

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу

Дяченка Олександра Віталійовича

на тему «Мішані задачі для параболічних систем

в узагальнених просторах Соболева»,

представлену на здобуття ступеня доктора філософії

в галузі знань 11 Математика та статистика

за спеціальністю 113 Прикладна математика

Актуальність теми дисертації.

У даному дисертаційному дослідженні вивчено характер розв'язності та регулярності розв'язків лінійних мішаних задач для параболічних за Петровським систем диференціальних рівнянь другого порядку в шкалах узагальнених гільбертових анізотропних просторів Соболева. Такі задачі є математичними моделями різноманітних об'єктів складної природи, вони описують процеси конвекції та дифузії, зустрічаються в гідродинаміці, теорії електромагнетизму, ядерній фізиці, теорії електричних кіл, хімічній та біологічній кінетиці.

Зрозуміло, що дослідження зазначених математичних моделей неможливе без відповіді на питання про коректну розв'язність відповідних задач та регулярність їх розв'язків.

Параболічні мішані задачі в анізотропних просторах Соболева і Гельдера досліджувались у працях М. С. Аграновича і М. І. Вішика, В. О. Солоннікова, О. О. Ладигенської і Н. М. Уральцевої, Ж.-Л. Ліонса, Е. Мадженеса, С. Д. Івасишена, С. Д. Ейдельмана, М. В. Житарашу, Я. А. Ройтберга і багатьох інших математиків.

Ними було встановлено фундаментальні результати про коректну розв'язність (за Адамаром) параболічних мішаних задач на відповідних парах вказаних просторів.

У працях В.А. Михайлеця, О.О. Мурача, В.М. Лося досліджувались скалярні параболічні мішані задачі в узагальнених гільбертових анізотропних просторах

Соболева. Шкала цих просторів тонше градуйована, ніж шкали просторів Соболева і Гельдера. І тому використання просторів узагальненої анізотропної гладкості дозволило отримати нові, більш точні умови гладкості розв'язків у порівнянні з класичними результатами.

Крайові задачі для параболічних за Петровським систем практично не розглядались.

Саме тому дисертаційна робота, у якій досліджуються мішані задачі для параболічних за Петровським систем диференціальних рівнянь другого порядку в шкалах узагальнених гільбертових анізотропних просторів Соболева є актуальною.

Оцінка обґрунтованості наукових результатів дисертації, їх достовірності та новизни.

Наукова новизна результатів дисертаційного дослідження полягає в наступному:

- 1) встановлено теорему про коректну розв'язність неоднорідних лінійних параболічних мішаних задач для систем диференціальних рівнянь другого порядку на придатних парах узагальнених гільбертових анізотропних просторах Соболева;
- 2) знайдено достатні умови глобальної та локальної регулярності розв'язків досліджуваних параболічних мішаних задач в узагальнених просторах Соболева;
- 3) отримано достатні умови, за яких вказані узагальнені частинні похідні розв'язків досліджуваних параболічних мішаних задач є неперервними в заданій частині циліндра;
- 4) знайдено нові достатні умови класичності узагальнених розв'язків досліджуваних задач.

Одержані в дисертації результати є новими, наведені в ній твердження сформульовано чітко, теореми супроводжуються відповідними доведеннями, що засвідчує їх достовірність.

Наукові дослідження були виконані здобувачем на кафедрі прикладної математики КПІ імені Ігоря Сікорського у рамках науково-дослідної теми

"Інформаційно-аналітична система для математичного моделювання та управління соціальними ризиками з застосуванням у техніці та медицині" (номер державної реєстрації 0120U102216), під керівництвом професора кафедри прикладної математики, доктора фізико-математичних наук, професора Лося Валерія Миколайовича.

У дисертаційній роботі поставлене наукове завдання про дослідження характеру розв'язності та регулярності розв'язків лінійних мішаних задач для параболічних за Петровським систем диференціальних рівнянь другого порядку в шкалах узагальнених гільбертових анізотропних просторів Соболева, – виконано повністю, здобувач повною мірою оволодів методологією наукової діяльності.

Оцінка змісту дисертації, її завершеність та дотримання принципів академічної доброчесності.

За своїм змістом дисертаційна робота здобувача Дяченка Олександра Віталійовича повністю відповідає Стандарту вищої освіти зі спеціальності 113 Прикладна математика та напрямкам досліджень відповідно до освітньої програми «Прикладна математика».

Дисертаційна робота Дяченка Олександра Віталійовича є завершеною науковою працею, виконаною на високому фаховому рівні, в якій представлені нові, вагомі результати автора. Її результати можуть бути використані для подальшого розвитку теорії крайових задач та для дослідження процесів складної природи, математичними моделями яких є такі задачі.

Розглянувши звіт подібності за результатами перевірки дисертаційної роботи на текстові співпадіння, можна зробити висновок, що дисертаційна робота Дяченка Олександра Віталійовича є результатом самостійних досліджень здобувача і не містить елементів фальсифікації, компіляції, фабрикації, плагіату та запозичень. Використані ідеї, результати і тексти інших авторів мають належні посилання на відповідне джерело.

Мова та стиль викладення результатів. Дисертаційна робота написана українською мовою. Результати роботи викладено у строгій логічній

послідовності із використанням загально прийнятої у світовій математичній літературі символіки.

Дисертація складається з анотацій українською та англійською мовами, вступу, 3 розділів, висновків, загальних висновків, списку використаних джерел та додатку. Загальний обсяг дисертації 99 сторінок.

В анотації висвітлено актуальність дослідження, структуру дисертації, описано зміст роботи та основні результати, наведено ключові слова.

У вступі обгрунтовано актуальність дисертаційної роботи, визначено мету і задачі дослідження, висвітлено наукову новизну отриманих результатів, їх теоретичне і практичне значення, зазначено про зв'язок роботи з науковою темою та вказано про особистий внесок здобувача.

Перший розділ містить огляд стану досліджень за тематикою дисертаційної роботи. Тут також наведено відомі поняття, твердження, теореми, що суттєво використовуються у роботі.

Другий розділ дисертації присвячено дослідженню лінійних неоднорідних мішаних задач для параболічних за Петровським систем диференціальних рівнянь другого порядку в гільбертових узагальнених просторах Соболева. Доведено, що оператори, породжені цими задачами, встановлюють ізоморфізми між відповідними парами згаданих просторів.

У третьому розділі роботи застосовується основна теорема другого розділу про ізоморфізми до дослідження характеру регулярності узагальненого розв'язку параболічної крайової задачі для системи диференціальних рівнянь другого порядку у гільбертових анізотропних узагальнених просторах Соболева. Наведено достатні умови класичності узагальнених розв'язків. Отримані результати застосовано для системи двох диференціальних рівнянь з двома крайовими умовами, одна з яких – умова Діріхле, інша – Неймана. Зазначимо, що такі задачі мають практичний характер і зустрічаються, наприклад, в теорії тепломасообміну.

У висновках як до розділів так і до дисертації в цілому наведено основні результати, що винесені на захист.

Список використаних джерел містить 64 найменування.

Додаток містить список публікацій здобувача за темою роботи та інформацію про апробацію результатів.

Дисертаційна робота оформлена відповідно до вимог наказу МОН України від 12 січня 2017 р. № 40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертації».

Оприлюднення результатів дисертаційної роботи.

Наукові результати дисертації висвітлено у 5 наукових працях здобувача, дві з них опублікованих у виданнях, які індексуються в наукометричній базі Scopus, з яких одна стаття входить до квартиля Q2, інша - до квартиля Q3 відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank.

Результати дисертації доповідались на 3 наукових фахових конференціях.

Таким чином, наукові результати описані в дисертаційній роботі повністю висвітлено у наукових публікаціях здобувача.

Недоліки та зауваження до дисертаційної роботи.

До роботи є кілька зауважень та побажань.

1. За умов теореми 3.2 узагальнений розв'язок задачі (2.1)-(2.3) належить

простору $\left(H_{loc}^{s, \frac{s}{2}, \varphi}(\Omega_0, \Omega') \right)^N$, де $\Omega_0 = U \cap \Omega$. Тут U деяка відкрита множина з

\mathbb{R}^{n+1} , яка не перетинає межу Γ основи циліндра Ω . Варто було б навести відповідне твердження про регулярність узагальненого розв'язку задачі (2.1)-(2.3) коли це не так, тобто коли $U \cap \Gamma \neq \emptyset$.

2. У вступі є посилання на умову узгодження (2.11), хоч сама ця умова наведена лише у другому розділі. У першому розділі є посилання на задачу (2.1)-(2.3), хоч сама ця задача поставлена у другому розділі.

Вважаю, що висловлені зауваження не є визначальними і не зменшують загальну наукову новизну та практичну значимість результатів та не впливають на позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Висновок про дисертаційну роботу.

Вважаю, що дисертаційна робота здобувача ступеня доктора філософії Дяченка Олександра Віталійовича на тему «Мішані задачі для параболічних систем в узагальнених просторах Соболева» виконана на високому науковому рівні, не порушує принципів академічної доброчесності та є закінченим

науковим дослідженням, сукупність теоретичних та практичних результатів якого розв'язує наукове завдання, що має істотне значення для галузі знань 11 Математика та статистика. Дисертаційна робота за актуальністю, практичною цінністю та науковою новизною повністю відповідає вимогам чинного законодавства України, що передбачені в п.п. 6 – 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44.

Здобувач Дяченко Олександр Віталійович заслуговує на присудження ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 113 Прикладна математика.

Рецензент:

професор кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей,

Національного технічного університету України

«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,

доктор фізико-математичних наук, доцент

«15» січня 2024 року

