

## РЕЦЕНЗІЯ

на дисертаційну роботу

Юськовича Віктора Костянтиновича

на тему «Асимптотична поведінка розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь у багатовимірному просторі»,

представлену на здобуття ступеня доктора філософії

в галузі знань 11 «Математика та статистика»

за спеціальністю 111 «Математика»

### **Актуальність теми дисертації.**

Актуальність теми дисертаційної роботи визначається недостатньою дослідженістю асимптотичної поведінки розв'язків багатовимірних стохастичних диференціальних рівнянь з вінерівським шумом та стохастичних диференціальних рівнянь зі стрибками при тому, що такі рівняння виникають в багатьох прикладних задачах, зокрема, при моделюванні та прогнозуванні траєкторії руху космічних тіл, в задачах регуляризації малим шумом динамічних систем в околі особливих точок, в задачах моделювання випадкових процесів у страхуванні тощо.

### **Оцінка обґрунтованості наукових результатів дисертації, їх достовірності та новизни.**

Наукова новизна результатів дисертаційного дослідження полягає в наступному:

- отримано асимптотичні оцінки для різного типу стохастичних інтегралів у випадку, коли підінтегральні процеси обмежені деякими степеневими функціями від часу;
- досліджено асимптотичну поведінку розв'язків одновимірних стохастичних диференціальних рівнянь (СДР) зі стрибками: доведено теорему про лінійну асимптотику розв'язку СДР зі стрибками для випадку, коли коефіцієнт зносу прямує до сталої; наведено деякі достатні умови прямування розв'язку СДР зі стрибками до нескінченності; доведено теорему про степеневу асимптотику розв'язків СДР зі стрибками, якщо коефіцієнт зносу має степеневу асимптотику на нескінченності;
- досліджено асимптотичну поведінку одновимірних СДР з вінерівським шумом;
- досліджено асимптотичну поведінку розв'язків багатовимірних СДР: отримано вигляд СДР для норми та кута розв'язку багатовимірного СДР; встановлено достатні умови прямування норми розв'язку до

нескінченності; отримано достатні умови стабілізації кута розв'язку; знайдено точну асимптотику норми розв'язку.

Отже, мета дослідження, яка полягала в тому, щоб отримати нові результати щодо асимптотичної поведінки розв'язків багатовимірних стохастичних диференціальних рівнянь, в дисертаційній роботі досягнута, завдання дослідити умови прямування розв'язку до нескінченності та стабілізації його кута, а також дослідити асимптотику норми розв'язку виконано повністю.

Здобувач повною мірою оволодів методологією наукової діяльності. Наукові дослідження були виконані здобувачем на кафедрі математичного аналізу та теорії ймовірностей Київського політехнічного інституту ім. Ігоря Сікорського в рамках тематики досліджень наукової школи з теорії ймовірностей, математичної статистики та теорії випадкових процесів під керівництвом провідного наукового співробітника Інституту математики НАН України, д.ф.-м.-н., професора Пилипенка Андрія Юрійовича.

### **Оцінка змісту дисертації, її завершеність та дотримання принципів академічної доброчесності.**

За своїм змістом дисертаційна робота здобувача Юськовича В. К. повністю відповідає Стандарту вищої освіти зі спеціальності 111 «Математика» та напрямкам досліджень відповідно до освітньої програми «Математика».

Дисертаційна робота є завершеною науковою працею і свідчить про наявність особистого внеску здобувача у науковий напрям «Випадкові процеси».

Здобувач дотримується принципів академічної доброчесності. Згідно з звітом подібності, системою Unicheck виявлено 5,13% схожості, але це зумовлено тим, що дисертаційна робота містить невелику кількість текстових збігів з власними публікаціями здобувача, а також незначну кількість збігів у записі математичних формул. При цьому всі цитати оформлені належним чином, усі першоджерела, з яких взяті цитування, присутні у списку використаних джерел. Тому можна зробити висновок, що дисертаційна робота Юськовича Віктора Костянтиновича на тему «Асимптотична поведінка розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь у багатовимірному просторі» є оригінальною роботою та не містить елементів фальсифікації, компіляції, фабрикації, плагіату та запозичень.

### **Мова та стиль викладення результатів.**

Дисертаційна робота написана українською мовою.

Виклад змісту дисертаційної роботи є послідовним, логічно завершеним, з чіткими формулюваннями. Мова тексту дисертації є математично правильною, лаконічною і відповідає нормам літературної мови. Здобувач використовує



загальноприйняту термінологію, усталені наукові фрази та традиційну математичну символіку.

Дисертація складається з переліку умовних позначень, вступу, огляду літератури, чотирьох розділів, висновків, списку літератури та додатків. Загальний обсяг дисертації 125 сторінок.

У вступі обґрунтовано вибір теми дослідження, її актуальність, сформульовано мету та завдання дослідження, висвітлено наукову новизну отриманих результатів, описано особистий внесок здобувача, апробацію результатів, наведено короткий опис основних результатів дисертації.

В огляді літератури описано історію дослідження асимптотичної поведінки розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь та сучасний стан досліджень, вказано, які саме рівняння було досліджено в одновимірному та багатовимірному випадках, які підходи використовувалися та які результати були отримані з відповідними посиланнями на опрацьовані джерела.

У першому розділі отримано асимптотичні оцінки для різного типу стохастичних інтегралів у випадку, коли підінтегральні процеси обмежені деякими степеневими функціями від часу, розглянуто стохастичні інтеграли з наступними інтеграторами: мірою Лебега, вінерівським процесом, пуассонівською компенсованою мірою та процесами Леві.

У другому розділі досліджено асимптотичну поведінку розв'язків одновимірних СДР зі стрибками, доведено теорему про лінійну асимптотику розв'язку СДР зі стрибками для випадку, коли коефіцієнт зносу прямує до сталої, наведено деякі достатні умови прямування розв'язку СДР зі стрибками до нескінченності, розглянуто автономне стохастичне диференціальне рівняння зі стрибками та наведено деякі достатні умови, що гарантують прямування його розв'язку до нескінченності майже напевно. Головним результатом цього розділу є теорема про степеневу асимптотику розв'язків СДР зі стрибками, якщо коефіцієнт зносу має степеневу асимптотику на нескінченності.

У третьому розділі досліджено асимптотичну поведінку одновимірних СДР з вінерівським шумом. Результати розділу використовуються для подальших досліджень асимптотичної поведінки розв'язків багатовимірних СДР.

У четвертому розділі на основі результатів попередніх розділів досліджено асимптотичну поведінку розв'язків багатовимірних СДР, отримано вигляд СДР для норми та кута розв'язку багатовимірного СДР, встановлено достатні умови прямування норми розв'язку до нескінченності, доведено теорему про стабілізацію кута, знайдено точну степеневу асимптотику норми розв'язку, що залежить від граничного кута.

Усі доведення проведено математично коректно, вони спираються на відповідний математичний апарат та відомі результати в цій галузі.

Дисертаційна робота оформлена відповідно до вимог наказу МОН України від 12 січня 2017 р. № 40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертації».

### **Оприлюднення результатів дисертаційної роботи.**

Наукові результати дисертації достатньо повно висвітлені у двох наукових публікаціях здобувача у періодичних наукових виданнях, проіндексованих у базі даних Scopus, з яких одна стаття у виданні «Ukrainian Mathematical Journal», віднесеному до третього квартиля (Q3) відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank та Journal Citation Reports.

Обидва видання містять оригінальні наукові матеріали та відповідають високому академічному рівню досліджень, мають чіткі та зрозумілі етичні вимоги до авторів та рукописів публікацій, дотримуються усіх необхідних етичних норм та стандартів щодо академічної доброчесності та плагіату.

Також результати дисертації були апробовані на п'яти фахових наукових конференціях, з них одна всеукраїнська та чотири міжнародних наукових конференції високого рівня.

### **Недоліки та зауваження до дисертаційної роботи.**

Робота містить ряд стилістичних помилок, наприклад, автор неодноразово використовує в тексті фразу «Наступна теорема наводить достатні умови...», тоді як більш правильно було б написати «Наступна теорема містить достатні умови». Також всюди по тексту дисертаційної роботи автор називає підрозділи «секціями», що є досить незвичним для україномовного тексту.

У Вступі на сторінках 24-25 ні у формулюванні Теорема 4.2.9, ні перед цією теоремою не вказано, яку саме функцію чи оператор автор позначив через  $L_\varphi$ .

У Зауваженні 1.4.3 йде мова про «наслідок 1.4.1», але такого наслідку в роботі немає (автор має на увазі Теорему 1.4.1). На стор. 40 у доведенні Теорема 1.6.2 замість «представлення Леві–Іто» краще було б написати «розклад Леві–Іто» (англ. Lévy–Itô decomposition). У підрозділі 2.2 на сторінці 49 було б доцільно пояснити, що означає, що «...випадковий процес  $X = X(t)$  є càdlàg...». У доведенні Теорема 2.3.2 автор використовує «наслідок 1 зі статті [69]» та «наслідок 2 зі статті [69]», посиляючись на власну статтю, але не наводячи твердження цих наслідків, що ускладнює сприйняття матеріалу. В тексті роботи автор неодноразово пише «за нерівністю Гьольдера» замість усталеного написання «Гельдера», а на стор. 90 замість «розв'язок іде на нескінченність» краще було б написати «розв'язок прямує до нескінченності».

Ці зауваження є незначними, не зменшують загальну наукову новизну та практичну значимість результатів та не впливають на позитивну оцінку дисертаційної роботи. В цілому дисертаційна робота оформлена акуратно у відповідності з вимогами.



### Висновок про дисертаційну роботу.

Вважаю, що дисертаційна робота здобувача ступеня доктора філософії Юськовича Віктора Костянтиновича на тему «Асимптотична поведінка розв'язків стохастичних диференціальних рівнянь у багатовимірному просторі» виконана на високому науковому рівні, не порушує принципів академічної доброчесності та є закінченим науковим дослідженням, сукупність теоретичних та практичних результатів якого розв'язує наукове завдання, що має істотне значення для теорії випадкових процесів. Дисертаційна робота за актуальністю, практичною цінністю та науковою новизною повністю відповідає вимогам чинного законодавства України, що передбачені в п.6–9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44.

Здобувач Юськович Віктор Костянтинович заслуговує на присудження ступеня доктора філософії в галузі знань 11 «Математика та статистика» за спеціальністю 111 «Математика».

### Рецензент:

професор кафедри математичного  
аналізу та теорії ймовірностей  
Національного технічного  
університету України «Київський  
політехнічний інститут імені Ігоря  
Сікорського», д.ф.-м.н., доцент

Ольга ВАСИЛИК

М.П.

«02» серпня 2024 року

