

РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу

Станжицького Андрія Олександровича

на тему «Асимптотична поведінка розв'язків стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь в гільбертових просторах»,
представлену на здобуття ступеня доктора філософії
в галузі знань 11 Математика та статистика
за спеціальністю 111 Математика

Актуальність теми дисертації.

Дане дисертаційне дослідження присвячено вивченню нескінченновимірних стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь в гільбертових просторах. Такі рівняння є математичними моделями різноманітних об'єктів складної природи, еволюція яких залежить від попередніх станів та зазнає випадкових впливів. Серед практичних задач, розв'язання яких потребує дослідження властивостей розв'язків стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь виділяють задачі біомедицини, фізики, кліматології, генетики, хімічної кінетики. Такі задачі зустрічаються під час аналізу різноманітних економічних та соціальних процесів.

Зрозуміло, що дослідження зазначених математичних моделей неможливе без відповіді на питання про коректну розв'язність відповідних стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь та про асимптотичну поведінку їх розв'язків.

Саме дослідженню початкових задач для стохастичних нескінченновимірних функціонально-диференціальних рівнянь і присвячено дане дисертаційне дослідження. Зазначимо, що у роботі розглядаються функціонально-диференціальні рівняння як звичайного так і нейтрального типів.

Різноманітні властивості розв'язків таких рівнянь у скінченновимірному випадку досліджувались у працях Ю.О. Митропольського, А.М. Самойленка, Д.І. Мартинюка, А.Д. Мишкіса, М.М. Красовського, Є. Ф. Царькова, J.K. Hale,

J.D. Murray, V. Kolmanovskii, K. Liu, T. M. Scheutzow, M. Rockner, F. Wei та їх учнів. Стохастичні функціонально-диференціальні рівняння у нескінченновимірних просторах вивчались у працях A. Anguraj, B. Boufoussi, T. Caraballo, H. Chen, Z. Li, K. Liu, N. I. Mahmudov, M. McKibben, D. Ruan, J. Luo та інших.

На сьогодні для стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь нейтрального типу відомі лише окремі результати стосовно існування м'яких розв'язків. Причому ці результати отримані за досить жорстких умов: глобальний характер лінійного росту та глобальна умова Ліпшиця, що на практиці є суттєвими обмеженнями. Не вивченим залишалось питання асимптотичної поведінки розв'язків нескінченновимірних стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь на великих часових інтервалах.

Саме таким задачам присвячена дана дисертаційна робота, що свідчить про її актуальність.

Оцінка обґрунтованості наукових результатів дисертації, їх достовірності та новизни.

Наукова новизна результатів дисертаційного дослідження полягає в наступному:

- 1) для стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь нейтрального типу без умови Ліпшиця встановлено умови існування та єдиності м'якого розв'язку початкової задачі;
- 2) встановлена, неперервна у середньому квадратичному, залежність розв'язків від початкових функцій;
- 3) доведена марковська та феллеровська властивість розв'язків у просторах зсувів;
- 4) отримано достатні умови існування інваріантних мір для відповідних напівгруп, породжених розв'язками рівнянь нейтрального типу;
- 5) встановлено коефіцієнтні умови коректної розв'язності та існування інваріантних мір для стохастичного функціонально-диференціального рівняння типу "реакція-дифузія";

6) для системи спарених стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь знайдено умови існування глобального слабкого розв'язку та локального сильного;

7) встановлено існування та єдиність сильних локальних розв'язків стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь бідоменного типу.

Одержані в дисертації результати є новими, наведені в ній твердження сформульовано чітко, теореми супроводжуються відповідними доведеннями, що засвідчує їх достовірність.

Оцінка змісту дисертації, її завершеність та дотримання принципів академічної доброчесності.

За своїм змістом дисертаційна робота здобувача Станжицького Андрія Олександровича повністю відповідає Стандарту вищої освіти зі спеціальності 111 Математика та напрямкам досліджень відповідно до освітньої програми «Математика».

Дисертаційна робота Станжицького Андрія Олександровича є завершеною науковою працею, виконаною на високому фаховому рівні, в якій представлені нові, вагомі результати автора. Її результати можуть бути використані для подальшого розвитку теорії стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь та для дослідження процесів складної природи, математичними моделями яких є такі рівняння.

Розглянувши звіт подібності за результатами перевірки дисертаційної роботи на текстові співпадіння, можна зробити висновок, що дисертаційна робота Станжицького Андрія Олександровича є результатом самостійних досліджень здобувача і не містить елементів фальсифікації, компіляції, фабрикації, плагіату та запозичень. Використані ідеї, результати і тексти інших авторів мають належні посилання на відповідне джерело.

Мова та стиль викладення результатів. Дисертаційна робота написана українською мовою. Результати роботи викладено у строгій логічній послідовності із використанням загально прийнятої у світовій математичній літературі символіки.

Дисертація складається з анотацій українською та англійською мовами, вступу, 4 розділів, висновків, загальних висновків, списку використаних джерел та додатку. Загальний обсяг дисертації 142 сторінки.

В анотації висвітлено актуальність дослідження, структуру дисертації, описано зміст роботи та основні результати, наведено ключові слова.

У вступі обґрунтовано актуальність дисертаційної роботи, визначено мету і задачі дослідження, висвітлено наукову новизну отриманих результатів, їх теоретичне і практичне значення, зазначено про зв'язок роботи з науковою темою та вказано про особистий внесок здобувача.

У першому розділі роботи наведено детальний огляд літератури з тематики дослідження. Слід зазначити, що більшість посилань є англійськими джерелами із провідних світових видань, датованих останніми роками, що вказує на обізнаність автора із сучасними математичними трендами з даної тематики.

Другий розділ дисертаційного дослідження носить допоміжний характер і присвячений відомим поняттям, твердженням, теоремам, що суттєво використовуються у роботі. Присутність такого розділу є доцільним і сприяє кращому розумінню роботи, оскільки у дослідженнях автора використовується апарат різних розділів математики: нелінійного функціонального аналізу, теорії необмежених операторів, та пов'язаних з ними напівгруп обмежених операторів, спектральної теорії, теорії марковських динамічних систем, нескінченновимірної стохастичного аналізу, теорії просторів Соболева.

У третьому розділі роботи вивчаються стохастичні функціонально-диференціальні рівняння нейтрального типу в гільбертових просторах. Розв'язки таких рівнянь тут розуміються у м'якому сенсі (mild solution), тобто як згортка відповідної напівгрупи, породженої головним оператором із відповідними нелінійностями. Але на відміну від функціонально-диференціальних рівнянь звичайного типу тут є принципова відмінність і складність. Оскільки такі рівняння містять запізнення у похідній, то у означенні розв'язку залишається необмежений оператор, що значно ускладнює дослідження. При цьому раніше накладались достатньо жорсткі умови гладкості на відповідні відображення, та на малість сталої Ліпшиця, що у застосуваннях не

завжди виконується. Безсумнівним здобутком здобувача є те, що він ці умови значно послабив, зробивши їх придатними до застосувань, що і підтверджує розглянутий у роботі приклад стохастичного рівняння реакція-дифузія, де вписано відповідні коефіцієнтні умови, які легко перевіряються. Слід окремо відзначити ключову теорему цього розділу та і всієї роботи в цілому - про існування інваріантної міри. Автор оригінально застосував теорему Крилова-Боголюбова, у її варіанті банахового простору, що допомогло встановити існування такої міри у природному просторі розв'язків $C_h([-h, 0], H)$, а не підбирати штучні гільбертові простори, як це робилось раніше. Такі результати для рівнянь нейтрального типу отримано вперше.

Четвертий розділ роботи присвячено вивченню системи спарених стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь, одне із яких нескінченновимірне, а інше - скінченновимірний об'єкт. Розглянуті тут системи є математичними моделями процесів із розподіленими та зосередженими параметрами, які часто виникають у застосуваннях, що і продемонстровано на моделі серцевого дефібрилятора.

Основними результатами цього розділу є теореми існування та єдиності глобальних слабких розв'язків та сильних локальних розв'язків. Для доведення існування слабких розв'язків автор адаптує підхід школи Ліонса, що ґрунтується на методах компактності та монотонності. При цьому методи компактності дозволяють виділити у галеркінських апроксимаціях компактні підпослідовності, а метод монотонності дозволяє довести їх збіжність до потрібного розв'язку. Доведення існування сильних розв'язків для рівнянь бідоменного типу проводиться шляхом зведення стохастичного рівняння до детермінованого рівняння із параметром з подальшим застосуванням методів критичних підпросторів.

У висновках як до розділів так і до дисертації в цілому наведено основні результати, що винесені на захист.

Список використаних джерел містить 118 найменувань.

Додаток містить список публікацій здобувача за темою роботи та інформацію про апробацію результатів.

Дисертаційна робота оформлена відповідно до вимог наказу МОН України від 12 січня 2017 р. № 40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертації».

Оприлюднення результатів дисертаційної роботи.

Наукові результати дисертації висвітлено у трьох наукових працях здобувача, опублікованих у виданнях, які індексуються в наукометричній базі Scopus, з яких одна стаття входить до квартиля Q2, одна - до квартиля Q3 відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank .

Результати дисертації доповідались на 5 наукових фахових конференціях.

Таким чином, наукові результати описані в дисертаційній роботі повністю висвітлено у наукових публікаціях здобувача.

Недоліки та зауваження до дисертаційної роботи.

До роботи є кілька зауважень та побажань.

1. Для рівнянь нейтрального типу у третьому розділі отримано достатні умови існування та єдиності м'якого розв'язку. Бажано було б у подальшому довести і існування слабкого та сильного розв'язків для таких рівнянь.
2. У четвертому розділі для бідоменного рівняння отримано достатні умови існування локального сильного розв'язку. Видається можливим із використанням теорем типу Сірріна отримати результати щодо глобальної сильної розв'язності.
3. Робота містить певні описки та друкарські помилки (с. 57, 75, 80, 82, 83, 126).

Вважаю, що висловлені зауваження не є визначальними і не зменшують загальну наукову новизну та практичну значимість результатів та не впливають на позитивну оцінку дисертаційної роботи.

Висновок про дисертаційну роботу.

Вважаю, що дисертаційна робота здобувача ступеня доктора філософії Станжицького Андрія Олександровича на тему «Асимптотична поведінка розв'язків стохастичних функціонально-диференціальних рівнянь в гільбертових просторах» виконана на високому науковому рівні, не порушує

принципів академічної доброчесності та є закінченим науковим дослідженням, сукупність теоретичних та практичних результатів якого розв'язує наукове завдання, що має істотне значення для галузі знань 11 Математика та статистика. Дисертаційна робота за актуальністю, практичною цінністю та науковою новизною повністю відповідає вимогам чинного законодавства України, що передбачені в п.п. 6 – 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44.

Здобувач Станжицький Андрій Олександрович заслуговує на присудження ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 111 Математика.

Рецензент:

професор кафедри математичного аналізу та теорії ймовірностей,
Національного технічного університету України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»,
доктор фізико-математичних наук, доцент

«30» жовтня 2023 року



Підпис **Петро САМУСЕНКО**
ЗАСВІДЧУЮ
Підпис *(Мельник Л.В.)*
пр-ме

Вчений секретар
КПІ ім. Ігоря Сікорського



Валерія Холєвська