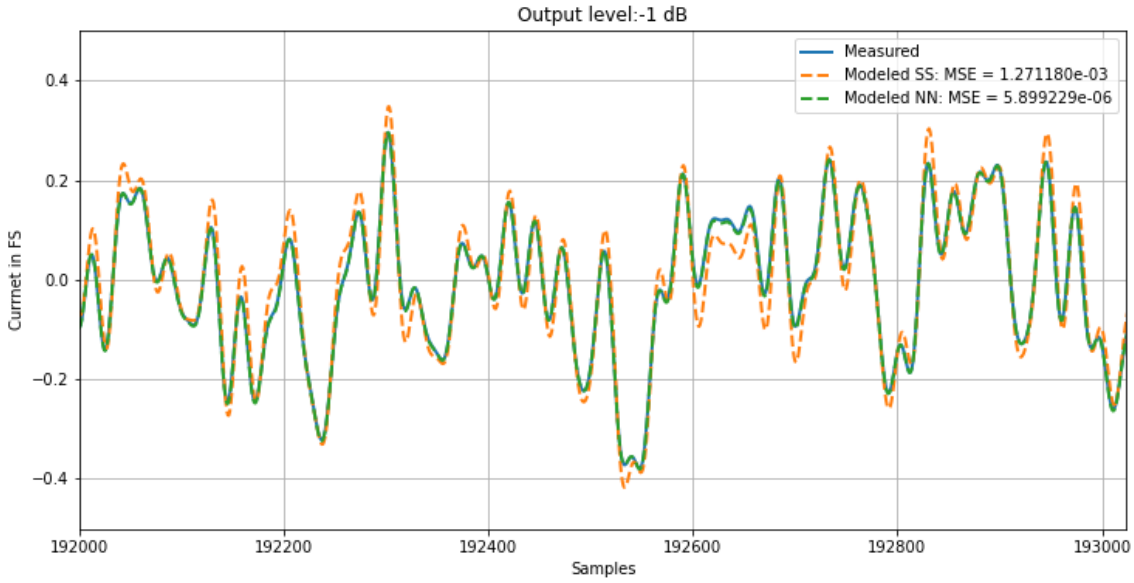
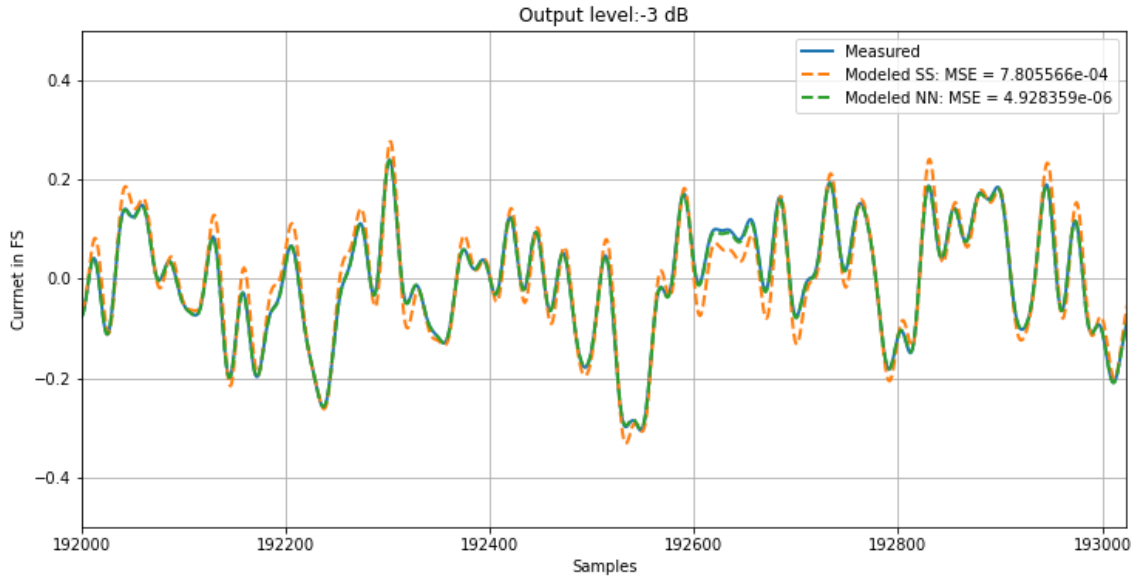


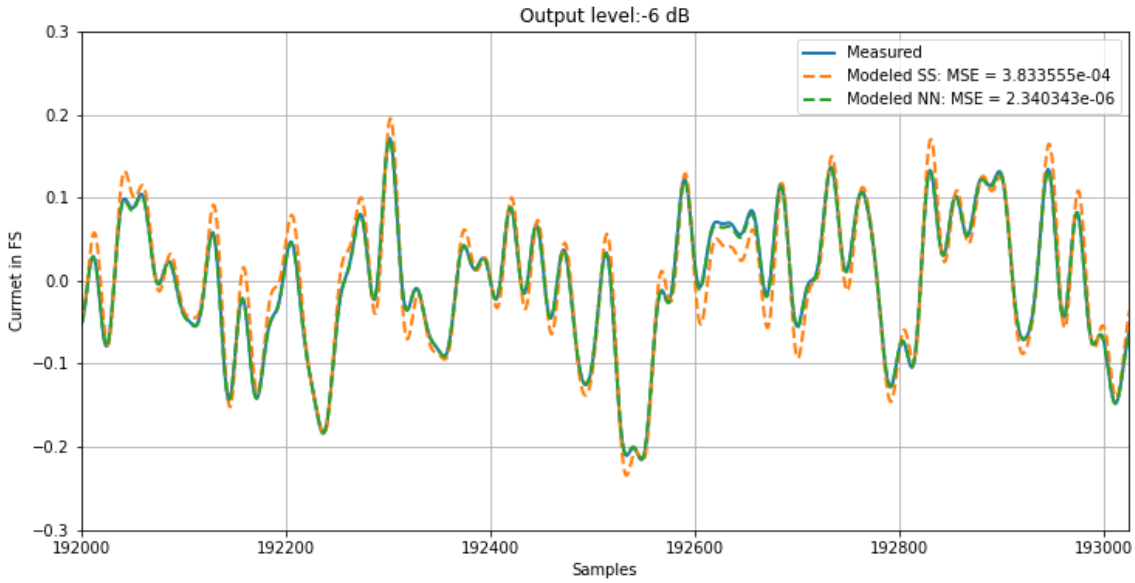
Рис. 55: Залежність індуктивності котушки L від зміщення мембрани

Ці лінійні та нелінійні параметри були використані у рівняннях 58, що і є готовою для використання нелінійною моделлю перетворювача у фазовому просторі. Модель із використанням рекурентних нейронних мереж була ідентифікована за допомогою розмічених даних, як це детально описувалося у розділі 3.2.5. Маючі дві ідінтифіковані моделі одного і того самого перетворювача ми можемо об'єктивно їх порівняти між собою та із безпосередньо виміряними відгуками. Як зазначалося вище, сигналом для тестування був обраний мультитон (рисунок 49), який дозволяє оцінити лінійні і нелінійні спотворення системи, а також порівняти результати у часовому та спектральному представленнях.

На рисунку 56 зображено змодельвованій двома методами струм широкосмугового перетворювача відповідно до чотирьох вхідних рівнів ($-1dB, -3dB, -6dB, -12dB$) та реальне виміряне значення:


Output level:-1 dB
Measured
Modeled SS: MSE = 1.271180e-03
Modeled NN: MSE = 5.899229e-06
Currnet in FS
Samples


Output level:-3 dB
Measured
Modeled SS: MSE = 7.805566e-04
Modeled NN: MSE = 4.928359e-06
Currnet in FS
Samples


Output level:-6 dB
Measured
Modeled SS: MSE = 3.833555e-04
Modeled NN: MSE = 2.340343e-06
Currnet in FS
Samples

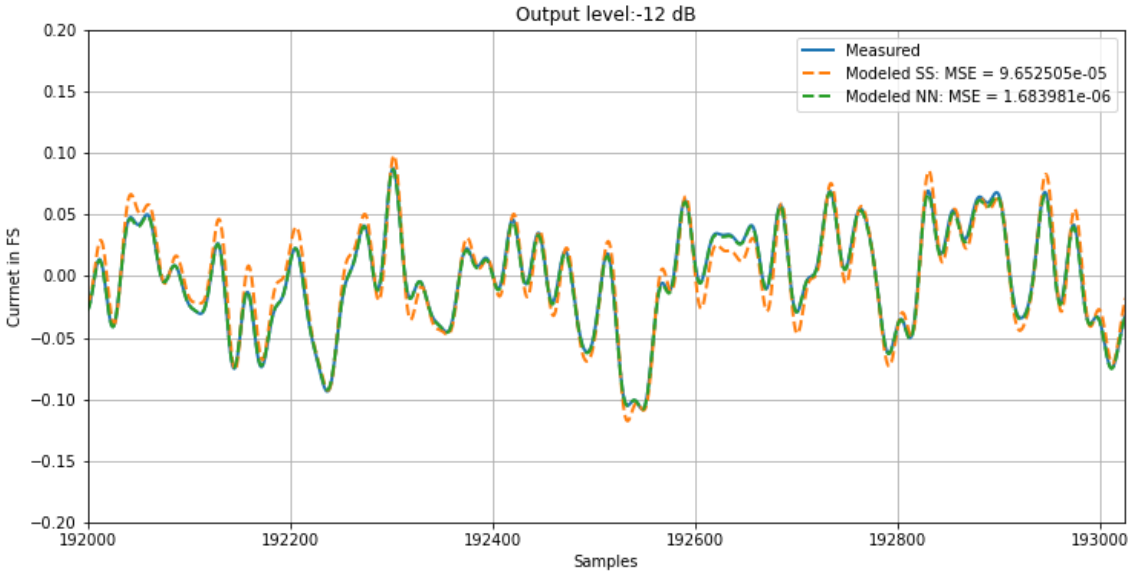
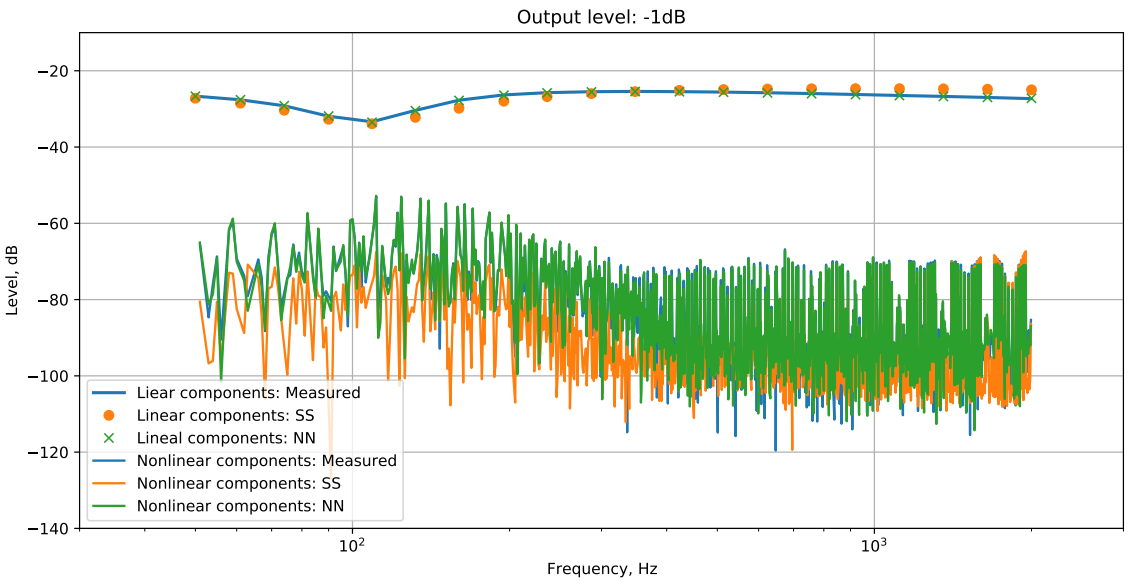
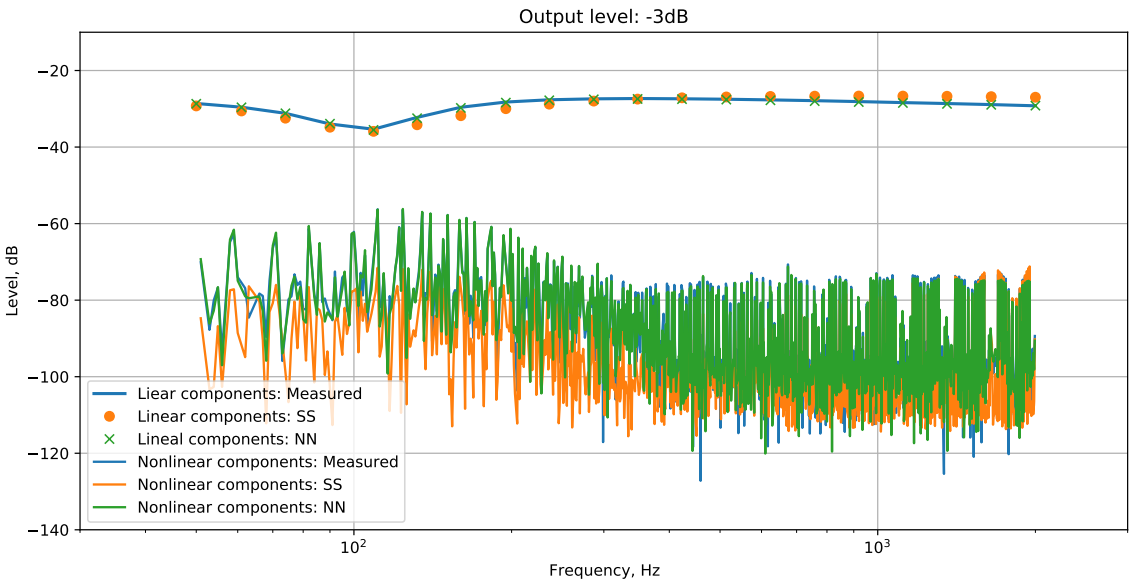


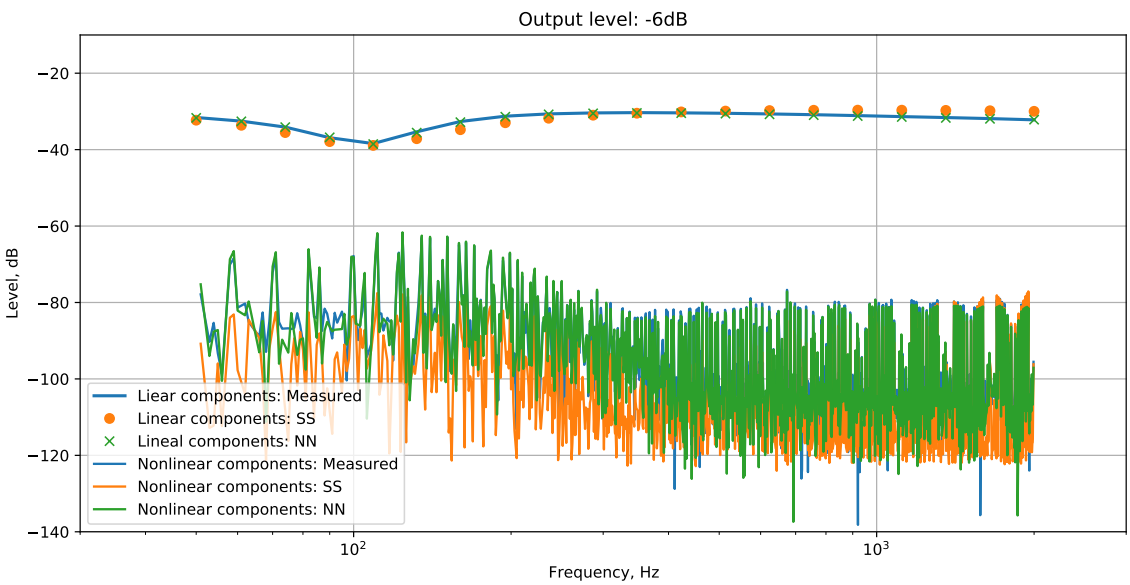
Рис. 56: Порівняння змодельованого стуму через котушку із виміряним значенням, де: Modeled NN - модель із застосуванням рекурентної нейронної мережі, Modeled SS - модель у фазовому просторі, Measured - виміряне значення

Як можливо бачити на рисунку 56, для всих вхідних рівнів модель із застосуванням рекурентоної нейронної мережі (Modeled NN) показує кращі результати ніж модель у фазовому просторі (Modeled SS). Відгуки згенеровані мережею майже накладаються на виміряні. Для більш об'єктивної оцінки на кожному підграфіку розраховано відносну похибку моделювання MSE, що є на два порядки меншою для нейронної мережі у порівнянні із моделлю у фазовому просторі.

На рисунку 57 зображено спектральне предствалення показаних вище відгуків:


Output level: -1dB
Level, dB
Frequency, Hz
Liear components: Measured
Linear components: SS
Lineal components: NN
Nonlinear components: Measured
Nonlinear components: SS
Nonlinear components: NN


Output level: -3dB
Level, dB
Frequency, Hz
Liear components: Measured
Linear components: SS
Lineal components: NN
Nonlinear components: Measured
Nonlinear components: SS
Nonlinear components: NN


Output level: -6dB
Level, dB
Frequency, Hz
Liear components: Measured
Linear components: SS
Lineal components: NN
Nonlinear components: Measured
Nonlinear components: SS
Nonlinear components: NN

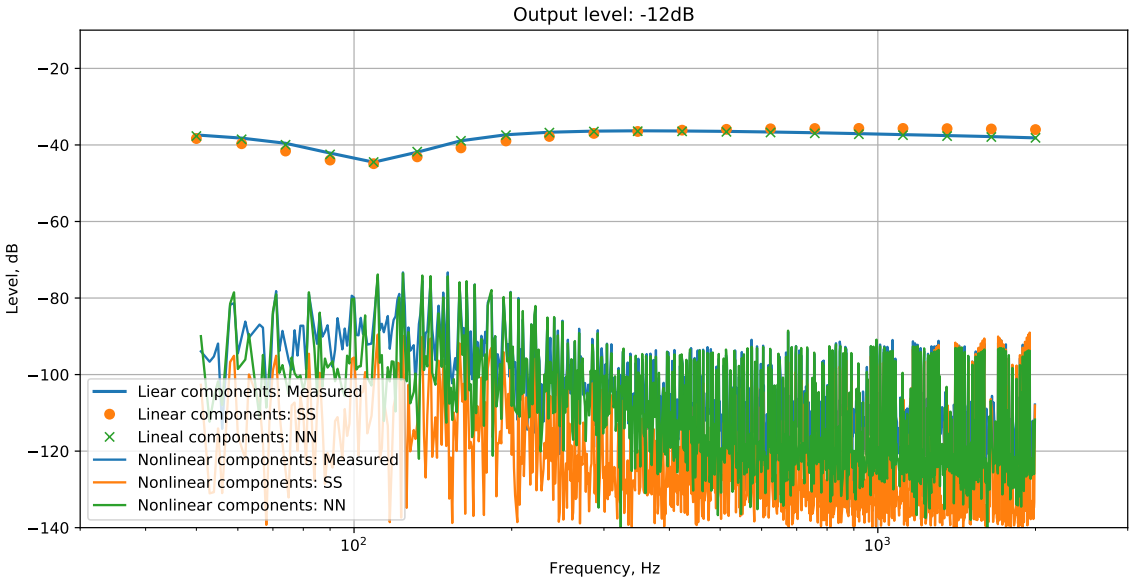
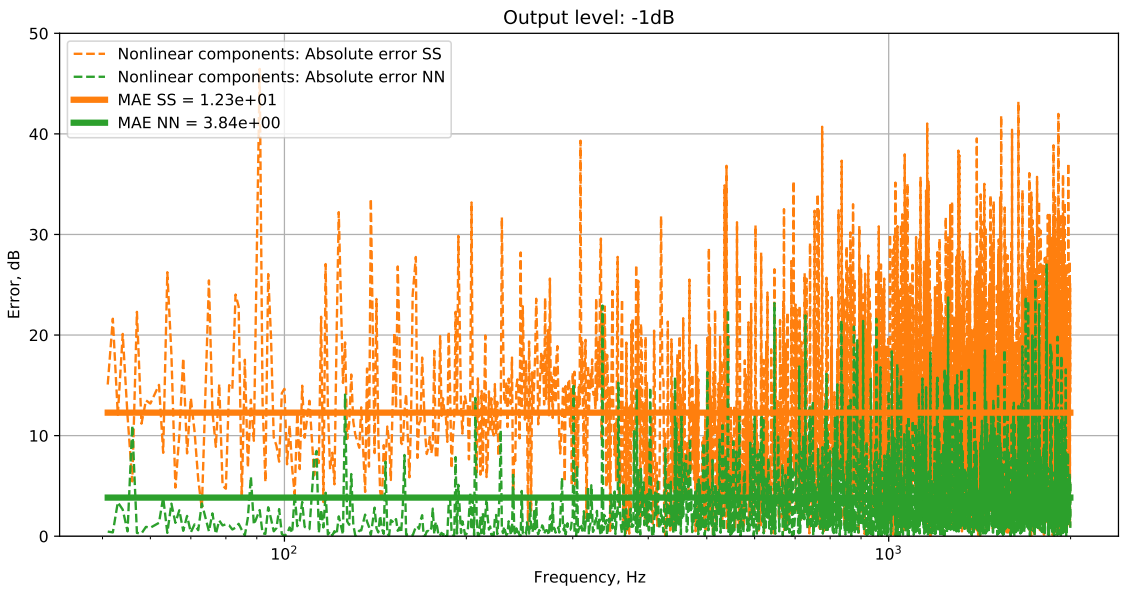


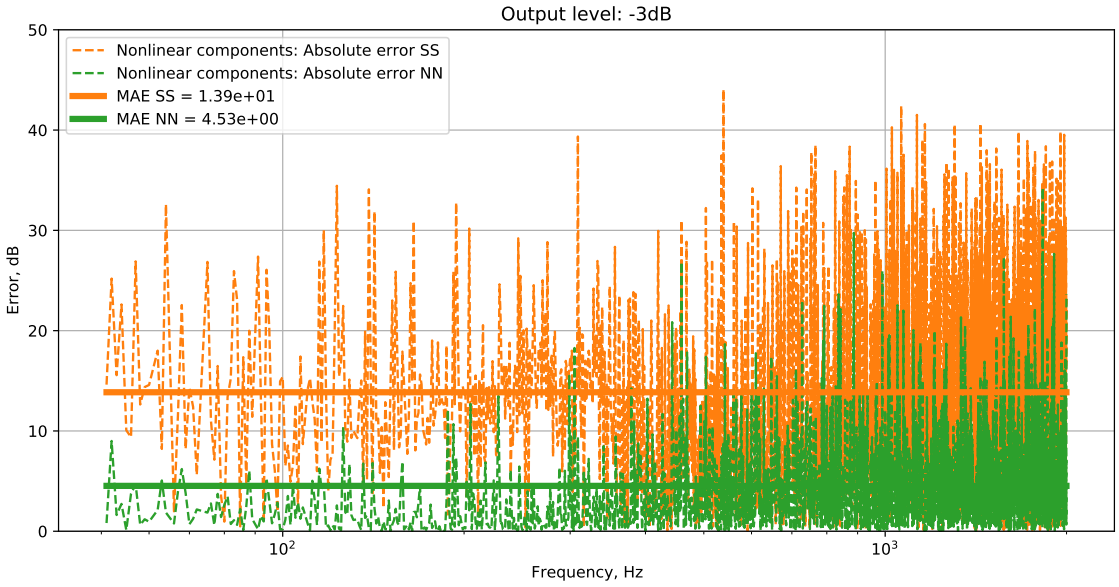
Рис. 57: Порівняння спектру змодельованого струму через котушку із виміряним значенням, де: *Linear components: Measured/SS/NN* - лінійні компоненти вихідного сигналу виміряного/модель у фазовому просторі/рекурентна нейронна мережа відповідно, та *Nonlinear components: Measured/SS/NN* - нелінійні компоненти вихідного сигналу виміряного/модель у фазовому просторі/рекурентна нейронна мережа відповідно

Як зазначалося вище, використання мультитону у якості тестового сигналу дозволяє окремо оцінити лінійні та нелінійні компоненти тестованих моделей та систем. Саме це і продемонстровано на рисунку 57, де у верхній частині графіків представлені лінійні компоненти змодельованого сигналу (*анг.: Linear components*) а у нижній - нелінійні (*анг.: Nonlinear components*). Як можемо бачити, лінійні компоненти обох моделей для усих вхідних рівнів достатньо добре відповідають виміряному значенню, але, всеж таки, модель на основі рекурентної нейронної мережі показує результат ближчий до виміряного. У випадку нелінійних компонентів ситуація зовсім інша - нейронна мережа показує результати очевидно кращі за модель у фазовому просторі та набагато ближчі до виміряних значень. Для вхідного сигналу рівня $-1dB$ виміряні нелінійни компоненти та змодельовані нейронною мережею фактично співпадають на накладаються один на одного. Також, треба особливо відмітити регіон частот вищіх за 400 де домінують інтермодуляційні спотвонення. На представленому графіку, ці спотревореня дуже добре змодельовані нейронною мережею, на відміну від моделі у фазовому

просторі, для якої цей регіон та інтермоуляційні спотворення є складними для повторення, адже сама модель рохрахована для застосуваннях на чатотох біль резонансу. Аналогічна поведінка спостерігається для інших рівнів вхідного сигналу ($-3dB$, $-6dB$) із певною деградацією якості обох моделей для найнижчого рівня $-12dB$, де реальний (виміряний) рівень нелінійних спотворень гучномовця є сам по собі дуже незначним.

Для кращого порівняння безпосередньо змодельованих нелінійних компонентів була розрахована абсолютна похибка моделювання для обох моделей на кожній частоті окремо. Результат представлено на рисунку 58:





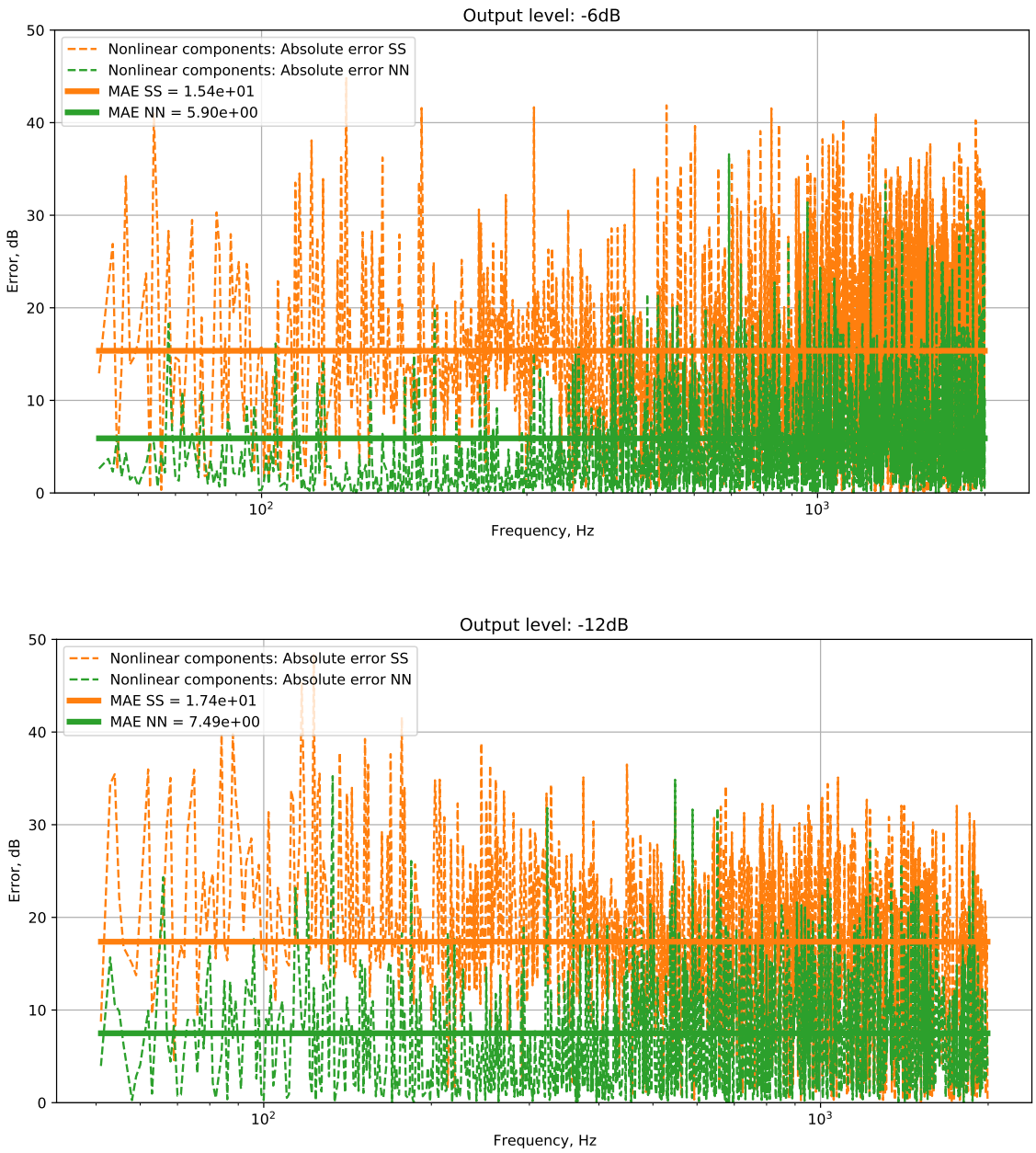


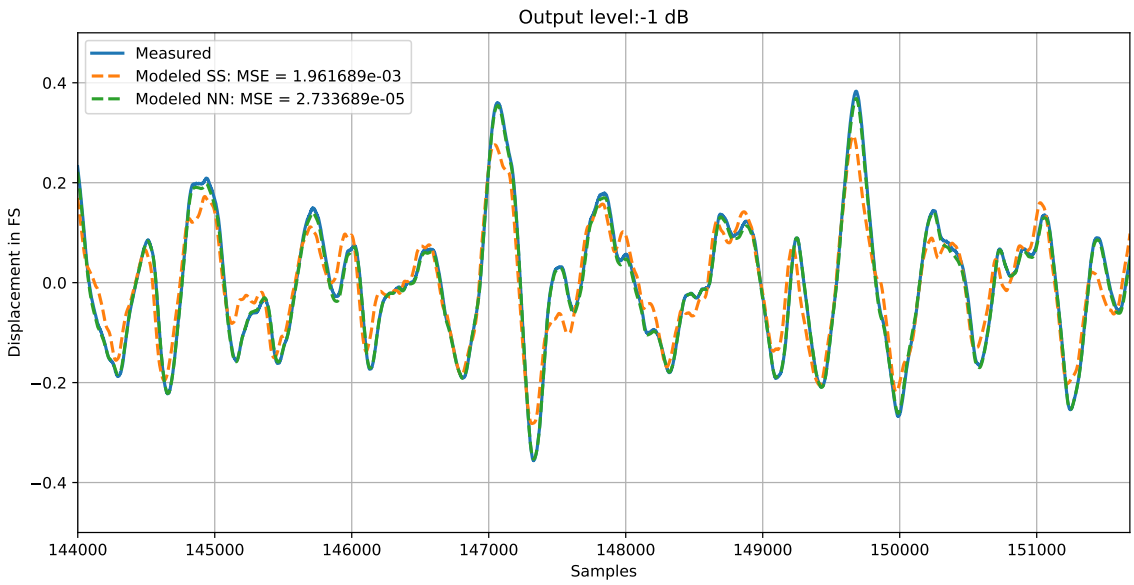
Рис. 58: Порівняння похибки змодельованого струму, де: *Nonlinear components: Absolute error SS/NN* - абсолютна похибка моделювання нелінійних компонентів моделі у фазовому просторі/нейронної мережі відповідно для кожної частоти, та *MAE SS/NN* - середне значення абсолютної похибки моделі у фазовому просторі/нейронної мережі відповідно за частотою

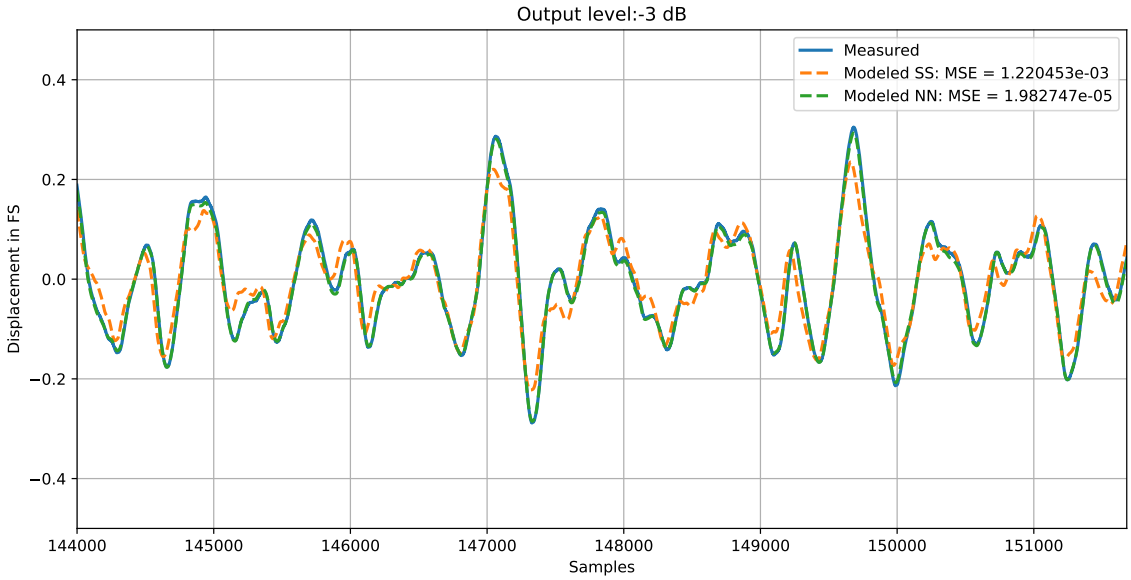
Дані на рисунку 58 дозволяють більш об'єктивно оцінити якість нелінійних компонентів змодельованих сигналів за допомогою двох підходів. Як можемо бачити, модель на основі рекурентної нейронної мережі показує похибку моделювання у 2-4 рази меншу ніж модель у фазовому просторі для усих рівнів вхідного сигналу. Найкращій результат показує модель на

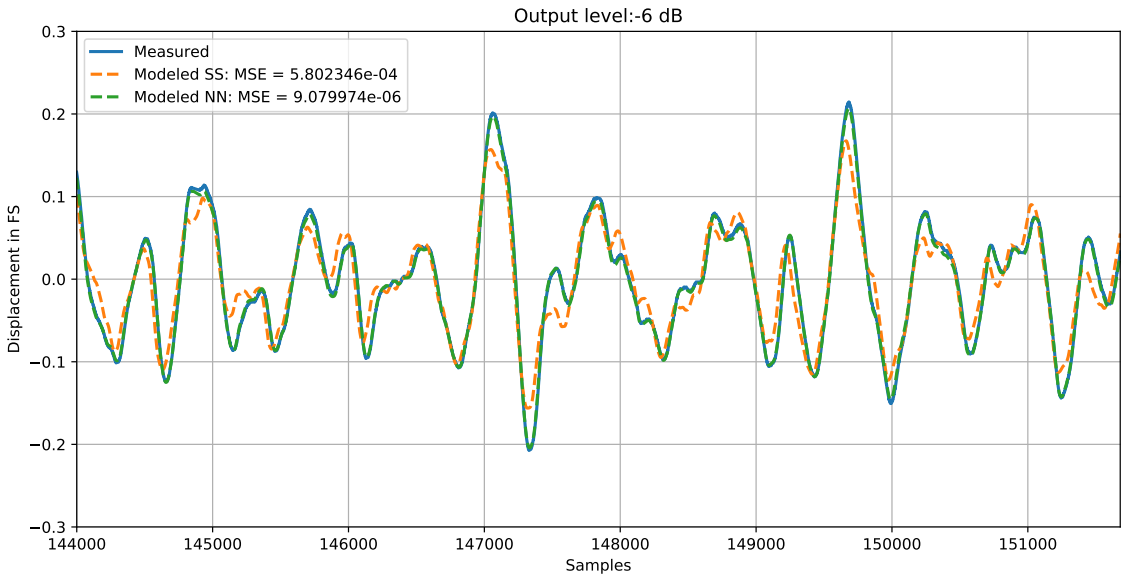
основі рекурентної нейронної мережі для вхідного рівня $-1dB$ на частотах нижчих за 500, до похибка моделювання є меншою за $3dB$.

Іншим відгуком перетворювача, який був використаний для порівняння двох моделей є зміщення рухомої частини (дифузора). Цей сигнал за своїм характером є низькочастотним та видображає інші типи нейлінійних спотворень, що притаманні електродинамічним перетворювачам. Отже комбінація сигналій струму через котушку та зміщення рухомої частини дає повне представлення про усі нелінійні процеси, що відбуваються у гучномовці.

На рисунку 59 зображено змодельвоване двома методами зміщення дифузора широкосмугового перетворювача відповідно до чотирьох вхідних рівнів ($-1dB, -3dB, -6dB, -12dB$) та реальне виміряне значення:




Output level:-3 dB
Measured
Modeled SS: MSE = 1.220453e-03
Modeled NN: MSE = 1.982747e-05
Displacement in FS
Samples
0.4
0.2
0.0
−0.2
−0.4
144000
145000
146000
147000
148000
149000
150000
151000


Output level:-6 dB
Measured
Modeled SS: MSE = 5.802346e-04
Modeled NN: MSE = 9.079974e-06
Displacement in FS
Samples
0.3
0.2
0.1
0.0
−0.1
−0.2
−0.3
144000
145000
146000
147000
148000
149000
150000
151000

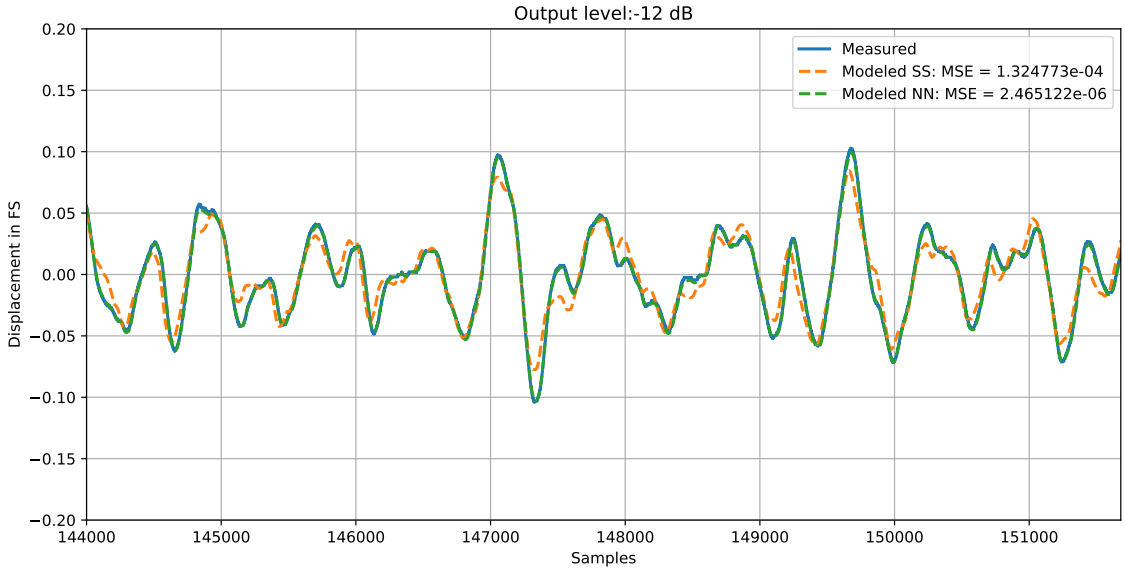
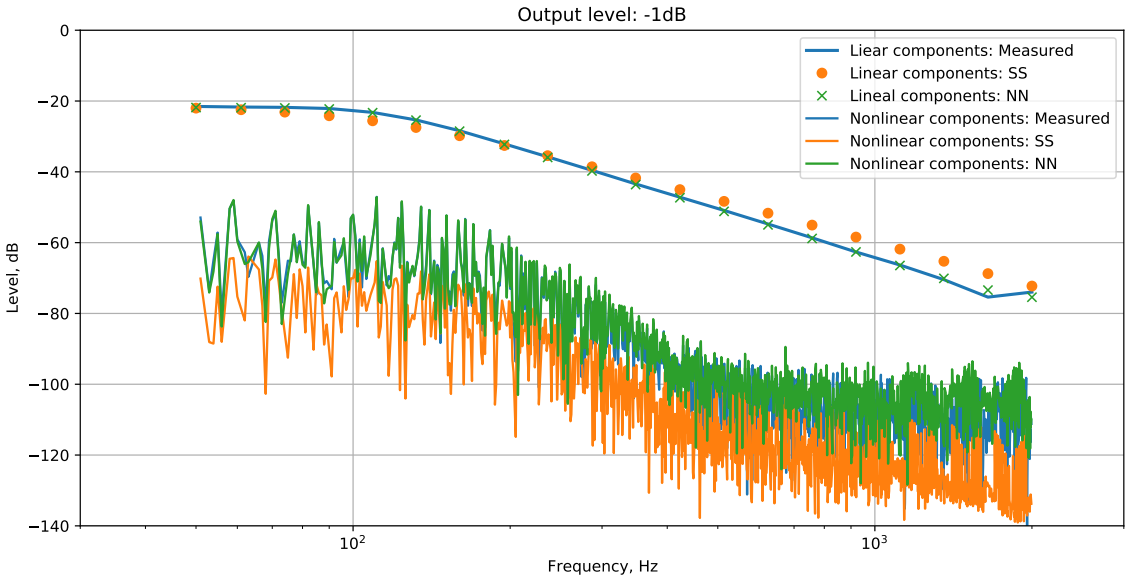
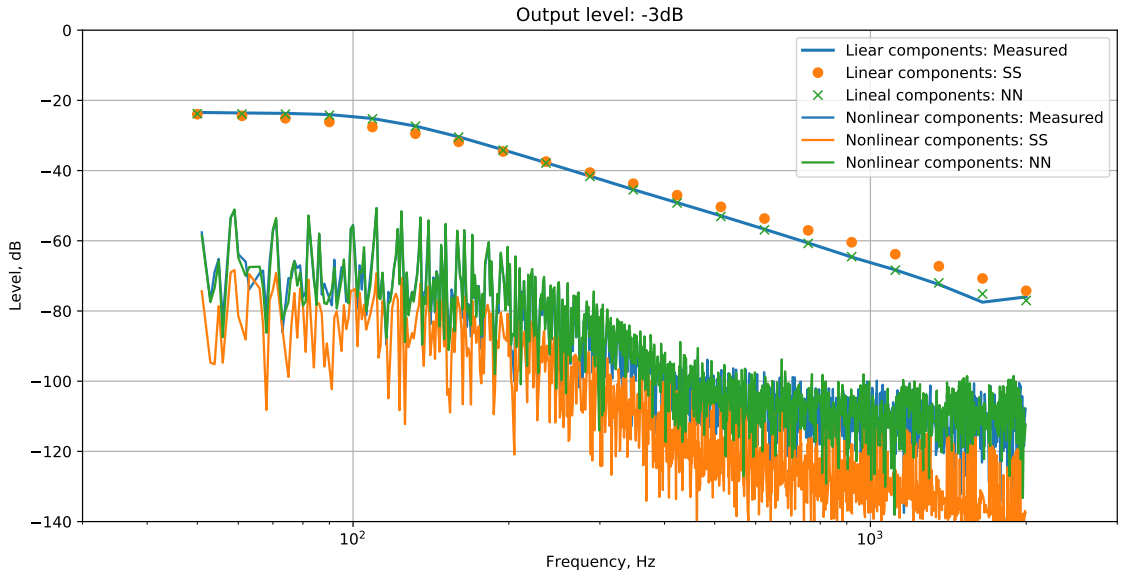
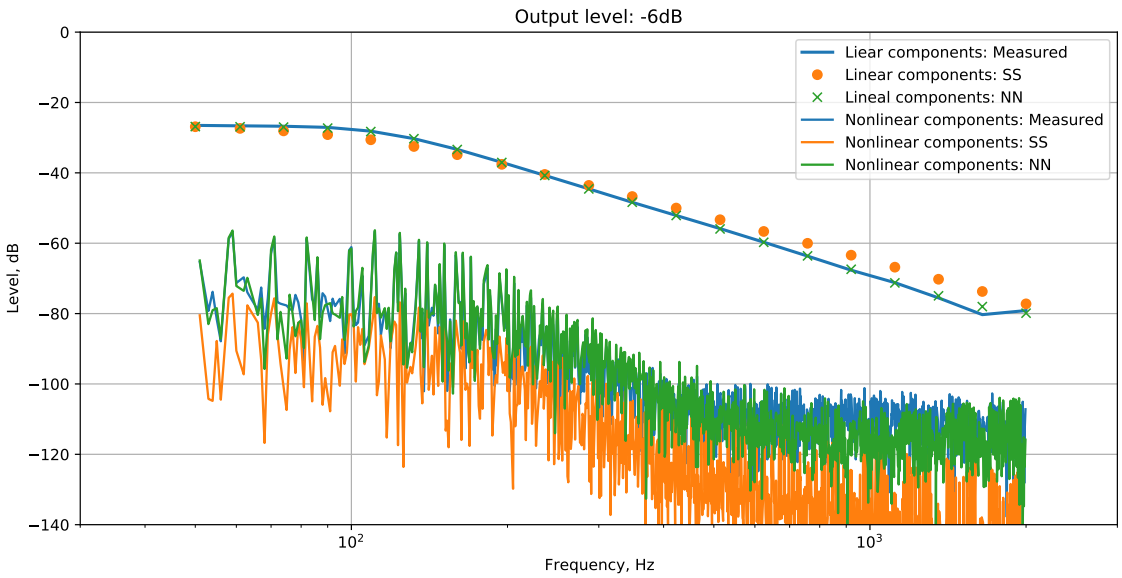


Рис. 59: Порівняння змодельованого зміщення дифузора, де: Modeled NN - модель із застосуванням рекурентної нейронної мережі, Modeled SS - модель у фазовому просторі, Measured - виміряне значення

Незважаючі на принципову відмінність сигналів струму та зміщення, поведінка двох моделей для цих сигналів є подібною, а саме: модель із застосуванням рекурентної нейронної мережі показує похибку моделювання на два порядки нижче, ніж можель у фазовому просторі для всих вхідних рівнів. Для більшого розуміння змодельованих сигналів поглянемо на лінійні та нелінійні спектральні компоненти, представлені на рисунку 60:




Output level: -3dB
Liear components: Measured
Linear components: SS
Lineal components: NN
Nonlinear components: Measured
Nonlinear components: SS
Nonlinear components: NN
Level, dB
Frequency, Hz
0
−20
−40
−60
−80
−100
−120
−140
10^2
10^3


Output level: -6dB
Liear components: Measured
Linear components: SS
Lineal components: NN
Nonlinear components: Measured
Nonlinear components: SS
Nonlinear components: NN
Level, dB
Frequency, Hz
0
−20
−40
−60
−80
−100
−120
−140
10^2
10^3

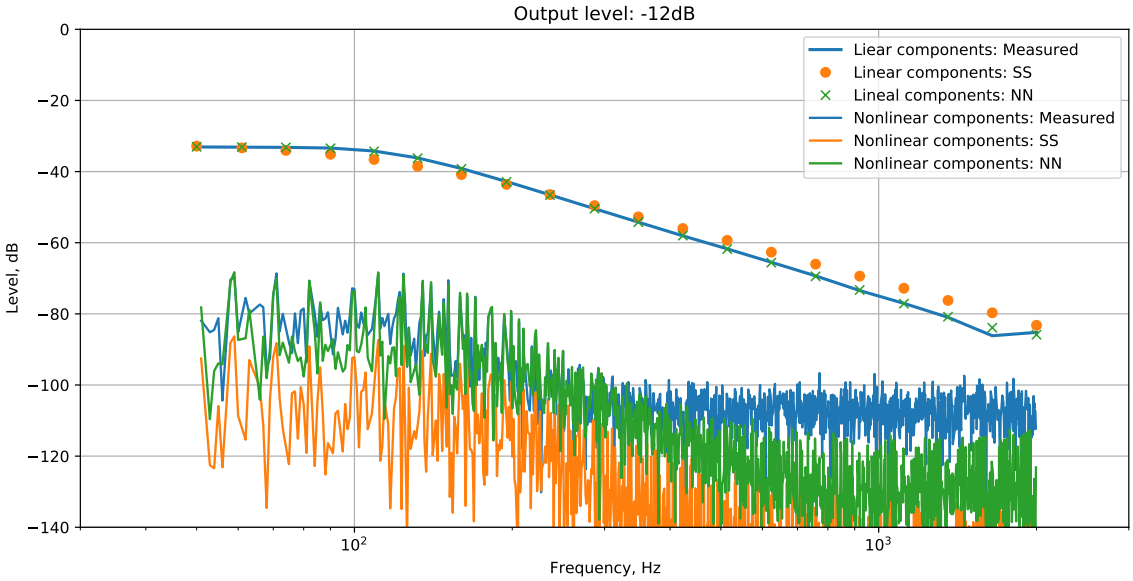
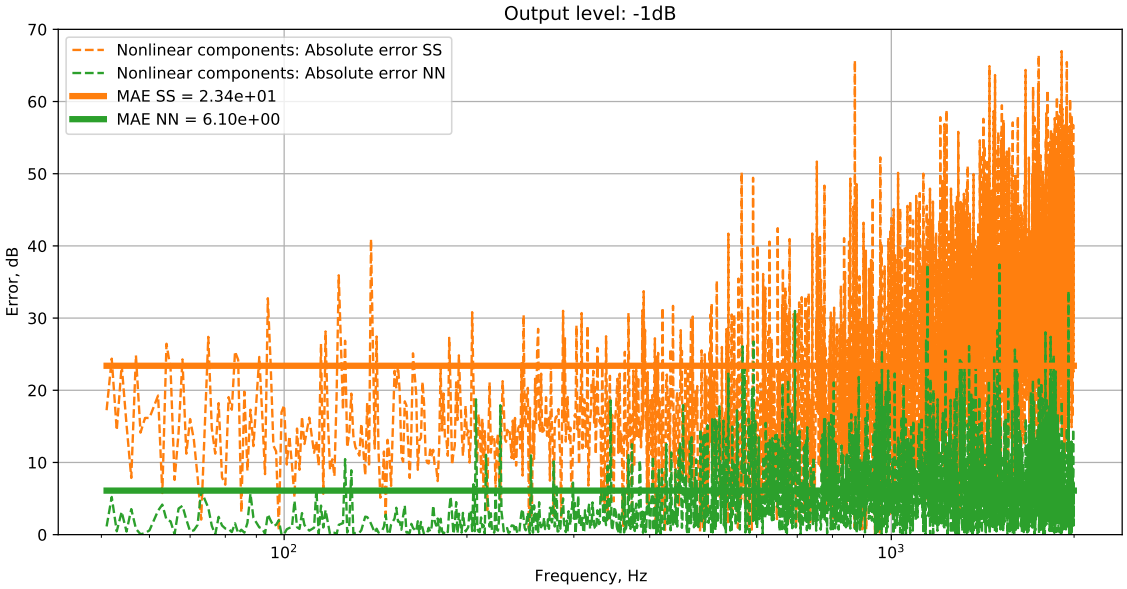
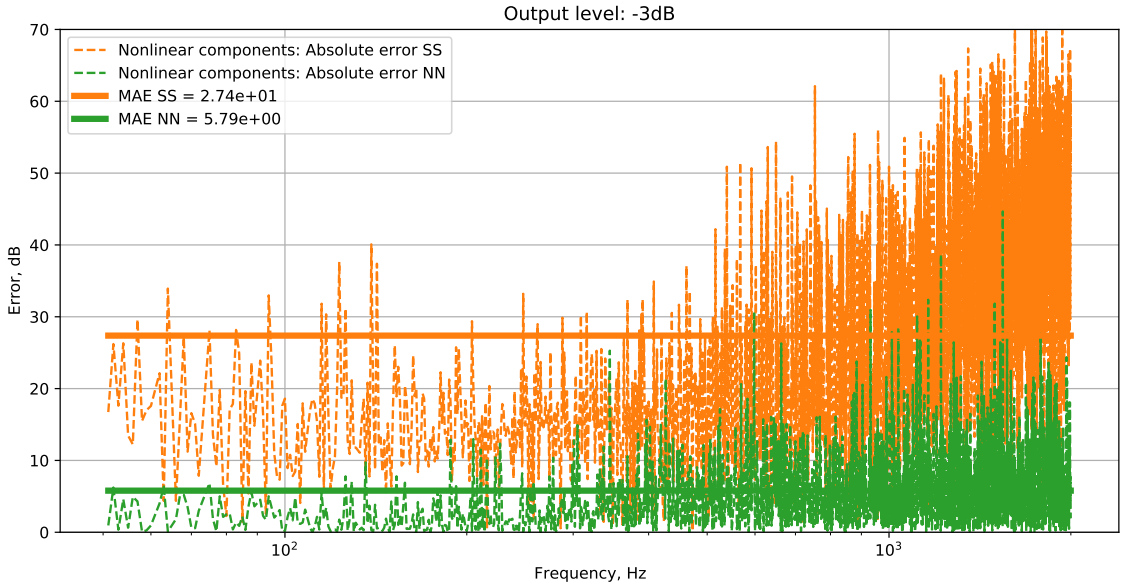
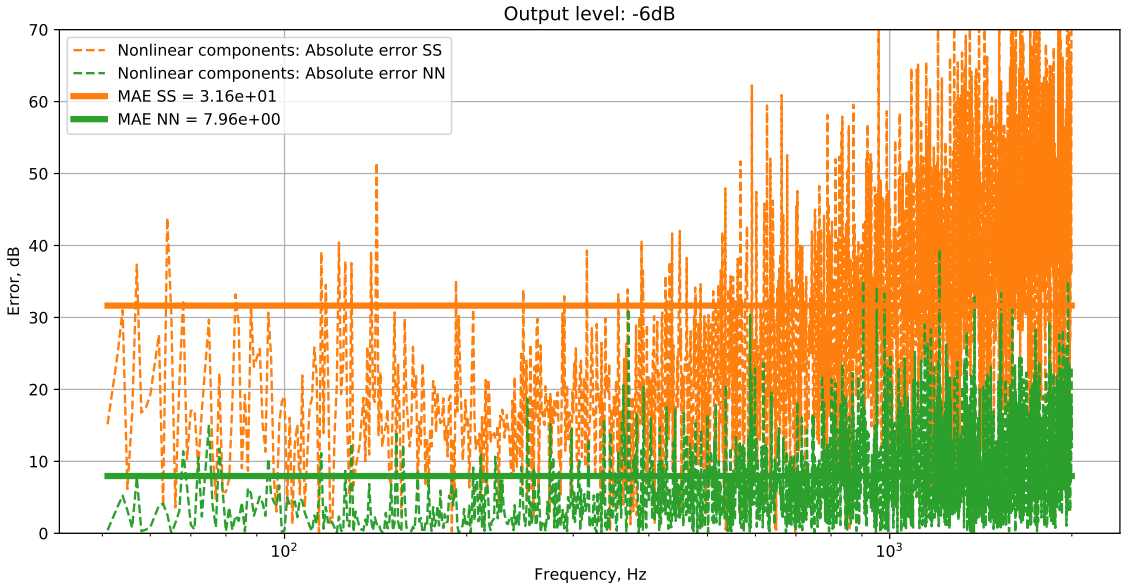


Рис. 60: Порівняння спектру змодельованого зміщення дифузора із виміряним значенням, де: *Linear components: Measured/SS/NN* - лінійні компоненти вихідного сигналу виміряного/модель у фазовому просторі/рекурентна нейронна мережа відповідно, та *Nonlinear components: Measured/SS/NN* - нелінійні компоненти вихідного сигналу виміряного/модель у фазовому просторі/рекурентна нейронна мережа відповідно

Як і у випадку із струмом, лінійні компоненти змодельваного сигналу зміщення добре відображені двома моделями, хоча модель із застосуванням нейронної мережі показує результати ближчі до виміряних значень. Із точки зору нелінийних компонентів - модель із застосуванням нейронної мережі показує набагато кращій результат ніж модель у фазовому просторі для всих вхідних рівнів. Для найменшого рівня вхідного сигналу $-12dB$ обидві моделі показують суттєву розбіжність із виміряними значеннями для частот більше за 400. Це пов'язано із тим, що на цих частотах зміщення дифузора є надзвичайно малим (1-2 мкм) та його вимирювання є неможливим із використанням методу лазерної триангуляції, тож представлене виміряне значення для рівня $-12dB$ на частотах вище 400 є шумом і не може бути використане для порівняння та висновків. Більш детально, похибка моделювання нелінійних компонентів представлена на рисунку 61:


Output level: -1dB
Nonlinear components: Absolute error SS
Nonlinear components: Absolute error NN
MAE SS = 2.34e+01
MAE NN = 6.10e+00
Error, dB
Frequency, Hz
0
10
20
30
40
50
60
70
10^2
10^3


Output level: -3dB
Nonlinear components: Absolute error SS
Nonlinear components: Absolute error NN
MAE SS = 2.74e+01
MAE NN = 5.79e+00
Error, dB
Frequency, Hz
0
10
20
30
40
50
60
70
10^2
10^3



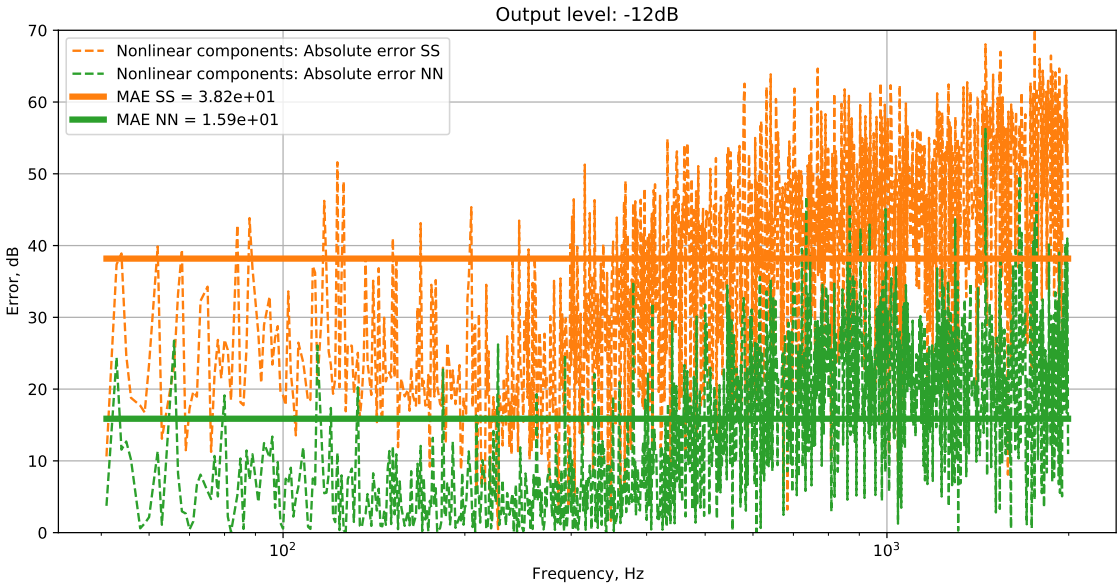


Рис. 61: Порівняння похибки змодельованого зміщення, де: *Nonlinear components: Absolute error SS/NN* - абсолютна похибка моделювання нелінійних компонентів моделі у фазовому просторі/нейронної мережі відповідно для кожної частоти, та *MAE SS/NN* - середне значення абсолютної похибки моделі у фазовому просторі/нейронної мережі відповідно за частотою

Дані на рисунку 61 демонструють, що поведінка моделі із застосуванням рекурентної нейронної мережі значно перевершує поведінку моделі у фазовому просторі для моделювання нелінійних компонентів сигналу зміщення дифузора. Для усих вхідних рівнів похибка моделювання нейронної мережі є у 4-5 разів нижчою за похибку моделі у фазовому просторі.

Зважаючі на усі представлені дані, можна зробити висновок, що моделювання поведінки електродинамічного перетворювача із застосуванням рекурентної нейронної мережі є значно точнішим за класичну модель у фазовому просторі як у часосому так і у частотному представленнях та для різних вхідних рівнів. Також можна зазначити, що точність представленої моделі на основі рекурентної нейронної мережі є достатньою для її застосування у системах активного контролю електродинамічних перетворювачів.

4 Висновки

У даній роботі були розглянуті традиційні методи лінічного та нелінійного моделювання акустичних електродинамічних перетворювачів та запропоновані нові покращені та більш точні підходи до їх моделювання. Класичні та запропоновані методи були порівняні між собою за результатами практичних експериментів, що дозволяє зробити об'єктивний висновок про їхню якість. У результаті роботи вдалося отримати такі нові результати:

1. Запропоновано новітній повністю автоматизований метод для знаходження коефіцієнту електромеханічної трансформації Bl без упливу інших параметрів моделі використовуючі виключно вимірювані величини, як то: напруга на клемах, струм через котушку та зміщення рухомої частини перетворювача. Такий метод можна вважати найбільш точним непрямим методом вимірювання Bl на даний момент.

2. На основі підходу із п.1, запропоновано метод для відокремлення механічного та електричного імпедансів електродинамічного перетворювача використовуючі також виключно вимірювані величини для досягнення максимальної точності. У результаті, ці імпеданси можуть розглядатися окремо один від одного, що відкриває більше можливостей для їх дослідження та розробки більш точних моделей.

3. Вперше застосовано генетичний алгоритм для знаходження параметрів лінійної моделі електродинамічного перетворювача та проведено його порівняння із класичним методом доданої маси.

4. На основі генетичного алгоритму запропоновано універсальну узагальнену структуру для знаходження параметрів довільних моделей електродинамічних перетворювачів, що значно полегшує та прискорює процес їх дослідження.

5. Вперше застосовано рекурентну нейронну мережу для моделюван-

ня нелінійної поведінки електродинамічних перетворювачів. Представлено повний процес тренування та тестування даної нейронної моделі.

6. Проведено практичне порівняння нелінійної моделі із використанням рекурентної нейронної мережі із найбільш уживаною у індустрії моделлю у фазовому просторі.

Із практичної точки зору для лінійних моделей, представлені результати дозволяють значно полегшити та прискорити (фактично автоматизувати) процесс знаходження параметрів моделей елеткродинамічних перетворювачів, підвищити точність знайдених параметрів, а також, відкривають нові можливості для поглибленого дослідження поведінки гучномовців. Для нелінійних моделей, представлений метод із застованням рекурентних нейронних мереж є принципово новим підходом що має великі песпективи для його вдосконалення. Тим не менш, він уже зараз може бути використаним у індустрії для задач, де точна нелінійна модель гучномовця є ключовим елементом системи активного контролю.

Література

[1] Neville Thiele. “Loudspeakers in Vented Boxes”. В: *J. Audio Eng. Soc* 19.5 (1971), с. 382—392. URL: http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=2173.

[2] Richard H. Small. “Direct Radiator Loudspeaker System Analysis”. В: *J. Audio Eng. Soc* 20.5 (1972), с. 383—395. URL: http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=2066.

[3] Jorge N. Moreno. “Measurement of Loudspeaker Parameters Using a Laser Velocity Transducer and Two-Channel FFT Analysis”. В: *Audio Engineering Society Convention 88*. 1990. URL: http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=5803.

[4] Ulf Seidel та Wolfgang Klippel. “Fast and Accurate Measurement of the Linear Transducer Parameters”. В: *Audio Engineering Society Convention 110*. 2001. URL: http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=9988.

[5] Jeff Candy та Claus Futtrup. “An Added-Mass Measurement Technique for Transducer Parameter Estimation”. В: *J. Audio Eng. Soc* 65.12 (2017), с. 1005—1016. URL: http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=19366.

[6] SB Acoustics. “Measuring Thiele/Small parameters”. В: *Techical notes* (2017). URL: https://sbacoustics.com/measuring-thiele-small-parameters/.

[7] Denys Volkov та Vitaliy Didkovskyi. “Identification of the electrical impedance of an immobilised transducer and the mechanical impedance of an eloctrodynamic loudspeaker usin automatic fit of the force factor Bl”. В: *Journal Akustika* 42.42 (2022). URL: https://www.journalakustika.com/index.php/akustika/article/view/85.

[8] Antonin Novak, ред. *Measurement of Loudspeaker Parameters: A Pedagogical Approach*. 23rd International Congress on Acoustics, Aachen (Germany), 9 Sep 2019 - 13 Sep 2019. Deutsche Gesellschaft für Akustik. URL: https://publications.rwth-aachen.de/record/767416.

[9] John Vanderkooy. “A Model of Loudspeaker Driver Impedance Incorporating Eddy Currents in the Pole Structure”. В: *Audio Engineering Society Convention 84*. 1988. URL: http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=4794.

[10] Denys Volkov, Artem Zubkov та Vitalii Didkovskyi. “Genetic Algorithm Application for Electrodynamic Transducer Model Identificationh”. В: *ScienceRise* 48-57.4 (2021). URL: https://doi.org/10.21303/2313-8416.2021.002008.

[11] Eyal Wirsansky. *Hands-On Genetic Algorithms with Python: Applying genetic algorithms to solve real-world deep learning and artificial intelligence problems*. DMK Press, 2020.

[12] N.A. Barricelli. *Symbiogenetic Evolution Processes Realized by Artificial Methods*. 1957. URL: https://books.google.se/books?id=FVZxGwAACAAJ.

[13] Alex S Fraser. “Simulation of genetic systems by automatic digital computers I. Introduction”. В: *Australian journal of biological sciences* 10.4 (1957), с. 484—491.

[14] John H Holland. *Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. MIT press, 1992.

[15] DEAP Project. *DEAP 1.3.3 documentation*. URL: `https://deap.readthedocs.io/en/master/`.

[16] Mark Dodd, Wolfgang Klippel та Jack Oclee-Brown. “Voice Coil Impedance as a Function of Frequency and Displacement”. В: *Audio Engineering Society Convention 117*. 2004. URL: `http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=12835`.

[17] Alexander King та Finn Agerkvist. “Fractional Derivative Loudspeaker Models for Nonlinear Suspensions and Voice Coils”. В: *J. Audio Eng. Soc* 66.7/8 (2018), с. 525—536. URL: `http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=19704`.

[18] Pascal Brunet та Bahram Shafai. “State-space modeling and identification of loudspeaker with nonlinear distortion”. В: *Modelling, Identification, and Simulation, IASTED International Conference on*. Т. 755. 2011.

[19] Wolfgang Klippel. “Loudspeaker Nonlinearities – Causes, Parameters, Symptoms”. В: *Audio Engineering Society Convention 119*. 2005. URL: `http://www.aes.org/e-lib/browse.cfm?elib=13346`.

[20] Bernard Friedland. *Control system design: an introduction to state-space methods*. Courier Corporation, 2012.

[21] James H Stock та Mark W Watson. “Dynamic factor models, factor-augmented vector autoregressions, and structural vector autoregressions in macroeconomics”. В: *Handbook of macroeconomics*. Т. 2. Elsevier, 2016, с. 415—525.

[22] James Durbin та Siem Jan Koopman. *Time series analysis by state space methods*. Т. 38. OUP Oxford, 2012.

[23] Robert Roesser. “A discrete state-space model for linear image processing”. В: *IEEE Transactions on Automatic Control* 20.1 (1975), с. 1—10.

[24] Anne C Smith та Emery N Brown. “Estimating a state-space model from point process observations”. В: *Neural computation* 15.5 (2003), с. 965—991.

[25] James H Stock та Mark W Watson. “New indexes of coincident and leading economic indicators”. В: *NBER macroeconomics annual* 4 (1989), с. 351—394.

[26] Marta Bańbura та Michele Modugno. “Maximum likelihood estimation of factor models on datasets with arbitrary pattern of missing data”. В: *Journal of Applied Econometrics* 29.1 (2014), с. 133—160.

[27] Rudolph Emil Kalman. “A new approach to linear filtering and prediction problems”. В: (1960).

[28] Norman S Nise. *Control systems engineering*. John Wiley & Sons, 2020.

[29] Simon S Haykin. *Kalman filtering and neural networks*. T. 284. Wiley Online Library, 2001.

[30] Warren S McCulloch та Walter Pitts. “A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity”. В: *The bulletin of mathematical biophysics* 5.4 (1943), с. 115—133.

[31] Stephen C Kleene та ін. “Representation of events in nerve nets and finite automata”. В: *Automata studies* 34 (1956), с. 3—41.

[32] Donald Olding Hebb. *The organization of behavior: A neuropsychological theory*. Psychology Press, 2005.

[33] BWAC Farley та W do Clark. “Simulation of self-organizing systems by digital computer”. В: *Transactions of the IRE Professional Group on Information Theory* 4.4 (1954), с. 76—84.

[34] Frank Rosenblatt. “The perceptron: a probabilistic model for information storage and organization in the brain.” В: *Psychological review* 65.6 (1958), с. 386.

[35] Mikel Olazaran. “A sociological study of the official history of the perceptrons controversy”. В: *Social Studies of Science* 26.3 (1996), с. 611—659.

[36] A.G. Ivakhnenko, V.G. Lapa та R.N. McDonough. *Cybernetics and Forecasting Techniques*. Modern analytic and computational methods in science and mathematics. American Elsevier Publishing Company, 1967. ISBN: 9780444000200. URL: `https://books.google.se/books?id=rGFgAAAAMAAJ`.

[37] Henry J Kelley. “Gradient theory of optimal flight paths”. В: *Ars Journal* 30.10 (1960), с. 947—954.

[38] A. I. Bryson. “A gradient method for optimizing multi-stage allocation processes”. В: *Proceedings of the Harvard Univ. Symposium on digital computers and their applications* (1961).

[39] Allen Newell. *Perceptrons. An Introduction to Computational Geometry. MIT Press, Cambridge*. 1969.

[40] Seppo Linnainmaa. “Taylor expansion of the accumulated rounding error”. В: *BIT Numerical Mathematics* 16.2 (1976), с. 146—160.

[41] Stuart Dreyfus. “The computational solution of optimal control problems with time lag”. В: *IEEE Transactions on Automatic Control* 18.4 (1973), с. 383—385.

[42] Paul J Werbos. “Applications of advances in nonlinear sensitivity analysis”. В: *System modeling and optimization*. Springer, 1982, с. 762—770.

[43] David E Rumelhart, Geoffrey E Hinton та Ronald J Williams. “Learning representations by back-propagating errors”. В: *nature* 323.6088 (1986), с. 533—536.

[44] John J Weng, Narendra Ahuja та Thomas S Huang. “Learning recognition and segmentation of 3-D objects from 2-D images”. В: *1993 (4th) International Conference on Computer Vision*. IEEE. 1993, с. 121—128.

[45] Jürgen Schmidhuber. “Learning complex, extended sequences using the principle of history compression”. В: *Neural Computation* 4.2 (1992), с. 234—242.

[46] Waldo Hasperué. “The master algorithm: how the quest for the ultimate learning machine will remake our world”. В: *Journal of Computer Science and Technology* 15.02 (2015), с. 157—158.

[47] Paul Smolensky. *Information processing in dynamical systems: Foundations of harmony theory*. Тех. звіт. Colorado Univ at Boulder Dept of Computer Science, 1986.

[48] Andrew Y. Ng Jeff Dean. “Building high-level features using large scale unsupervised learning”. В: *2013 IEEE international conference on acoustics, speech and signal processing*. IEEE. 2013, с. 8595—8598.

[49] Ian Goodfellow, Yoshua Bengio та Aaron Courville. *Deep learning*. MIT press, 2016.

[50] Dan Claudiu Cireşan та ін. “Deep, big, simple neural nets for handwritten digit recognition”. В: *Neural computation* 22.12 (2010), с. 3207—3220.

[51] Dominik Scherer, Andreas Müller та Sven Behnke. “Evaluation of pooling operations in convolutional architectures for object recognition”. В: *International conference on artificial neural networks*. Springer. 2010, с. 92—101.

[52] Alex Graves та Jürgen Schmidhuber. “Offline handwriting recognition with multidimensional recurrent neural networks”. В: *Advances in neural information processing systems* 21 (2008).

[53] Dan Ciregan, Ueli Meier та Jürgen Schmidhuber. “Multi-column deep neural networks for image classification”. В: *2012 IEEE conference on computer vision and pattern recognition*. IEEE. 2012, с. 3642—3649.

[54] David S Broomhead та David Lowe. *Radial basis functions, multi-variable functional interpolation and adaptive networks*. Тех. звіт. Royal Signals та Radar Establishment Malvern (United Kingdom), 1988.

[55] Ronan Collobert та Jason Weston. “A unified architecture for natural language processing: Deep neural networks with multitask learning”. В: *Proceedings of the 25th international conference on Machine learning*. 2008, с. 160—167.

[56] Ahmed Tealab. “Time series forecasting using artificial neural networks methodologies: A systematic review”. В: *Future Computing and Informatics Journal* 3.2 (2018), с. 334—340.

[57] Bart LM Happel та Jacob MJ Murre. “Design and evolution of modular neural network architectures”. В: *Neural networks* 7.6-7 (1994), с. 985—1004.

[58] Sepp Hochreiter та Jürgen Schmidhuber. “Long short-term memory”. В: *Neural computation* 9.8 (1997), с. 1735—1780.

[59] Alphabeth Inc. *TensorFlow Documentation*. URL: `https://www.tensorflow.org/guide`.

Додаток А: Реалізація алгоритму підбору парметра BL

```
function [Bl,Z_vs,f_res] = LinearIdentBLsearch(U, I, V, f)

%% Mechanical addmitance

Y = V./I;
Y_abs = abs(Y)';
Y_abs = (octavesmooth(Y_abs,1/24))';
Y_real = real(Y)';
Y_real = (octavesmooth(Y_real,1/24))';
Y_imag = imag(Y)';
Y_imag = (octavesmooth(Y_imag,1/24))';

[Y_max] = max(Y_abs);

%% Looking for -3db crossing freqs

zeroCross = @(v) find(v(:).*circshift(v(:), [-1 0]) <= 0);
% Returns zero-Crossing Indices Of Argument Vector
I_cross = zeroCross(Y_abs - 10^(-3/20)*Y_max);

%% Precise resonance freq
f_cross = f(I_cross);
f_res = 10^((log10(f_cross(1))+log10(f_cross(2)))/2);
[~, I_res] = min(abs(f - f_res));
f_res = f(I_res);

%% Electrical Impedance

Ztot = U./I;
Z_abs = abs(Ztot)';
Z_abs = (octavesmooth(Z_abs,1/24))';
Z_real = real(Ztot)';
Z_real = (octavesmooth(Z_real,1/24))';
Z_imag = imag(Ztot)';
Z_imag = (octavesmooth(Z_imag,1/24))';

[~, I_z] = max(Z_abs);

%% Searchind for optimal Bl
```

```
Bl = 0.01:0.01:5;

for i = 1:length(Bl)
p(i,:) = polyfit(f(1:length(Y_real)),Z_real-Bl(i).*Y_real,2);
Zvc_model(i,:) = polyval(p(i,:),f(1:length(Y_real)));
fit_error(:,i) = Zvc_model(i,:).' - (Z_real-Bl(i).*Y_real);
end
[~, I_opt] = min(mean(abs(fit_error)));
Bl_opt = Bl(I_opt);
Bl = Bl_opt;

Z_vc = Z_real-Bl.*Y_real;
```

Додаток Б: Реалізація генетичного алгоритму для здаходження параметрів лінійної моделі електродинамічного перетворювача

```
import math, cmath
import numpy as np
import scipy.io as sio
from deap import creator
from deap import tools
from deap import base
import random
import matplotlib.pyplot as plt
import seaborn as sns

import elitism

#%% Import measured data

meas_data = sio.loadmat('measData.mat')

f = meas_data['f']
U = meas_data['U']
I = meas_data['I']
V = meas_data['V']

w = 2 * math.pi * f
jw = 1j * w

# %% Calculations using measured data

Z_tot = U / I

### These are chromosomes:

f_res_meas = 140  # Hz
R_e_meas = 3.54  # Ohm
L_e_meas = 1.45e-4  # H
Bl_meas = 2.49  # N./A
M_ms_meas = 2.8e-3  # kg
```

```
C_ms_meas = 4.65e-4   # m/N
K_ms_meas = 1 / C_ms_meas
R_ms_meas = 0.65   # kg/s

f_res_meas = 1/(2*math.pi*math.sqrt(M_ms_meas/K_ms_meas))

#%% Calculating fitness function (equation 4)

E_1_meas = (abs(U / I - (R_e_meas + jw * L_e_meas + ...
... + Bl_meas **.2 / (jw * M_ms_meas + K_ms_meas / jw + ...
... + R_ms_meas))) ** 2).mean()

E_2_meas = (abs(V / I - Bl_meas / (jw * M_ms_meas + ...
... + K_ms_meas / jw + R_ms_meas)) ** 2).mean()

E_tot_meas = E_1_meas + E_2_meas

#%% Now calculate simulated Z_tot using
# founded values (equation 2)

Z_tot_sim_meas = R_e_meas + jw * L_e_meas + ...
... +Bl_meas ** 2 / (jw * M_ms_meas + K_ms_meas / ...
.../jw + R_ms_meas)

#%% Genetic optimization

# problem constants:
DIMENSIONS = 4   # number of dimensions
BOUND_LOW, BOUND_UP = 0, 10.0   # boundaries for all dimensions

# Genetic Algorithm constants:
POPULATION_SIZE = 300
P_CROSSOVER = 0.9   # probability for crossover
P_MUTATION = 0.5    # (try also 0.5) probability for mutating
# an individual
MAX_GENERATIONS = 100
HALL_OF_FAME_SIZE = 30
CROWDING_FACTOR = 20.0   # crowding factor for crossover
# and mutation

# set the random seed:
```

```
RANDOM_SEED = 50
random.seed(RANDOM_SEED)

toolbox = base.Toolbox()

# define a single objective, minimizing fitness strategy:
creator.create("FitnessMin", base.Fitness, weights=(-1.0,))

# create the Individual class based on list:
IND_SIZE = 4
creator.create("Individual", list, fitness=creator.FitnessMin)

# helper function for creating random real numbers uniformly
# distributed within a given range [low, up]
# it assumes that the range is the same for every dimension
def randomFloat(low, up):
return [random.uniform(l, u) for l, u in zip([low] *...
... * DIMENSIONS, [up] * DIMENSIONS)]

# create an operator that randomly returns a float in the desired
# range and dimension:
toolbox.register("attrFloat", randomFloat, BOUND_LOW, BOUND_UP)

# create the individual operator to fill up an Individual instance:
toolbox.register("individualCreator", tools.initIterate, ...
... creator.Individual, toolbox.attrFloat)

# create the population operator to generate a list of individuals:
toolbox.register("populationCreator", tools.initRepeat, ...
... list, toolbox.individualCreator)

def myFunc(individual):

f_res = 139.4
R_e = 3.54

L_e = individual[0] * 1e-4
Bl = individual[1]
M_ms = individual[2] * 1e-3
R_ms = individual[3] * 1e-1
```

```
K_ms = M_ms*(f_res*2*math.pi)**2

f = ((abs(U / I - (R_e + jw * L_e + Bl ** 2 / ...
... /(jw * M_ms + K_ms / jw + R_ms))) ** 2).mean()) + ...
... +((abs(V / I - Bl / (jw * M_ms + K_ms / jw + R_ms)) ** 2).mean())

return f,  # return a tuple

toolbox.register("evaluate", myFunc)

# genetic operators:
toolbox.register("select", tools.selTournament, tournsize=10)
toolbox.register("mate", tools.cxSimulatedBinaryBounded,...
... low=BOUND_LOW, up=BOUND_UP, eta=CROWDING_FACTOR)
toolbox.register("mutate", tools.mutPolynomialBounded,...
... low=BOUND_LOW, up=BOUND_UP, eta=CROWDING_FACTOR, ...
... indpb=1.0/DIMENSIONS)

# create initial population (generation 0):
population = toolbox.populationCreator(n=POPULATION_SIZE)

# prepare the statistics object:
stats = tools.Statistics(lambda ind: ind.fitness.values)
stats.register("min", np.min)
stats.register("avg", np.mean)

# define the hall-of-fame object:
hof = tools.HallOfFame(HALL_OF_FAME_SIZE)

# perform the Genetic Algorithm flow with elitism:
population, logbook = elitism.eaSimpleWithElitism(population, ...
... toolbox, cxpb=P_CROSSOVER, mutpb=P_MUTATION,
ngen=MAX_GENERATIONS, stats=stats, halloffame=hof, verbose=True)

# print info for best solution found:
best = hof.items[0]
print("-- Best Individual = ", best)
print("-- Calculated = ",L_e_meas*1e4,Bl_meas,M_ms_meas*1e3, ...
... R_ms_meas*1e1)
print("-- Best Fitness = ", best.fitness.values[0])
```

```
f_res = 139.4
R_e = 3.54

L_e = best[0] * 1e-4
Bl = best[1]
M_ms = best[2]*1e-3
R_ms = best[3] * 1e-1

K_ms = M_ms*(f_res*2*math.pi)**2

Z_tot_sim = R_e + jw * L_e + Bl ** 2 / (jw * M_ms + K_ms / jw + R_ms)

f_res_gen = 1/(2*math.pi*math.sqrt(M_ms/K_ms))

print('f_res_meas = ',f_res_meas)
print('f_res_gen = ',f_res_gen)

# extract statistics:
minFitnessValues, meanFitnessValues = logbook.select("min", "avg")

# Magnitude
plt.figure()
plt.grid()
plt.title('Input electrical impedance (Magnitude)')
plt.xscale('log')
plt.grid()

plt.xlabel('Frequency, Hz')
plt.ylabel('Magnituge, Ohm')
plt.plot(f, abs(Z_tot), label="Measured")
plt.plot(f, abs(Z_tot_sim_meas), label="Added mass")
plt.plot(f, abs(Z_tot_sim), label="Genetic")

plt.legend()
plt.show()

# Phase
plt.figure()
plt.grid()
plt.title('Input electrical impedance (Phase)')
plt.xscale('log')
```

```
plt.grid()

plt.xlabel('Frequency, Hz')
plt.ylabel('Phase, rad')
plt.plot(f, np.angle(Z_tot), label="Measured")
plt.plot(f, np.angle(Z_tot_sim_meas), label="Added mass")
plt.plot(f, np.angle(Z_tot_sim), label="Genetic")

plt.legend()
plt.show()
```

Додаток В: Реалізація моделі електродинамічного перетворювача із використанням рекурентної нейронної мережі

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# from sklearn.model_selection import train_test_split

import tensorflow as tf
import tensorflow.keras.backend as K

from tensorflow.keras.models import Sequential
from tensorflow.keras.layers import Dense
from tensorflow.keras.layers import LSTM
from tensorflow.keras.layers import SimpleRNN
from tensorflow.keras.layers import TimeDistributed
from tensorflow.keras.layers import Conv1D
from tensorflow.keras.callbacks import EarlyStopping
from tensorflow.keras.models import load_model
from tensorflow.keras.optimizers import Adam
from tensorflow.keras.utils import plot_model

from scipy.io import loadmat
from scipy.signal import butter, freqz, filtfilt
#import soundfile

# from utils import filter_signal
# from transducer_class import Transducer

#%% Bic parameters

T_train = 200
T_test = 20
fs = 48000
frame_size = 512
delay = 19 # laser delay in samples


#%% Compile model

n_units = 96
```

```
model = Sequential()
model.add(LSTM(n_units, input_shape=(frame_size,1), batch_size = 1, ...
... return_sequences=True, activation = 'tanh', stateful=True, ...
... use_bias=True))
model.add(TimeDistributed((Dense(1,activation = 'tanh', ...
... use_bias=True))))

#model = load_model('disp_music_noise.h5')
es = EarlyStopping(monitor='val_loss', patience=8)

model.compile(loss='mean_squared_error', optimizer='Adam')
history = []

#%% Beginning of ht trainign loop

epochs = 12

j = 1

for i in range(epochs): # Loop over epochs

if j == 5:          # Loop over training data
j = 1

#% Import data

data_train = loadmat('data/trial_'+str(j)+'_noise.mat')['sig_in']
data_train = data_train[delay:,:]
#data_train = data_train[:fs*T_train,:]

data_test = loadmat('data/trial_5_noise.mat')['sig_in']
data_test = data_test[delay:fs*T_test+delay,:]

#% Data normalization

column = 2

v_norm = 3
x_norm = 1.5
```

```
data_train[:,0] = data_train[:,0]*v_norm
data_train[:,2] = data_train[:,2]*x_norm

data_test[:,0] = data_test[:,0]*v_norm
data_test[:,2] = data_test[:,2]*x_norm

#% Splitting into frames

x_train = []
y_train = []

x_test = []
y_test = []

n_frames_train = int(data_train.shape[0]/frame_size)
n_frames_test = int(data_test.shape[0]/frame_size)

for i in range(n_frames_train):

if (i+1)*frame_size>data_train.shape[0]:
break

x_train.append(data_train[i*frame_size:(i+1)*frame_size,0])
y_train.append(data_train[i*frame_size:(i+1)*frame_size,column])

for i in range(n_frames_test):

if (i+1)*frame_size>data_test.shape[0]:
break

x_test.append(data_test[i*frame_size:(i+1)*frame_size,0])
y_test.append(data_test[i*frame_size:(i+1)*frame_size,column])

#% Preparing data in the right format

x_train = np.array(x_train, dtype=float)
x_train = np.expand_dims(x_train, axis=2)

y_train = np.array(y_train, dtype=float)
y_train = np.expand_dims(y_train, axis=2)
```

```
x_test = np.array(x_test, dtype=float)
x_test = np.expand_dims(x_test, axis=2)

y_test = np.array(y_test, dtype=float)
y_test = np.expand_dims(y_test, axis=2)

#% Fit model

hist = model.fit(x_train, y_train, epochs=1, batch_size = 1, ...
... verbose=1, validation_data=(x_test, y_test), shuffle=False)

history.append(hist)

model.reset_states()

j = j + 1

#%% Creating new stateless model

model_stateless = Sequential()
model_stateless.add(LSTM(n_units, input_shape=(None,1), ...
... activation = 'tanh', return_sequences = True, stateful=False, ...
... use_bias=True))
model_stateless.add(TimeDistributed(Dense(1,activation = 'tanh', ...
... use_bias=True)))

model_stateless.set_weights(model.get_weights())
model_stateless.reset_states()

#%% Testing on validation data

data_valid_out = model_stateless.predict(np.expand_dims(...
... data_test[:,0],axis=[0,2]))

loss = []
val_loss = []

for hist in history:
        loss.append(hist.history['loss'])
        loss.append(hist.history['val_loss'])
```

```
#%%
plt.figure()
plt.title('Sequence prediction')
#plt.plot(np.squeeze(data_test[:,0]), label = 'Input')
plt.plot(np.squeeze(data_test[:,column]), label = 'Measured')
plt.plot(np.squeeze(data_valid_out),label = 'LSTM')
plt.legend()
plt.show()

loss = []
val_loss = []

for hist in history:
        loss.append(hist.history['loss'])
        val_loss.append(hist.history['val_loss'])

plt.figure()
plt.title('Training loss')
plt.plot(loss, label = 'Training loss')
plt.plot(val_loss,label = 'Validation loss')
plt.legend()
plt.yscale('log')
plt.show()
```