НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

НОСАЛЬ ОЛЕКСАНДР ЮРІЙОВИЧ

УДК 620.178;620.179

ДИСЕРТАЦІЯ

ВІБРОДІАГНОСТИКА ПОШКОДЖЕНЬ КОНСТРУКТИВНИХ ЕЛЕМЕНТІВ ПАРОВОЇ ТУРБІНИ ПРИ ЇЇ ЕКСПЛУАТАЦІЇ І РЕМОНТІ

Спеціальність – 144 Теплоенергетика

Галузь знань – 14 Електрична інженерія

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

_____О.Ю. Носаль
(підпис)

Науковий керівник: д.т.н., проф. Бовсуновський Анатолій Петрович

Київ – 2025

АНОТАЦІЯ

Носаль О.Ю. Вібродіагностика пошкоджень конструктивних елементів парової турбіни при її експлуатації і ремонті. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії в галузі знань 14 – Електрична інженерія за спеціальністю 144 – Теплоенергетика. – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» МОН України, Київ, 2025.

Дисертаційну роботу присвячено дослідженню впливу пошкоджень конструктивних елементів парової турбіни на параметри вібрації, що виникають під час її експлуатації та ремонті.

Багато елементів енергетичного обладнання, зокрема лопатки і ротори турбін, в реальних умовах експлуатації зазнають спільної або роздільної дії механічного навантаження (статичного і динамічного), температури та агресивного середовища. Наслідком такого навантаження є поступове накопичення розсіяного втомного пошкодження, що призводить до виникнення втомних і термовтомних тріщин, корозійного розтріскування та інших видів пошкоджень. При досягненні тріщиною критичного розміру виникає небезпека руйнування того чи іншого елемента конструкції з катастрофічними наслідками для всієї турбіни. Тому розроблення методів, які дають змогу вчасно діагностувати таку тріщину, є актуальною практичною проблемою.

Виявлення пошкоджень в конструктивних елементах парової турбіни є складним завданням, розв’язання якого супроводжується значними теоретичними і практичними труднощами. Використання локальних неруйнівних методів діагностики пошкоджень можливе лише під час проведення ремонтних робіт і потребує значних витрат часу. Вібраційні методи діагностики для виявлення пошкоджень в обертових валах парових турбін є практично єдиним способом запобігання технічній катастрофі.

Вібраційна діагностика пошкодження, яка ґрунтується на тому, що динамічні характеристики непошкодженого тіла та тіла з порушеною суцільністю суттєво відрізняються, має перевагу над локальними методами діагностики, оскільки вона є інтегральною, тобто характеризує стан об’єкта в цілому і тому потребує значно менше часу для отримання результату діагностики габаритних конструкцій (ротори турбіни) або численних конструктивних елементів (лопатки турбіни). Різниця динамічних характеристик тіла, зумовлена зміною його жорсткості, може використовуватися для діагностування пошкодження (наприклад, тріщини втоми) та визначення його параметрів (розмірів та місцеположення).

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, у яких викладено основні наукові результати роботи, загальних висновків, списку використаних джерел та додатків.

У **вступі** обґрунтовано сучасний стан проблеми, що розглядається в дисертаційній роботі, її актуальність та значущість, сформульовано мету та завдання, об’єкт, предмет і методи наукового дослідження.

Перший розділ присвячено огляду стану проблеми та обґрунтуванню напряму досліджень дисертаційної роботи. Проведено аналіз літературних джерел і розкрито сучасний стан досліджень, що стосуються теми дисертаційної роботи. Зокрема, наведено сучасні та класичні підходи до вібраційних методів діагностики пошкоджень конструктивних елементів різного призначення, представлено результати аналітичних та експериментальних досліджень чутливості вібраційних характеристик пошкодження, наприклад, власних частот і форм коливань, антирезонансних частот, імпедансу, характеристики демпфування коливань, нелінійних ефектів тощо.

За результатами проведеного літературного огляду зроблено висновок, що запропоновані варіанти моделей локального пошкодження мають низку істотних недоліків, що перешкоджають створенню надійних та ефективних методів вібродіагностики пошкодження.

Обґрунтовано необхідність розроблення критеріїв оцінки ефективності практичного використання різних методів вібраційної діагностики пошкодження

конструктивних елементів парових турбін при їх експлуатації та ремонті, яка буде ґрунтуватися на порівняльному аналізі чутливості методів вібродіагностики та оцінці впливу умов експлуатації обладнання на вибрані вібраційні характеристики.

У **другому розділі** дисертаційної роботи запропоновано чисельно-аналітичну розрахункову модель лопатки турбіни з тріщиною, яка дає змогу прогнозувати вплив параметрів крайової поверхневої тріщини та геометричних параметрів лопатки на її власні частоти коливань, характеристику демпфування і спектр коливань. Адекватність моделі підтверджено порівнянням з результатами експериментів. На основі аналітичних досліджень, виконаних із використанням запропонованої моделі, продемонстровано достатньо високий рівень чутливості розглянутих методів вібродіагностики для виявлення порівняно невеликих тріщин, розмір яких не становить загрози для цілісності лопатки.

Виконано порівняльний аналіз чутливості вібраційних характеристик пошкодження лопаток турбін, що ґрунтуються на відносній зміні її власних частот коливань, характеристики демпфування та спектра коливань при основному резонансі. Показано вплив параметрів тріщини, а саме її розмірів і місцеположення вздовж лопатки, а також жорсткості лопатки, що змінювалась завдяки зміні її довжини, на досліджувані вібраційні характеристики. Продемонстровано методику вібраційної діагностики лопаток і перспективність досліджених вібраційних характеристик для проведення надійної та ефективної діагностики пошкоджень у лопатках турбін під час ремонтного періоду.

У **третьому розділі** дисертаційної роботи запропоновано чисельно-аналітичну розрахункову модель для визначення зміни власних частот поперечних коливань роторів парової турбіни. На основі аналітичних досліджень, виконаних із використанням запропонованої моделі представлено результати моделювання поперечних коливань роторів і валопроводу турбіни з крайовою поперечною тріщиною. Досліджено вплив параметрів тріщини (розмірів і місцеположення) на власні частоти коливань роторів високого, середнього та низького тиску, а також валопроводу турбіни. Встановлено особливості впливу крайової поперечної

тріщини за різної її орієнтації відносно осі обертання на власні частоти коливань роторів турбіни. Визначено власні форми коливань, які виникають при проходженні валопроводу турбіни через критичні швидкості обертання, а також встановлено ті власні форми коливань, що є найбільш доцільними для проведення надійної та ефективної вібродіагностики. На основі цих досліджень розроблено методики вібраційної діагностики пошкоджень роторів турбіни на етапі їхнього ремонту та валопроводу турбіни під час експлуатації.

У **четвертому розділі** дисертаційної роботи представлено методику оцінки ефективності запропонованих методів вібродіагностики пошкодження лопаток і роторів турбін, що ґрунтується на попередньо заданій величині зміни інформаційної характеристики пошкодження, яка повинна перевищувати похибку тесту та випадкові чинники методики експерименту. Виконано порівняльний аналіз чутливості досліджених методів вібродіагностики пошкоджень лопаток парової турбіни та визначено особливості й межі застосування зміни власних частот коливань, характеристики демпфування і спектрального аналізу резонансних коливань лопаток. Показано залежність ефективності вібродіагностики крайової тріщини у роторах турбіни від відносного місцеположення тріщини вздовж довжини ротора, жорсткості ротора, а також від загальної похибки методики випробувань. Продемонстровано ступінь впливу похибки на ефективність вібродіагностики пошкодження у роторах і валопроводі турбіни.

Основні результати дослідження, що виносяться на захист, є новими. Вони апробовані завдяки участі здобувача в наукових конференціях різного рівня. За матеріалами дисертації опубліковано 5 статей у наукових фахових виданнях України та 6 тез доповідей у збірниках матеріалів міжнародних конференцій (1 - проіндексована в базах даних *Scopus*), які повною мірою відображають її зміст.

Ключові слова: *вібродіагностика, парова турбіна, ротор, лопатки турбіни, чисельно-аналітична модель, власні частоти, демпфування, спектральний аналіз, втомне пошкодження, експериментальна верифікація, коефіцієнт ефективності напружень, пластична деформація, напружено-деформований стан.*

1. Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2022). «Contemporary approaches to the vibration diagnostics of rotating shafts». «Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України», *Journal of Mechanical Engineering («Проблеми машинобудування»)*, том. 25, вип. 1, 2022 (березень), С. 15–23. DOI:10.15407/pmach2022.01.015. (Журнал включено до Переліку науково-технічних видань України, (категорія «Б»), відповідно до наказу МОН України від 02.07.2020 р.);

2. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2022). «Моделювання розвитку тріщини втоми при поперечних коливаннях валу турбіни». Вінницький національний аграрний університет. *Вібрації в техніці та технології* 2022. – 1 (104), С. 63–70. DOI:10.37128/2306-8744-2022-1-8. (Журнал включено до Переліку науково-технічних видань України, (категорія «Б»), відповідно до наказу МОН України від 02.07.2020 р.);

3. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2024). «Особливості вібраційної діагностики пошкодження лопаток турбін». *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського*. Серія: Технічні науки. Енергетика. Том 35 (74), № 4, 2024, С. 230-237. DOI:10.32782/2663-5941/2024.4/34. (Журнал включено до Переліку науково-технічних видань України, (категорія «Б»), відповідно до наказу МОН України від 17.03.2020 р. № 409 (додаток 1));

4. Бовсуновський О.А., **Носаль О.Ю.** (2024). «Діагностика пошкодження роторів турбін на стадії ремонту». *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського*. Серія: Технічні науки. Енергетика. Том 35 (74), № 4, 2024, С. 238–245. DOI:10.32782/2663-5941/2024.4/35. (Журнал включено до Переліку науково-технічних видань України, (категорія «Б»), відповідно до наказу МОН України від 17.03.2020 р. № 409 (додаток 1));

5. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2024). «Ефективність використання характеристик демпфування коливань лопаток турбін для діагностики тріщин» *Енергетика: економіка, технології, екологія. 2024. №4*., С. 71–79. DOI:10.20535/1813-5420.4.2024.315578. (Журнал включено до Переліку науково-технічних видань України, (категорія «Б»), відповідно до наказу МОН України від 24.09.2020 р. №1188).

2. Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації

1. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2021). «Вплив тріщин на власні частоти коливань ступінчастих валів парових турбін». *Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики*: Матеріали XIX Міжнародної науково-практичної конференції молодих вчених і студентів, (с. 203–204), м. Київ, 20–23 квітня 2021 р. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Видавництво «Політехніка», 2021. – ISBN: 978-966-990-026-5 (Т. 1) – 334 с.;

2. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2021). «Зміна характеристики демпфірування і власних частот як міра пошкодження валів». Тези доповідей XVII Міжнародної науково-технічної конференції: «*Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування*», (с. 40–41), 27–28 квітня 2021 р. – м. Харків: НТУ «ХПІ» ; Видавництво «Лідер», 2021. – ISBN: 978-617-7476-56-5 – 92 с.;

3. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2021). «Highly sensitive methods for vibration diagnostics of fatigue damage in structural elements of aircraft gas turbine engines». 2nd International Workshop on Plasticity, Damage and Fracture of Engineering Materials (IWPDF 2021), August, 18–20, 2021, Ankara, Turkey. Published by Elsevier, *Procedia Structural Integrity*, 2021, 35 (C), pp. 74–81. DOI: 10.1016/j.prostr.2021.12.050; (матеріали конференції проіндексовано у базі *Scopus*);

4. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2023). «Оцінка чутливості демпфуючої здатності конструкцій». *Проблеми та перспективи розвитку науки, освіти, технологій і суспільства*: збірник тез доповідей міжнародної науково-практичної конференції, (с. 28–30), (м. Кропивницький, 29 листопада 2023 р.): у 3 ч., Кропивницький: ЦФЕНД, 2023. Ч. 3. 73 с.;

5. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2024). «Сучасні методи та підходи для проведення вібродіагностики обертових валів парових турбін». *Стан, проблеми та перспективи розвитку науки, освіти та технологій*: збірник тез доповідей міжнародної науково-практичної конференції, (с. 61–62), (м. Ізмаїл, 20 лютого 2024 р.). Ізмаїл: ЦФЕНД, 2024. – ISBN: 978-617-8231-48-4 – 96 с.;

6. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2024). «Вібраційна діагностика втомних пошкоджень лопаток турбін». *Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики***.** У 2-х т.: Матеріали XXI Міжнародної науково-практичної конференції молодих вчених і студентів, (с. 146–148), м. Київ, 23–26 квітня 2024 р. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Видавництво «Політехніка», 2024. – ISBN: 978-966-990-112-5 (Т. 1) – 223 с.

ABSTRACT

Nosal O.Yu. Vibration diagnosis of damage to structural elements of a steam turbine during its operation and repair. – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

Dissertation for the scientific degree of Doctor of Philosophy in the field of knowledge 14 – Electrical engineering, program subject area 144 – Heat power engineering – National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute» of the the Ministry of Education and Science of Ukraine, Kyiv, 2025.

The dissertation is devoted to the study of the influence of damage to the structural elements of a steam turbine on the vibration parameters that arise during its operation and repair.

Many elements of power equipment, in particular turbine blades and rotors, in real operating conditions are subjected to joint or separate actions of mechanical load (static and dynamic), temperature, and aggressive environment. The consequence of such loading is the gradual accumulation of scattered fatigue damage, which leads to the appearance of fatigue and thermal fatigue cracks, corrosion cracking and other types of damage. When a crack reaches a critical size, there is a danger of destruction of a particular structural element with catastrophic consequences for the entire turbine. Therefore, the development of methods that allow timely diagnosis of such a crack is an urgent practical problem.

Detection of damage in the structural elements of a steam turbine is a complex task, the solution of which is accompanied by significant theoretical and practical difficulties.

The use of local non-destructive methods of damage diagnosis is possible only during repair work and requires significant time. Vibration diagnostic methods for detecting damage in rotating shafts of steam turbines are practically the only way to prevent a technical catastrophe. Vibration diagnostics of damage, which is based on the fact that the dynamic characteristics of an undamaged body and a body with broken continuity differ significantly, has an advantage over local diagnostic methods, since it is integral, i.e. it characterizes the state of the object as a whole and therefore requires

significally less time to obtain the result of the diagnosis of dimensional structures (turbine rotors) or numerous structural elements (turbine blades). The difference in the dynamic characteristics of the body, due to a change in its stiffness, can be used to diagnose damage (for example, fatigue cracks) and determine its parameters (size and location).

The dissertation consists of an introduction, four sections, which outline the main scientific results of the work, general conclusions, a list of sources used, and appendices.

In the **introduction** substantiates the current state of the problem considered in the dissertation, its relevance and significance, formulates the goal and objectives, object, subject and methods of scientific research.

The **first section** is devoted to an overview of the problem and justification of the direction of research in the dissertation. An analysis of literary sources is carried out and the current state of research related to the topic of the dissertation is revealed. In particular, modern and classical approaches to vibration methods for diagnosing damage to structural elements of various purposes are given, the results of analytical and experimental studies of the sensitivity of vibration characteristics of damage, for example, natural frequencies and forms of oscillations, antiresonant frequencies, impedance, damping characteristics, nonlinear effects, etc. are presented.

According to the results of the literature review, it is concluded that the proposed variants of local damage models have a number of significant shortcomings that prevent the creation of reliable and effective methods for vibration diagnostics of damage.

The need to develop criteria for assessing the effectiveness of the practical use of various methods of vibration diagnostics of damage to structural elements of steam turbines during their operation and repair is substantiated, which will be based on a comparative analysis of the sensitivity of vibration diagnostics methods and an assessment of the influence of equipment operating conditions on selected vibration characteristics.

In the **second section** of the dissertation, a numerical-analytical model of a turbine blade with a crack is proposed, which allows predicting the influence of the parameters of the edge surface crack and the geometric parameters of the blade on its natural

frequencies of oscillations, damping characteristics and oscillation spectrum. The adequacy of the model is confirmed by comparison with the results of experiments. Based on analytical studies performed using the proposed model, a sufficiently high level of sensitivity of the considered vibration diagnostics methods for detecting relatively small cracks, the size of which does not pose a threat to the integrity of the blade has been demonstrated.

A comparative analysis of the sensitivity of the vibration characteristics of damage to turbine blades, based on the relative change in its natural frequencies of oscillations, damping characteristics and oscilation spectrum at the main resonance, has been performed. The influence of the crack parameters, namely its size and location along the blade, as well as the stiffness of the blade, which changed due to the change in its length, on the studied vibration characteristics has been shown.

The method of vibration diagnostics of blades and the prospects of the studied vibration characteristics for reliable and effective diagnostics of damage in turbine blades during the repair period have been demonstrated.

In the **third section** of the dissertation, a numerical-analytical calculation model is proposed to determine the change in the natural frequencies of transverse vibration of steam turbine rotors. Based on analytical studies performed using the proposed model, the results of modeling the transverse vibration of rotors and turbine shafting with an edge transverse crack are presented. The influence of crack parameters (size and location) on the natural frequencies of oscillations of high, medium and low pressure rotors, as well as the turbine shafting, is studied. The peculiarities of the influence of an edge transverse crack with its different orientation relative to the axis of rotation on the natural frequencies of oscillations of turbine rotors are established. The natural forms of vibrations that arise when the turbine shafting passes through critical speeds of rotation are determined, and those natural forms of vibrations that are most appropriate for conducting reliable and effective vibration diagnostics are also established. Based on these studies, methods for vibration diagnostics of damage to turbine rotors at the stage of their repair and to the turbine shafting during operation have been developed.

The **fourth section** of the dissertation presents a methodology for assessing the effectiveness of the proposed methods of vibration diagnostics of damage to turbine blades and rotors, based on a predetermined value of the change in the information characteristic of the damage, which must exceed the test error and random factors of the experimental method. A comparative analysis of the sensitivity of the studied methods of vibration diagnostics of damage to steam turbine blades is performed and the features and limits of application of the change in the natural frequencies of oscillations, the damping characteristics and spectral analysis of resonant vibrations of the blades are determined. The dependence of the efficiency of vibration diagnostics of an edge crack in turbine rotors on the relative location of the crack along the length of the rotor, the stiffness of the rotor, as well as the total error of the test method is shown. The degree of influence of the error on the efficiency of vibration diagnostics of damage in turbine rotors and shafting is demonstrated.

The main results of the study submitted for defense are new. They have been approved through the applicant's participation in scientific conferences of various levels. Based on the materials of the dissertation, 5 articles have been published in scientific professional publications of Ukraine and 6 abstracts of reports in collections of materials of international conferences (1 - indexed in *Scopus* databases), which fully reflect its content.

Keywords: *vibration diagnostics, steam turbine, rotor, turbine blades, numerical-analytical model, natural frequencies, damping, spectral analysis, fatigue damage, experimental verification, stress intensity factor, plastic strain, stress-strain state.*

Scientific works in which the main scientific results of the dissertation are published

1. Articles in scientific professional publications of Ukraine:

1. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2022). «Contemporary approaches to the vibration diagnostics of rotating shafts». National academy of sciences of Ukraine A. Pidhornyi Institute of mechanical engineering problems, *Journal of Mechanical Engineering – Problemy Mashynobuduvannia*, 2022, vol. 25, no.1, pp. 15–23 DOI: 10.15407/pmach2022.01.015. (The journal is included in the list of scientific and technical publications of Ukraine, (category «B»), Order of the Ministry of Education and Science of Ukraine dated on July 2, 2020);

2. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2022). «Modeling of fatigue crack development during transverse vibrations of the turbine shaft». Vinnytsia national agrarian university, *Vibrations in engineering and technology* 2022. – 1 (104), P. 63–70. DOI: 10.37128/2306-8744-2022-1-8. (The journal is included in the list of scientific and technical publications of Ukraine, (category «B»), Order of the Ministry of Education and Science of Ukraine № 886 dated on July 2, 2020);

3. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2024). «Features of vibration diagnostics of turbine blades damage». Scientific notes of Taurida National V.I. Vernadsky University, series Technical sciences» Vol. 35 (74), № 4, 2024, P. 230–237. DOI: 10.32782/2663-5941/2024.4/34. (The journal is included in the list of scientific and technical publications of Ukraine, (category «B»), Order of the Ministry of Education and Science of Ukraine № 409 dated on March 17, 2020 (Appendix 1));

4. O. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2024). «Diagnostics of turbine rotors damage at the repair stage». Scientific notes of Taurida National V.I. Vernadsky University, series «Technical sciences» Vol. 35 (74), № 4, 2024, P. 238–245. DOI: 10.32782/2663-5941/2024.4/35. (The journal is included in the list of scientific and technical publications of Ukraine, (category «B»), Order of the Ministry of Education and Science of Ukraine № 409 dated on March 17, 2020 (Appendix 1));

5. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2024). «Efficiency of use characteristics of damping of turbine blades for crack diagnostics» *Power engineering: economics, technique, ecology. 2024. №4*. P. 71–79. DOI:10.20535/1813-5420.4.2024.315578. (The journal is included in the list of scientific and technical publications of Ukraine, (category «B»), Order of the Ministry of Education and Science of Ukraine № 1188 dated on September 24, 2020).

2. Scientific works that certify the approval of the dissertation materials

1. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2021). «Effect of cracks on natural frequencies of oscillations of stepped shafts of steam turbines». *Modern problems of scientific energy supply*: Materials of the 19th International science and practice conference young of scientists and students, (pp. 203–204), Kyiv, April 20–23, 2021 – Kyiv: National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», «Polytechnica» publishing house, 2021. – ISBN: 978-966-990-026-5 (Vol. 1) – 334 p.;

2. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2021). «Change in damping characteristics and natural frequencies as a measure of damage to shafts». Abstracts of reports of the XVII International Scientific and Technical Conference: *«Energy and Heat Engineering Processes and Equipment»*, (pp. 40–41), April 27–28, 2021 – Kharkiv: National Technical University «Kharkiv Polytechnic Institute»; «Leader» publishing house, 2021. – ISBN: 978-617-7476-56-5 – 92 p.;

3. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2021). «Highly sensitive methods for vibration diagnostics of fatigue damage in structural elements of aircraft gas turbine engines». 2nd International Workshop on Plasticity, Damage and Fracture of Engineering Materials (IWPDF 2021), August, 18–20, 2021, Ankara, Turkey. Published by Elsevier, *Procedia Structural Integrity*, 2021, 35 (C), pp. 74–81. DOI: 10.1016/j.prostr.2021.12.050 (conference materials are indexed in the *Scopus* databases);

4. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2023). «Estimation of the sensitivity of the damping capacity of structures». *Problems and prospects for the development of science, education, technologies and society*: a collection of theses of reports of the international scientific-practical conference, (pp. 28–30), (Kropyvnytskyi, November 29, 2023): in 3 vols., Kropyvnytskyi: Center for financial – economic research, 2023. Part 3. 73 p.;

5. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2024). «Modern methods and approaches for vibration diagnostics of rotating shafts of steam turbines». *Status, problems and prospects of science, education and technology development*: a collection of abstracts of reports of the international scientific-practical conference, (pp. 61–62), (Izmail, February 20, 2024). Izmail: Center for financial – economic research, 2024. – ISBN: 978-617-8231-48-4 – 96 p.;

6. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2024). «Vibration diagnostics of fatigue damage of turbine blades». *Modern problems of scientific energy supply*. In 2 vols.: Materials of the XXI International. science and practice conference young of scientists and students, (pp. 146–148), Kyiv, April 23–26, 2024 – Kyiv: National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», «Polytechnica» publishing house, 2024. – ISBN: 978-966-990-112-5 (Vol. 1) – 223 p.

ЗМІСТ

Стор.

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ 19
ВСТУП 20
РОЗДІЛ 1. ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ТА ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ. ПЕРСПЕКТИВНІ НАПРЯМКИ РОБОТИ, АНАЛІЗ ЗАВДАННЯ ТА ПОШУК РАЦІОНАЛЬНИХ СПОСОБІВ ЙОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ 30
1.1 Вібраційні методи діагностики пошкоджень 30
1.2 Вібраційна діагностика пошкоджень конструктивних елементів парових турбін 34
1.3 Класичні та сучасні підходи до вібраційної діагностики пошкоджень обертових валів 38
1.3.1 Вібраційна діагностика пошкоджень обертових валів на основі зміни власних частот коливань 41
1.4 Класичні та сучасні підходи до вібраційної діагностики пошкоджень лопаток турбіни 44
1.5 Проблеми практичної вібродіагностики пошкоджень 48
1.6 Моделювання коливань пружних тіл із локальним пошкодженням 50
1.7 Результати аналітичних та експериментальних досліджень вібраційних характеристик пошкоджень 58
1.7.1 Власні частоти та форми коливань 58
1.7.2 Характеристики демпфування коливань 64
1.7.3 Прояви нелінійних ефектів у коливаннях 69
1.8 Спектральний аналіз вібрації обертових валів 72
1.8.1 Аналіз фазових траєкторій обертових валів 75
Висновки до розділу 1 80

РОЗДІЛ 2. ОСОБЛИВОСТІ ВІБРАЦІЙНОЇ ДІАГНОСТИКИ ПОШКОДЖЕННЯ ЛОПАТОК ТУРБІН 82

2.1 Визначення основних геометричних характеристик поперечного перерізу лопатки турбіни 83

2.2 Вібраційна діагностика пошкоджень лопаток турбіни на основі зміни власних частот коливань 87

2.2.1 Методичний підхід до розрахунку власних частот поперечних коливань лопатки турбіни з тріщиною 87

2.2.2 Експериментальна верифікація методичного підходу до розрахунку власних частот поперечних коливань лопатки з тріщиною 93

2.2.3 Аналіз впливу тріщини втоми на зміну власних частот коливань лопатки турбіни 94

2.3 Вібраційна діагностика пошкодження лопаток турбін на основі характеристик демпфування коливань 100

2.3.1 Методичний підхід до розрахунку характеристик демпфування коливань лопатки турбіни з тріщиною 100

2.3.2 Експериментальна верифікація методичного підходу до розрахунку характеристик демпфування коливань лопатки з тріщиною 104

2.3.3 Аналіз впливу тріщини втоми на характеристики демпфування коливань лопатки турбіни 106

2.4 Вібраційна діагностика пошкодження лопаток турбін на основі спектрального аналізу коливань 114

2.4.1 Методичний підхід до дослідження закономірностей коливань лопатки турбіни з тріщиною 114

2.4.2 Експериментальна верифікація методичного підходу до дослідження закономірностей коливань лопатки з тріщиною на основі спектрального аналізу 117

2.4.3 Аналіз впливу тріщини втоми на спектр коливань лопатки турбіни при основному резонансі 119

Висновки до розділу 2 123

РОЗДІЛ 3. ОСОБЛИВОСТІ ВІБРАЦІЙНОЇ ДІАГНОСТИКИ ПОШКОДЖЕННЯ РОТОРІВ ТУРБІН 125
3.1 Методичний підхід до розрахунку власних частот поперечних коливань ротора турбіни з тріщиною 126
3.1.1 Вібраційна діагностика пошкодження роторів турбін на основі зміни власних частот коливань 132
3.1.2 Аналіз впливу тріщини втоми на зміну власних частот коливань роторів турбіни 137
3.2 Вібраційна діагностика пошкоджень валопроводу турбіни під час експлуатації на основі власних частот коливань 140
3.2.1 Аналіз впливу тріщини втоми на зміну власних частот коливань валопроводу під час експлуатації 144
Висновки до розділу 3 153
РОЗДІЛ 4. ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ ВІБРАЦІЙНОЇ ДІАГНОСТИКИ ПОШКОДЖЕННЯ 154
4.1 Ефективність вібродіагностики лопаток турбін 154
4.1.1 Вібродіагностика на основі зміни власних частот коливань 155
4.1.2 Вібродіагностика на основі зміни характеристики демпфування коливань 158
4.1.3 Вібродіагностика на основі спектрального аналізу коливань 164
4.2 Ефективність вібродіагностики роторів турбіни 166
Висновки до розділу 4 169
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ 173
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ 176
ДОДАТОК А
СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ 209
ДОДАТОК Б
ДОКУМЕНТИ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ 212
ДОДАТОК В
РЕЗУЛЬТАТИ ЕКОНОМІЧНОГО ОБҐРУНТУВАННЯ ДОЦІЛЬНОСТІ ВПРОВАДЖЕННЯ ВІБРАЦІЙНОЇ ДІАГНОСТИКИ 213
ДОДАТОК Г
ВІЗУАЛІЗАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ЛІСТИНГ ПРОГРАМНОГО КОДУ 220

ПЕРЕЛІК СКОРОЧЕНЬ ТА УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

Скорочення

КІН – коефіцієнт інтенсивності напружень

ЛДК – логарифмічний декремент коливань

МСЕ – метод скінченних елементів

РВТ – ротор високого тиску

РНТ – ротор низького тиску

РСТ – ротор середнього тиску

СЕ – скінченний елемент

ТГ – турбогенератор

Умовні позначення

20Х13 – марка корозійностійкої сталі *(20* – вміст вуглецю *(С), 0,2 %, Х13* – вміст хрому *(Cr), 13 %);*

ВТ-3-1 – марка титанового сплаву (*ВТ* – високоміцний титан, *3* – вміст алюмінію *(Al), 3 %, 1*– вміст ванадію *(V), 1 %*);

Д-36 – марка тривального турбореактивного двоконтурного авіаційного двигуна (*Д* – двигун, *36* – внутрішній порядковий номер в серії розробок конструкторського бюро «Прогрес», м. Запоріжжя);

К-200-130 – марка парової турбіни (*К* – конденсаційна, *200* – номінальна електрична потужність, [*МВт*], *130* – розрахунковий тиск пари на вході, [*атм*]);

К-1000-60/3000 – марка парової турбіни (*К* – конденсаційна, *1000* – номінальна електрична потужність, [*МВт*], *60* – початковий тиск пари, [*кгс/см*^{2}], *3000* – номінальна швидкість обертання, [*об/хв*]);

ВСТУП

Однією з концепцій розвитку нової фази індустріалізації *Industry 5.0* в Україні є відповідальне використання природних ресурсів і забезпечення сталого розвитку. Це передбачає не лише мінімізацію впливу діяльності людини на довкілля, а й розроблення продуктів із можливістю їх повторного використання або перероблення [1].

Через збитки, завдані жорстокою збройною агресією Російської Федерації проти України, станом на 2025 рік енергосистема нашої країни перебуває у вкрай скрутному становищі.

Починаючи з 24 лютого 2022 року, через прицільні обстріли країни-терориста, спрямовані на навмисне руйнування критичної інфраструктури, українська енергетика втратила значну частину власних потужностей.

За даними Міністерства енергетики, станом на серпень 2022 року російські загарбники вивели з ладу або окупували понад 50 % теплової, 30 % сонячної та 90 % вітрової генерації. Також було зупинено низку державних шахт, пошкоджено електромережі, підстанції та розподільні газові мережі [2]. В результаті ворожих атак пошкоджено 50 % об’єктів критичної інфраструктури.

За оцінками співробітників *Міжнародного валютного фонду* (*МВФ)* рівень завданих збитків від війни для енергетичного сектору України становить 56,5 *млрд доларів США* [3].

Зважаючи на наведені вище статистичні дані, актуальним стає питання щодо відповідального та ощадливого споживання енергоресурсів з метою енергозбереження для нашого спільного майбутнього. Це сприятиме охороні навколишнього середовища і зменшить навантаження на всю енергосистему країни.

Ключовою стратегічною метою загальної концепції сталого розвитку енергетичного комплексу України є повна трансформація архітектури післявоєнної енергосистеми України за допомогою поступового впровадження інноваційних цифрових технологій.

Практична реалізація цієї мети у довгостроковій перспективі створить імпульс для якісних змін, які забезпечать:

– маневрову потужність;
– енергетичну безпеку;
– економічну ефективність;
– екологічну прийнятність;
– зовнішню конкурентоспроможність в ринкових умовах.

Крім того, ця трансформація сприятиме створенню стійкого, безперебійного, надійного, безпечного, якісного та ефективного постачання електричної енергії.

Основними аспектами для успішного зростання та розвитку галузі теплоенергетики України в майбутньому є підвищення рівня її енергоефективності завдяки підвищенню рівня безпеки та захисту енергоблоків, поступовому збільшенню ресурсу, надійності, потужності та якості теплотехнічного обладнання електростанцій.

Конструктивні елементи парових турбін зазнають впливу дії широкого діапазону інтенсивних механічних (статичних і динамічних) та термічних навантажень під час експлуатації в умовах високих температур і корозійно-агресивного середовища [14]. Особливо значного навантаження зазнають ротори та лопатки турбін. Наслідком такого впливу є поступове накопичення розсіяного втомного пошкодження, яке зрештою локалізується у вигляді втомних і термовтомних тріщин, корозійного розтріскування тощо [11].

Коли тріщина втоми досягає критичного розміру виникає небезпека руйнування роторів або лопаток з катастрофічними наслідками для всієї турбіни [14].

Потенційними причинами зародження тріщин у валах турбін є всі, без винятку, технологічні операції, що використовуються при їх виготовленні (поковка, токарна та фрезерна обробка, термічна обробка), оскільки вони супроводжуються суттєвим пластичним деформуванням усього об’єму матеріалу або його поверхні [10]. Крім того, утворення тріщин у валах турбіни зумовлено їх складною геометрією, тобто наявністю виточок і галтелей, які є концентраторами

напружень, що водночас є потенційними місцями зародження та зростання тріщин втоми [30].

Значні запаси статичної та динамічної міцності, що закладаються на етапі конструювання турбіни, не можуть повною мірою запобігти виникненню пошкоджень конструктивних елементів турбіни [10].

Актуальність теми. Виявлення пошкоджень у конструктивних елементах парової турбіни – складне завдання, розв’язання якого супроводжується значними теоретичними й практичними труднощами [66]. Використання локальних неруйнівних методів діагностики пошкоджень можливе під час проведення ремонтних робіт і потребує значних витрат часу [11].

Вібраційні методи діагностики для виявлення пошкоджень в обертових валах та лопатках парових турбін є практично єдиним способом запобігання технічній катастрофі.

Динамічні характеристики непошкодженого тіла та тіла з порушеною суцільністю зазвичай суттєво відрізняються. Ця різниця динамічних характеристик, яка зумовлена зміною жорсткості, може використовуватися для діагностування пошкодження (наприклад, тріщини втоми) та визначення його параметрів (розмірів і місцеположення) [11].

Фахівець у галузі механіки, академік Національної академії наук України Валентин Матвєєв у своїх дослідженнях оцінював ступінь локального втомного пошкодження елементів конструкцій щодо зміни їх вібраційних характеристик з метою обґрунтування продовження їх ресурсу [20].

Доктор фізико-математичних наук Микола Плахтієнко досліджував резонанс другого порядку, під час коливань балки, що містила поперечну тріщину [26].

Провідний науковий співробітник відділу коливань та вібраційної надійності Інституту проблем машинобудування імені А.М. Підгорного НАН України, Микола Шульженко проводив теоретичні та експериментальні дослідження коливань роторів для розв’язання задач діагностики та підвищення надійності турбоагрегатів [32].

Кандидат технічних наук, доцент кафедри теплової та альтернативної енергетики Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Віталій Пешко досліджував закономірності розвитку внутрішньої кільцевої тріщини під впливом термічних напружень під час пуску турбіни [215].

Професорка Туринського політехнічного університету Cecilia Surace та інженер *General Motors* (*GM*) *Propulsion Systems* Romualdo Ruotolo у своєму дослідженні використовували статистичний підхід для виявлення пошкоджень за допомогою моніторингу вібрацій [236].

Професор Інституту механіки та машинобудування Гданської політехніки Marek Krawczuk та доктор технічних наук, член-кореспондент Польської академії наук, професор Wieslaw Ostachowicz досліджували індикатори пошкоджень для діагностики тріщин втоми у конструкціях методом вібраційних вимірів [162].

З огляду на зазначене, створення ефективних методів вібродіагностики пошкоджень конструктивних елементів парової турбіни під час її експлуатації та ремонті з метою підвищення рівня надійності та якості роботи енергетичного обладнання є актуальним науковим та практичним завданням.

Під ефективністю методу вібродіагностики розуміється здатність методу виявляти з достатньою для практичного застосування надійністю пошкодження (тріщину) докритичного розміру (тобто такого, що не загрожує цілісності об’єкта діагностики) з мінімальними втратами часу та за порівняно простої й зручної методики.

Проведення чисельної і експериментальної оцінки ефективності вібродіагностики для виявлення пошкоджень докритичного розміру – складне завдання, яке становить науковий та практичний інтерес.

Розроблення вібраційних методів діагностики пошкодження, чутливих до наявності тріщин докритичного розміру в різного роду конструкціях і машинах, є важливим з точки зору можливості продовження їхнього ресурсу за допомогою контролю за розвитком тріщини, а також з погляду запобігання катастрофічним руйнуванням.

Застосування результатів дослідження дасть змогу розв’язати питання ефективності вібраційної діагностики для виявлення тріщин в конструктивних елементах парової турбіни під час згинальних, поздовжніх, поперечних та крутильних коливань на етапах ремонту та під час експлуатації, що дасть змогу значно підвищити рівень безпеки теплоенергетичного обладнання.

Зв’язок роботи з науковими програмами, темами, планами. Дисертаційну роботу виконано на кафедрі Теплової та альтернативної енергетики, Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Основні наукові результати дисертаційного дослідження отримано здобувачем на базі Навчально-наукового інституту атомної та теплової енергетики (*НН ІАТЕ*) та проведенням випусковою кафедрою науково-дослідної роботи в межах договору № 5162-ЗЕ-БуТЕС.

Запропонована тематика дисертації відповідає Законам України «Про пріоритетні напрями розвитку науки та техніки», «Про енергозбереження», «Про енергетичну ефективність» та напряму наукової школи: «Управління ефективністю процесів горіння та ресурсом обладнання теплової та альтернативної енергетики» під науковим керівництвом докторки технічних наук, професорки, завідувачки кафедри теплової та альтернативної енергетики Ольги Черноусенко.

Мета і завдання дослідження. Метою дисертаційної роботи є розроблення й удосконалення методик вібраційної діагностики пошкоджень конструктивних елементів парової турбіни під час її експлуатації та ремонті.

Завдання, які необхідно виконати для досягнення поставленої мети дослідження:

– узагальнити основні чинники, які впливають на пошкоджуваність конструктивних елементів парової турбіни;

– з’ясувати особливості проведення вібраційної діагностики пошкодження лопаток турбін;

– розробити чисельно-аналітичну розрахункову модель для визначення зміни власних частот коливань, характеристики демпфування і спектру коливань лопатки парової турбіни;

– оцінити вплив крайової поверхневої тріщини втоми на зміну власних частот коливань, характеристики демпфування і спектру коливань лопатки парової турбіни та провести аналіз чутливості методів діагностики пошкодження;

– з’ясувати особливості проведення вібраційної діагностики пошкодження роторів турбін;

– розробити чисельно-аналітичну розрахункову модель для визначення зміни власних частот коливань роторів парової турбіни;

– оцінити вплив параметрів крайової поперечної тріщини втоми та геометричних характеристик роторів на власну частоту першої форми коливань за різної орієнтації тріщини відносно осі обертання та під час проходження валопроводу через критичні швидкості;

– провести порівняльний аналіз чутливості різних методів вібродіагностики пошкоджень та оцінити вплив умов експлуатації параметрів пошкодження на динамічні характеристики конструктивних елементів парової турбіни.

Об’єктом дослідження є пошкодження конструктивних елементів парової турбіни.

Предметом дослідження є методи вібраційної діагностики пошкодження лопаток і роторів парової турбіни під час її експлуатації та ремонті.

Методи дослідження включають класичну теорію коливань, чисельно-аналітичне моделювання поперечних коливань конструктивних елементів парової турбіни за наявності пошкодження типу тріщини втоми з використанням сучасного програмного забезпечення, теорію лінійної механіки руйнування з використанням чисельних розрахункових методів інженерного аналізу.

Наукова новизна отриманих результатів

Основний науковий результат полягає у розробленні ефективних методів вібраційної діагностики втомних тріщин у лопатках і роторах турбін на етапі ремонту та валопроводу турбіни під час експлуатації.

– **Вперше** обґрунтовано залежності між параметрами крайової поверхневої тріщини втоми (розмір і місцеположення), розмірами лопатки турбіни та початковою характеристикою демпфування (у непошкодженому стані), які отримано з використанням розробленої чисельно-аналітичної розрахункової моделі лопатки. Це дало змогу визначити вплив наявності тріщини на відносну зміну власних частот коливань, характеристику демпфування та спектр коливань;

– **Вперше** обґрунтовано залежності між параметрами крайової поперечної тріщини втоми (розмір і місцеположення), розмірами ротора та кутом повороту тріщини відносно осі обертання ротора, які отримано з використанням розробленої чисельно-аналітичної розрахункової моделі ротора. Це дало змогу визначити вплив наявності тріщини на відносну зміну власних частот поперечних коливань;

– **Вперше** обґрунтовано залежності між параметрами крайової поперечної тріщини втоми у валопроводі турбіни, які отримано з використанням розробленої чисельно-аналітичної розрахункової моделі валопроводу. Це дало змогу визначити вплив наявності тріщини на відносну зміну критичних швидкостей обертання;

– **Удосконалено** методичний підхід до дослідження поперечних коливань лопатки турбіни за допомогою розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі, яка, на відміну від існуючих, враховує наявність крайової поверхневої тріщини втоми;

– **Удосконалено** методичний підхід до дослідження поперечних коливань роторів і валопроводу турбіни за допомогою розроблення чисельно-аналітичних розрахункових моделей, які, на відміну від існуючих, враховують наявність крайової поперечної тріщини втоми;

– **Набули подальшого розвитку** методи вібраційної діагностики пошкодження за результатами проведення порівняльного аналізу ефективності досліджених вібраційних характеристик пошкодження. Це дозволило визначити їхні особливості та межі застосування для надійного виявлення пошкодження типу тріщини докритичного розміру.

Практичне значення отриманих результатів.

Головний практичний результат роботи полягає в розробленні методики вібраційної діагностики пошкоджень типу тріщини у лопатках і роторах турбін, які застосовуються на етапі ремонту турбіни, а також у валопроводі турбіни під час її експлуатації.

– розроблено чисельно-аналітичні розрахункові моделі для дослідження поперечних коливань лопаток, роторів і валопроводу турбіни, які дають змогу розв'язати зворотну задачу вібраційної діагностики, тобто за відомими змінами вібраційних характеристик пошкодження оцінити його параметри;

– проаналізовано вплив параметрів тріщини і геометричних характеристик об'єктів діагностики на вібраційні характеристики пошкодження для правильної інтерпретації результатів практичного застосування запропонованих методик;

– розроблено методики оцінки ефективності вібраційної діагностики пошкодження, які враховують як основний параметр похибку експериментальної методики діагностики та дають змогу провести порівняльний аналіз ефективності того чи іншого методу для достатньо надійного, з практичної точки зору, й своєчасного виявлення пошкодження докритичного розміру.

Довідкою, наведеною у **додатку Б,** наукові результати дисертаційного дослідження впроваджено під час виконання науково-дослідної роботи в межах договору № 5162-ЗЕ-БуТЕС від 20.09.2024 р. між АТ «ДТЕК Західенерго» Відокремлений підрозділ «Бурштинська теплова електрична станція» та Корпорацією «Науковий парк «Київська політехніка» на тему «Розрахунок ресурсу ротора середнього тиску турбіни блоку № 11 для ДТЕК Бурштинська ТЕС».

Особистий внесок здобувача. Основну частину наукових результатів, висновків та рекомендацій, що містяться в дисертації та виносяться на захист, отримано здобувачем особисто в період з 2021 по 2025 рік.

Список публікацій, що стосуються теми дисертації наведено в **додатку А**.

У наукових працях, які опубліковано у співавторстві, внесок здобувача полягає у такому:

– у **науковій праці [1]** здобувачем проведено порівняльний аналіз найбільш ефективних підходів до вібраційної діагностики пошкоджень обертових валів парових турбін;

– у **науковій праці [2]** здобувачем оцінено максимальні напруження, що виникають у роторі високого тиску парової турбіни *К-200-130* під час його проходження через критичну швидкість обертання, та кількість циклів навантаження, що призводять до росту тріщини;

– у **науковій праці [3]** здобувачем розроблено аналітичний підхід, що дає змогу моделювати коливання лопатки турбіни *К-1000-60/3000* з тріщиною втоми, а також досліджувати вплив параметрів тріщини та геометричних характеристик лопатки на власні частоти коливань та оцінювати ефективність вібраційної діагностики пошкоджень;

– у **науковій праці [4]** здобувачем створено розрахункову модель для визначення зміни власної частоти коливань ротора турбіни *К-200-130* у разі виникнення в ньому крайової поперечної тріщини втоми за різної її орієнтації відносно осі обертання, а також розроблено методику діагностування тріщини в роторі турбіни на основі вібраційних досліджень ротора на стадії ремонту турбіни;

– у **науковій праці [5]** здобувачем розроблено аналітичний підхід, що дає змогу моделювати зміну характеристики демпфування коливань лопатки турбіни *К-1000-60/3000* з тріщиною втоми, а також досліджувати вплив параметрів тріщини та геометричних характеристик лопатки на характеристику демпфування коливань для оцінки ефективності вібраційної діагностики пошкоджень.

Апробація результатів дисертації. Основні положення і результати наукового дослідження доповідалися та обговорювалися на таких конференціях:

– XIX Міжнародна науково-практична конференція молодих вчених і студентів: «Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики», м. Київ, Україна, 20 – 23 квітня 2021 р.;

– XVII Міжнародна науково-технічна конференція: «Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування», м. Харків, Україна, 27–28 квітня 2021 р.;

– 2nd International Workshop on Plasticity, Damage and Fracture of Engineering Materials (IWPDF 2021), August, 18–20, 2021, Ankara, Turkey;

– Міжнародна науково-практична конференція: «Проблеми та перспективи розвитку науки, освіти, технологій і суспільства», International scientific-practical conference «Problems and prospects for the development of science, education, technology and society», 29 листопада 2023 р. – м. Кропивницький, Україна;

– Міжнародна науково-практична конференція: «Стан, проблеми та перспективи розвитку науки, освіти та технологій», International scientific-practical conference «Status, problems and prospects of science, education and technology development», 20 лютого 2024 р. – м. Ізмаїл, Україна;

– XXI Міжнародна науково-практична конференція молодих вчених і студентів: «Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики», 23–26 квітня 2024 р. – м. Київ, Україна.

Публікації. За результатами проведеного наукового дослідження здобувачем у співавторстві опубліковано 11 наукових праць: 5 статтей у наукових фахових виданнях України, 6 публікацій – тези доповідей в збірниках праць міжнародних науково-практичних конференцій (1 - проіндексована в базах даних *Scopus*).

Структура та обсяг дисертації. Дисертаційна робота складається зі вступу, 4 розділів, висновків, списку використаних джерел та додатків. Повний обсяг дисертації становить 238 сторінок, з них 175 сторінок основного тексту, зокрема, 48 рисунків на 47 сторінках, 4 таблиці на 3 сторінках, список використаних джерел зі 331 найменування на 33 сторінках і 4 додатки на 30 сторінках.

РОЗДІЛ 1
ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ ТА ПОСТАНОВКА ЗАВДАННЯ НАУКОВОГО ДОСЛІДЖЕННЯ. ПЕРСПЕКТИВНІ НАПРЯМКИ РОБОТИ, АНАЛІЗ ЗАВДАННЯ ТА ПОШУК РАЦІОНАЛЬНИХ СПОСОБІВ ЙОГО РОЗВ'ЯЗАННЯ

1.1 Вібраційні методи діагностики пошкоджень

У своїй дисертаційній роботі [245] науковець з університету Ольборга A. Rytter запропонував розрізняти чотири рівні вібраційної діагностики пошкоджень:

– якісна оцінка наявності пошкодження в конструкції;

– отримання інформації про можливе місцеположення пошкодження;

– отримання інформації про розмір пошкодження;

– встановлення межі безпечної експлуатації конструкції з певним рівнем пошкодження.

До **першого** рівня відноситься один з найдавніших методів оцінки пошкодження: за рівнем звуку під час постукування молоточком по конструкції або виробу. Також давно використовується прослуховування роторних машин за допомогою стетоскопа для виявлення пошкоджень, таких як розбалансування ротора, зношування або руйнування кульок в підшипнику. В 1964 році ці методи були істотно вдосконалені з використанням чутливих датчиків і системи реєстрації й обробки інформації на базах персональних комп'ютерів [283].

Другий і **третій** рівні діагностики застосовуються за умов, коли допускається експлуатація конструкції з пошкодженням певних розмірів.

У вібраційній діагностиці розрізняють:

– **зворотну задачу**, яка полягає у визначенні параметрів пошкоджень за виміряними в експерименті або під час експлуатації вібраційних характеристиках;

– **пряму задачу**, яка полягає у визначенні зміни тієї чи іншої вібраційної характеристики, яка зумовлена наявністю пошкодження із відомими параметрами.

Почесний професор Брістольського університету R.D. Adams разом із колегами [36, 69] запропонував визначати місцеположення тріщини за допомогою даних про зміну кількох власних частот коливань тіла.

Для цього будувалися графіки залежності жорсткості пружини, яка моделює тріщину, від її розташування для кількох форм коливань. Жорсткість пружини визначалася за умови відповідності заданому рівню зміни власної частоти коливань за тією чи іншою формою. Точки перетину отриманих графіків вказували на можливі місця пошкодження.

Метод Adams-Cawley отримав подальший розвиток у роботі [284], та був поширений на випадок згинальних коливань стрижнів [54, 152, 197, 227, 319]. Недоліком методу є наявність двох розв’язків для симетричних систем.

Так, для надійного визначення місцеположення тріщини з відносною глибиною ($\gamma = a/h = 0{,}11$) у вільному стрижні знадобилося використовувати зміну власних частот шести форм коливань [54]. Результати експериментальних досліджень дали змогу авторам роботи [279] дійти висновку, що нижчі форми коливань найкраще підходять для виявлення пошкодження. Водночас для підвищення чутливості й надійності діагностики необхідно використовувати вищі форми коливань [41, 52, 180].

Аналітичні дослідження підтвердили можливість визначення параметрів тріщини щодо зміни частот згинальних коливань стрижня у двох площинах [153], за двома формами [194, 198] або за різних крайових умов [103].

Похибка вимірювання власних частот і форм коливань суттєво впливає на точність оцінки розташування тріщини [169].

Для розв’язання зворотної задачі діагностики пошкодження просторової рами у роботах [239, 240, 293] було використано метод, що ґрунтується на зіставленні набору вібраційних характеристик конструкції у вихідному (непошкодженому) стані з характеристиками, отриманими під час експлуатації. Водночас моделювалися адитивний (або білий) та мультиплікативний шуми. Мінімізувати їх вплив і підвищити роздільну здатність методу вдалося за десятикратне повторення вимірювань. У результаті вдалося виявити

та зафіксувати зниження жорсткості одного з елементів рами, що моделює пошкодження, на 10 %.

Експериментальна апробація методу підтвердила, що за певних умов він має прийнятну для практики чутливість. Водночас сама процедура вимірювання є надзвичайно складною й тривалою. Цей метод також було застосовано для діагностики пошкодження в консольному стрижні [237].

З середини 1990-х років активно розвивається метод штучної нейронної мережі стосовно завдань ідентифікації та діагностики пошкодження конструкцій [303]. Модель, створена за допомогою цього методу, спочатку проходить етап адаптації, що полягає в мінімізації різниці між результатами вимірювань вібраційних характеристик об'єкта моделювання та обчисленим виходом моделі. Адаптована модель використовується для проведення оцінки параметрів пошкодження в реальному часі. Обсяг обчислень за допомогою нейронної мережі прямо пропорційний числу ступенів свободи, тому реальна конструкція зазвичай представляється системою з обмеженим числом ступенів свободи, наприклад, із двома чи вісьмома [303].

Для розв’язання зворотної задачі діагностики пошкодження дедалі ширше використовуються так звані оптимізаційні алгоритми: алгоритм коригування (оновлення) моделі, генетичний та нейро-генетичний алгоритми.

Алгоритм коригування моделі полягає у мінімізації відмінності між результатами вимірювання та результатами розрахунку на *скінченно-елементній* (*СЕ)* моделі конструкції вибраних вібраційних характеристик через варіювання її параметрів [327]. Так, у роботах [74, 208] цей метод було застосовано для визначення місцеположення та розмірів пошкодження в стрижні й пластині за експериментальними даними про зміни частот трьох форм коливань. У роботі [176] розглядали зміни власних частот і форм коливань та статичного прогину консольних стрижнів із симетричними прорізами, у [121] – зміни шести власних частот коливань консольного стрижня, у [191] – зміни восьми резонансних і семи антирезонансних частот коливань складної стрижневої конструкції. У роботі [172] досліджено зміни двох згинальних та однієї крутильної форми

коливання просторової ферми, а в [119] – зміни власних форм коливань та статичного прогину моделей плоских і просторових ферм.

Почесний доктор кафедри механічної та аерокосмічної інженерії Університету штату Огайо M.-H.H. Shen та професор кафедри аерокосмічної техніки Мічиганського університету J.E. Taylor [268] запропонували метод діагностики пошкодження, що ґрунтується на процедурі мінімізації середньоквадратичного або максимального значення різниці між результатами вимірювання власних частот і форм коливань та відповідними результатами розрахунків.

Аналогічну ідею застосовано в роботах [33, 70, 88, 124, 146, 173, 189, 190, 192, 213, 308, 313] стосовно складних конструкцій. Підвищення чутливості методу та зниження впливу шуму на точність визначення параметрів пошкодження досягнуто завдяки збільшенню врахованих форм коливань (до 27 [314] і до 50 [53]) та кількості використовуваних датчиків (наприклад, 16 акселерометрів [53]).

Генетичний алгоритм є ймовірносно-оптимізаційним алгоритмом, що ґрунтується на моделі природної еволюції. Його вперше запропонував M.I. Friswell, професор університету Суонсі [107], для діагностики пошкоджень у стрижневих конструкціях.

У роботі [290] сформульовано гібридний нейро-генетичний алгоритм, що ґрунтується на генетичному алгоритмі та методі нейронної мережі.

Методологія генетичного алгоритму полягає в оптимізації цільової функції з урахуванням фізичних властивостей конструкції так, щоб екстремум функції досягався за реальних параметрів конструкції. Зазвичай цільова функція будується на концепції зміни кількох власних частот і форм коливань [107, 234, 235], залишкової сили [182, 292], залишкової сили та зміни власних частот коливань [243]. Треба зазначити, що у роботах [234, 235] зроблено висновок про низьку чутливість цільових функцій, які враховують зміну форми коливань і кривизни стрижня, для діагностики пошкоджень.

Порівняльний аналіз чутливості генетичного алгоритму та методу, що враховує зміни восьми власних частот коливань сталевої просторової рами [238]

показав, що обидва підходи мають практично однакову чутливість, точно ідентифікують пошкоджені елементи, однак у низці випадків помилково прогнозують інші місця пошкодження.

Реалізація оптимізаційних алгоритмів вимагає потужних обчислювальних засобів, значного часу обчислення та великого обсягу даних вимірювань обраних вібраційних характеристик для розв’язання оберненої задачі діагностики. Обсяг вихідних даних, необхідних для точного розв’язання задачі вібродіагностики, стає тим більшим, що складнішою є система.

Четвертий рівень діагностики є найбільш складним і найменш вивченим. Надійне передбачення межі безпечної експлуатації конструкції з певним рівнем пошкодження потребує врахування впливу багатьох технологічних та експлуатаційних чинників на швидкість його розвитку.

Автори робіт [89, 236] зробили спробу оцінити початок небезпечних умов експлуатації конструкції за допомогою статистичного підходу, застосовуваного для аналізу зміни власних частот коливань конструкції, проте критерій визначення порогу безпечної експлуатації в цих роботах не отримав належного обґрунтування.

1.2 Вібраційна діагностика пошкоджень конструктивних елементів парових турбін

Багато досліджень присвячено розробленню вібраційних методів діагностики пошкодження, що ґрунтуються на взаємозв'язку вібраційних характеристик (наприклад, власні частоти [75, 133, 246] і форми коливань [231], характеристики демпфування коливань [63]) або нелінійних ефектів (наприклад, виникнення вищих гармонік у спектрі коливань [49, 241], виникнення суб- та супергармонічних резонансів [64], зміщення антирезонансних частот [38]) з параметрами пошкодження. Кожен із цих методів має свої переваги та недоліки, межі застосування, але жоден з них не є універсальним.

Власні частоти коливань – це частоти, за яких механічна система (ротор, лопатка турбіни) може здійснювати вільні коливання без зовнішнього впливу після

початкового збудження. Вони залежать від багатьох факторів, зокрема розподілу маси та жорсткості системи. Визначення власних частот дає змогу уникати явища резонансу, коли частота зовнішнього впливу збігається з власною частотою системи, що може призвести до катастрофічного руйнування.

Власні форми коливань – це форми, які описують просторовий розподіл переміщень точок механічної системи під час вільних коливань. Аналіз форм коливань допомагає вчасно запобігати пошкодженням, збільшувати ресурс обладнання та продовжувати період його безпечної експлуатації.

Характеристики демпфування коливань – це параметри, що відображають процес розсіювання енергії в коливальній системі, яка призводить до зменшення амплітуди коливань із часом. Вони відіграють ключову роль у забезпеченні стабільності, довговічності та ефективності роботи обладнання.

Нелінійні ефекти – це явище, яке виникає, коли динамічний відгук механічної системи не є пропорційним прикладеному збудженню.

Поява вищих гармонік у спектрі коливань нелінійних систем супроводжується виникненням додаткових частотних складових, кратних основній частоті:

– друга, третя та вищі гармоніки (2ω, 3ω) – з'являються через квадратичні, кубічні та інші нелінійності;

– асиметрія жорсткості (наприклад, пружні елементи з нелінійною характеристикою) спричиняє генерацію гармонік.

Субгармонічний резонанс – це явище, коли коливальна система входить у резонанс при збудженні на частоті ($w_{збуд}$), яка є дробовою частиною власної частоти системи (w_n). Виникає через нелінійні жорсткісні або демпфуючі ефекти.

$$w_{збуд} = \frac{w_n}{n}, n = 2,3,4$$

Супергармонічний резонанс – це явище, коли коливальна система входить у резонанс при збудженні на частоті ($w_{збуд}$), меншій за власну (w_n), але кратній

до неї. Система коливається на власній частоті (w_n), але резонанс викликаний множником зовнішнього збудження n. Виникає через нелінійний зв'язок між гармоніками.

$$w_{збуд} = n \cdot w_n, n = 2,3,4$$

Антирезонанс – це частота, на якій коливання певних точок механічної системи значно зменшуються через інтерференцію коливань (явище накладання двох або більше когерентних хвиль), коли вхідна енергія поглинається іншими частинами системи.

Зміщення антирезонансних частот – це явище, при якому частоти антирезонансів механічної системи змінюються внаслідок впливу зовнішніх чинників, таких як зміна маси, жорсткості, демпфування або параметрів зовнішнього середовища (температура, вологість, механічні навантаження).

Характеристики коливань будь-якого стрижневого елемента найпростіше визначаються за припущенням, що тріщина не змінює його форму коливань. Це дає змогу розглядати елемент, форму коливань якого задано як систему з одним ступенем свободи [185]. Отриманий розв'язок фактично справедливий за порівняно малої глибини тріщини ($a \leq 0,5$ *мм*).

Вібродіагностика пошкоджень реальних конструкцій (вали, мости, космічні конструкції, морські бурові платформи, щогли, елементи літаків, коробки передач, підшипники тощо), обмежується розв'язанням прямої задачі вібраційної діагностики (визначення динамічних характеристик стрижня за заданими розміром та місцеположенням тріщини втоми).

Розв'язання зворотної задачі вібродіагностики пошкодження (оцінка параметрів тріщини втоми за відомими значеннями відповідних динамічних характеристик) реальних конструкцій (атомна енергетика [41, 140], турбобудування [101, 140, 202, 281], тощо) ще не доведено до стадії застосування на натурних об'єктах.

Експериментальну апробацію вібраційних методів діагностики пошкодження типу тріщини втоми валопроводів турбін зазвичай проводять із використанням малорозмірних моделей. Експерименти з великорозмірними лабораторними моделями також підтвердили можливість виявлення тріщин, що закриваються в обертових валах за допомогою вібраційних методів діагностики, хоча їх чутливість у деяких випадках визнана недостатньою.

Практика вібродіагностики пошкоджень реальних парових турбін була суперечливою, що, очевидно, пов’язано з впливом габаритних елементів конструкцій на ефективність діагностики. Визначальним чинником є співвідношення піддатливості конструктивного елемента та зміни його піддатливості, спричиненої тріщиною.

Піддатливість конструктивного елемента – це його здатність зазнавати пружних або пластичних деформацій під дією зовнішніх навантажень без руйнування. Вона є оберненою величиною до жорсткості та характеризує реакцію конструкції на прикладені сили.

Тому під час оцінки ефективності того чи іншого методу вібродіагностики пошкоджень валопроводів турбін потрібно враховувати цей чинник.

Крім того, у процесі експлуатації енергетичного обладнання, окрім параметрів пошкоджень, можуть змінюватися механічні характеристики матеріалу (наприклад, модуль пружності, характеристики демпфування) в умовах зміни характеристик довкілля (наприклад, температури). Це істотно впливає на вібраційні характеристики коливальної системи, ускладнюючи діагностику пошкодження.

Надійне діагностування пошкодження елементів конструкцій має ґрунтуватися на перевищенні певного значення зміни діагностичної характеристики, зумовленої зовнішніми чинниками та похибкою експерименту.

Аналіз коливань підшипників показав, що у разі виникнення пошкоджень спостерігаються різкі сплески у вузькій смузі спектра потужності [289, 295]. Коли елементи, що котяться, контактують із пошкодженням обойми підшипника,

у спектрі коливання утворюється високочастотна складова, яка може слугувати ознакою пошкодження [285].

При використанні вібраційних методів діагностики пошкоджень великогабаритних конструкцій основною проблемою є збудження їхніх коливань.

Недоліком збудження коливань конструкції за допомогою одноразового удару масивним молотом [52, 171, 188, 305] є ризик її пошкодження, тоді як застосування вібраторів [136, 137, 252] вимагає значної потужності.

У деяких випадках небезпеку становлять не самі пошкодження, а катастрофічні наслідки, які можуть бути спричинені зміною динамічних властивостей коливальної системи через незначне пошкодженням одного з її елементів.

З одного боку, успішні випадки виявлення тріщин за допомогою вібродіагностики, відзначені в роботах [99, 257]. З іншого боку, глибока тріщина ($a > 2$ *мм*), яка тривалий час розвивалася у валопроводі турбіни, не виявилялася будь-якими змінами параметрів вібрації та була діагностована лише невібраційними методами після зупинки турбіни [46].

Причини таких відмінностей в оцінці ефективності вібраційної діагностики пошкодження роторів турбін, очевидно, пов'язані з впливом рівня демпфування в системі, що залежить від розміру тріщини [65], а також рівня піддатливості конструкції.

1.3 Класичні та сучасні підходи до вібраційної діагностики пошкоджень обертових валів

Вібродіагностика пошкоджень обертових валів, має свої особливості. Наприклад, за певних швидкостей обертання вала Лаваля з тріщиною можуть виникати спільні згинальні та поздовжні коливання, що спричиняє появу двох резонансів [210] або розщеплення критичних швидкостей обертання вала [265]. У той самий час у роботі [264] таке розщеплення не підтверджено: зазначено, що проходження через критичну швидкість супроводжується збільшеною вібрацією.

Дослідження перехідних процесів поперечних коливань вала з тріщиною показали [219], що під час проходження через критичну швидкість обертання, максимальне відхилення вала на 6...18 % перевищує відхилення непошкодженого вала. Різниця тим більша, чим менше прискорення розгону або гальмування.

Огляд вібраційних методів діагностики тріщин за аномаліями в поведінці обертового вала, [110] показав перспективність зміни спектра коливань вала для діагностики тріщин. Резонансні швидкості обертання вала з масою посередині знижуються зі зростанням тріщини, яка передбачалася повністю відкритою чи закритою залежно від кута повороту вала [144]. Для врахування плавної зміни піддатливості перерізу з тріщиною залежно від кута повороту вала в роботах [31, 127] використано спеціальну функцію «дихання». Наявність такої тріщини виявляється за появою другої гармоніки в спектрі коливань, причому її амплітуда зростає з наближенням до першої критичної швидкості обертання вала.

Вібраційні методи діагностики для виявлення пошкоджень в обертових валах парових турбін є практично єдиним способом запобігання технічній катастрофі. Широкий спектр досліджень показав, що найбільш доцільними для виявлення пошкоджень під час роботи валів турбін є вібраційні методи, які ґрунтуються, зокрема, на зміні власних частот коливань, появі нелінійних резонансів, зміні коливального спектра тощо.

Проте численні дослідження [92, 174, 278] показали, що зміна власних частот коливань валів, спричинена поперечною або косою тріщиною, у більшості випадків є недостатньою для достовірної діагностики пошкодження.

Через це значна частина експериментальних досліджень зосереджена на розробленні більш чутливих методів вібраційної діагностики пошкоджень обертових валів, більшість із них ґрунтуються на нелінійних ефектах [66]. Серед яких треба відзначити нелінійні резонанси, нелінійне спотворення стаціонарних і перехідних коливань, зв’язок поздовжніх, згинальних і крутильних коливань тощо. Водночас підвищення чутливості та надійності нелінійної вібродіагностики пошкоджень може бути досягнуто через варіювання величини прискорення та сповільнення на етапах пуску й зупинки турбін.

Процес діагностики працездатності парових турбін неоднозначний: у роботі [257] повідомлялося про випадок успішного виявлення тріщини у валу турбіни, але водночас автори статті [46] не зафіксували жодної зміни вібраційних характеристик вала турбіни з тріщиною критичного розміру.

Такі суперечливі висновки щодо ефективності вібраційної діагностики пошкоджень в обертових валах можна пояснити різними причинами. Однією з них є вплив піддатливості пошкодженої структури на відносну зміну параметрів вібрації [46].

Методологія раннього виявлення тріщин, в роботі [220] ґрунтувалася на аналізі вібраційних даних у стаціонарному стані, отриманих до появи втомної тріщини на зразку вала. Дані збиралися з різних місць випробувальної установки за допомогою різних датчиків, зокрема мініатюрних акселерометрів, бездротових телеметричних тензодатчиків та лазерного віброметра.

Авторами наукової праці [134] розроблено експериментальну установку для дослідження впливу тріщини на амплітуду коливань вала. Вібраційні сигнали вимірювалися за допомогою сучасного двоканального аналізатора *CEMB N500*. Для модального аналізу та визначення власних частот використано програмне середовище *ANSYS 14*.

Тестування ударним молотком проводилося за допомогою платформи *DEWE-soft 43* у поєднанні із системою збору даних та електронною апаратурою для визначення експериментальних власних частот системи. Результати аналізу показали, що аналіз вібрації можна застосовувати як інструмент для виявлення тріщин у валу ще до того, як вони спричинять поломку.

У статті [233] авторами представлено методологію експериментальної ідентифікації для оцінки внутрішнього та зовнішнього демпфування в системі ротора з тріщинами. У цій роботі вперше передбачено внутрішнє демпфування внаслідок тертя між поверхнями поперечної втомної тріщини. Таким чином, внутрішнє демпфування враховано через комбінований ефект гістерезису матеріалу, а саме тертя між поверхнями поперечної втомної тріщини та тертя між диском і валом під час обертання вала.

Для дослідження наявності тріщини в обертовому валу застосовують різні сучасні методології для раннього виявленя тріщин, такі як: перетворення Гільберта-Хуанга (англ. *Hilbert-Huang Transform, HHT)*, методи штучного інтелекту (англ. *Artificial Intelligence, AI)*, неперервне вейвлет-перетворення (англ. *Continuous Wavelet Transform, CWT)*, вейвлет-перетворення *CE* (англ. *Wavelet Finite Element, WFE)* [164] і короткочасне перетворення Фур'є (англ. *Short-Time Fourier Transform, STFT*) [220].

1.3.1 Вібраційна діагностика пошкоджень обертових валів на основі зміни власних частот коливань

Перші роботи з оцінки впливу локальних дефектів на вібраційні характеристики конструкційних елементів виконано науковцем Американського товариства випробовувань та матеріалів P.G. Kirmsher [150] у 1944 р. та W.T. Thomson [297] в 1949 р. У цих роботах запропоновано підходи до моделювання пошкодження типу тріщини втоми та методи визначення власних частот коливань стрижнів із тріщиною.

Ідейною основою цих робіт було виявлення впливу пошкоджень на власні частоти коливань стрижневих елементів конструкцій. Цей вплив зумовлений тим, що пошкодження знижує жорсткість конструкції, а отже, і її вібраційні характеристики.

З іншого боку, відносна простота методики виміру параметра частоти коливань зіграла важливу роль для розроблення методів діагностики пошкоджень. Цією обставиною можна пояснити той факт, що близько 80 % публікацій, присвячених дослідженню коливань тіл із тріщинами, обмежуються дослідженням зміни їх власних частот коливань та близько 10 % – власних форм коливань.

Критичні розміри дефектів для різних матеріалів суттєво відрізняються [148]:

– для сталі – 1,0…18,0 *мм*;
– для алюмінієвих сплавів – 4,5…25,0 *мм*;
– для титанових сплавів – 2,5…14,5 *мм*;

– для нітриду кремнію – 0,02…0,05 *мм*;

– для скла – 0,001…0,003 *мм*.

Як показали численні дослідження, зміна власних частот і форм коливань виявилася недостатньою для виявлення малих дефектів. Тому продовжувався пошук інших, більш чутливих до пошкодження, вібраційних характеристик. Серед них: зміна демпфування, виникнення суб- та супергармонічних коливань, нелінійні спотворення коливальних процесів при основному, суб- та супергармонічних резонансах, зміна передавальної функції та спотворення фазових траєкторій, антирезонансні частоти, механічний імпеданс, статична та динамічна піддатливість тощо.

Наприклад, у разі використання передавальної функції [272] пошкодження системи оцінюють за відмінністю частотних характеристик передавальної функції, визначеної для системи в непошкодженому стані та після її пошкодження [90, 181, 253, 293, 321]. До недоліків методу можна віднести низьку чутливість до пошкодження, залежність чутливості методу від розташування датчиків, а також проблематичність кількісної оцінки пошкодження [181].

При дослідженні можливості використання механічного імпедансу для цілей діагностики пошкодження було виявлено проблему впливу точки застосування сили на чутливість методу [50, 68, 199]. За результатами проведеного випробування консольного стрижня з тріщиною у роботі [50] зроблено висновок, що зміна власної частоти його коливань є чутливішою до наявності тріщини, ніж зміна імпедансу.

Частотна залежність передавальної функції, побудована для лінійної системи з багатьма ступенями свободи, містить як резонансні, так і антирезонансні частоти.

Дослідник Університету Індіаполіса D. Afolabi [38] запропонував використовувати їх зміну для діагностики пошкодження. Досліджуючи коливальні системи з трьома ступенями свободи, він показав, що чим ближче точка вимірювання коливань розташована до дефекту, тим менше зсув антирезонансної частоти, спричинений пошкодженням. Це було покладено в основу ідеї створення методики визначення місцеположення пошкодження.

У результатах чисельних та експериментальних досліджень зміни резонансних та антирезонансних частот коливань конструкції за кількома формами показано [191], що використання зміни антирезонансних частот поряд з резонансними дає змогу точніше передбачати місцеположення пошкоджень, ніж у разі використання зміни лише резонансних частот.

Аналітичні та експериментальні дослідження коливань стрижня з тріщиною, яка закривається, в діапазоні зміни відносної глибини тріщини (γ) від 0,2 до 0,6 дали змогу зробити висновок про низьку чутливість зміни антирезонансної частоти до наявності пошкодження [133].

Використання *CE*-моделі стрижня виявило [108], що при збільшенні відносної глибини крайової тріщини (γ) від 0 до 0,8 піддатливість перерізу з тріщиною зменшується на три порядки. За такої умови величина прогину кінця стрижня (десяті частки міліметра) була замалою для практичної діагностики. Аналогічне дослідження було виконано стосовно складніших конструкцій [256]. Оцінка пошкодження здійснювалася на основі зіставлення статичного переміщення непошкодженої та пошкодженої конструкції за умови дії обмеженої кількості прикладених сил. Однак завжди можна вибрати таку систему сил, щоб отримати максимальну чутливість статичного прогину до зміни жорсткості [51].

Для вала Лаваля отримано залежність статичного прогину від кута повороту вала [100]: найбільший прогин спостерігався тоді, коли тріщина розташовувалася в нижній частині вала. Розраховані для відносної глибини тріщини (a/D = 0,5) значення прогину більш ніж на 50 % перевищують експериментальні дані, отримані науковцем Ганноверського університету імені Лейбніца B. Grabowski [113]. Теоретичний аналіз деформації пластини за різних умов статичного навантаження показав [128], що існує можливість оцінки зміни поля деформацій, достатньої для діагностики пошкодження, проте для цього необхідне використання значної кількості датчиків. У роботі [167] показано, що власні частоти коливань і, зокрема, форми коливань кругової пластини з крайовим *V*-подібним вирізом залежать як від глибини вирізу, так і від його кута.

У низці робіт зміни фазових траєкторій досліджувалися стосовно задачі вібродіагностики пошкодження. Так, у дослідженні [75] для системи з одним ступенем свободи, що моделює тіло з тріщиною отримано фазові портрети, проте не було виявлено жодної різниці між ними. Експериментальні дослідження фазових траєкторій при гармонічному збудженні коливань стрижня з тріщиною у роботі [245] показали, що при його резонансних коливаннях фазова траєкторія зберігає еліптичну форму, проте, якщо частота коливань перевищує резонансну частоту, спостерігається помітне спотворення фазових траєкторій.

Взаємозв'язок різних вібраційних характеристик з параметрами пошкодження досліджувався завдяки створенню неруйнівних методів діагностики.

Ключова перевага ідеї використання характеристик коливань різних конструкцій та їхніх елементів для діагностики ступеня їх пошкодженості полягає у можливості проведення інтегральної оцінки цілісності та працездатності об'єкта дослідження.

В роботах [33, 95, 129] авторами розроблено системи безперервного моніторингу життєвого циклу машин та конструкцій різного призначення. Вони дають змогу виявляти пошкодження під час експлуатації, знижуючи вартість експлуатаційних витрат завдяки зниженню частоти планових перевірок (технічних оглядів), які потребують зупинки обладнання.

У Держстандарті України [17] виконано класифікацію методів неруйнівного контролю на основі фізичних процесів взаємодії фізичного поля або речовини з об'єктом контролю. Держстандарт визначає 13 видів неруйнівного контролю, в межах яких вібраційні методи віднесено до акустичних процесів.

1.4 Класичні та сучасні підходи до вібраційної діагностики пошкоджень лопаток турбіни

Точність аналітичного розв'язку задачі про коливання лопатки з тріщиною багато в чому визначається вибором моделі тріщини. У літературних джерелах представлений широкий спектр таких моделей: тріщина подається у вигляді

пружини [36, 132], пружного шарніра [203], вирізу [150, 218, 297], області зі зменшеним модулем пружності [36] або її вплив ураховується напівемпіричними функціями, що описують розподіл напружень та деформацій у всьому об'ємі стрижня з тріщиною [269]. За таких умов у всіх випадках, за винятком роботи [132], коливання стрижня моделювалися з так званою відкритою тріщиною (така тріщина вважається відкритою на обох півциклах коливань), що не повною мірою відображає умови поведінки тріщин втоми, які періодично закриваються. Жорсткість стрижня з відкритою тріщиною вважається однаковою на обох півциклах коливань, а жорсткість стрижня з тріщиною, яка закривається (тобто тріщини, яка періодично відкривається та закривається під час вібрацій) – різною. У другому випадку виникає суттєва нелінійність коливальної системи [11].

Особливістю вібродіагностики пошкодження лопаток турбін, що ґрунтується на зміні власних частот коливань, є необхідність наявності даних про власну частоту (чи частоти) коливань лопатки у непошкодженому стані. Паспортизувати в цьому сенсі кожну лопатку парової турбіни неможливо. Тому найбільш імовірним є використання усередненого значення власної частоти коливань для лопаток певного типу.

Отже, розкид реальних значень власних частот коливань для певної партії лопаток щодо їх усередненого значення, який може досягати кількох відсотків, може суттєво вплинути на результати вібродіагностики порівняно малих тріщин. Водночас, тріщини втоми, відносні розміри яких задовольняють умову: ($\gamma = a/h \geq 0{,}2$), надійно діагностуються за зміною власної частоти коливань.

Для надійної та ефективної діагностики тріщин уздовж довжини пера лопатки можна використовувати відносну зміну кількох власних частот коливань. У такому разі переріз із тріщиною, хоча б для однієї форми коливань буде розташовуватися у порівняно напруженій області лопатки, що зумовить помітну зміну її частоти. З іншого боку, якщо переріз із тріщиною розташовується в околі вузла напружень, у якому напруження при коливаннях за певною формою дорівнюють нулю, власна частота цієї форми коливань не буде змінюватися за будь-якого розміру тріщини.

Саме тому використання кількох форм коливань лопатки сприяє підвищенню надійності та ефективності вібродіагностики тріщин на основі зміни власних частот коливань, але суттєво ускладнює методику вібродіагностики пошкодження.

У роботі [270] зазначено, що втомні навантаження спричиняють утворення мікротріщин у кореневих ділянках лопаток парових турбін.

Для аналізу вільної та вимушеної вібрації лопатки розроблено інтерактивний графічний інтерфейс користувача (англ. *Graphical user interface, GUI*). Користувач *GUI* може контролювати різні вхідні параметри, зокрема гнучкість кореня лопатки, кут закручування та коефіцієнт пошкодження лопатки на кореневому рівні, а також досліджувати їхній вплив на власні частоти коливань [270]. Модель штучної нейронної мережі (англ. *Artificial neural network, ANN*) використовується для ідентифікації вихідних параметрів за допомогою виміряних модальних даних [270].

У роботі [271] досліджено вплив локалізованого пошкодження на вібраційні характеристики та ідентифіковано пошкодження лопатки останнього ступеня низького тиску парової турбіни.

Аналіз вільної вібрації та перехідних процесів лопатки здійснювався за допомогою *CE*-моделі. Тріщина біля кореневої області моделювалася торсійною пружиною, жорсткість якої виражалася через коефіцієнт глибини тріщини.

Авторами роботи детально вивчено вплив співвідношення глибини тріщини та її розташування біля кореня лопатки на власні частоти коливань та амплітуди перехідних процесів. Зв’язок між параметрами пошкодження та частотами коливань лопаток встановлювався за допомогою моделі нейронної мережі зворотного поширення (англ. *Backpropagation in Neural Network*) [271].

Методи моніторингу вібрації лопатки застосовувалися у роботі [296] на працюючій паровій турбіні для вимірювання та аналізу вібрації, а також контролю стану лопатки турбіни. Інструментами моніторингу слугували датчики часу, закріплені на корпусі турбіни.

Під час постійного режиму роботи парової турбіни група лопаток зазнавала сильних вібрацій, що зрештою призвело до виникнення та подальшого зростання

тріщини на одній із лопаток. Як наслідок, змінилася власна частота лопатки, що було зафіксовано у даних моніторингу стану, й спричинило рекомендацію щодо аварійного вимкнення турбіни для позапланового технічного обслуговування [296].

Перевірка включала ультразвукове випробування фазованою решіткою (англ. *Phased Array Ultrasonic Testing, PAUT*) для оцінки стану на місці, яке підтвердило наявність тріщини в тій самій лопатці, на яку вказувала система моніторингу. Після демонтажу лопатки флуоресцентна перевірка магнітних частинок також підтвердила наявність тріщини.

Система моніторингу вібрації лопатки не лише виявила першопричину розтріскування, але й, можливо, запобігла руйнуванню лопатки турбіни [296].

У статті [102] представлено нову методику діагностики на основі методу пам’яті металу (англ. *Metal Memory Method, MMM*), яку можна застосовувати для визначення робочої частоти та форм коливань лопаток парової турбіни. Метод *MMM* включає вимірювання та аналіз розподілу залишкового магнітного поля (англ. *Residual Magnetic Field, RMF*) лопатки, яке відображає напрямки основних напружень, що виникають унаслідок робочих навантажень.

У роботі [102] продемонстровано, що за результатами вимірювання *RMF* можна оцінити частоту вібрації та форму вібрації, яким лопатка піддається більшу частину часу. Спостерігається чітка кореляція між розподілом магнітного поля лопатки, розподілом напружень та результатами *методу скінченних елементів* (*МСЕ)* для розрахунку частоти та форми коливань. Підтверджено, що частота та форма коливань лопатки під час її нормальної роботи близькі до 10-ї власної частоти лопатки, яка становить приблизно 1014 *Гц* [102].

Випробування лопаток, які було проведено за низького рівня амплітуди напружень, продемонстрували високу чутливість другої гармоніки в спектрі деформаційно-прискореної вібраційної реакції при супергармонійному резонансі порядку *2/1* до наявності невеликої тріщини ($a \leq 0{,}05 \ldots 0{,}1$ *мм*).

Метод вищих гармонік потребує значно більше часу для перевірки лопатки, ніж для визначення характеристики демпфування. Для структурних елементів

із низьким демпфуванням, таких як досліджувані лопатки, пошук головного і супергармонійного резонансу займає певний час. Крім того, різкий супергармонійний резонанс спричиняє помітну похибку визначення другої гармоніки у вібраційній реакції пошкодженої лопатки.

Однак метод вищих гармонік не потребує вихідних даних для непошкодженої лопатки. Визначення *логарифмічного декременту коливань* (*ЛДК*) передбачає знаходження головного резонансу, збудження коливань із заданою амплітудою та реєстрацією процесу їхнього затухання. Обробка цих данних виконується практично миттєво за допомогою персонального комп'ютера зі спеціальним програмним забезпеченням для отримання амплітудної залежності характеристики демпфування.

Загалом супергармонійний резонанс другого порядку демонструє більшу чутливість до наявності тріщини, ніж характеристики демпфування. Сучасні тенденції підвищення достовірності вібраційної діагностики пошкоджень ґрунтуються на застосуванні кількох методів одночасно [6].

1.5 Проблеми практичної вібродіагностики пошкоджень

У наукових роботах середини 1990-х років зазначається проблема відсутності універсального методу діагностики пошкоджень, який можна було б успішно застосовувати для оцінки працездатності широкого класу конструкцій та машин у реальних умовах експлуатації [162, 245].

Станом на 2025 рік ця проблема залишається актуальною. Тому завдання вибору найефективнішого методу діагностики пошкодження конструкції в реальних умовах експлуатації має вирішуватися окремо у кожному конкретному випадку.

Науковець A. Rytter у роботі [245] зазначає, що жоден із вібраційних методів не буде розвинений до рівня самодостатнього, тому найперспективнішим є одночасне використання кількох методів діагностики пошкоджень.

Існує проблема раціонального вибору найефективнішого методу вібродіагностики пошкоджень [122, 239]. Її розв’язання можливе за допомогою розроблення критеріїв вибору, що ґрунтуються на порівняльному аналізі чутливості методів та оцінці впливу умов експлуатації на обрані характеристики. Це пов'язано з тим, що на практиці, окрім параметрів пошкоджень, змінюються й інші механічні властивості системи, такі як: модуль пружності чи коефіцієнт демпфування конструкції [200], а також умови зовнішнього середовища, зокрема температура і вологість повітря [45, 106, 304]). Усі ці чинники можуть істотно впливати на вібраційні характеристики коливальної системи, ускладнюючи або унеможливлюючи діагностику пошкоджень [183].

Порівняльний аналіз чутливості вібраційних методів діагностики пошкоджень виконано в обмеженій кількості робіт [52, 149], водночас розглядалися споріднені методи, які використовують як вібраційні характеристики власні частоти та форми коливань.

Головною причиною незначних успіхів, досягнутих унаслідок численних спроб практичного застосування вібраційних характеристик для розв’язання зворотної задачі вібродіагностики реальних машин та конструкцій, стала низька чутливість методів діагностики пошкоджень, що ґрунтуються на оцінці зміни власних частот і форм коливань [254, 255].

Підвищення чутливості цих методів, а також розв’язання проблеми, пов'язаною з наявністю шуму та з низьким рівнем сигналу, завдяки збільшенню кількості датчиків спричиняє ускладнення системи вимірювання та обробки даних. Значно вищу чутливість до виявлення пошкодження типу тріщини втоми демонструють нелінійні ефекти. Проте прояв нелінійних ефектів досліджено за умов істотного збільшення рівня демпфування в коливальній системі, яке відбувалося, наприклад, у разі виникнення тріщини [130, 246].

Надійність та ефективність вібраційної діагностики пошкоджень визначається повнотою уявлень про особливості впливу реального пошкодження на динамічні характеристики та механічні властивості коливальної системи.

Реальне пошкодження у більшості робіт моделюється невиправдано спрощено, що є істотною перешкодою для розв’язання зворотної задачі вібродіагностики. Існує також проблема оптимізації методу діагностики за вібраційною характеристикою, яка використовується (переміщення, деформація, прискорення тощо), методу її вимірювання та способу конкретної реалізації (кількість датчиків, їх розташування для отримання максимальної кількості інформації при мінімальній похибці).

Також важливо знати можливі зміни механічних властивостей конструкції, які, крім пошкодження, можуть вплинути на експлуатацію в реальних умовах. Зокрема, при використанні характеристики демпфування коливань для діагностики тріщин слід пам’ятати, що вона залежить від багатьох експлуатаційних і технологічних чинників, зокрема, від амплітуди коливань, статичних компонентів навантаження, температури, напруженості магнітного поля тощо.

1.6 Моделювання коливань пружних тіл із локальним пошкодженням

Найбільш поширеним видом пошкодження конструкцій, схильних до динамічного навантаження, є тріщина втоми [28]. Її вплив на жорсткість коливальної системи моделюють за допомогою несиметричної кусково-лінійної характеристики відновлювальної сили [178, 179, 316, 322].

Коливальні системи з такою характеристикою належать до класу суттєво нелінійних, що зумовлює низку фундаментальних труднощів під час аналітичного розв’язання задачі про їх вимушене коливання. Через складність цієї задачі для отримання аналітичного розв’язку в роботі [178] використовувалася система з одним ступенем свободи із несиметричною кусково-лінійною характеристикою відновлювальної сили. Надалі подібну модель використовували інші дослідники [230].

Подальше вдосконалення моделі передбачало опис зміни жорсткості системи на обох напівциклах коливань єдиною нелінійною функцією [35, 75, 90], яка є рядом Вольтера, що апроксимує білінійну функцію [90]. У роботі [75] такий вибір

функції обґрунтовується необхідністю врахування того факту, що процес закриття тріщини не відбувається миттєво [87].

P.G. Kirmsher у роботі [150] виявив, що якщо тріщина в бетонному стрижні заповнена частинками зруйнованого матеріалу та зумовлює ефект передчасного закриття, то це впливає на власну частоту коливань, подібно до тріщини меншої глибини. Явище закриття тріщини відбувається майже у всіх металевих матеріалах за симетричного циклу навантаження. У меншій мірі воно проявляється за асиметричного циклу коливань і майже зникає при асиметрії циклу R = 0,7 [27]. Ефект передчасного закриття тріщини змінює характеристику відновлювальної сили, зсуваючи координату перелому пружної характеристики змінюючи в такий спосіб рівень нелінійності коливальної системи.

Розв’язання задач про вимушені коливання таких систем виражалося аналітично методом гармонічного балансу [44, 178], методом Рітца за принципом Остроградського-Гамільтона [24, 25, 26] або чисельно [75].

Варто відзначити, що аналітичні розв’язки, запропоновані науковцем інженерно-технічного факультету Університету Яманасі S. Maezawa [178] точніше слід кваліфікувати як квазіаналітичні, після чого вони зводяться до побудови системи трансцендентних рівнянь, які не мають точного аналітичного розв'язання та потребують використання чисельних методів.

Подальше ускладнення моделі полягало у більшій кількості ступенів свободи коливальної системи. Наприклад, у роботі [322] двопролітну балку з кількома тріщинами представлено як систему з двома ступенями свободи.

У дослідженнях [133, 254] використовувалася система з десятьма ступенями свободи, у якій пошкодження моделювалося через зменшення жорсткості однієї з пружин на 20...80 %.

Експериментальне, аналітичне або чисельне встановлення взаємозв'язку між параметрами пошкодження та вібраційними характеристиками реальної конструкції є складним завданням. Проте його можна суттєво спростити якщо конструкцію або її елементи подати у вигляді стрижневої коливальної

системи з крайовими умовами та умовами навантаження, максимально наближеними до реальних [11].

До цього класу конструкцій належать лопатки газотурбінних двигунів, роторні системи, трубопроводи різного призначення тощо.

У задачах про коливання стрижня з тріщиною вона зазвичай моделювалася локальним зменшенням жорсткості стрижня. Так, P.G. Kirmsher [150] запропонував моделювати крайову тріщину вирізом, глибина якого дорівнює глибині тріщини, а ширина визначалася за допомогою енергетичного підходу. Розвиваючи цю модель, W.T. Thomson [297] замінив стрижень із вузьким вирізом однорідним стрижнем з парою прикладених у місці вирізу згинальних моментів, використовуючи для визначення їх величини метод, запропонований у [123] для стрижнів змінного поперечного перерізу.

Професор цивільного будівництва Дюкського університету H.J. Petroski [218] поширив цю ідею на стрижень із тріщиною, визначивши еквівалентну відстань між парою моментів як функцію відносної глибини тріщини.

Ідея моделювання тріщини фізичним вирізом (або коротким стрижневим елементом із зменшеною жорсткістю) використовувалася іншими дослідниками. Форма вирізу приймалася квадратною [113], прямокутною [24, 201, 284, 311] або трикутною [25, 26, 276]. Істотними недоліками цих підходів була відсутність обґрунтування розмірів вирізу (насамперед його протяжності, оскільки глибина вирізу зазвичай приймалася рівною глибині тріщини), та зменшення маси моделі через виріз. Останнього, із зазначених вище недоліків позбавлений так званий умовний виріз, тобто ділянка стрижня зі зменшеною жорсткістю, але зі сталою масою. Зменшення жорсткості ділянки стрижня досягалося за допомогою умовного зменшення моменту інерції перерізу [229] чи модуля пружності матеріалу [141, 206, 207, 320]. Однак у зазначених роботах не обґрунтовано вибір протяжності цієї ділянки (наприклад, у науковій статті [141], він прийнятий рівним 20 % довжини стрижня), що ставить під сумнів можливість використання такої моделі для кількісної оцінки впливу тріщини на вібраційні характеристики стрижня.

Експериментальні дослідження професора машинобудування Імперського коледжу Лондона P. Cawley та його колеги R. Ray показали [70], що чим менша протяжність прорізу, тим точніше він моделює тріщину втоми. Водночас, професор Вашингтонського університету у Сент-Луїсі A.D. Dimarogonas дійшов висновку [96], що локальна піддатливість вузького вирізу менша за локальну піддатливість тріщини тієї ж глибини.

Отже, виникає проблема визначення розмірів вирізу так, щоб виконувалася умова рівності піддатливості вирізу та перерізу з тріщиною. Можна припустити, що довжина вирізу є функцією глибини тріщини.

Тріщина втоми має властивість відкриватися під час циклу розтягу та закриватися під час циклу стиску, змінюючи в такий спосіб жорсткість тіла в момент його циклічної деформації. Водночас виріз або короткий стрижневий елемент зі зниженою на 10...70 % жорсткістю [237] є моделлю тріщини, яка передбачається постійно відкритою незалежно від знака напруження (тому її зазвичай називають моделлю відкритої тріщини), а характеристика відновлювальної сили, зберігається лінійною.

Відкрита тріщина неточно моделює вплив тріщини втоми на зміну власних частот і форм коливань [115] і є неприйнятною дослідження нелінійних ефектів, спричинених періодичним закриттям-відкриттям тріщини втоми [96].

Недоліків згаданих вище, позбавлена модель, відома як тріщина, яка закривається або «дихаюча» тріщина. Така тріщина вважається відкритою на одному напівциклі коливань та закритою на іншому. За такої умови передбачено, що жорсткість стрижня із закритою тріщиною дорівнює жорсткості непошкодженого стрижня, а явище контакту берегів тріщини, не враховується.

Моделювання тріщини коротким стрижневим елементом із зменшеною жорсткістю був найпоширенішим способом представлення тріщини до середини 1970-х років, коли цю модель поступово почала витісняти модель тріщини у вигляді пружини або пружного шарніра. Піддатливість таких моделей визначалася експериментально або за допомогою енергетичного підходу.

Професор R.D. Adams разом з колегами в роботі [36] представив відкриту тріщину в однорідному стрижні при поздовжніх коливаннях у вигляді пружини, жорсткість якої визначено з умови еквівалентності зміни власних частот поздовжніх коливань стрижня, отриманих експериментально та розрахованих за допомогою моделі стрижня з тріщиною.

Згодом найбільш поширеним способом визначення еквівалентної жорсткості (піддатливості) пружини став метод, що ґрунтується на балансі енергій. З одного боку, зміна потенційної енергії деформації перерізу з тріщиною визначалася з використанням підходів механіки руйнування через *коефіцієнти інтенсивності напружень* (*КІН*) [115] чи *J*-інтеграл [227]), а з іншого – методом класичної механіки через піддатливість пружного елемента. Така модель використовувалася при дослідженнях коливань стрижня з однією крайовою тріщиною [80, 120, 144, 158, 159, 227, 231, 275] або з парою симетрично розташованих тріщин [93, 203].

Однак, як показано в роботах [245, 300], формули для визначення *КІН* різних авторів дають кілька різних значень, що впливає на результати розрахунків власних частот коливань стрижнів з тріщиною. З огляду на це зроблено висновок про необхідність експериментального обґрунтування вибору формули для визначення *КІН* за критерієм найкращої відповідності результатів розрахунків власних частот коливань із експериментом.

При відомих параметрах тріщини певна експериментальна зміна власної частоти коливань стрижня може бути використана для визначення динамічного *КІН* [224].

Точність моделей валів із тріщинами визначається відображенням відповідного результату впливу тріщини на піддатливість вала. Цю задачу можна досить точно розв’язати за допомогою підходів механіки руйнування та взаємозв’язку між швидкістю виділення енергії деформації та *КІН* [78]. Така модель тріщини забезпечує надійне та ефективне прогнозування власних частот коливань вала з тріщиною, а також дає змогу виявити нелінійні ефекти у разі так званої тріщини, що періодично закривається [66].

Дискусія науковця Браунського університету P.C. Paris та співробітника Del Research Corporation H. Tada, [212] із науковцем факультету машинобудування Лінчепінгського технологічного університету C.-G. Gustafson [118] висвітлила важливу проблему в задачах про вигин стрижнів із тріщиною, а саме необхідність урахування концентрації напружень не лише за розтягувальних, але й за стискальних напружень тобто при повному закритті тріщини. Однак, варто звернути увагу на те, що величина *КІН* при стисканні становить незначну частку *КІН* при розтягуванні в області значень співвідношення глибини тріщини *(a)* до товщини стрижня *(h)*, ($\gamma = a/h < 0{,}8$). У процесі моделювання тріщини втоми цим ефектом нехтують.

Співробітники інженерного факультету Абердинського університету S. Christides та A.D.S. Barr [84, 85] запропонували принципово нову модель тріщини. Вона ґрунтувалася на врахуванні розподілу напруження в околиці тріщин, яке описувалося експоненційною функцією такого виду:

$$f(x,y) = \left[y - m \cdot H\left(\frac{h}{2} - a - |y|\right)\right] \cdot e^{-\frac{2\cdot\alpha\cdot|x-L_m|}{h}}, \qquad (1.1)$$

де m – коефіцієнт концентрації напружень;

H – функція Гевісайда;

L_m – координата тріщини;

α – емірично визначений показник експоненти.

У роботі [84] показник експоненти прийнято рівним α = 0,667. Завдяки цьому результати значення розрахунку власної частоти першої форми коливань стрижня на двох опорах з парою симетричних тріщин найкраще збігалися з експериментальними даними для стрижня з парою симетрично розташованих вузьких вирізів. Однак подальші дослідження інших авторів показали, що найслабшим місцем зазначеної моделі є оцінка показника експоненти.

Так, у роботі [267] для опису розподілу напружень в околиці пари симетричних тріщин показник експоненти становить α = 1,936, а в роботах

[226, 269] при розгляді крайової тріщини в консольному та стрижні на двох опорах було отримано значення α = 1,276.

Модель S. Christides та A.D.S. Barr [84] використовували інші дослідники для моделювання стрижня Бернуллі-Ейлера з різними крайовими умовами з відкритою [77–79] і крайовою тріщиною, яка закривається [81, 82] при поздовжніх або поперечних коливаннях.

При вивченні динамічної поведінки стрижневих коливальних систем у зазначених роботах застосовано модифікований варіаційний принцип Hu-Washizu [126, 310]. Істотним недоліком цієї моделі є необхідність експериментального визначення показника експоненти для різних граничних умов та геометрії стрижнів, а також той факт, що функція (1.1) не враховує різкого зростання напружень на протилежній від тріщини поверхні стрижня.

Розвиток потужних обчислювальних засобів призвів до широкого використання *МСЕ* під час розв’язання задач коливання тіл з тріщинами. Наявні в літературі *СЕ*-моделі стрижнів із тріщиною розрізняються кількістю елементів і розмірністю матриці локальної піддатливості. Так, у роботах [146, 225] для моделювання стрижня використано 5 елементів, у [263] – 6, у [152, 153] – 10, у [204, 320] – 15, у [260] – 15, [159, 206, 229, 241] – 20, в [207] – 32, в [121] – 50 і в [71] – 704 елементи.

Точність *СЕ*-моделі тіла з тріщиною прямо пропорційна кількості елементів, оскільки при більшій дискретності точніше задається місцеположення тріщини і меншому об'єму стрижня приписується зменшена жорсткість.

Стрижень з тріщиною має збільшену локальну піддатливість у різних напрямках залежно від орієнтації прикладених сил.

Повна матриця локальної піддатливості розмірністю 6 × 6, яка враховує шість ступенів свободи, моделюючи крайову поперечну тріщину елемента, була отримана професором A.D. Dimarogonas [98] для стрижня Тимошенка за допомогою енергетичного підходу механіки руйнування. Така ж повнорозмірна матриця використовувалася і в роботах [210, 263, 265] для вала на двох опорах

з крайовою тріщиною, а також у [262] для елемента з тріщиною, розташованою під кутом 45 ° до осі вала.

У низці робіт [103, 211] присвячених моделюванню стрижня з відкритою крайовою тріщиною використовувався окремий випадок цього підходу який враховував зміну згинальної та поздовжньої піддатливості вала.

У науковому дослідженні [225] матриця жорсткості мала розмірність 4 × 4, оскільки враховували лише згинальний момент і перерізувальну (поперечну) силу. У роботі [204] було враховано поперечні сили, а також згинальні й крутні моменти, через що матриця жорсткості елемента з тріщиною мала розмірність 10 × 10.

M. Krawczuk [157] побудував тривимірну модель стрижня з тріщиною, що складалася з 14 призматичних *СЕ,* один із яких мав зменшену жорсткість. Проте автор не показав переваг тривимірної моделі порівняно з плоскою (двовимірною) моделлю стосовно стрижневих систем.

У літературі представлено інші способи моделювання локальної піддатливості в *СЕ*-моделях стрижнів із тріщинами, наприклад, зниженням модуля пружності одного з елементів у 0,1...0,9 разів [206, 207, 320] або зменшенням висоти перерізу одного з елементів із збереженням маси стрижня [229].

Слід зазначити, що у вище згаданих роботах не обґрунтовано взаємозв'язок між локальною піддатливістю елемента, що моделює тріщину, і локальною піддатливістю перерізу з тріщиною.

Автори роботи [71] використали для моделювання консольного стрижня з восьмивузловою тріщиною прямокутний плоский елемент. Було показано, що після досягнення кількості елементів 192 одиниці значення обчислених власних частот коливань стрижня з тріщиною і без тріщини за першими чотирма формами практично не змінюється при подальшому збільшенні кількості елементів.

МСЕ було застосовано і для моделювання складніших коливальних систем. Так, професор M. Krawczuk [154, 161] запропонував тонкий прямокутний пластинчастий *СЕ* для моделювання згинальних коливань пластини з тріщиною. Тріщина моделювалася за допомогою додаткової матриці піддатливості, елементи якої обчислюються із застосуванням енергетичного підходу.

У складніших конструкціях пошкодження зазвичай моделюється видаленням будь-яких їх елементів, наприклад, елементів ферми [135, 280], або зменшенням жорсткості одного або кількох елементів [191].

Безумовною перевагою *СЕ*-моделювання є можливість виконання модального аналізу конструкцій із композитних матеріалів з урахуванням відносного об’єму та кута орієнтації волокон [156, 160, 163].

До недоліків *СЕ*-моделювання слід віднести необхідність потужних обчислювальних засобів та значного часу для створення моделі, її апробації та виконання розрахунків; залежність точності розрахунків від кількості елементів і числа ступенів свободи елемента, що моделює тріщину; незручність для інженерного використання. Крім того, як показано в роботі [225], перелом функції кута повороту перерізу відбувається не в перерізі з тріщиною, а в найближчому вузлі *СЕ*-моделі, що підтверджує припущення про пряму залежність точності моделі від кількості елементів.

1.7 Результати аналітичних та експериментальних досліджень вібраційних характеристик пошкоджень

1.7.1 Власні частоти та форми коливань

У численних експериментальних дослідженнях, починаючи з роботи P.G. Kirmsher [150], а потім D. Wendtland [311, 312], вважалося допустимим імітувати тріщину в стрижневому елементі вирізом різної довжини. Так, у роботах [235, 242] виріз шириною 0,13 *мм* у консольних стрижнях виконували електроіскровим методом, а в [116, 300] – фрезами шириною 2,5 *мм*, 0,4 *мм* і 0,35 *мм*. Автори цих робіт виходили з припущення, що чим вужчий виріз, тим точніше він моделює тріщину.

S. Christides та A.D.S. Barr [84] виконали експериментальне дослідження взаємозв'язку між власною частотою першої форми згинальних коливань балки на двох опорах та глибиною пари симетричних прорізів, розташованих посередині

балки. Виріз для моделювання тріщини використано також у роботах [205, 207].

Проте ще у 1983 р. професор Королівського технологічного інституту P. Gudmundson [116] спираючись на порівняльні експериментальні дослідження показав, що тріщина втоми викликає менш інтенсивні зміни частот різних форм поперечних коливань стрижнів, ніж вузький виріз. Цей висновок підтверджено результатами випробувань стрижня на двох опорах з прорізом [166], у якому було встановлено пристрій для регулювання зазору. Це дало змогу імітувати тріщини, які повністю закриваються, частково закриваються або залишаються відкритими.

Результати досліджень показали, що імітація тріщини втоми за допомогою локального зменшення висоти перерізу не є обґрунтованою. Крім того, одна і та сама тріщина по-різному впливає власні частоти коливань залежно від асиметрії циклу [83, 133]. Створення асиметрії циклу коливань, за якої закриття тріщини не відбувається, призводить до більш інтенсивного зниження частот першої та другої форм коливань, ніж при симетричних коливаннях. Це явище не спостерігається у разі вирізу.

Аналогічні результати отримано в роботі [80], коли тріщина втоми розкривалася пластичним деформуванням. Крайова тріщина спричиняє значно менш інтенсивні зміни власних частот поздовжніх коливань, ніж згинальних [79].

Використання широких зразків (наприклад, перерізом 25 *мм* × 25 *мм* [133, 275], 20 *мм* × 20 *мм* та 30 *мм* × 30 *мм* [275], 205 *мм* × 13,1 *мм* [170]) при дослідженні впливу крайової тріщини на модальні характеристики стрижневих елементів призводить до похибок в оцінці глибини тріщини та *КІН*, оскільки в широких зразках ступінь еліптичності тріщини є значним. Тому для проведення модельних експериментів зазвичай використовувалися вузькі зразки [79, 80, 83].

Деякі дослідники вважають [251], що надійне та ефективне діагностування пошкоджень можливе, якщо зміна власних частот коливань конструкції, спричинена пошкодженням, перевищує 5 %. Водночас, як було показано у низці робіт [151, 244, 282, 294], досягнення такого порогу чутливості є дуже проблематичним. Насамперед це пов'язано з тим, що невеликі за розміром

пошкодження (наприклад, тріщина з відносною глибиною $\gamma = a/h = 0{,}1$) спричиняють незначні зміни власних частот коливань, тоді як відносна зміна частоти поперечних коливань стрижня близько 5 % спостерігаються при відносній глибині крайової тріщини, що перевищує ($\gamma = a/h = 0{,}25$) [133].

Чутливість власних частот коливань до наявності тріщини залежить не тільки від її розмірів, але й від рівня напруженості пошкодженого перерізу.

Найбільшу зміну власних частот коливань спричиняє тріщина з максимальним напруженням, яке зосереджене на певній ділянці конструкції чи її елемента [103, 108, 248]. Підвищення чутливості вібродіагностики, за умови розташування пошкодження в області з високим напруженням було підтверджено іншими дослідниками [112, 142, 250]. Оскільки розподіл напружень уздовж довжини стрижня визначається формою коливань, зміна модальних параметрів, зумовлена наявністю тріщини, проявляється по-різному для різних форм коливань і залежить від напруженості перерізу з тріщиною для конкретної форми коливань [275].

Якщо тріщина розташовується у вузлі напружень (це переріз, у якому напруження під час коливань певної форми дорівнює нулю; термін введений за аналогією з вузлом коливань), теоретично вона не впливає на модальні характеристики. Проте в роботах [109, 159, 251] було зроблено помилковий висновок про те, що тріщина не впливає на модальні параметри, якщо вона розташована у вузлі коливань.

У лабораторних випробуваннях широко застосовується збудження коливань зразків за допомогою вібратора через закріплений до кінця зразка стрижень [116, 235, 242]. Очевидно, що додатковий зв'язок впливає на модальні параметри об'єкта дослідження, вносячи в такий спосіб спотворення у залежності модальних параметрів, від параметрів пошкодження. Це, своєю чергою, ускладнює оцінку таких залежностей та ставить під сумнів достовірність отриманих результатів.

Власні частоти коливань стрижнів із крайовою відкритою тріщиною [103, 105, 108, 207, 225, 269], а також із парою симетрично [267] і послідовно розташованих [261] відкритих тріщин досліджувалися переважно чисельно,

за винятком аналітичного дослідження [105], в якому використовувався метод Релея. Було виявлено істотну залежність власних частот коливань від глибини та розташування тріщини, причому ця залежність послаблювалася зі збільшенням номера форми коливань. Зміни форм коливань виявлялися слабо, а для симетричної системи при парних формах коливань – не виявлялися зовсім.

Дослідження згинальних коливань стрижнів із відкритою [108, 263, 265] і крайовою тріщиною, яка закривається [108, 275], показали, що чим більш жорсткішим є стрижень, тим сильніше тріщина змінює його власні частоти коливань. Водночас збільшення жорсткості консольного стрижня, зумовлене дією відцентрових сил, хоча й призводило до збільшення його власних частот коливань, мало вплинуло на залежність власних частот від глибини й розташування тріщини [153].

Професор Патрського університету T.G. Chondros разом із колегами за допомогою підходу з роботи [84] розв’язали задачу поздовжніх коливань консольного стрижня з відкритою [77] і тріщиною, яка закривається [81], а в роботі [82] – задачу поздовжніх коливань вільного стрижня з тріщиною, яка закривається. Було отримано залежності зміни власних частот першої форми коливань стрижнів від глибини тріщини.

Професор A.D. Dimarogonas разом із колегами досліджуючи зміну власних частот перших чотирьох форм крутильних коливань консольно-защемленого вала з круговою тріщиною біля основи, у роботах [94, 97] показав, що чим вища форма коливань, тим менш інтенсивні зміни власної частоти спричиняє тріщина.

Співробітники відділу прикладної механіки Індійського технологічного інституту A.S. Sekhar та B.S. Prabhu [263, 265] порівняли ступінь зміни частоти першої форми поздовжніх, крутильних та згинальних коливань вала на двох опорах за різної глибини відкритої крайової тріщини. Було встановлено, що зниження власної частоти згинальних коливань виявилося найінтенсивнішим, тоді як зменшення поздовжніх частот та крутильних коливань – практично однаковим.

Експериментальні роботи, присвячені дослідженню впливу тріщин і прорізів на форми коливань стрижневих елементів [201, 205, 231, 235, 242, 301]

та пластин [73, 74, 76, 216], дали змогу дійти до висновку про низьку чутливість зміни форм коливань, для діагностики пошкоджень. Так, у роботі [231] форми коливань визначено за допомогою одного акселерометра, який послідовно розміщувався у різних точках стрижня. Цей метод має недолік, адже маса акселерометра по-різному впливає на форми його коливань залежно від його розташування.

У роботах [235, 242] при використанні 11 акселерометрів зроблено висновок, що форми коливань не можуть бути отримані з точністю, достатньою для діагностики пошкоджень. Навіть використання сучасних засобів вимірювання, таких як лазерна віброметрія [76, 201, 205, 301] і значна кількість вимірюваних форм коливань (до 14 [201]), не дали змогу розв’язати проблему надійності та ефективності діагностики пошкодження.

Водночас, дослідження показали [260], що задача визначення місцеположення пошкодження через зміну форм коливань за умови малої кількості вимірювальних елементів може бути розв’язана з точністю, що дорівнює відстані між датчиками. У роботі [318] розроблено методику вибору точок вимірювання та форм коливань для найефективнішої оцінки пошкодження.

Вплив локального пошкодження на форми коливань стрижневих елементів досліджувався як аналітично [141] так і чисельно [125, 206, 207, 229, 231, 260, 288, 301, 302, 320]. Зокрема, у роботах [302, 320] показано, що форма коливань має перелом у перерізі з тріщиною, а кут повороту – стрибок.

У роботі [320] вплив тріщини визначають за різкою зміною кривизни осі стрижня, яка оцінюється кутом повороту перерізу (φ).

У *CE*-моделі цей кут визначається за допомогою центрально-різницевого наближення виду:

$$\varphi_i = \frac{\varphi_{i+1} - 2\varphi_i + \varphi_{i-1}}{z^2}, \tag{1.2}$$

де z – відстань між точками вимірювання i–1 та i+1.

Оскільки кривизна пропорційна деформації, в експерименті можна вимірювати деформацію безпосередньо на поверхні стрижня. З наближення (1.2) очевидно, що чутливість методу залежить від кількості використовуваних датчиків і тому має практичні обмеження. Крім того, як показано в роботі [309], чим вищий порядок досліджуваної форми коливань, тим нижча чутливість методу. Для підвищення рівня чутливості дослідники в роботах [125, 229] рекомендують використовувати кілька форм коливань. У роботі [175] для вібродіагностики пошкоджень використано вплив тріщини на розподіл напружень по поверхні стрижня під час його коливань за першою та другою формами.

Теорія розрахунку власних частот і форм коливань ступінчастого вала є складнішою, ніж у випадку однорідного вала. Порівняльний аналіз чутливості власних частот до наявності тріщини, розташованої в середній частині ротора, за різних видів коливань показав, що поперечна тріщина найзначніше проявляється при згинальних коливаннях, значно слабше – при поздовжніх і практично не впливає на крутильні коливання. Поздовжня тріщина може бути виявлена лише за допомогою крутильних коливань. Вплив поздовжньої тріщини на власну частоту крутильних коливань ротора є інтенсивнішим, ніж вплив поперечної [7].

Слід зазначити, що висновки щодо чутливості та практичної застосовності того чи іншого методу вібродіагностики, зроблені на основі аналітичних досліджень, завжди є більш оптимістичними, ніж висновки, отримані з результатів експериментів.

Отже, зміна форм коливань, спричинена наявністю тріщини, є недостатньою для практичної діагностики пошкоджень. Крім того, визначення форм коливань є дуже трудомістким процесом, який потребує великої кількості датчиків і тривалого часу. У реальних умовах сигнал є малим за величиною, а вплив шуму додатково знижує чутливість форм коливань до пошкоджень.

1.7.2 Характеристики демпфування коливань

У 1996 р., ґрунтуючись на результатах аналізу робіт, присвячених розробленню методів вібраційної діагностики пошкодження, професор A.D. Dimarogonas [96] сформулював низку перспективних завдань, одне з яких звучить так: – «*Аналітичне формулювання зміни демпфування, зумовленого тріщиною як альтернативний засіб виявлення тріщин*».

Спроби дослідити взаємозв'язок між зміною демпфувальної здатності різних конструкцій та їх елементів і параметрами пошкодження зроблено у багатьох роботах. Виконано численні експериментальні дослідження впливу тріщин на характеристики поглинання енергії коливань зразків [16, 29, 130, 139, 151, 165, 168, 209, 229, 232].

Дослідження, які проведено на експериментальних зразках, виявили, що зародження та зростання тріщини призводить зазвичай до суттєвого збільшення характеристики демпфування коливань.

У роботі [168] виявлено, що коефіцієнт демпфування коливань за першою формою консольного зразка з крайовою тріщиною втоми зріс до 8 разів при площі тріщини, що становить 44 % поперечного перерізу. У [130] зафіксовано збільшення демпфувальної здатності призматичних сталевих зразків у 63 та 125 разів, коли тріщина втоми досягала 52 % та 74 % поперечного перерізу, відповідно.

В роботі [246] зафіксовано 70-кратне збільшення рівня демпфувальної здатності консольного зразка зі сталі, коли тріщина досягала 50 % пустотілого коробчатого перерізу. Таке зростання демпфування спостерігалося тільки для одного зразка – на інших аналогічних зразках при порівняльних параметрах тріщини зростання демпфування було на порядок менше. Більш складний взаємозв'язок між розмірами тріщини та демпфувальною здатністю зразків виявлено у роботі [151]: безпосередньо перед утворенням макротріщини коефіцієнт демпфування деяких форм коливань суттєво зростав, проте після утворення тріщини він повертався до свого початкового рівня. Аналіз причин суттєвої кількісної відмінності отриманих результатів ускладнений через

використання у цих роботах різних методів та методик визначення характеристики демпфування коливань.

Дослідження демпфувальної здатності згинальних коливань зразків за трьома формами при різному місцеположенні тріщини виявили вплив рівня напруження перерізу з тріщиною на характеристику демпфування коливань зразка [246].

У роботі [193] при випробуваннях кількох залізобетонних панелей було виявлено, що наявність тріщини збільшує вдвічі коефіцієнт демпфування першої форми коливань, проте практично не змінює коефіцієнт демпфування другої форми.

За результатами випробувань компактних зразків з алюмінієвого сплаву *СТ75* шириною 4 *мм*, 12 *мм* і 30 *мм* при циклічному навантаженні з частотою 20 *Гц* було встановлено, що рівень розсіювання енергії в крайовій тріщині, яка поширюється, лінійно збільшується з шириною зразків, а також, що цей показник істотно залежить від ефективного розмаху *КІН* [139].

Вплив ступеня розкриття тріщини на рівень розсіювання енергії в ній досліджено в роботі [324]. Для створення різного рівня розкриття тріщини зразок піддавався статичному вигину із зростаючим навантаженням. Після кожного етапу статичного навантаження визначався рівень демпфування коливань зразка, який пов'язувався зі значеннями *КІН*, що були на відповідних етапах статичного навантаження. У той самий час, у процесі динамічних випробувань значення *КІН* не визначалися, що дало змогу пов'язати їх із розсіюванням енергії в тріщині.

Експериментальне дослідження інших видів пошкоджень (таких як отвори та вирізи) у зв'язку з їх впливом на дисипативні властивості зразка виконано у роботах [229, 232]. В роботі [229] у процесі дослідження демпфування коливань вільно підвішеного стрижня за п'ятьма формами встановлено, що наскрізний проріз, що займає 30 % перерізу, викликає незначне (у межах похибки експерименту) зростання характеристики демпфування при всіх досліджених формах коливань.

У процесі поглиблення пари симетричних прорізів модальне демпфування вільного стрижня майже не змінювалося [232] і лише за відносної глибини тріщини

($\gamma = a/h > 0{,}6$) зафіксовано майже дворазове зростання характеристики демпфування коливань.

Основними механізмами пошкодження композитних матеріалів є розтріскування матриці (утворення великої кількості дрібних тріщин), розрив волокон, розпушення матриці-волокна, а також розшарування [307], яке є найпоширенішим видом пошкодження композитів [184].

Згідно з результатами досліджень [165, 214], розшарування призводить до незначного збільшення рівня демпфування. Виявлено слабке зростання демпфування при розшаруванні зразків [165] і багатошарових панелей [214] з композитних матеріалів. Однак на думку авторів, це збільшення недостатнє для діагностичних цілей.

Демпфування є більш чутливим до розшарування композиту, ніж жорсткість; при малих розмірах розшарування зміна демпфування визначається головним чином зміною в'язкопружного демпфування в шарах, тоді як демпфування, зумовлене тертям шарів, стає істотним при великих розмірах розшарування [328]. Накопичення втомного пошкодження під час циклічного розтягування, що визначається кількістю циклів навантаження, призводить майже до п'ятикратного зростання характеристики демпфування коливань шаруватих композитних матеріалів при крутильних коливаннях [323].

Набагато складнішу картину спостерігають під час утворення тріщини та зміни демпфувальної здатності повномасштабних конструкцій та їх елементів [315]. Так, у роботах [138, 195, 298] показано, що збільшення рівня демпфування може свідчити про пошкодження чи зношування конструкції, а також характеризувати зміну її жорсткості.

Існують різні підходи до пояснення причин розсіювання енергії у тріщині. Так, у роботах [130, 258, 259, 324] висловлено припущення, що головну роль у цьому відіграє тертя між поверхнями тріщини, які контактують.

Професор Імперського коледжу Лондона M. Imregun та професор Стамбульського технічного університету K.Y. Sanliturk [130] за результатами випробувань великої кількості експериментальних зразків запропонували

аналітичну модель розсіювання енергії в тріщині, побудовану на припущенні, що основним механізмом розсіювання енергії в тріщині є тертя [258]. Однак відповідність між прогнозами моделі та даними експериментів було отримано лише за умови припущення, що коефіцієнт тертя μ = 0,8.

Автори роботи [139] також заперечили можливість значного тертя між протилежними поверхнями тріщини.

A. Rytter з колегами [245, 247] висунув гіпотезу про визначальну роль зони пластичності біля вершини тріщини. У роботах [117, 162] автори припустили наявність двох джерел розсіювання енергії в тріщині: пластична зона біля вершини тріщини та тертя її берегів, якщо тріщина закривається. Зрештою, у роботі [209] розглядається термопружний механізм демпфування для неметалевих матеріалів. Однак усі ці припущення та гіпотези не отримали експериментального підтвердження. Отже, питання про механізми розсіювання енергії в тріщинах дотепер залишається відкритим.

Як видно, висновки різних авторів про вплив пошкодження на демпфувальну здатність конструкцій є різноманітними й часто суперечливими. Використання різних методів та методик визначення характеристики демпфування коливань ускладнює аналіз проблеми [138]. Використання модального аналізу для оцінки дисипативних властивостей зразків в лабораторних випробуваннях [130, 151, 168, 324] та конструкцій в реальних умовах експлуатації [39, 41, 43, 279, 306] призводить до широкого діапазону значень характеристики демпфування коливань, особливо під час дослідження. Це зумовлює необхідність використання більш точних і чутливих методів та методик визначення демпфувальних властивостей матеріалів і конструкцій.

Для дослідження питання про механізм розсіювання енергії в тріщині необхідно знати геометричні параметри (розміри та місцеположення) та тип пошкодження (тріщина, що закривається або відкрита, проріз), напруженість і початковий рівень демпфування коливань зразка або конструкції без тріщини.

Однак, у багатьох роботах характеристики демпфування коливань чи напруженості зразка представлені як функції числа циклів навантаження [29]

або амплітуди напружень. Часто відсутні необхідні для аналізу параметри тріщини або рівні напружень, за яких визначалися характеристики демпфування коливань (що характерно для методики модального аналізу). Це не дає змоги використовувати багато опублікованих експериментальних даних для дослідження закономірностей розсіювання енергії в тріщині.

У низці робіт зазначено вплив рівня демпфування коливань у системі та залежність різних вібраційних характеристик від параметрів пошкодження. Так, у роботі [280] за допомогою чисельного дослідження зміни власних частот і форм коливань просторової ферми методом малих збурень і *МСЕ* показано, що врахування демпфування знижує точність визначення параметрів пошкодження, оскільки демпфування, поряд із пошкодженням, впливає на власні частоти та форми коливань.

Чутливість характеристик демпфування коливань до наявності тріщин тим вища, чим нижчим є її початковий рівень для непошкодженої конструкції.

Зміна характеристики демпфування і влансих частот коливань може бути ефективною ознакою пошкодження лише в тому випадку, коли механічні напруження в околі пошкодження є достатніми для періодичного закриття-відкриття тріщини під час вібрації конструкції [9].

Авторами роботи [12] розроблено умову достатньої чутливості демпфування для діагностики тріщини в балці круглого поперечного перерізу.

Зміна характеристики демпфування є достатньо чутливою для надійного виявлення пошкоджень за умови, що співвідношення енергії, яка розсіюється в тріщині (ΔU_c), до подвоєної максимальної енергії деформації конструкції (U) є більшим або рівним добутку початкової характеристики демпфування конструкції (δ) та відносної похибки експериментального визначення цієї характеристики (k).

$$\frac{\Delta U_c}{2 \cdot U} \geq k \cdot \delta$$

1.7.3 Прояви нелінійних ефектів у коливаннях

Виникнення втомних тріщин чи інших видів пошкоджень у конструкціях або їхніх елементах зумовлює зменшення жорсткості а, отже, зміну їхніх динамічних характеристик. Наприкінці 1990-х років почав інтенсивно розроблятися метод вищих гармонік [19], який використовується як вібраційна характеристика пошкодження.

Його суть полягає у встановленні взаємозв'язку між величиною тріщини та амплітудами вищих гармонік у спектрі коливань, отриманому в результаті розкладу часової залежності коливань моделі з тріщиною або вібропереміщення у ряд Фур’є.

Початок досліджень нелінійної поведінки обертових валів з тріщинами, які закриваються покладено в 1976 році [111]. Необхідність цих досліджень зумовлена тим, що моделі з постійно відкритою тріщиною не могли виявити додаткові резонанси та зміни спектра коливань.

Результати лабораторних випробувань малорозмірних моделей роторів показали перспективність використання окремих вібраційних характеристик для виявлення пошкоджень в обертових валопроводах [37, 40, 91, 92, 143, 326]. Зокрема, нелінійні ефекти визнано досить чутливими до наявності тріщин, які закриваються.

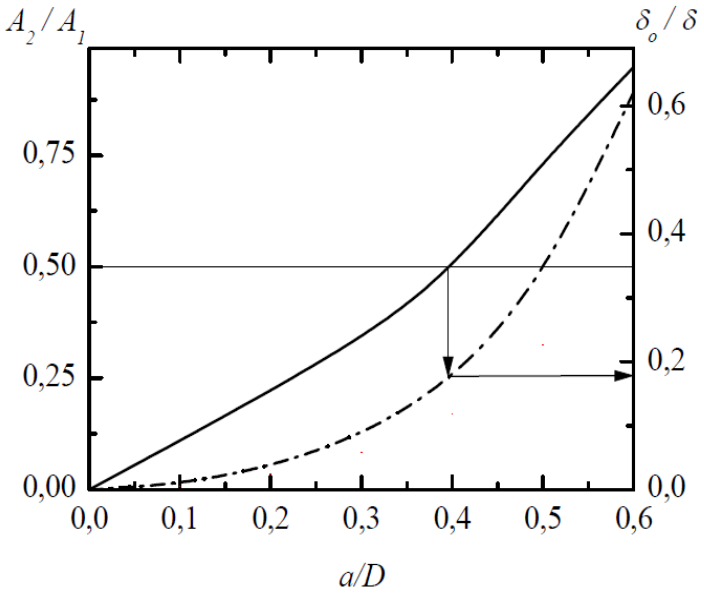
Як зазначалося вище, тріщина втоми має властивість відкриватися під час циклу розтягу та закриватися під час циклу стиску, змінюючи в такий спосіб жорсткість тіла в момент його циклічної деформації. Ключовою особливістю тріщини, є раптова зміна жорсткості тіла в моменти її закриття й відкриття. Це зумовлює суттєву нелінійність динамічної поведінки коливальних систем і, як наслідок, прояв нелінійних ефектів, зокрема, появу суб- і супергармонічних резонансів, а також нелінійність вібраційного відгуку системи (переміщення, швидкості, прискорення, деформації) як за цих режимів коливань, так і за основного резонансу. До нелінійних ефектів також належить виникнення під час

закриття та відкриття тріщини численних форм коливань стрижневої системи, яка спочатку коливалася за якоюсь однією формою.

Результати низки досліджень [19, 26, 55] показали перспективність використання спотворення форми хвилі коливань, що моделюють тіло з тріщиною, за основного й нелінійних резонансів системи для діагностики тріщин, які закриваються. Спотворення форми хвилі оцінювали за наявністю вищих гармонік у розкладі в ряд Фур'є відповідних часових функцій.

У зв'язку з цим в роботі [5] виконано оцінку ефективності вібродіагностики тріщини на основі нелінійності коливань при супергармонічному резонансі ротора порядку *1/2*. Як параметр нелінійності використано співвідношення амплітуд другої та першої гармоніки спектра коливань A_2/A_1 як найбільш чутливих до наявності тріщини, які закриваються.

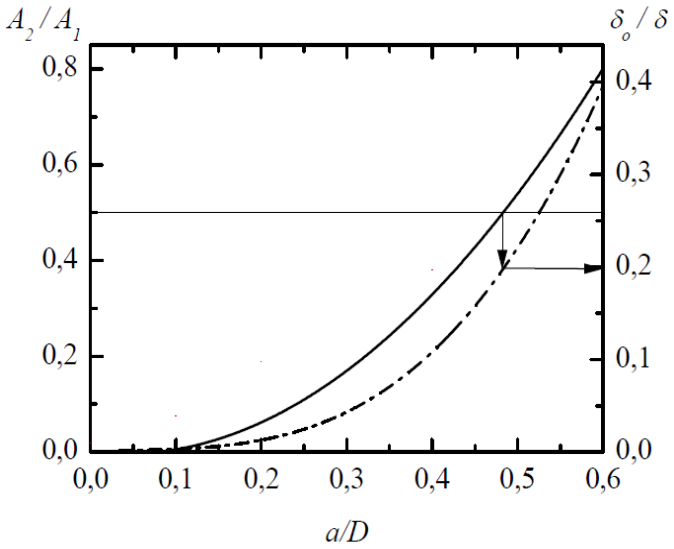
На рис. 1.1 – 1.3 представлено залежності параметра нелінійності коливань ротора і відносної піддатливості від розміру тріщини.



Примітка. L_c/L = 0,5; L/D = 10; ψ = 0,4

Рисунок 1.1 – Залежності параметра нелінійності першої форми згинальних коливань при супергармонічному резонансі порядку *1/2* (суцільна лінія) і відносної піддатливості (штрих-пунктирна лінія) від відносної глибини поперечної тріщини для ротора

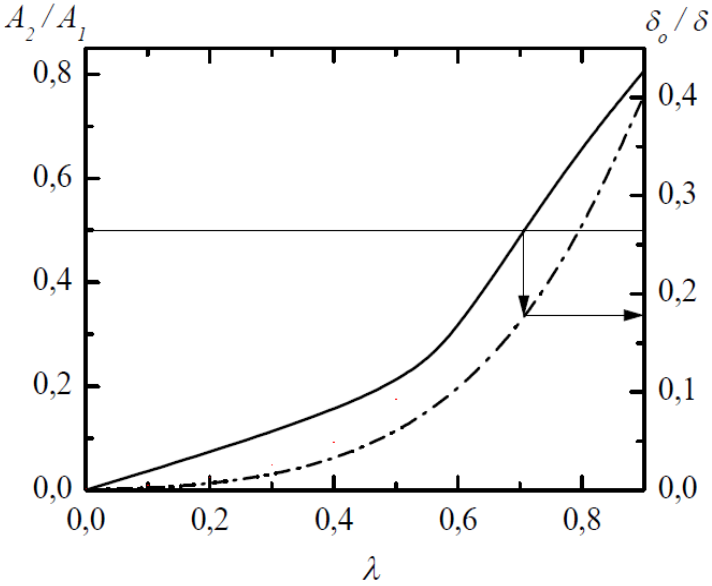
Джерело: [62]



Примітка. L_c/L = 0,5; L/b = 5; ψ = 0,4

Рисунок 1.2 – Залежності параметра нелінійності другої форми крутильних коливань при супергармонічному резонансі порядку *1/2* (суцільна лінія) і відносної піддатливості (штрих-пунктирна лінія) від відносної глибини поперечної тріщини для ротора

Джерело: [62]



Примітка. L_c/L = 0,5; L/b = 5; ψ = 0,4

Рисунок 1.3 – Залежності параметра нелінійності другої форми крутильних коливань при супергармонічному резонансі порядку *1/2* (суцільна лінія) і відносної піддатливості (штрих-пунктирна лінія) від відносної глибини поздовжньої тріщини для ротора

Джерело: [62]

Граничне значення відносної піддатливості визначалося за критерієм A_2/A_1 = 0,5, що відповідає рівню нелінійності коливань, який надійно виявляється навіть за наявності значного шуму у вимірюваному сигналі [62].

Як було показано в багатьох роботах [90, 262, 278], поперечні й похилі тріщини спричиняють зменшення власних частот коливань вала, яке є недостатнім для надійного та ефективного виявлення тріщин. Аналогічний висновок зроблено щодо перехідних коливань вала під час пуску або зупинки з постійним прискоренням чи уповільненням [219]. Під час проходження через критичну швидкість вала інтенсивність коливань у вертикальній площині збільшується не більше ніж на 18 % за відносної глибини тріщини ($\gamma = a/h$ = 0,4).

З цієї причини пошук більш чутливих і надійних методів виявлення пошкоджень в обертових валах став предметом численних досліджень. Так в роботі [110] зроблено висновок, що зміни в спектрі коливань вала є перспективними для діагностики тріщин. Наявність вищих гармонік і субгармонік, а також наявність поздовжніх і крутильних гармонік у спектрі поперечних коливань вала може бути використано для виявлення тріщин [96, 273, 274].

1.8 Спектральний аналіз вібрації обертових валів

Більшість методів вібраційної діагностики пошкоджень обертових валів, ґрунтуються на нелінійних ефектах. До цих ефектів належать нелінійні резонанси, нелінійні спотворення стаціонарних і перехідних коливань, зв’язок поздовжніх, згинальних і крутильних коливань тощо.

Підвищення чутливості та надійності нелінійної вібраційної діагностики може бути досягнуто через зміну прискорення та уповільнення на етапах пуску та зупинки турбін. Поява тріщини призводить до виникнення в спектрі коливань обертового вала другої та вищих гармонік. Вони можуть бути використані як ознаки наявності тріщини при вібраційному моніторингу вала під час пуску або зупинки, а також під час стаціонарного обертання [13].

Під час обертання вала з тріщиною, яка закривається, виникають додаткові або нелінійні резонанси, коли швидкість обертання досягає *1/2*, *1/3* критичної швидкості обертання вала Ω_{cr} [110, 111, 147, 317]. Водночас виявлено прямий зв'язок між розмірами тріщини та величиною резонансних піків [278].

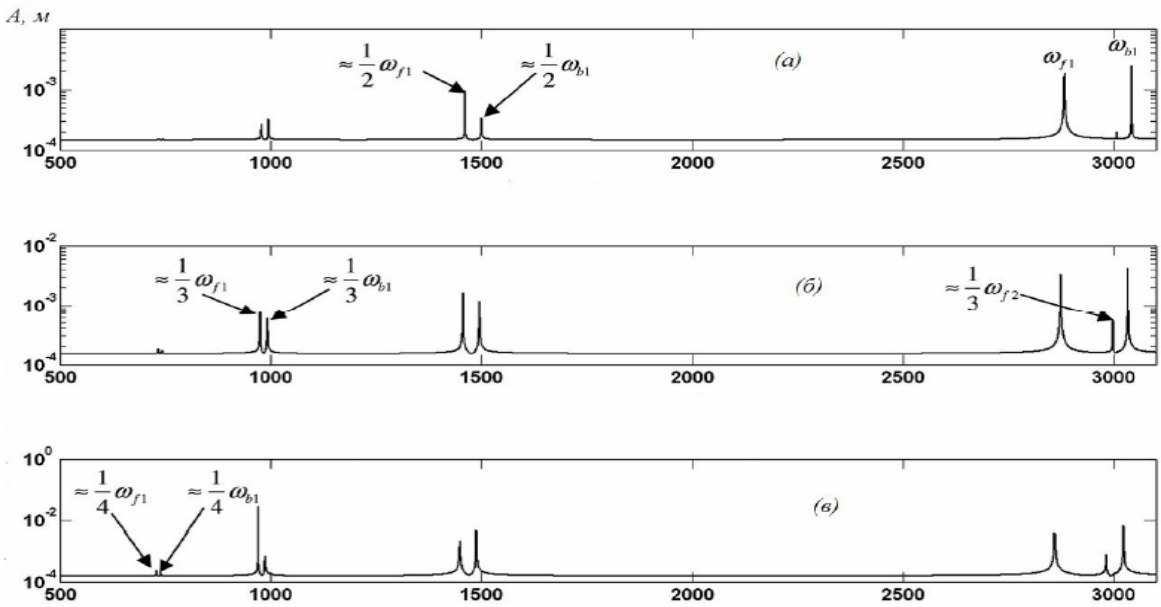
У роботі [287] запропоновано використовувати амплітуди коливань у діапазоні першої підкритичної швидкості (*1/2* першої критичної швидкості) для діагностики тріщин в обертових валах.

Виникнення тріщини спричиняє появу другої і вищих гармонік у спектрі коливань обертового вала. Вони можуть бути використані як ознаки наявності тріщини під час вібраційного моніторингу вала при пуску або зупинці, а також у стаціонарному обертанні. У режимі стаціонарної роботи турбіни збільшення чи зменшення інтенсивності резонансу за $\Omega/\Omega_{cr} = 1$ є показником наявності тріщини [110].

Ґрунтуючись на ідентифікації другої гармоніки здається можливим виявляти тріщини з відносною глибиною ($\gamma = a/h = 0{,}2$) [144]. Для надійного та ефективного виявлення тріщини, на основі другої гармоніки спектра коливань швидкість обертання вала має становити половину першої критичної швидкості [127].

Друга гармонічна складова спектра коливань може слугувати основною характеристикою наявності та розвитку тріщини [114, 129]. У роботі [325] підтверджено, що спектр перехідних коливань вала під час розгону з різним прискоренням, а також коливань у стаціонарному режимі, містить другу гармоніку. Чим ближче тріщина розташована до опори або муфти, тим менший вплив вона робить на спектр [129]. В роботі [40] виявлено другу, третю і вищі гармонічні складові спектра коливань вала з відносною глибиною тріщини ($\gamma = a/h = 0{,}3$).

Вищі гармоніки у спектрі коливань обертового вала однозначно пов'язані з наявністю «дихаючої» тріщини, як зазначено в роботі [72]. Згідно з аналітичним дослідженням [92], під час субкритичних резонансів вала з тріщиною у спектрі коливань виникають вищі гармоніки (3Ω, 5Ω), що спричиняють відповідні нелінійні резонанси.



Примітка. (*а*) γ = 0,1; (*б*) γ = 0,2; (*в*) γ = 0,3

Рисунок 1.4 – Залежності амплітуди коливань вала ω від швидкості його обертання Ω при різній глибині тріщини

Джерело: [131]

У роботі [104] досліджено динамічну поведінку роторної системи з еліптичною «дихаючою» тріщиною, яка моделює реальну форму фронту тріщини. Авторами роботи розроблено *CE*-модель роторної системи з тріщинами. Механізм «дихання» тріщини змодельовано на основі вдосконаленої моделі «дихання», що враховує нахил нейтральної осі поперечного перерізу елемента з тріщиною під час обертання вала. Для розв’язання рівнянь руху роторної системи та визначення сталих характеристик відгуку застосовано метод гармонічного балансу. Досліджено вплив таких параметрів, як глибина тріщини, коефіцієнти форми тріщини та швидкість обертання.

Результати роботи [104] показують, що унікальна поведінка вихрових орбіт під час проходження докритичних швидкостей є ключовим показником наявності тріщин у валу. Представлена науковцями модель, яка враховує реальну форму фронту тріщини, може сприяти покращеному моделюванню роторів із тріщинами та точнішій інтерпретації виміряної реакції на вібрацію.

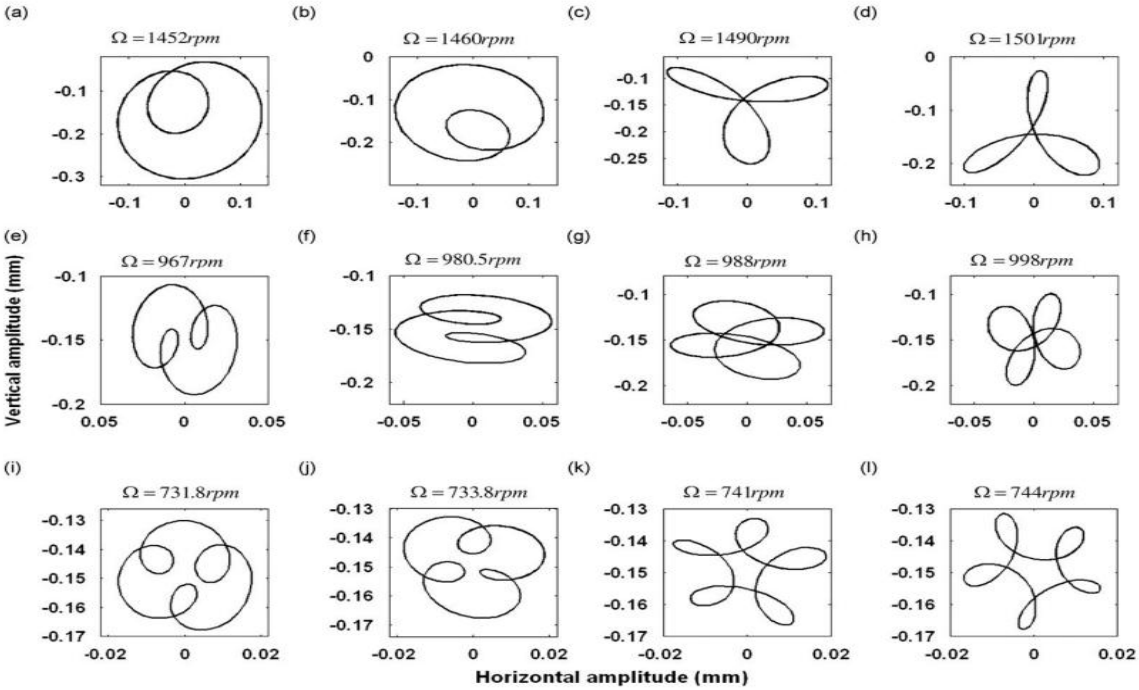
У роботі [99] повідомлено про випадок виникнення значної вібрації на роторі низького тиску парової турбіни потужністю 300 *МВт* на станції Лавріон (Греція, 1983 рік). Аналіз вібрації, виміряної поблизу підшипників, дав змогу

припустити існування тріщини: спектр містив значну гармоніку 2Ω і піки на частотах 12 і 6 *Гц*, які були відповідні половині та чверті критичної швидкості. Демонтаж турбіни підтвердив наявність тріщини.

1.8.1 Аналіз фазових траєкторій обертових валів

Траєкторії зміни фази також можуть бути корисні для виявлення пошкоджень в обертових валах. Отже, закриття тріщини може бути виявлено за допомогою двопетлевого та трипетлевого орбітального руху осі вала під час проходження *1/2* і *1/3* критичної швидкості відповідно [92, 277].

У дослідженні [40] наведено більш загальне уявлення про можливе викривлення орбіт осі вала, спричинене тріщиною.



Примітка. a – d – проходження через *1/2* першої пари критичних обертів; e – h – проходження *1/3* першої пари критичних швидкостей обертання; i – l – проходження через *1/4* першої пари критичних обертових швидкостей

Рисунок 1.5 – Вихрові орбіти вала з тріщиною: (*a/D* = 0,15)

Джерело: [40]

У роботі [145] за результатами моделювання показано наявність нестабільного діапазону критичної швидкості, в якому відбувається перехідний вихровий реверсивний рух і фазовий зсув.

Наближений аналітичний розв'язок задачі про резонансні коливання системи з несиметричною кусково-лінійною характеристикою відновлювальної сили [19] або пружного елемента з тріщиною, яка закривається [47–49] отримано з урахуванням лінійного в'язкого або гістерезисного тертя. Характерною особливістю таких систем є наявність парних гармонік у спектрі коливань.

У роботі [55] отримано аналітичну залежність спектральної щільності вільних коливань систем з одним ступенем свободи від відносних розмірів тріщини, коефіцієнта демпфування, числа періодів коливання та початкової швидкості. Показано, що спектральні амплітуди вищих гармонік можуть бути діагностичною ознакою, проте, чутливість методу невисока. Так, відносна величина спектральної щільності була найбільш значущою за умови наявності другої гармоніки і становила менше 0,1 при відносному розмірі тріщини 0,7 [55].

Необхідно також зазначити, що результати розрахунків отримано за умови необґрунтованого спрощення співвідношення між розмірами тріщини та зміною жорсткості системи.

При експериментальних дослідженнях вільних згинальних коливань консольного стрижня з тріщиною, яка закривається за другою формою, в спектрі прискорення кінця стрижня виділяється друга та четверта гармоніка [221]. Експериментальне дослідження [4] також показало, що спектри вільних згасаючих коливань непошкодженої та дефектної лопаток газотурбінного двигуна під час їхнього широкосмугового імпульсного навантаження істотно відрізняються.

У результатах чисельно-аналітичного розв’язку задачі про вимушені коливання системи з одним ступенем свободи та несиметричною кусково-лінійною характеристикою відновлювальної сили без урахування демпфування S. Maezawa [178] показав, що у таких системах крім основного резонансу, виникають також супергармонічні резонанси.

Для опису характеристики відновлювальної сили, що моделює тріщину, яка закривається, у роботі [90] використовували ряд Вольтера. У результаті чисельного розв’язку диференціального рівняння коливань системи з одним ступенем свободи отримано значення резонансів другого та третього порядків.

При постійному значенні рівня демпфування, амплітуди цих резонансів виявилися прямо пропорційними до величини пошкодження. За допомогою методу гармонічного балансу отримано наближені аналітичні розв’язки задачі про супергармонічний резонанс системи з одним ступенем свободи з кусково-лінійною характеристикою відновлювальної сили.

У роботі [23] показано, що амплітуда другої гармоніки спектра нелінійного резонансу другого порядку зростає зі збільшенням умовної пошкодженості системи і зменшується зі збільшенням рівня демпфування коливань.

У роботі [24] отримано розрахункові формули для визначення несиметричності кусково-лінійної характеристики відновлювальної сили, для амплітуди другої гармоніки спектра супергармонічних резонансних коливань другого порядку.

Амплітуди суб- та супергармонічних резонансів гнучкого стрижня суттєво зростають за умови виникнення тріщини. Спектри нелінійних режимів коливання гнучкого стрижня з тріщиною є змішаними з переважанням складових, що відповідають порядку нелінійного резонансу. Спектр супергармонічного резонансу порядку *3/1* для непошкодженого гнучкого стрижня містить лише непарні гармоніки.

Цей режим коливань дає змогу розділити вплив геометричної та пружної нелінійності за наявності третьої та другої гармоніки. Відносна зміна другої гармоніки є інваріантною щодо можливої зміни амплітуди змушувальної сили, що є важливим досягненням для практичної діагностики пошкоджень.

Український фахівець в галузі механіки, доктор фізико-математичних наук Микола Плахтієнко для розв’язку задачі про поперечні коливання балки [26] та пластини [25] з крайовою поперечною тріщиною використовував принцип Гамільтона-Остроградського за допомогою методу Рітца. Розв’язок, що обмежувався випадком малих тріщин, тобто слабким нелінійним резонансом, показав наявність суттєвої залежності між глибиною тріщини та другою гармонікою спектра коливань при нелінійному резонансі другого порядку.

Чисельне моделювання показало, що для точності, встановленої в межах 4 %, частоти суперрезонансу другого порядку й амплітуди другої гармоніки коливального процесу визначаються з похибкою, що не перевищує 26 %.

Чисельний розв’язок задачі про вимушені коливання стрижня з тріщиною, яка закривається, під дією гармонічної зосередженої сили, отриманої з використанням *CE*-моделі, показав, що коливання такого стрижня характеризується наявністю супергармонічного резонансу другого порядку. Амплітуда цього резонансу на порядок менша за амплітуду основного резонансу [222, 223, 241]. Крім того, при супергармонічному резонансі є істотна нелінійність коливального процесу, що характеризується значною амплітудою другої гармоніки в спектрі коливання [223, 249], причому в останній роботі результати розрахунків експериментально підтверджені. Дослідження виконується за різних параметрів тріщини, але при постійному рівні в'язкого лінійного демпфування.

Професор M. Krawczuk [155] досліджував вимушені коливання консольного стрижня Тимошенка з тріщиною, яка закривається, під дією поздовжньої гармонічної змушувальної сили, використовуючи *MCE* та метод гармонічного балансу. Процес відкриття-закриття тріщини моделюється одною функцією, яка визначала зміну жорсткості елемента з тріщиною залежно від частоти змушувальної сили. Аналогічні підходи було використано в роботах [34, 187, 266].

Однак у роботі [241] за допомогою аналізу моделі тріщини, використаної в дослідженні [155], показано, що ця модель неправильно описує поведінку коливальної системи за частотою коливань, близьких до супергармонічних резонансів, коли амплітуди вищих гармонік досягають значення, за якого система змінює свою жорсткість більш ніж один раз за період коливання. Врахування цього явища є одним з фундаментальних труднощів аналітичного дослідження супергармонічних резонансів.

Для розв’язку цієї проблеми у низці робіт [24, 25, 26] розглянуто так званий слабкий супергармонічний резонанс, що виникає за наявності порівняно малої глибини тріщини або високого рівня демпфування. У цьому разі амплітуди вищих

гармонік набагато менші за амплітуду основних коливань, і додаткова зміна жорсткості системи свідомо не відбувається.

У роботі [230] аналітично досліджено спектр вимушених коливань системи з одним ступенем свободи та несиметричною кусково-лінійною пружною силою за умови, що частота зовнішньої сили була значно нижчою за власну частоту коливань системи. Спектр коливань характеризувався нульовим коефіцієнтом, а також гармоніками, майже рівними першій та парним гармонікам.

Подібний підхід реалізовано під час випробування зразків на розтяг-стиск, де нульовий коефіцієнт у спектрі коливань використовувався як діагностична ознака пошкодження.

У низці робіт, де моделювалися поперечні коливання консольного стрижня [225], балки на двох опорах [218, 322], ротора [31, 32] показано, що їх вимушені коливання стають негармонічними за наявності тріщини, яка закривається. Крім того, в роботі [218] показано, що вплив тріщини також проявляється у виникненні коливань за вищими формами.

У роботах [56, 57] отримано аналітичну залежність спектральної щільності вимушених коливань з нестаціонарним збудженням системи з одним ступенем свободи від відносних розмірів тріщини, коефіцієнта демпфування, тривалості діагностики та параметрів збудження. Показано, що спектральні амплітуди вищих гармонік можуть слугувати діагностичною ознакою наявності тріщини.

Під час дослідження коливань системи з одним ступенем свободи та кусково-лінійною несиметричною характеристикою відновлювальної сили, в роботі [291] виявлено ефект, який також можна віднести до нелінійних.

При збудженні коливань системи двома силами, частоти яких було підібрано так, щоб їх різниця дорівнювала резонансній частоті коливань системи (кругові частоти змушувальних сил становили 300 *рад/с* і 80 *рад/с*, а резонансна частота коливань системи – 220 *рад/с*), окрім вимушених коливань на частотах змушувальних сил, виникли також коливання на резонансній частоті.

В експериментальній роботі [249], присвяченій дослідженню можливості використання супергармонічних резонансних режимів для діагностики

пошкодження, рівень негармонічності змушувальної сили, не контролювався, а її вплив на спектр коливань при нелінійних резонансах не оцінювався.

Висновки до розділу 1

Результати літературного огляду дали змогу зробити такі висновки.

1. Невібраційні методи діагностики пошкодження є малопридатними для діагностики громіздких конструкцій, через їх локальність. Запропоновані в літературі моделі локального пошкодження мають низку істотних недоліків, які перешкоджають створенню надійних та ефективних методів вібродіагностики пошкодження.

Недоліками моделей пошкодження у вигляді вирізів різної форми та розмірів є необґрунтованість протяжності вирізу та зумовлене ним зменшення маси моделі.

Модель пошкодження, у якій вплив тріщини на розподіл напруження в околиці її вершини враховується експоненційною функцією, має кілька недоліків, зокрема потребу в експериментальному визначенні показників експоненти для різних граничних умов і геометрії стрижнів. Крім того, ця функція не враховує різкого зростання напруження на протилежному боці стрижня від тріщини.

2. Загальним недоліком представлених у літературі моделей локального пошкодження є нехтування розсіюванням енергії в тріщині. З одного боку, це суттєво ускладнює процес моделювання пружного тіла з пошкодженнями, а з іншого – це зумовлено відсутністю аналітичного опису закономірності розсіювання енергії в тріщині.

3. Втомне пошкодження в переважній більшості робіт моделюється невиправдано спрощено. Моделювання пошкодження прорізом не здатне відобразити суттєву нелінійність динамічної поведінки коливальної системи, спричинену наявністю тріщин втоми. Крім того, тріщина суттєво збільшує дисипативні властивості пружного тіла, а високий рівень демпфування пригнічує нелінійні ефекти.

Отже, розрахункові моделі, які не враховують зміну демпфування в системі у разі виникнення пошкодження, неадекватно описують нелінійні коливання тіла з тріщиною.

4. Мало вивчено питання про причини, що відіграють ключову роль у зміні характеристики демпфування коливань тіла у разі виникнення та зростання тріщини. У літературі це питання або розглядається на рівні припущення, або взагалі ігнорується. У зв'язку з цим потрібно дослідити механізми розсіювання енергії в тріщині втоми нормального відриву та визначити закономірності їх прояву.

5. Прояв нелінійних ефектів не досліджувався за умов суттєвого підвищення рівня демпфування в коливальній системі, який виникав у разі появи тріщини. Тому при дослідженні залежності зміни нелінійних ефектів від параметрів пошкодження необхідно враховувати зміну рівня демпфування у системі.

6. Не досліджено вплив розмірів і місцеположення тріщини на нелінійні ефекти, а також ефект закриття тріщини, вплив якого вивчено лише для відносної зміни частоти коливань.

7. Не розв’язано завдання раціональної оцінки ефективності практичного використання методу вібродіагностики пошкоджень. Це можна реалізувати за допомогою розроблення критеріїв такої оцінки, що ґрунтуються на порівняльному аналізі чутливості методів та оцінки впливу умов експлуатації на обрані характеристики. Це важливо, оскільки в реальних умовах експлуатації, крім параметрів пошкодження змінюються й інші механічні властивості системи або умови зовнішнього середовища, які можуть суттєво впливати на вібраційні характеристики коливальної системи, ускладнюючи або унеможливлюючи в такий спосіб діагностику пошкодження.

РОЗДІЛ 2
ОСОБЛИВОСТІ ВІБРАЦІЙНОЇ ДІАГНОСТИКИ ПОШКОДЖЕННЯ ЛОПАТОК ТУРБІН

Метою цього розділу дисертаційної роботи є розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі лопатки турбіни з крайовою поверхневою тріщиною втоми для визначення зміни власних частот поперечних коливань, характеристик демпфування і дослідження спектра коливань лопатки. Це дасть змогу прогнозувати вплив параметрів (розмірів та місцеположення) поверхневої тріщини втоми та геометричних параметрів лопатки на зміну власних частот поперечних коливань, характеристик демпфування і спектра коливань для проведення надійної та ефективної вібраційної діагностики пошкоджень у лопатках турбін під час ремонтного періоду.

Також передбачено проведення порівняльного аналізу чутливості вібраційних характеристик пошкодження лопаток турбін, що ґрунтуються на відносній зміні їхніх власних частот коливань, характеристик демпфування та спектра коливань під час основного резонансу.

Крайова поверхнева тріщина лопатки – це дефект, який утворюється на краю лопатки і має невелику глибину (зазвичай у межах 0,1…0,3 *мм*).

Основні причини виникнення таких тріщин:

1. втомне пошкодження – наслідок багатоциклового навантаження, спричиненого зміною тиску пари;
2. ерозія та кавітація – вплив парових крапель, що спричиняє підвищений знос і появу макротріщин;
3. корозія – робоче середовище (волога, агресивні гази) сприяє розвитку міжкристалітних тріщин;
4. термічні навантаження – висока температура може змінювати структуру металу та спричиняти тріщини;
5. виробничі дефекти матеріалу – мікронерівності після технологічної обробки, що з часом можуть перерости у тріщини.

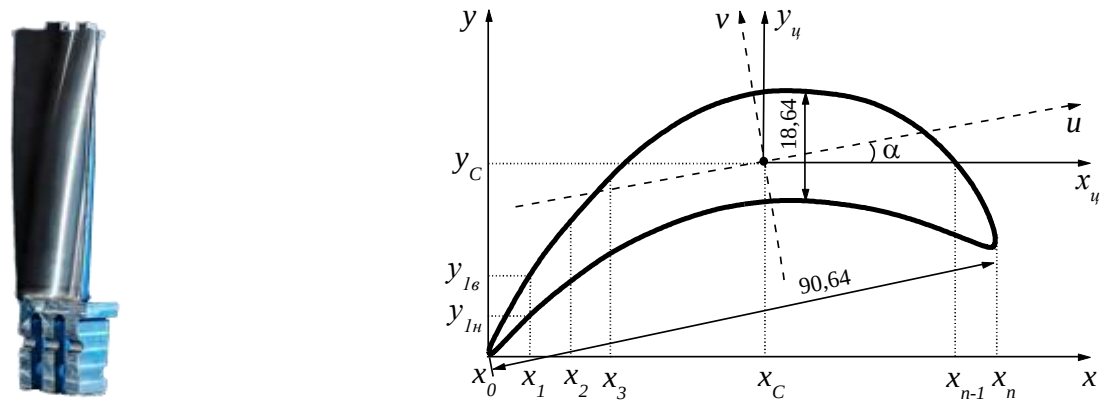
2.1 Визначення основних геометричних характеристик поперечного перерізу лопатки турбіни

Однією з проблем визначення вібраційних характеристик лопатки, є розрахунок геометричних характеристик її поперечного перерізу.

Інша проблема – визначення зміни жорсткості (піддатливості) поперечного перерізу лопатки у разі виникнення тріщини.

Графічний метод сіток, що використовується для визначення геометричних характеристик поперечного перерізу лопатки, зокрема моментів інерції поперечного перерізу відносно головних осей, є трудомістким, незручним і неточним. Тому в дисертаційному дослідженні ці характеристики визначаються аналітично.

Для цього побудовано профіль лопатки турбіни в ортогональній системі координат (*x–y*) в певному масштабі, рис. 2.1 (*б*). Орієнтація та розташування профілю в цій системі координат є довільними.



(*а*) (*б*)

Рисунок 2.1 – Лопатка турбіни *К-1000-60/3000* (*а*) та її поперечний переріз (*б*) (*розроблено автором, розкрито в праці* [11])

Довжина лопатки вздовж осі *x* поділяється на *n* однакових відрізків (кроків розбиття):

$$\Delta_x = \frac{x_n - x_0}{n}\ , \tag{2.1}$$

де x_n – абсциса кінцевої точки, що визначає довжину лопатки;

x_0 – абсциса початкової точки, що визначає довжину лопатки;

n – крок розбиття.

Площа поперечного перерізу лопатки (F):

$$F = \frac{\Delta_x}{2} \cdot \sum_{i=1}^{n} (Y_{i\text{в}} - Y_{i\text{н}}), \tag{2.2}$$

де Δ_x – крок дискретизації (відстань між сусідніми точками вздовж осі x);

$Y_{i\text{в}} = y_{i\text{в}} + y_{(i-1)\text{в}}$ – ордината верхньої межі профіля лопатки турбіни;

$Y_{i\text{н}} = y_{i\text{н}} + y_{(i-1)\text{н}}$ – ордината нижньої межі профіля лопатки турбіни.

На рис. 2.1 (*б*), показано, як для кожного значення абсциси x_i визначається $y_{iв}$ та $y_{iн}$.

Статичні моменти перерізу лопатки (S) відносно осей x та y:

$$S_x = \frac{\Delta_x}{8} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(Y_{i\text{в}}^2 - Y_{i\text{н}}^2\right), \tag{2.3}$$

$$S_y = \frac{\Delta_x^2}{8} \cdot \sum_{i=1}^{n} (i - 0{,}5) \cdot \left(Y_{i\text{в}}^2 - Y_{i\text{н}}^2\right). \tag{2.4}$$

Координати центра ваги перерізу лопатки відносно осей x та y:

$$x_\text{с} = \frac{S_y}{F}, \tag{2.5}$$

$$y_\text{с} = \frac{S_x}{F}. \tag{2.6}$$

Осьові моменти інерції (I_x, I_y):

$$I_x = \frac{\Delta_x}{24} \cdot \sum_{i=1}^{n} \left(Y_{i\text{в}}^3 - Y_{i\text{н}}^3 \right), \tag{2.7}$$

$$I_y = \frac{\Delta_x^3}{6} \cdot \sum_{i=1}^{n} [i^3 - (i-1)^3] \cdot (Y_{i\text{в}} - Y_{i\text{н}}). \tag{2.8}$$

Відцентровий момент інерції поперечного перерізу лопатки турбіни (I_{xy}):

$$I_{xy} = \frac{\Delta_x^2}{16} \cdot \sum_{i=1}^{n} [i^2 - (i-1)^2] \cdot \left(Y_{i\text{в}}^2 - Y_{i\text{н}}^2 \right) \tag{2.9}$$

Моменти інерції відносно центральних осей ($x_ц$–$y_ц$) [22]:

$$I_{x_\text{ц}} = I_x - y_c^2 \cdot F, \tag{2.10}$$

$$I_{y_\text{ц}} = I_y - x_c^2 \cdot F, \tag{2.11}$$

$$I_{x_\text{ц} y_\text{ц}} = I_{xy} - x_c \cdot y_c \cdot F. \tag{2.12}$$

Кут повороту центральних осей (α), який визначає напрям головних осей інерції (u, v) [22]:

$$\alpha = \frac{1}{2} \cdot arctg \left(\frac{2 I_{x_\text{ц} y_\text{ц}}}{I_{y_\text{ц}} - I_{x_\text{ц}}} \right) \tag{2.13}$$

Головні моменти інерції (I_u, I_v) поперечного перерізу лопатки турбіни:

$$I_u = I_{x_\text{ц}} \cdot cos^2\alpha + I_{y_\text{ц}} \cdot sin^2\alpha - I_{x_\text{ц} y_\text{ц}} sin2\alpha, \tag{2.14}$$

$$I_v = I_{x_\text{ц}} \cdot sin^2\alpha + I_{y_\text{ц}} \cdot cos^2\alpha + I_{x_\text{ц} y_\text{ц}} sin2\alpha. \tag{2.15}$$

З рис. 2.2, очевидно, що для практичних цілей достатня точність визначення основних геометричних характеристик поперечного перерізу лопатки турбіни досягається при значенні $n \geq 10$. У розглянутому випадку $x_n = 88{,}8$ *мм*.

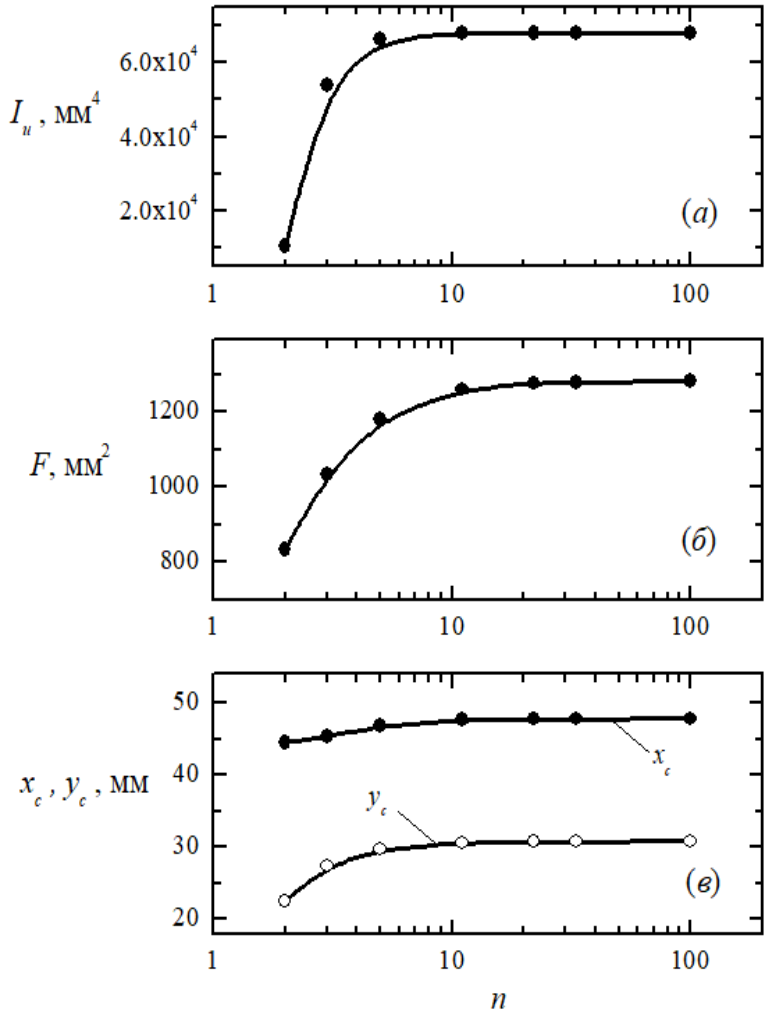


Рисунок 2.2 – Результати розрахунку моменту інерції відносно головної осі *u* (*а*), площа *F* (*б*) і координати центра ваги x_c, y_c (*в*) поперечного перерізу лопатки турбіни *К-1000-60/3000* як функція кількості кроків розбиття *n* (*розроблено автором, розкрито в праці* [11])

Для виконання цих розрахунків верхню ($y_в$) і нижню ($y_н$) межі профілю лопатки турбіни апроксимовано степеневими поліномами такого вигляду:

$$y_в = -0{,}00903 + 2{,}32287 \cdot x - 0{,}03959 \cdot x^2 + 7{,}30678 \cdot 10^{-4} \cdot x^3 - \\ - 8{,}95067 \cdot 10^{-6} \cdot x^4 + 5{,}35391 \cdot 10^{-8} \cdot x^5 - 1{,}22231 \cdot 10^{-10} \cdot x^6 , \quad (2.16)$$

$$y_н = -0{,}11218 + 1{,}03108 \cdot x - 0{,}00481 \cdot x^2 - 1{,}00267 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 + \\ + 5{,}45339 \cdot 10^{-8} \cdot x^4. \quad (2.17)$$

2.2 Вібраційна діагностика пошкоджень лопаток турбіни на основі зміни власних частот коливань

2.2.1 Методичний підхід до розрахунку власних частот поперечних коливань лопатки турбіни з тріщиною

Розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі лопатки турбіни для розв'язання задачі про згинальні коливання лопатки з крайовою поверхневою тріщиною (рис. 2.3), що закривається, для визначення зміни власних частот коливань виконано за допомогою синтезу розв'язків диференціального рівняння, яке описує вільні поперечні коливання стрижневого елемента Бернуллі-Ейлера без урахування демпфувальних характеристик [186]:

$$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\rho \cdot F}{E \cdot I_u} \cdot \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0, \tag{2.18}$$

де ρ – густина матеріалу лопатки;

F – площа поперечного перерізу лопатки;

E – модуль пружності матеріалу лопатки (модуль Юнга);

I_u – момент інерції відносно головної осі u.

Напівцикл коливань, коли тріщина закрита, описується рівнянням для непошкодженої лопатки:

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} w_i(x) \cdot (P_i \cdot Sin(\omega_i t) + R_i \cdot Cos(\omega_i t)), \tag{2.19}$$

де $w_i(x)$ – власні форми коливань лопатки;

P_i, R_i – коефіцієнти, які потрібно визначити;

i – номер форми коливань;

ω_i – власні частоти коливань лопатки;

t – час.

На напівциклі коливань, коли тріщина відкрита, вона моделюється пружним шарніром, із певною кутовою піддатливістю, розташованим на відстані (L_c) від защемлення.

Цей напівцикл коливань описується рівнянням для пошкодженої лопатки:

$$y_{mj}(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} w_{ij}(x) \cdot (P_{mi} \cdot Sin(\omega_{oi} t) + R_{mi} \cdot Cos(\omega_{oi} t)), \qquad (2.20)$$

де $w_{ij}(x)$ – власні форми коливань лопатки на j-тій ділянці лопатки уздовж довжини;

j = 1,2 – нижня і верхня ділянки щодо пружного шарніра;

P_{mi}, R_{mi} – коефіцієнти, які потрібно визначити;

ω_{oi} – власні частоти коливань лопатки з відкритою тріщиною.

Власні форми коливань лопатки на j-тій ділянці уздовж довжини визначаються через функції Крилова S, T, U, V.

$$w_{ij}(x) = A_{ij} \cdot S(k_{oi}x) + B_{ij} \cdot T(k_{oi}x) + C_{ij} \cdot U(k_{oi}x) + D_{ij} \cdot V(k_{oi}x), \qquad (2.21)$$

де $A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, D_{ij}$ – коефіцієнти, що залежать від граничних умов і визначають форму власних коливань лопатки;

$$S(k_{oi}x) = \frac{(\cosh k_{oi}\, x + \cos k_{oi}\, x)}{2}, T(k_{oi}x) = \frac{(\sinh k_{oi}\, x + \sin k_{oi}\, x)}{2},$$

$$U(k_{oi}x) = \frac{(\cosh k_{oi}\, x - \cos k_{oi}\, x)}{2}, V(k_{oi}x) = \frac{(\sinh k_{oi}\, x - \sin k_{oi}\, x)}{2};$$

$k_{oi}^4 = \dfrac{\omega_{oi}^2 \cdot \rho \cdot F}{E \cdot I_u}$ – характеристика згинальних коливань лопатки.

Крайові (граничні) умови, що враховують параметри тріщини та динаміку механічної системи (лопатки):

– для переміщення $w_{ij}(x)$: $w_{i2}(0) = 0$;

– для кута повороту поперечного перерізу лопатки $\theta_{ij}(x)$: $\theta_{i2}(0) = 0$;

– для згинального моменту $M_{ij}(x)$:

$$M_{i1}(L) = I_m \cdot \omega_{oi}^2 \cdot k_{oi}[A_{i1} \cdot V(k_{oi}L) + B_{i1} \cdot S(k_{oi}L) + C_{i1} \cdot T(k_{oi}L) + D_{i1} \cdot U(k_{oi}L)];$$

– для поперечної сили $Q_{ij}(x)$:

$$Q_{i1}(L) = -m_L \cdot \omega_{oi}^2[A_{i1} \cdot S(k_{oi}L) + B_{i1} \cdot T(k_{oi}L) + C_{i1} \cdot U(k_{oi}L) + D_{i1} \cdot V(k_{oi}L)];$$

Умови сполучення ділянок 1 і 2 лопатки, розділених тріщиною:

$$w_{i1}(L_c) = w_{i2}(L_c); M_{i1}(L_c) = M_{i2}(L_c); Q_{i1}(L_c) = Q_{i2}(L_c);$$

$$\theta_{i1}(L_c) - \theta_{i2}(L_c) = \kappa_c \cdot M_{i1}(L_c);$$

де I_m – момент інерції зосередженої маси;

k_{oi} – хвильове число згинальних коливань;

L – довжина лопатки;

m_L – зосереджена маса на кінці лопатки;

L_c – відстань від защемлення лопатки до перерізу з тріщиною;

κ_c – зміна піддатливості перерізу лопатки з тріщиною.

Рівняння, що визначає власні частоти коливань лопатки з відкритою тріщиною (тобто тріщина, яка вважається відкритою на обох напівциклах коливань):

$$\begin{vmatrix} U(\varphi_i)-q_oV(\varphi_i) & V(\varphi_i)-q_oS(\varphi_i) & S(\varphi_i)-q_oT(\varphi_i) & T(\kappa_c\varphi_i)-q_oU(\varphi_i) & 0 & 0 \\ T(\varphi_i)+g_oS(\varphi_i) & U(\varphi_i)+g_oT(\varphi_i) & V(\varphi_i)+g_oU(\varphi_i) & S(\varphi_i)+g_oV(\varphi_i) & 0 & 0 \\ S(\psi_i) & T(\psi_i) & U(\psi_i) & V(\psi_i) & -S(\psi_i) & -T(\psi_i) \\ V(\psi_i)-r_oU(\psi_i) & S(\psi_i)-r_oV(\psi_i) & T(\psi_i)-r_oS(\psi_i) & U(\psi_i)-r_oT(\psi_i) & -T(\psi_i) & -U(\psi_i) \\ U(\psi_i) & V(\psi_i) & S(\psi_i) & T(\psi_i) & -S(\psi_i) & -T(\psi_i) \\ T(\psi_i) & U(\psi_i) & V(\psi_i) & S(\psi_i) & -V(\psi_i) & -S(\psi_i) \end{vmatrix} = 0 \quad (2.22)$$

де $\varphi_i = k_{oi} \cdot L$ – параметр, що враховує довжину лопатки;

$\psi_i = \dfrac{L_c \cdot \varphi_i}{L}$ – модифікований параметр, що враховує положення тріщини;

$q_o = \dfrac{I_m \cdot \varphi_i^3}{\rho \cdot F \cdot L^3}$ – параметр, що пов'язує інерційні властивості та жорсткість;

$g_o = \dfrac{m_L \cdot \varphi_i}{\rho \cdot F \cdot L}$ – параметр, що враховує масові характеристики;

$r_o = \dfrac{E \cdot I_u \cdot \kappa_c \cdot \psi_i}{L}$ – параметр впливу наявності тріщини на жорсткість лопатки.

Зміна піддатливості перерізу з тріщиною визначається енергетичним методом, коли порівнюється зміна енергії деформації тіла у разі виникнення в ньому тріщини втоми, визначена за допомогою підходів класичної механіки та механіки руйнування [186].

Для крайової поверхневої тріщини нормального відриву (йдеться про тріщину, що виникає під дією напружень, перпендикулярних (нормальних) до площини руйнування) (рис. 2.3), за умови плоского напруженого стану зміна енергії деформації лопатки визначається рівнянням:

$$\Delta U = \frac{C}{E} \int_0^a K_I^2 d\gamma \,, \tag{2.23}$$

де C – довжина фронту тріщини;

a – глибина тріщини;

K_I – коефіцієнт інтенсивності напружень (*КІН*).

Довжина фронту тріщини:

$$\mathrm{C} = 2 \cdot r \cdot arccos\left(1 - \frac{a}{r}\right), \tag{2.24}$$

де r – радіус кола, яке описує фронт тріщини;

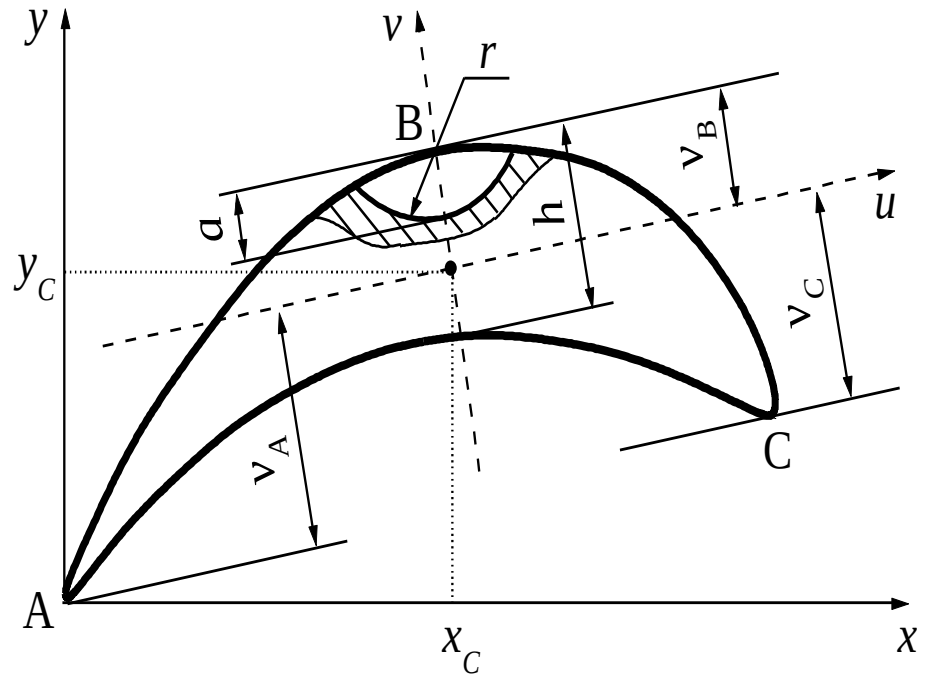
$arccos\left(1-\frac{a}{r}\right)$ – кут геометрії тріщини у співвідношенні її глибини та фронту.

За умови, що r = 0,75h (h – найбільша висота поперечного перерізу лопатки, (див. рис. 2.3) *КІН* залишається постійним уздовж фронту тріщини та визначається рівнянням [286]:

$$K_I = \sigma_c \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot (1{,}13211 - 1{,}87278 \cdot \gamma + 0{,}75369 \cdot \gamma^2), \qquad (2.25)$$

де σ_c – механічні напруження в перерізі лопатки з тріщиною;

$\gamma = a/h$ – відносна глибина тріщини ($\gamma \leq 0{,}65$).



Примітка. a – глибина тріщини, r – радіус кола, яке описує фронт тріщини, x_c, y_c – координати центра ваги поперечного перерізу, v_A, v_B, v_C – координати відстаней від центра ваги перерізу до точок A, B, C поперечного перерізу лопатки, h – найбільша висота поперечного перерізу лопатки, u, v – головні осі інерції

Рисунок 2.3 – Поперечний переріз лопатки турбіни з крайовою поверхневою тріщиною

(*розроблено автором, розкрито в праці* [11])

Тоді рівняння (2.23) для визначення зміни енергії деформації лопатки набуває вигляду:

$$\Delta U = \frac{2}{E} \cdot \sigma_c^2 \cdot \pi \cdot a^2 \cdot r \cdot arccos\left(1 - \frac{a}{r}\right) \cdot \xi(\gamma), \qquad (2.26)$$

де $\xi(\gamma)$ – коригувальний коефіцієнт, що залежить від відносної глибини тріщини (γ), враховує нелінійний вплив тріщини на зміну енергії деформації та визначається у вигляді полінома 4-го степеня:

$$\xi(\gamma) = 1{,}28167 - 2{,}1202 \cdot \gamma + 1{,}73794 \cdot \gamma^2 - 0{,}70575 \cdot \gamma^3 + 0{,}11361 \cdot \gamma^4.$$

З іншого боку, енергію (ΔU) можна визначити через зміну піддатливості перерізу лопатки у разі виникнення в ньому тріщини:

$$\Delta U = 0{,}5 \cdot \kappa_c \cdot M^2 \,, \qquad (2.27)$$

де M – згинальний момент у перерізі лопатки з тріщиною.

З рівнянь (2.23) і (2.25) отримуємо рівняння для визначення зміни піддатливості перерізу (κ_c) у разі виникнення в ньому тріщини:

$$\kappa_c = \frac{4}{E \cdot W_u^2} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot r \cdot arccos\left(1 - \frac{a}{r}\right) \cdot \xi(\gamma), \qquad (2.28)$$

де W_u – момент опору поперечного перерізу лопатки.

Момент опору поперечного перерізу лопатки:

$$W_u = \frac{I_u}{v} \qquad (2.29)$$

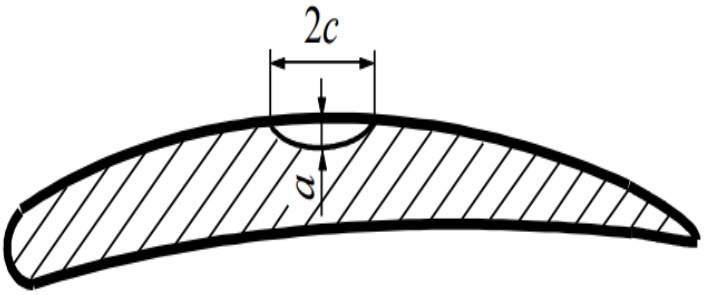
де v – координата відстані від центра ваги перерізу лопатки до кореня (точка A), місцеположеження тріщини (точка B) та вільного кінця (точка C).

Для точок *A*, *B* і *C* (рис. 2.3), координати для визначення моменту опору поперечного перерізу лопатки W_u розраховуються через відомий момент інерції I_u та становлять: $v_A = 21{,}5$ *мм*; $v_B = 14{,}5$ *мм*; $v_C = 19{,}1$ *мм*.

2.2.2 Експериментальна верифікація методичного підходу до розрахунку власних частот поперечних коливань лопатки з тріщиною

Перевірку достовірності аналітичного підходу для визначення зміни власної частоти поперечних коливань лопатки з крайовою поверхневою тріщиною виконано на прикладі лопатки компресора газотурбінного двигуна *Д-36*, виготовленої з титанового сплаву *ВТ-3-1*, рис. 2.4 (*а*).

(*а*)



(*б*)

Рисунок 2.4 – Лопатка компресора газотурбінного двигуна *Д-36 (а)* та її поперечний переріз *(б)* із крайовою поверхневою тріщиною (*розроблено автором, розкрито в праці* [11])

Геометричні характеристики її поперечного перерізу наведеного на рис. 2.4 (*б*) визначено за допомогою формул (2.1)–(2.15), де $n = 15$, $x_n = 50$ *мм*.

Зокрема було встановлено, що $I_u = 819{,}3$ *мм*^{4}, $v_B = 3{,}83$ *мм*.

Розрахунки першої власної частоти коливань лопатки ґрунтувалися на використанні рівнянь (2.18)–(2.28).

Таблиця 2.1 – Механічні характеристики матеріалу лопатки *Д-36* та геометричні параметри її поперечного перерізу з тріщиною

Матеріал лопатки	***E, ГПа***	***ρ, кг/м³***	***L, мм***	***L_c, мм***	***I_u, мм⁴***	***a, мм***	***h, мм***
ВТ-3-1	115	4500	110	10	819,3	1,8	6

Експериментально-аналітичні дослідження цієї лопатки [63] продемонстрували, що крайова поверхнева тріщина, що закривається з розмірами ($2c$ = 9,7 *мм*) і (a = 1,8 *мм*), рис. 2.4 (*б*) спричиняє відносне зменшення частоти першої форми коливань на рівні (f_c/f = 0,995).

Розрахунки власної частоти першої форми коливань лопатки за допомогою наведеного вище аналітичного підходу для тієї ж глибини тріщини (a = 1,8 *мм*) показали відносне зменшення частоти на рівні (f_c/f = 0,992).

Отже, запропонований аналітичний підхід до оцінки впливу наявності крайової поверхневої тріщини на власні частоти коливань лопатки є достатньо точним і придатним для аналітичного дослідження впливу параметрів тріщини та геометричних характеристик лопаток турбін на чутливість власних частот коливань до наявності тріщини.

2.2.3 Аналіз впливу тріщини втоми на зміну власних частот коливань лопатки турбіни

Аналітичні дослідження впливу параметрів крайової поверхневої тріщини втоми та геометричних характеристик лопатки на зміну власної частоти першої форми її коливань виконано для лопатки турбіни *К-1000-60/3000*, виготовленої з корозійностійкої сталі *20Х13*, рис. 2.1 (*а*).

Таблиця 2.2 Механічні характеристики матеріалу лопатки *К-1000-60/3000*, та геометричні параметри її поперечного перерізу з тріщиною

Матеріал лопатки	***E, ГПа***	***ρ, кг/м³***	***L, мм***	***h, мм***	***I_u, мм⁴***
20Х13	200	7800	112	18,64	67971,4

Зокрема було встановлено, що I_u = 67971,4 *мм*^{4}; v_B = 14,5 *мм* (для довідки – α = 11,2°).

Розв'язання рівняння (2.22) дає змогу визначити власні частоти коливань лопатки з відкритою тріщиною. Такий стан тріщини є теоретично можливим за умови, коли асиметрія циклу, перевищує амплітуду коливань.

Під час симетричного циклу коливань, який характеризує роботу лопаткового апарату парових турбін, відбувається процес періодичного відкриття-закриття тріщини, тобто виникає тріщина, яка закривається.

Резонансну частоту коливань лопатки з тріщиною (f_c) можна визначити, знаючи власну частоту коливань непошкодженої лопатки (f) та лопатки з відкритою тріщиною (f_o) [58]:

$$f_c = \frac{2 \cdot f \cdot f_o}{f + f_o} \tag{2.30}$$

Рис. 2.5 ілюструє вплив відносної глибини тріщини на відносну зміну власної частоти першої форми коливань лопатки турбіни. Як видно, вплив відкритої тріщини на власну частоту коливань лопатки турбіни майже вдвічі перевищує вплив тріщини, яка закривається. Наприклад, при відносній глибині тріщини (γ = a/h = 0,6) зменшення частоти коливань лопатки турбіни з тріщиною, яка закривається, і з відкритою тріщиною становить відповідно 24 % і 39 %, а при (γ = a/h = 0,2) – 4,3 % і 8,2 %.

Такі зміни частоти коливань є достатніми для їх експериментального виявлення, а отже, для надійної вібродіагностики тріщини. Водночас, зменшення частоти коливань через порівняно невелику тріщину (γ = a/h = 0,1) становить відповідно 1 % і 2 %, що може бути недостатнім для цілей вібродіагностики пошкодження через похибку експерименту та інші технічні фактори. До останніх, зокрема, слід віднести певний розкид значень власних частот коливань непошкоджених лопаток, тобто початковий рівень частот, для якого здійснюється вібродіагностика.

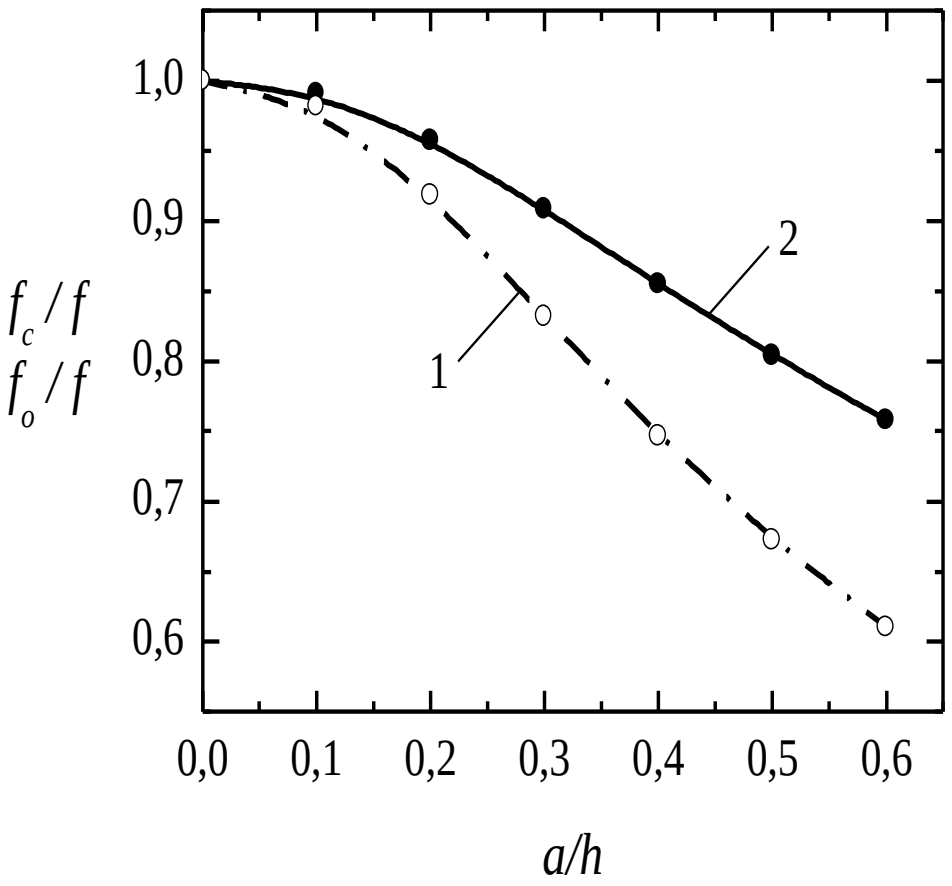
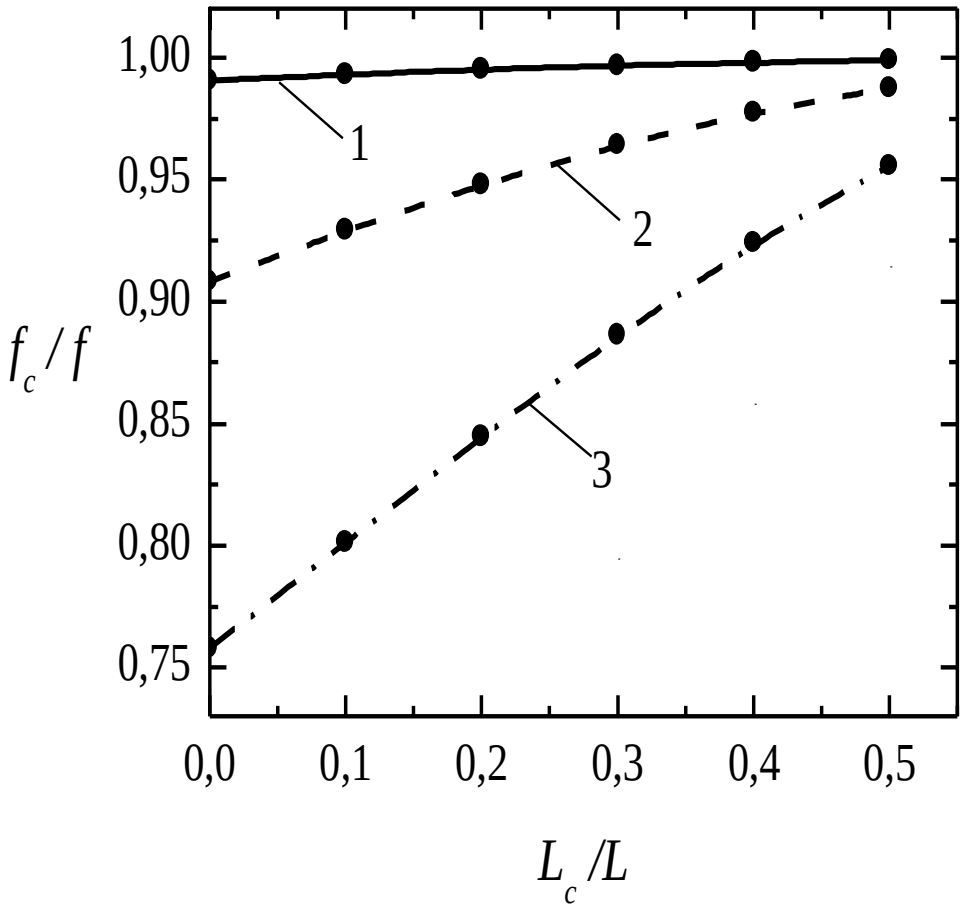


Рисунок 2.5 – Залежність власної частоти першої форми коливань лопатки турбіни від відносної глибини відкритої (1) і тієї, яка закривається (2), тріщини втоми ($L_c = 0$)

(*розроблено автором, розкрито в праці* [11])

Залежності, продемонстровані на рис. 2.5, отримано для випадку, коли тріщина розташована біля основи пера лопатки (L_c = 0), тобто в найбільш напруженому перерізі лопатки турбіни під час поперечних коливань за першою формою.

Через різні причини (дефекти матеріалу, пошкодження поверхні тощо) тріщина може виникати на певній відстані від защемлення уздовж довжини лопатки. Вплив цього чинника на власну частоту коливань лопатки турбіни продемонстровано на рис. 2.6.



Примітка. (1) – *a/h* = 0,1; (2) – *a/h* = 0,3; (3) – *a/h* = 0,6

Рисунок 2.6 – Вплив місцеположення тріщини по висоті пера лопатки турбіни на власну частоту першої форми її коливань при різній відносній глибині тріщини втоми, яка закривається

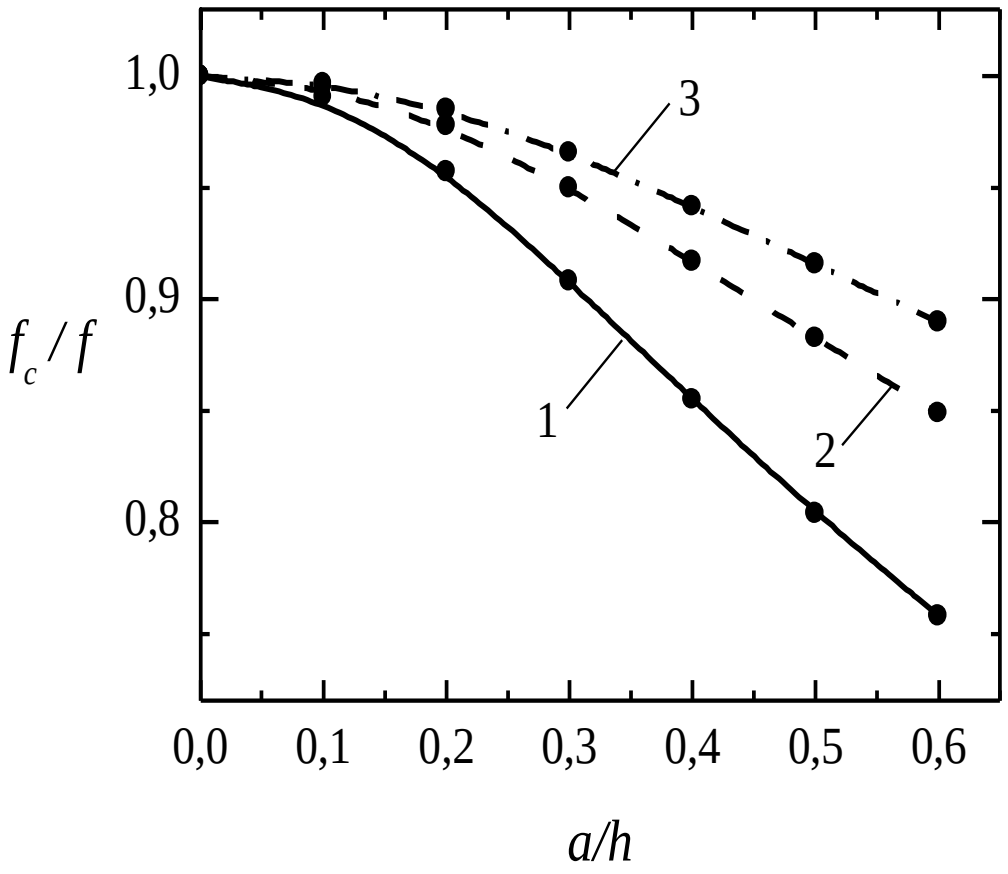
(*розроблено автором, розкрито в праці* [11])

Загалом вплив тріщини на власні частоти коливань лопатки турбіни тим менший, чим нижчий відносний рівень напружень у перерізі з тріщиною.

Як видно з рис. 2.6, тріщина, розташована посередині пера лопатки турбіни вздовж її довжини, значно менше впливає на зміну частоти першої форми її коливань, ніж тріщина біля защемлення. Зокрема, при (*a/h* = 0,1), (*a/h* = 0,3) і (*a/h* = 0,6) зниження частоти становить 8,5, 7,4 та 5,5 разів відповідно.

Ще одиним чинником, який суттєво впливає на чутливість власних частот коливань лопатки до наявності тріщини є її жорсткість. Жорсткість лопатки зменшували, за допомогою збільшення її довжини.

На рис. 2.7 показано вплив тріщини на власну частоту першої форми коливань лопаток різної довжини. Тут і на рис. 2.8 прийнято, що довжина лопатки L_0 = 112 *мм*. Якщо для найкоротшої (а, отже, найжорсткішої) лопатки найбільше зниження частоти у розглянутому діапазоні глибини тріщини досягає 24,2 %, то збільшення довжини лопатки втричі зменшує зниження частоти до 11,0 %. Тобто чутливість власної частоти коливань лопатки до наявності тріщини зменшується, але дещо повільніше, ніж жорсткість лопатки.

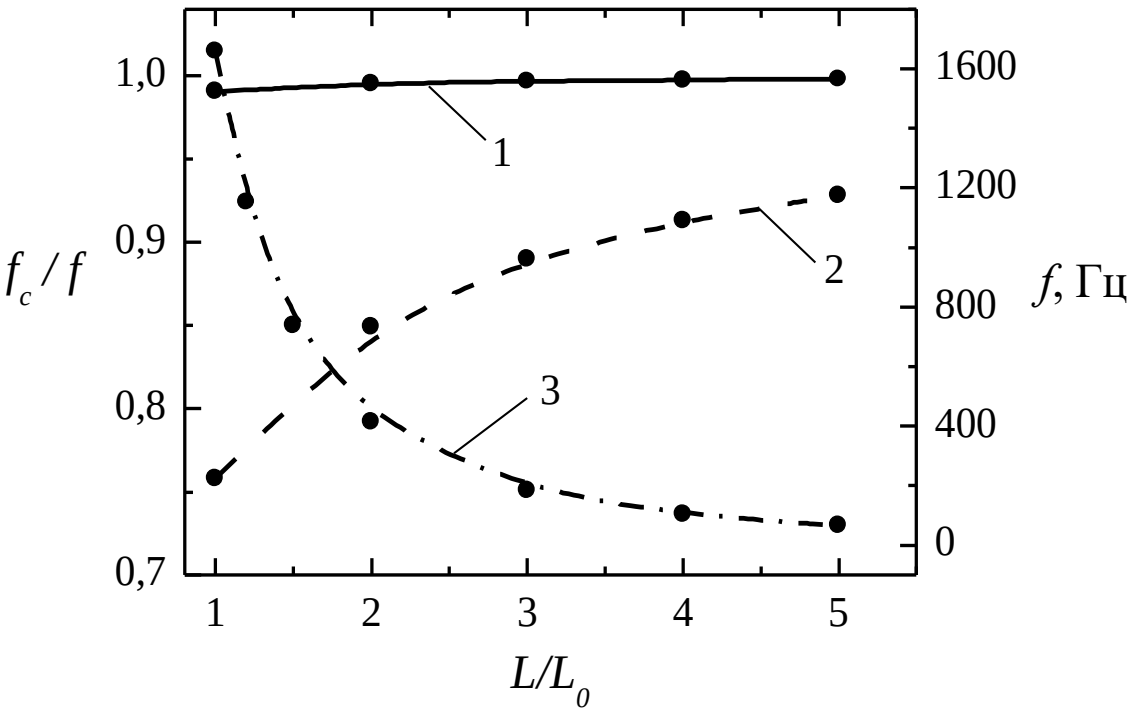


Примітка. (1) – L_0; (2) – $2L_0$; (3) – $3L_0$ ($L_c = 0$)

Рисунок 2.7 – Залежність зміни власної частоти першої форми коливань лопатки турбіни від відносної глибини тріщини втоми при різних довжинах лопатки (*розроблено автором, розкрито в праці* [11])

Аналіз залежностей, наведених на рис. 2.8, дає змогу провести порівняльну оцінку впливу жорсткості лопатки турбіни, яка змінюється зі зміною її довжини, на чутливість власної частоти коливань до наявності тріщини та на абсолютне значення власної частоти коливань.

Так, при п’ятикратному збільшенні довжини лопатки чутливість зміни власної частоти першої форми коливань лопатки до наявності тріщини з відносною глибиною (a/h = 0,1) і (a/h = 0,6) зменшується у 4,9 і 3,4 раза, відповідно, тоді, як власна частота коливань зменшується у 25 разів. Це означає, що чутливість вібродіагностики тріщин на основі зміни власних частот коливань лопаток залишається на прийнятному для практичного застосування рівні й для порівняно довгих лопаток. Водночас, пропорційна зміна розмірів поперечного перерізу і довжини лопатки не призводить до зміни чутливості вібродіагностики пошкодження лопатки, що ґрунтується на зміні власних частот коливань.



Примітка. (1) – a/h = 0,1; (2) – a/h = 0,6; (3) – $f\ (L/L_0)\ (L_c = 0)$

Рисунок 2.8 – Залежність зміни власної частоти першої форми коливань лопатки турбіни від відносної довжини лопатки при різній відносній глибині тріщини втоми

(*розроблено автором, розкрито в праці* [11])

Попри вищу чутливість такої вібродіагностики для жорсткіших лопаток, їхня висока жорсткість може стати перешкодою для практичної реалізації методики, оскільки власна частота першої форми коливань непошкодженої лопатки турбіни завдовжки L = 112 *мм* досягає 1659,4 *Гц*. Збудження резонансних коливань лопатки з такою частотою за допомогою відомих методик [63] є складним завданням, не кажучи вже про використання вищих форм коливань для підвищення надійності вібродіагностики.

Розв'язок цієї проблеми можливий завдяки використанню сучасних методик модального аналізу коливань лопатки на основі ударного тесту із залученням, наприклад, обладнання і програмного забезпечення датської інженерно-електронної компанії *Bruel&Kjær* [11].

Розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі лопатки турбіни з крайовою поверхневою тріщиною втоми для розрахунку власної частоти першої форми коливань виконано із застосуванням мови програмування *Java* в інтегрованому середовищі розробки *IntelliJ IDEA*. Лістинг програмного коду наведено в **Додатку Г**.

2.3 Вібраційна діагностика пошкодження лопаток турбін на основі характеристик демпфування коливань

2.3.1 Методичний підхід до розрахунку характеристик демпфування коливань лопатки турбіни з тріщиною

Розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі лопатки турбіни з крайовою поверхневою тріщиною (рис. 2.3), що закривається, для визначення характеристик демпфування коливань виконано за допомогою узагальненої залежності розсіюваної енергії, яка припадає на одиницю довжини фронту тріщини від величини розмаху *КІН* (ΔK_I) яку було отримано у роботі [61] на основі експериментальних досліджень демпфування згинальних коливань призматичних зразків з тріщиною:

$$\Delta\overline{U}_{\text{c}} = 8{,}634675 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta K_I + 3{,}87315 \cdot 10^{-4} \cdot \Delta K_I^2 - 1{,}29826 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta K_I^3, \quad (2.31)$$

де $\Delta\overline{U}_{\text{c}}$ – [*Дж/м*];

ΔK_I – [$МПа\sqrt{м}$].

Рівняння (2.31) дає змогу аналітично досліджувати вплив згаданих вище факторів на характеристики демпфування коливань стрижневих елементів із тріщиною, яка може закриватися. Виняток становить лише вид деформування тріщини, оскільки рівняння (2.31) застосовне лише для тріщин нормального відриву. Демпфувальна здатність лопаток оцінюється *ЛДК*. Для його визначення найчастіше використовують метод вільних згасаючих коливань або метод резонансної кривої [21].

Перевага використання дисипативних властивостей лопатки для вібродіагностики пошкодження полягає в тому, що цей метод належить до так званих інтегральних, тобто характеризує стан об’єкта в цілому, й потребує порівняно небагато часу для проведення.

Взаємозв'язок *ЛДК* із розсіяною енергією за цикл коливань лопатки без тріщини *(δ)* та з тріщиною *(δ_c)* можна представити так [61]:

$$\delta(\sigma) = \frac{\Delta U(\sigma)}{2U(\sigma)}\ , \quad (2.32)$$

$$\delta_c(\sigma) = \delta(\sigma) + \frac{\Delta U_c(\sigma)}{2U(\sigma)}\ , \quad (2.33)$$

де ΔU – розсіяна енергія в зразку без тріщини;

ΔU_c – розсіяна енергія, безпосередньо в тріщині, за цикл коливань;

U – потенційна енергія деформації лопатки;

σ – амплітуда механічних напружень.

Похибка представлення *ЛДК* у вигляді (2.32) і (2.33) не перевищує 10 % за умови, що ($\delta < 0{,}4$), а співвідношення амплітуд вільних згасаючих коливань при визначенні *ЛДК* менше 1,5 [59]. Зауважимо, що у подальших дослідженнях рівень *ЛДК* не перевищував ($\delta \leq 0{,}003$), із таких причини:

1. Обмеження на точність апроксимації.

Умовою точності представлення *ЛДК* у вигляді рівнянь (2.32) та (2.33) є ($\delta < 0{,}4$). *ЛДК* пов'язаний із *коефіцієнтом згасання* (ζ) і його малі значення забезпечують відповідність реальних процесів спрощеній моделі.

2. Контроль похибки.

Якщо прийняти, що при визначенні *ЛДК* співвідношення амплітуд згасаючих коливань не перевищує значення 1,5, це означає, що згасання є слабким. Значення ($\delta \leq 0{,}003$) обрано як гарантовано мале для того, щоб зберігати припущення слабкого згасання і залишатися в межах допустимої похибки (не більше 10 %)

3. Практичне обґрунтування.

У деяких технічних та фізичних дослідженнях систем із малим (ζ) рівень ($\delta < 0{,}01$) вважається типовим. Значення ($\delta \leq 0{,}003$) обрано для збереження узгодженості з експериментальними умовами та забезпеченням порівняності результатів. Коли розглядається тріщина, що періодично закривається та відкривається (саме для такої тріщини справедливе рівняння (2.32)), потенційна енергія деформації лопатки (U) у разі виникнення тріщини не змінюється. Похибка цього припущення є незначною при аналізованих відносних розмірах тріщини [60].

З рівняння (2.32) можна отримати відносну зміну *ЛДК* лопатки у разі виникнення тріщини:

$$\frac{\delta_c(\sigma)}{\delta(\sigma)} = 1 + \frac{\Delta U_c(\sigma)}{2\delta(\sigma) \cdot U(\sigma)} \tag{2.34}$$

Потенційна енергія деформації лопатки визначається рівнянням за припущенням, що поперечний переріз лопатки не змінюється уздовж її довжини:

$$U(\sigma) = \frac{L \cdot W_u^2}{8 \cdot I_u \cdot E} \cdot \sigma^2, \tag{2.35}$$

де L – довжина лопатки;

W_u – момент опору поперечного перерізу лопатки відносно головної осі u;

I_u – момент інерції поперечного перерізу лопатки відносно головної осі u;

E – модуль пружності матеріалу лопатки (модуль Юнга).

Для крайової поверхневої тріщини нормального відриву (рис. 2.3) за умови, що r = 0,75h (h – найбільша висота поперечного перерізу лопатки) *КІН* залишається постійним вздовж фронту тріщини і визначається рівнянням [286]:

$$K_I = \sigma_c \cdot \sqrt{\pi \cdot a}(1{,}13211 - 1{,}87278 \cdot \gamma + 0{,}75369 \cdot \gamma^2)\ , \tag{2.36}$$

де σ_c – механічні напруження в перерізі з тріщиною;

a – глибина тріщини;

$\gamma = a/h$ – відносна глибина тріщини ($\gamma \leq 0{,}65$).

Розсіяна енергія в тріщині визначається рівнянням:

$$\Delta U_c = \mathrm{C} \cdot \Delta \overline{U}_c\ , \tag{2.37}$$

де C – довжина фронту тріщини;

$\Delta \overline{U}_c$ – значення розсіюваної енергії, визначене рівнянням (2.31).

Довжина фронту тріщини, визначається за формулою:

$$\mathrm{C} = 2 \cdot r \cdot arccos\left(1 - \frac{a}{r}\right), \tag{2.38}$$

де r – радіус кола, що описує фронт тріщини;

$arccos\left(1-\frac{a}{r}\right)$ – кут геометрії тріщини у співвідношенні її глибини та фронту.

Розмах *КІН* (ΔK_I) у рівнянні (2.31) для тріщини, яка закривається, визначається значенням *КІН* при амплітудному значенні напружень у перерізі з тріщиною відповідно до рівняння (2.36).

Механічні напруження у перерізі з тріщиною (σ_c) можна виразити через максимальні механічні напруження (σ_{max}) для певної форми коливань [59]:

$$\sigma_c(L_c)=\frac{1}{2}\cdot\sigma_{max}\left\{\begin{array}{c}\left[ch\left(kL\cdot\frac{L_c}{L}\right)+\cos\left(kL\cdot\frac{L_c}{L}\right)\right]-\\ -\frac{(chkL+coskL)\left[sh\left(kL\cdot\frac{L_c}{L}\right)+\sin\left(kL\cdot\frac{L_c}{L}\right)\right]}{shkL+sinkL}\end{array}\right\}, \quad (2.39)$$

де kL – розв'язок частотного рівняння для стрижнеподібного тіла з тріщиною [186];

L_c – відстань від защемлення лопатки до перерізу з тріщиною.

Представивши амплітудну залежність *ЛДК* непошкодженої лопатки у вигляді полінома n-го степеня:

$$\delta(\sigma)=a_0+a_1\sigma+a_2\sigma^2+\cdots+a_n\sigma^n \quad (2.40)$$

Можна визначити *ЛДК* лопатки з тріщиною за формулою (2.33) або відносну зміну характеристики демпфування коливань за формулою (2.32).

2.3.2 Експериментальна верифікація методичного підходу до розрахунку характеристик демпфування коливань лопатки з тріщиною

Перевірку достовірності аналітичного підходу для розрахунку характеристики демпфування коливань лопатки з крайовою поверхневою

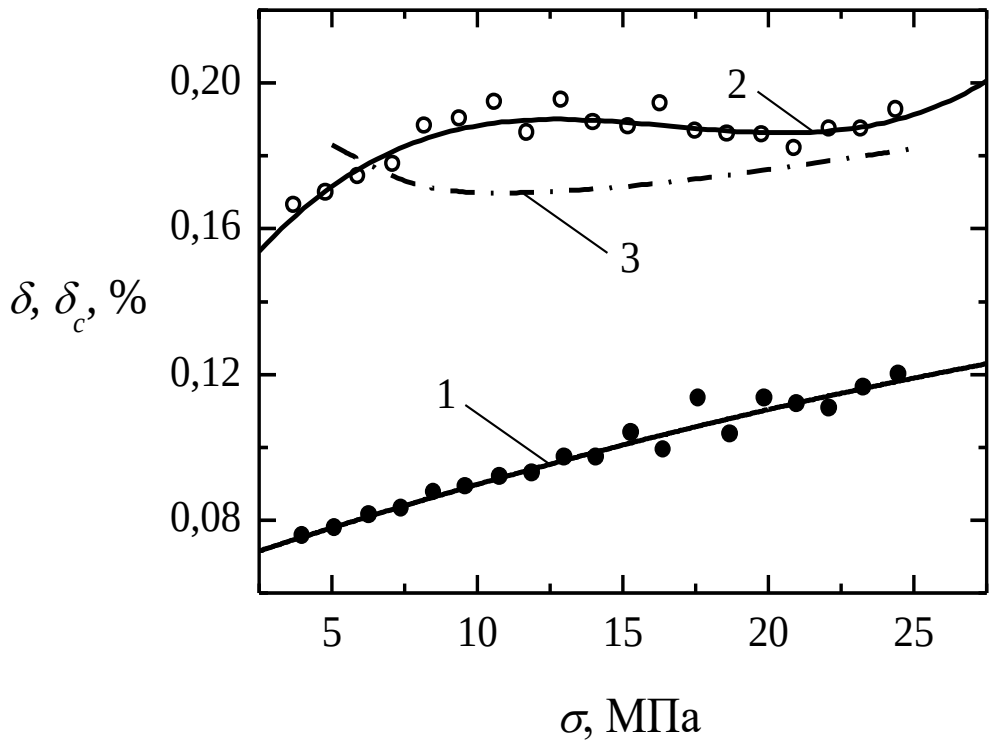
тріщиною виконано на прикладі лопатки компресора газотурбінного двигуна *Д-36*, рис. 2.4 (*а*). Механічні характеристики матеріалу лопатки, та геометричні параметри її поперечного перерізу з тріщиною наведено в табл. 2.1.

Розрахунки *ЛДК* лопатки з тріщиною визначено за допомогою формул (2.31)–(2.40).

Амплітудну залежність *ЛДК* для непошкодженої лопатки зі сплаву *ВТ-3-1* [63] апроксимовано степеневим поліномом 2-го степеня (тут значення *ЛДК* подається у %, а напруження – у *МПа*)

$$\delta(\sigma) = 0{,}06489 + 0{,}00271 \cdot \sigma - 2{,}18696 \cdot 10^{-5} \cdot \sigma^2 \qquad (2.41)$$

Експериментально-аналітичні дослідження цієї лопатки [63] продемонстрували, що крайова поверхнева тріщина, що закривається з розмірами (2*c* = 9,7 *мм*) і (*a* = 1,8 *мм*), рис. 2.4 (*б*), яка становить 4 % площі перерізу, зумовлює суттєве відносне збільшення *ЛДК* лопатки.



Примітка. (1) – *a* = 0; (2) – *a* = 1,8 *мм;* (3) – *a* = 1,8 *мм (розрахунок)*

Рисунок 2.9 – Амплітудні залежності *ЛДК* лопатки з сплаву *ВТ-3-1* (*розроблено автором, розкрито в праці* [8])

Розрахунок амплітудної залежності *ЛДК* лопатки з тріщиною такої ж глибини (рис. 2.9, крива 3) демонструє, здатність запропонованого аналітичного підходу достатньо точно прогнозувати вплив крайової поверхневої тріщини нормального відриву на характеристику демпфування коливань, незважаючи на складну геометрію поперечного перерізу лопатки турбіни.

Треба зауважити, що визначення характеристики демпфування коливань для цілей вібродіагностики пошкодження здійснюється за порівняно низьких амплітуд напружень. Це спрощує проведення експерименту та запобігає подальшому зростанню тріщини у процесі діагностики лопаток турбін.

Отже, запропонований аналітичний підхід до оцінки впливу наявності крайової поверхневої тріщини на характеристику демпфування лопатки є достатньо точним і придатним для аналітичного дослідження впливу параметрів тріщини та геометричних характеристик лопаток турбін на чутливість демпфувальних характеристик коливань.

2.3.3 Аналіз впливу тріщини втоми на характеристики демпфування коливань лопатки турбіни

Аналітичні дослідження впливу параметрів крайової поверхневої тріщини втоми та геометричних характеристик лопатки на характеристику демпфування першої форми її коливань виконано для лопатки турбіни *К-1000-60/3000*, рис. 2.1 (*а*). Механічні характеристики матеріалу лопатки, та геометричні параметри її поперечного перерізу з тріщиною наведено в табл. 2.2.

Дані про амплітудні залежності *ЛДК* призматичних зразків з корозійностійкої сталі *20Х13* для деформації чистого згину, взяті з довідника Георгія Писаренка [21] та апроксимовано:

Квадратичним поліномом 2-го степеня:

$$\delta(\sigma) = 0{,}06285 + 0{,}01542\sigma - 1{,}41071 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma^2 , \qquad (2.42)$$

Кубічним поліномом 3-го степеня:

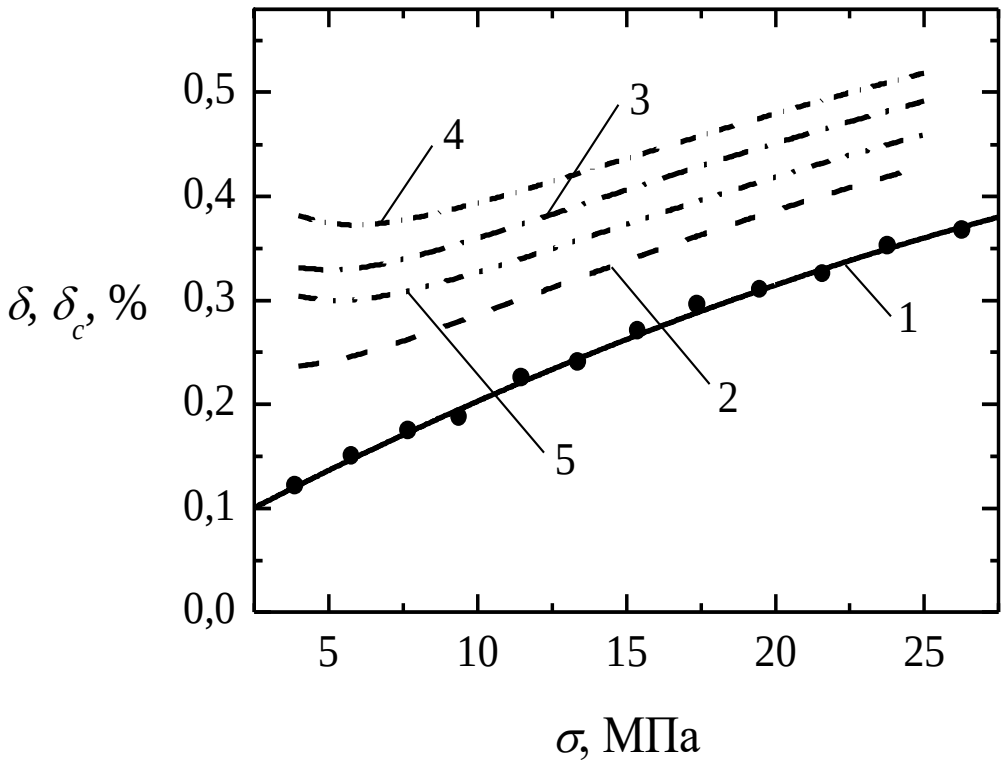
$$\delta(\sigma) = 0{,}02878 + 0{,}0061\sigma - 2{,}69626 \cdot 10^{-4} \cdot \sigma^2 + 5{,}60906 \cdot 10^{-6} \cdot \sigma^3 , \quad (2.43)$$

де δ – логарифмічний декремент коливань (*ЛДК*), [%];

σ – амплітуда механічних напружень, [*МПа*].

Рівняння (2.42) описує відповідну залежність для сталі у стані постачання (стан 1), а рівняння (2.43) – після гартування з відпуском (стан 2).

У першому випадку початковий рівень демпфування коливань зразків удвічі вищий порівняно з термообробленою сталлю після гартування з відпуском, що дає зиогу дослідити його вплив на чутливість характеристики демпфування коливань до тріщини.



Примітка. (1) – *a/h* = 0; (2) – *a/h* = 0,1; (3) – *a/h* = 0,2; (4) – *a/h* = 0,4; (5) – *a/h* = 0,6 *(L_c = 0)*

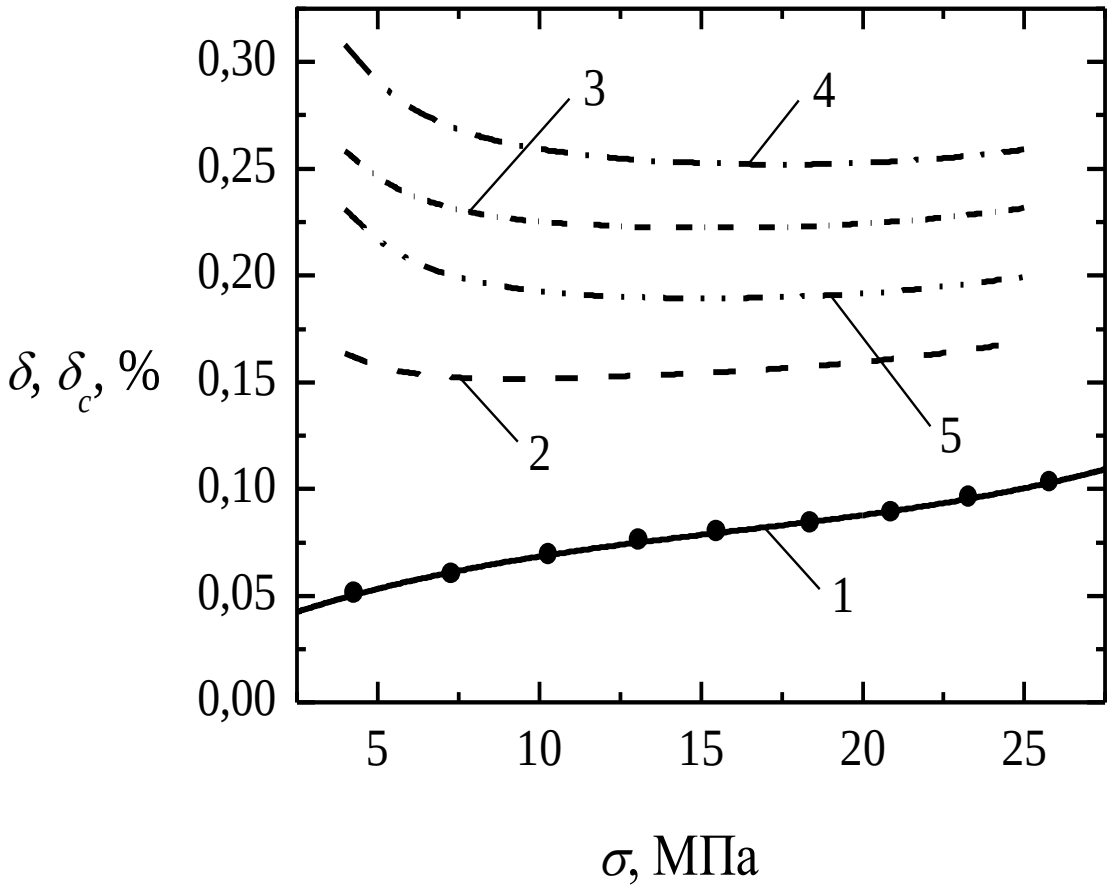
Рисунок 2.10 – Амплітудні залежності лопатки з корозійностійкої сталі *20Х13* (стан 1)

(*розроблено автором, розкрито в праці* [8])

Як показно на рис. 2.10 і 2.11, навіть невелика тріщина (γ = a/h = 0,1), розташована біля защемлення лопатки (L_c = 0), має значний вплив на *ЛДК*. Для лопатки зі сталі у стані 1 зростання *ЛДК* досягає 1,75 раза, а в стані 2 – до 3 разів. Це означає, що зміна демпфування коливань є доволі чутливою діагностичною ознакою пошкодження типу тріщини.

Водночас, початковий рівень демпфування впливає на чутливість діагностики: що вищий цей рівень, то меншою мірою змінюються характеристики демпфування коливань у разі пошкодження.

Чутливість демпфування коливань лопатки до пошкодження є набагато вищою, ніж власних частот коливань.



Примітка. (1) – a/h = 0; (2) – a/h = 0,1; (3) – a/h = 0,2; (4) – a/h = 0,4; (5) – a/h = 0,6 (L_c = 0)

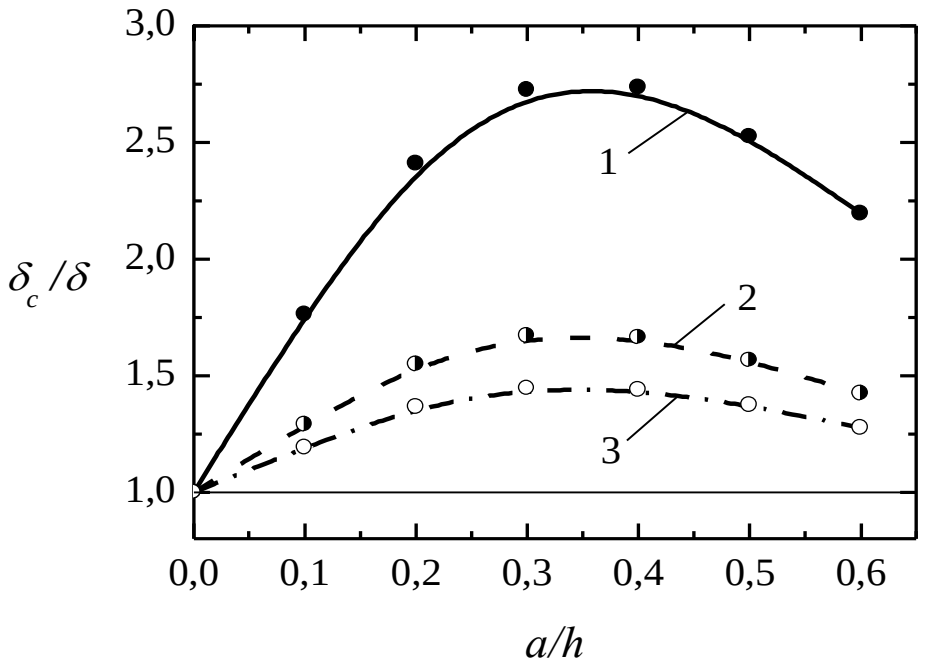
Рисунок 2.11 – Амплітудні залежності лопатки з корозійностійкої сталі *20Х13* (стан 2)

(*розроблено автором, розкрито в праці* [8])

За зазначених параметрів тріщини ($\gamma = a/h = 0{,}1$; $L_c = 0$) зміна власної частоти першої форми коливань лопатки становить лише 1 %. Перевагою цієї вібродіагностичної ознаки є те, що її чутливість майже не залежить від початкового рівня демпфування коливань лопатки.

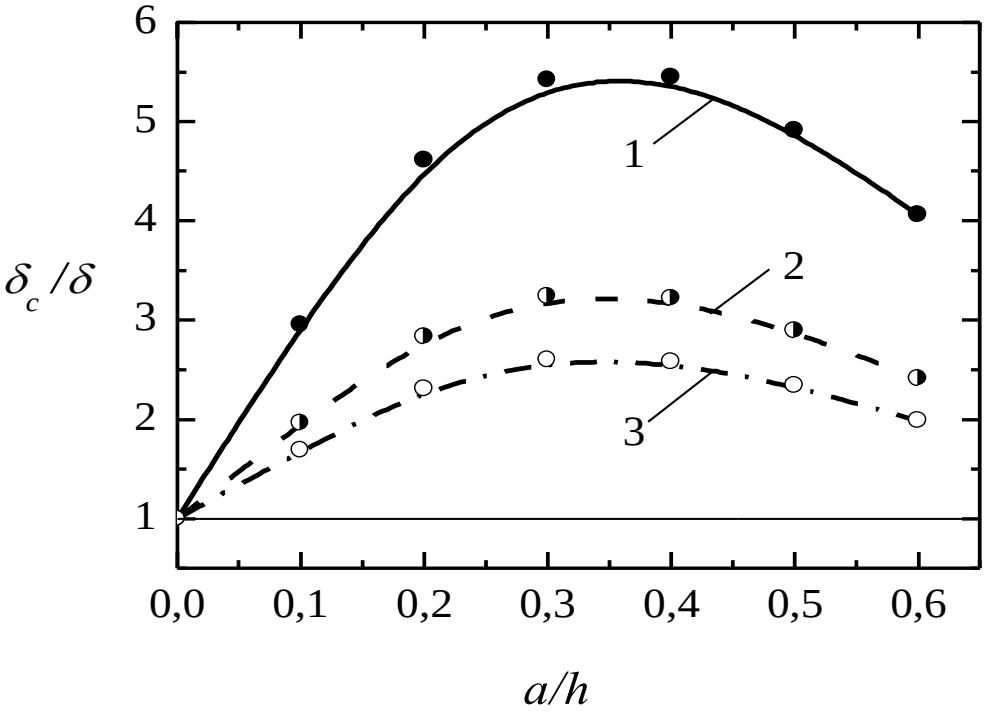
Характерною особливістю амплітудних залежностей *ЛДК* лопатки з тріщиною є деяке збільшення рівня демпфування в області малих амплітуд напружень (рис. 2.9–2.11), що не підтверджується результатами експериментальних досліджень (рис. 2.9). Цю якісну різницю між даними експерименту та результатами розрахунку можна пояснити ефектом закриття тріщини, пов'язаним із утворенням залишкового пластично деформованого матеріалу на берегах тріщини втоми [217].

Отже, розкриття тріщини і розсіяння енергії в ній, за малих амплітуд напружень може не відбутися. Аналітична модель не враховує ефект закриття тріщини, тому розсіяння енергії у тріщині відбувається за найменших амплітуд напружень.



Примітка. (1) – σ = 5 *МПа;* (2) – σ = 15 *МПа;* (3) – σ = 25 *МПа* ($L_c = 0$)

Рисунок 2.12 – Залежності відносної зміни *ЛДК* лопатки з корозійностійкої сталі *20Х13* (стан 1) від розміру тріщини втоми (*розроблено автором, розкрито в праці* [8])



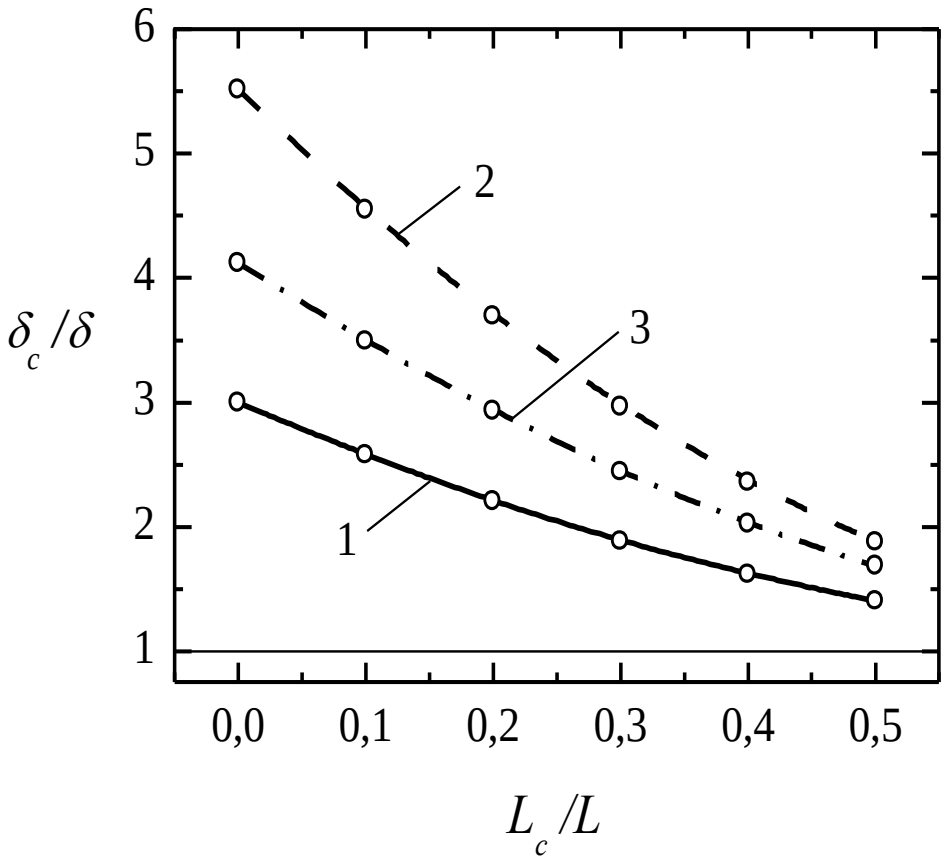
Примітка. (1) – $\sigma = 5$ *МПа;* (2) – $\sigma = 15$ *МПа;* (3) – $\sigma = 25$ *МПа* ($L_c = 0$)

Рисунок 2.13 – Залежності відносної зміни *ЛДК* лопатки з корозійностійкої сталі *20Х13* (стан 2) від розміру тріщини втоми (*розроблено автором, розкрито в праці* [8])

Причиною деякого зниження чутливості вібродіагностики пошкодження є те, що *КІН,* відповідно до рівняння (2.36) залежить від механічного напруження у перерізі з тріщиною (σ_c), глибини тріщини (a), а також від значення функції, яка виражає залежність *КІН* від відносної глибини тріщини (γ). Остання є монотонною спадною функцією.

Саме це зумовлює утворення екстремумів залежностей, представлених на рис. 2.12 і 2.13, оскільки після досягнення тріщиною певного рівня, інтенсивність зростання напруження і тріщини не може компенсувати інтенсивність спадання згаданої функції.

Вплив тріщини на демпфування коливань лопатки залежить від амплітуди напружень під час вібродіагностики (рис. 2.14 і 2.15). Як видно, чим менша амплітуда механічних напружень, тим вища чутливість вібродіагностичної ознаки пошкодження, що відповідає вимогам практичної діагностики.



Примітка. (1) – *a/h = 0,1;* (2) – *a/h = 0,3;* (3) – *a/h = 0,6 (σ = 5 МПа)*

Рисунок 2.14 – Залежності відносної зміни *ЛДК* лопатки з корозійностійкої сталі *20Х13* (стан 2) від місцеположення тріщини втоми (*розроблено автором, розкрито в праці* [8])

Водночас навіть за порівняно високих амплітуд напружень ($\sigma \leq 25$ *МПа*) зміна *ЛДК* лопатки у разі виникнення та росту тріщини є достатньо значною для надійного діагностування пошкодження й суттєво перевищує зміну власних частот коливань лопатки.

Водночас, відносна зміна *ЛДК* лопатки не зростає монотонно зі зростанням тріщини. При досягненні значення відносної глибини тріщини ($\gamma = a/h \approx 0{,}35$) відносна зміна *ЛДК* починає спадати. Хоча рівень цього спадання не є критичним, його потрібно враховувати під час практичного застосування характеристики демпфування коливань для діагностики пошкодження.

Рис. 2.14 ілюструє вплив місцеположення тріщини на власну частоту першої форми коливань лопатки. Чим далі тріщина розташована від защемлення, тим

менший її вплив на власну частоту коливань. У розглянутому діапазоні місцеположень тріщини відносна зміна власної частоти коливань становить від 2,14 раза ($\gamma = a/h = 0{,}1$) до 2,94 раза ($\gamma = a/h = 0{,}3$).

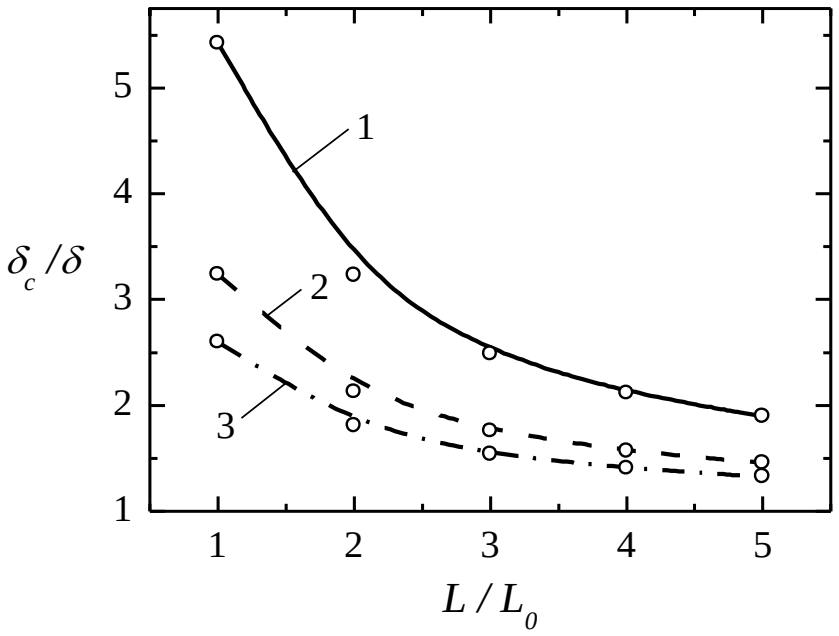
Водночас чутливість зміни власної частоти коливань лопатки до найменшої розглянутої тріщини ($\gamma = a/h = 0{,}1$), розташованої посередині лопатки ($L_c = 0{,}5$) залишається достатньо високою для надійного діагностування тріщини: у цьому разі відносна зміна частоти досягає 40 %.

Вплив тріщини на власні частоти коливань лопатки значною мірою визначається тим, наскільки тріщина змінює жорсткість (піддатливість) лопатки. Очевидно, що при першій формі коливань лопатки тріщина, яка розташовується біля защемлення, більшою мірою змінює жорсткість лопатки.

Для першої форми коливань чим далі тріщина розташовується від защемлення, тим меншим є її вплив на жорсткість лопатки, а, отже, і на власну частоту коливань. У разі застосування для вібродіагностики вищих форм коливань, необхідно мати на увазі, що чутливість такої діагностики знижується до нуля, якщо тріщина розташовується в околі вузла напружень цієї форми коливань (*вузол напружень* – це переріз лопатки, у якому напруження при коливаннях за вищими формами дорівнюють нулю). Саме через цю обставину одним із способів підвищення надійності вібродіагностики тріщини в лопатці є використання даних про зміну характеристики демпфування коливань для кількох форм коливань.

На рис. 2.15 показано вплив тріщини на власну частоту першої форми коливань лопатки різної довжини. Тут прийнято, що ($L_0 = 112$ *мм*).

Аналіз залежностей, наведених на рис. 2.15, дає змогу провести порівняльну оцінку впливу жорсткості лопатки, яка змінюється завдяки зміні її довжини, на чутливість характеристики демпфування коливань до наявності тріщини.



Примітка. (1) – σ = 5 *МПа;* (2) – σ = 15 *МПа;* (3) – σ = 25 *МПа (a/h* = 0,3; L_c = *0)*

Рисунок 2.15 – Залежності зміни відносної зміни *ЛДК* лопатки з корозійностійкої сталі *20Х13* (стан 2) від відносної довжини лопатки при різній амплітуді механічних напружень (*розроблено автором, розкрито в праці* [8])

Так, при п’ятикратному збільшенні довжини лопатки чутливість зміни характеристики демпфування першої форми коливань лопатки до наявності тріщини з відносною глибиною ($\gamma = a/h$ = 0,3) зменшується у 2,85, 2,22 і 1,95 раза при амплітудах механічних напружень σ = 5 *МПа*, σ = 15 *МПа* і σ = 25 *МПа*, відповідно, але залишається на достатньому рівні для надійної діагностики тріщини. Це означає, що вібродіагностика тріщин на основі зміни характеристики демпфування коливань лопатки є прийнятною для практичного застосування і для порівняно довгих лопаток.

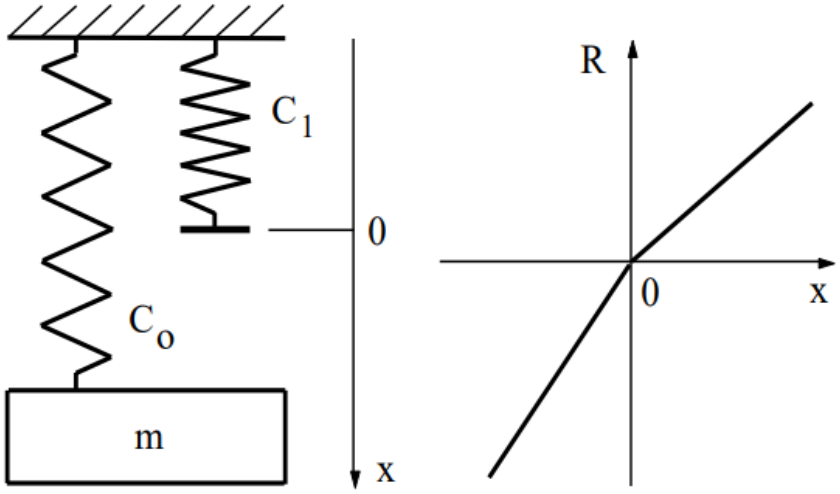
Розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі лопатки турбіни з крайовою поверхневою тріщиною втоми для визначення зміни характеристик демпфування виконано із застосуванням мови програмування *Java* в інтегрованому середовищі розробки *IntelliJ IDEA*. Лістинг програмного коду наведено в **Додатку Г**.

2.4 Вібраційна діагностика пошкодження лопаток турбін на основі спектрального аналізу коливань

2.4.1 Методичний підхід до дослідження закономірностей коливань лопатки турбіни з тріщиною

Найпростішим способом моделюваня тіла з тріщиною, яка періодично закривається є використання одномасової коливальної механічної системи ($m = 1$) з асиметричною характеристикою сили пружного відновлення (R).

Модель такої системи представлено на рис. 2.16. Наявність тріщини характеризується кусково-лінійною функцією *R(x)* характеристики сили пружного відновлення. Зміна цієї функції впливає на момент зміни структурної жорсткості, внаслідок чого тріщина відкривається або закривається.



Примітка. *m* – маса механічної системи, C_0 – жорсткості основної та додаткової C_1 пружин

Рисунок 2.16 – Коливальна механічна система та кусково-лінійна функція *R(x)* характеристики сили пружного відновлення (*розроблено автором, розкрито в праці* [63])

Вимушені коливання такої механічної системи описуються диференціальним рівнянням виду:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \alpha \cdot f\left(\frac{dx}{dt}\right) + R(x) = q_0 \cdot sin \cdot p \cdot t, \qquad (2.44)$$

де α - узагальнений коефіцієнт в'язкості;

$f\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{dx}{dt}\left|\frac{dx}{dt}\right|^{m-1}$ – функція демпфування;

R(x) – функція характеристики сили пружного відновлення;

q_0 – амплітуда змушувальної сили;

p – частота змушувальної сили;

t – час.

Функції *R(x)* описуються такими рівняннями:

$$R_{\pm}(x) = \begin{cases} C_o \cdot x \pm \frac{\nu}{n}[(x_o \pm x)^n - 2^{n-1}{x_o}^n], & x \geq 0; \\ C \cdot x \pm \frac{\nu}{n}[(x_o \pm x)^n - 2^{n-1}{x_o}^n], & x \leq 0; \end{cases} \quad (2.45)$$

$$R(x) = \begin{cases} C_o \cdot x\left[1 - \frac{\nu}{n}(x_o + x)^{n-1}\right], & x \geq 0; \\ C \cdot x\left[1 - \frac{\nu}{n}(x_o - x)^{n-1}\right], & x \leq 0; \end{cases} \quad (2.46)$$

$$R(x) = \begin{cases} C_o \cdot x, & x \geq e; \\ C \cdot (x - e) + C_o \cdot e, & x \leq e. \end{cases} \quad (2.47)$$

де C_o – жорсткість системи, що моделює тіло з відкритою тріщиною (тобто на напівциклі коливань, коли тріщина відкрита);

C – жорсткість системи, що моделює тіло без тріщини, або напівциклі коливань, коли тріщина закрита;

x_0 – амплітуда коливань;

ν, *n* – параметри, що характеризують рівень нелінійності системи;

e – точка перелому функції *R(x)*.

З урахуванням позначень, прийнятих на рис. 2.16, ($C = C_0 + C_1$). Системи рівнянь (2.45)–(2.47) моделюють тіло з тріщиною, яка закривається. Крім того, система рівнянь (2.45) описує низхідну та висхідну гілки петлі гістерезису.

Системи рівнянь (2.46) і (2.47) відображають відповідно випадки нелінійної [18] і білінійної відновлювальної сили та моделюють тіло з тріщиною, яка закривається, без урахування розсіювання енергії. Зміщення точки перелому (*e*) функції *R(x)* в області стискальних напружень відтворює ефект, виявлений науковцями кафедри інженерії механічних систем університету Рюкю Macabe C., та Kaneshiro H. [177] при випробуваннях зразків із низьковуглецевої сталі у режимі розтягування-стиснення: закриття тріщини відбувається на напівциклі стиснення і параметр (*e*) може становити до 18 % амплітуди напружень.

Аналітичне розв'язання диференціального рівняння (2.44) можливе лише в деяких простих випадках, або за припущення малої нелінійності коливань [19].

Наприклад, при вільних коливаннях системи ($q_0=0$) без демпфування та з відновлювальною силою виду (2.47) ($e = 0$) розв'язок диференціального рівняння (2.44) можна представити так:

$$x = \begin{cases} A_o \cdot sin\, f_o \cdot t; \quad 0 \le t \le \dfrac{\pi}{f_o}\ ; \\ A \cdot sin\left(\dfrac{f}{f_o} \cdot \pi - f \cdot t\right);\ \dfrac{\pi}{f_o} \le t \le \left(\dfrac{\pi}{f_o} + \dfrac{\pi}{f}\right) \end{cases} \tag{2.48}$$

де A_0 – початкова амплітуда коливань;

f – резонансна частота коливань моделі тіла без тріщини;

f_o – резонансна частота коливань моделі тіла з відкритою тріщиною.

Розв'язок рівняння (2.48) розкладається в ряд Фур'є:

$$x = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty}(a_k \cdot cosk \cdot f_c \cdot t + b_k \cdot sink \cdot f_c \cdot t) \tag{2.49}$$

де a_0 – середнє значення функції за період;

k – номер гармоніки.

Коефіцієнти ряду Фур'є $a_0 = const$, a_k, b_k, рівняння (2.49) представимо у вигляді:

$$\begin{cases} a_0 = \frac{4}{\pi} \cdot \left(\frac{f}{f_o} - 1\right) \cdot A; \\ a_k = \frac{2 \cdot \left(\frac{f}{f_0} - 1\right)\left(1 + cos\,\pi \cdot k \cdot \frac{f_c}{f}\right)}{\pi \cdot \left(1 - k^2 \cdot \frac{f_c^2}{f^2}\right)\left(1 - k^2 \cdot \frac{{f_c}^2}{f_0^2}\right)} \cdot A; \\ b_k = \frac{2 \cdot \left(\frac{f}{f_0} - 1\right) sin\,\pi \cdot k \cdot \frac{f_c}{f}}{\pi \cdot \left(1 - k^2 \cdot \frac{{f_c}^2}{f^2}\right)\left(1 - k^2 \cdot \frac{{f_c}^2}{{f_0}^2}\right)} \cdot A, \end{cases} \tag{2.50}$$

де f_c – резонансна частота коливань моделі тіла з тріщиною, яка закривається, та для білінійної системи може бути визначена за формулою:

$$f_c = \frac{2 \cdot f \cdot f_0}{f + f_0} \tag{2.51}$$

2.4.2 Експериментальна верифікація методичного підходу до дослідження закономірностей коливань лопатки з тріщиною на основі спектрального аналізу

Перевірку достовірності аналітичного підходу для дослідження спектра коливань лопатки з крайовою поверхневою тріщиною виконано на прикладі лопатки компресора газотурбінного двигуна *Д-36*, рис. 2.4 (*а*). Механічні характеристики матеріалу лопатки, та геометричні параметри її поперечного перерізу з тріщиною наведено в табл. 2.1.

Гармонічний аналіз коливань лопаток на частотах нелінійних резонансів, що є основою методу вищих гармонік, проведено експериментально на електродинамічному стенді *TIRAvib* наведеному на рис. 2.17. На цьому ж рисунку представлено схему закріплення лопатки, систему вимірювання деформації кореневого перерізу та прискорення її кінця, а також систему контролю прискорення вібраційного столу.

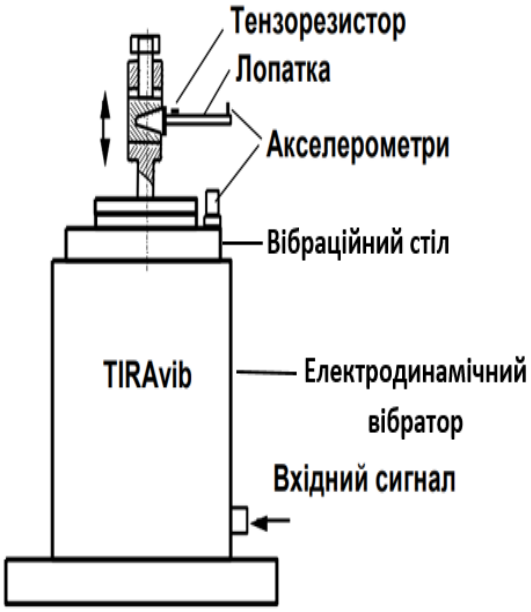


Рисунок 2.17 – Фото та структурна схема експериментального електродинамічного випробувального стенду *TIRAvib* (*розроблено автором, розкрито в праці* [63])

Крім підтримки амплітуди та частоти коливань лопатки, систему контролю прискорення вібраційного столу використано для запобігання збудженню псевдосуперрезонасу [67].

Для цього електричний сигнал, що подавався на вхід електродинамічного вібратора спотворювався так, щоб компенсувати його спотворення електромагнітом вібратора. У результаті на вібраційному столі формувалося гармонічне збудження лопатки, що запобігало виникненню псевдосуперрезонансу. Відсутність цього резонансу перевірено на непошкоджених лопатках.

Формування тріщини здійснено за допомогою циклічного навантаження лопаток на стенді *TIRAvib* при амплітуді максимальних напружень (σ_{max} = 250 *МПа*) в кореневому перерізі. Попередньо на зовнішній поверхні лопатки нанесено надріз довжиною (0,8...1 *мм*) із радіусом вершини приблизно 0,1 *мм*. Концентратор напружень було розташовано на відстані 10 *мм* від кореневого перерізу.

Методика експерименту була наступною. Спочатку було визначено резонансну частоту коливань непошкодженої лопатки (*f*). На цій частоті здійснено циклічне навантаження лопатки з амплітудою напружень в кореневому перерізі

($\sigma_a = 250$ *МПа*) до появи мінімальної тріщини, довжину якої відстежено та виміряно за допомогою оптичного мікроскопа. Після цього амплітуду коливань було знижено до ($\sigma_a = 5$ *МПа*) для запобігання зростання тріщини. При вібродіагностиці здійснено пошук супергармонічного резонансу в околі частоти ($f_c/2$). Після знаходження цього резонансу проведено спектральний аналіз коливань.

Як вібраційну ознаку пошкодження використано спектр коливань лопатки при супергармонічному резонансі порядку *2/1*, оскільки, як показано в роботі [65], субгармонічний резонанс є менш чутливим до малих тріщин.

2.4.3 Аналіз впливу тріщини втоми на спектр коливань лопатки турбіни при основному резонансі

Аналітичні дослідження впливу параметрів крайової поверхневої тріщини втоми та геометричних характеристик лопатки на спектр коливань виконано для лопатки турбіни *К-1000-60/3000,* рис. 2.1 (*а*). Механічні характеристики матеріалу лопатки, та геометричні параметри її поперечного перерізу з тріщиною наведено в табл. 2.2.

Для розв’язання диференціального рівняння (2.44) використано метод усереднення за прискоренням, оскільки він не накладає обмежень на рівень нелінійності системи [299]. За допомогою цього методу створено програму чисельного розв’язання рівняння (2.44), що дає змогу моделювати згасаючий або коливальний процес системи, що встановився, за різних видів демпфування і відновлювальної сили. Також програма дає змогу визначати резонансну частоту коливань системи, напівперіоди коливань, амплітуди на напівциклах коливань (з відкритою та закритою тріщиною), а також розкладати розв’язок рівняння (2.44) у ряд Фур’є.

Як показали тестові розрахунки, чисельний розв’язок диференціального рівняння (2.44) у разі вільних коливань системи за відсутності демпфування та відновлювальної сили виду (2.47) ($e = 0$) точно відповідає аналітичному розв’язку, вираженому системою (2.50).

Головною проблемою адекватного моделювання (ідеться про правильність та достовірність відображення фізичних, механічних та геометричних характеристик) тіла з тріщиною є обґрунтований вибір співвідношення жорсткостей коливальної системи (C_o/C).

У дисертаційному дослідженні вибір здійснено на основі результатів розрахунків резонансних частот коливань лопатки турбіни *К-1000-60/3000* з тріщиною, наведених у підрозділі 2.2, за допомогою формули:

$$\frac{C_o}{C} = \left(\frac{f_o}{f}\right)^2 \tag{2.52}$$

З урахуванням (2.52) отримано співвідношення (C_o/C) для системи, що моделює тіло з тріщиною, яка закривається, тобто відкривається на одному напівперіоді коливань і закривається на іншому.

$$\frac{C_o}{C} = \left(\frac{2}{\frac{f_c}{f}} - 1\right)^{-2} \tag{2.53}$$

У табл. 2.3 представлено результати розрахунків співвідношення (C_o/C) за формулами (2.52) і (2.53), у яких замість співідношення (ω_m/ω) використано співвідношення резонансних частот (f_0/f) та (f_c/f) системи з лінійним в'язким демпфуванням ($m=1$, демпфуюча сила, що виникає внаслідок в'язких властивостей матеріалу прямо пропорційна швидкості руху тіла) та білінійною відновлювальною силою (описується кусково-лінійною функцією $R(x)$), яка описується системою рівнянь (2.47), при відповідних значеннях співвідношення (C_0/C).

Поряд з поданням ряду Фур'є у вигляді (2.49), використовується інша форма подання цього ряду:

$$x = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cdot sin(k \cdot f_c \cdot t + \varphi_k)\,, \tag{2.54}$$

де $A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$ – амплітуда k-ї гармоніки;

$\varphi_k = arctg\,\frac{a_k}{b_k}$ – фазовий зсув;

Таблиця 2.3 – Результати розрахунків відносної жорсткості лопатки *К-1000-60/3000* з тріщиною втоми

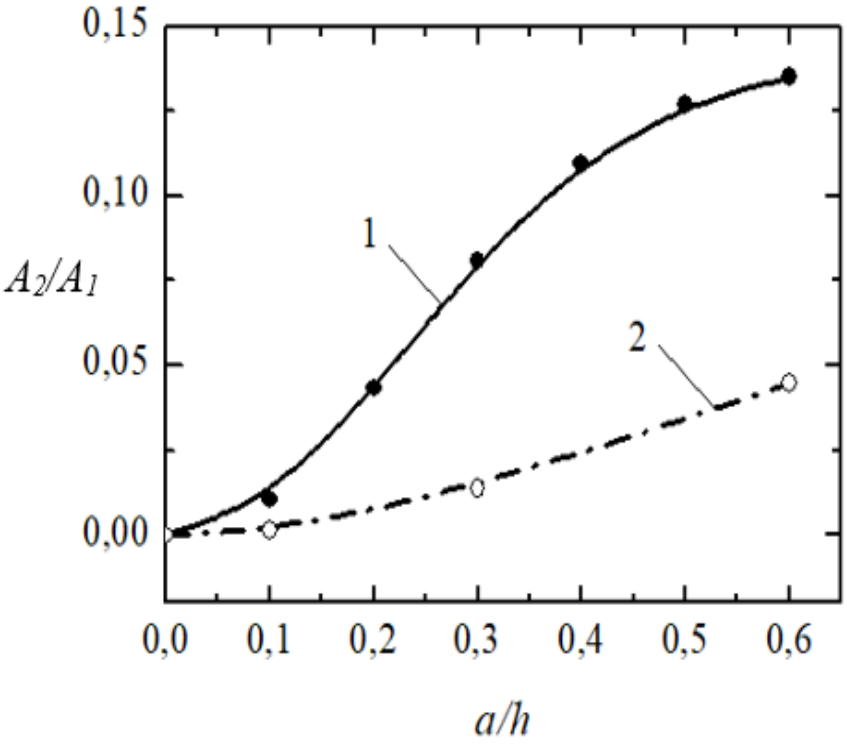
a/h	f_c/f	f_o/f	C_o/C
0	1	1	0
0,1	0,98115	0,96300	0,92737
0,2	0,95178	0,90800	0,82447
0,3	0,91497	0,84326	0,71109
0,4	0,87085	0,77125	0,59482
0,5	0,81887	0,69330	0,48067
0,6	0,75797	0,61027	0,37243

Отже, порівняння даних про відносну зміну частоти коливань зразка та моделі свідчить про прийнятність обраного співвідношення жорсткостей (C_0/C), а також про можливість використання моделі для отримання не тільки якісних, а й кількісних результатів.

Рис. 2.18 ілюструє вплив тріщини на відносну величину амплітуди другої гармоніки у спектрі коливань лопатки турбіни.

Найбільший вплив на другу гармоніку має тріщина, яка розташовується біля основи лопатки. У цьому разі амплітуда другої гармоніки досягає 13 % від амплітуди першої (основної) гармоніки. Тріщина, розташована посередині лопатки, впливає на рівень нелінійності першої форми коливань лопатки значно менше – до 5 %.

Порівняння інтенсивності зміни спектра коливань лопатки залежно від розміру тріщини з інтенсивністю зміни власних частот коливань лопатки свідчить про те, що вони є порівняні між собою. Отже, зміна спектра коливань не є більш чутливою вібраційною характеристикою пошкодження типу тріщини, ніж зміна власних частот коливань. Проте використання кількох вібраційних методів діагностики підвищують надійність виявлення пошкодження.



Примітка. (1) – L_c/L = 0; (2) – L_c/L = 0,5

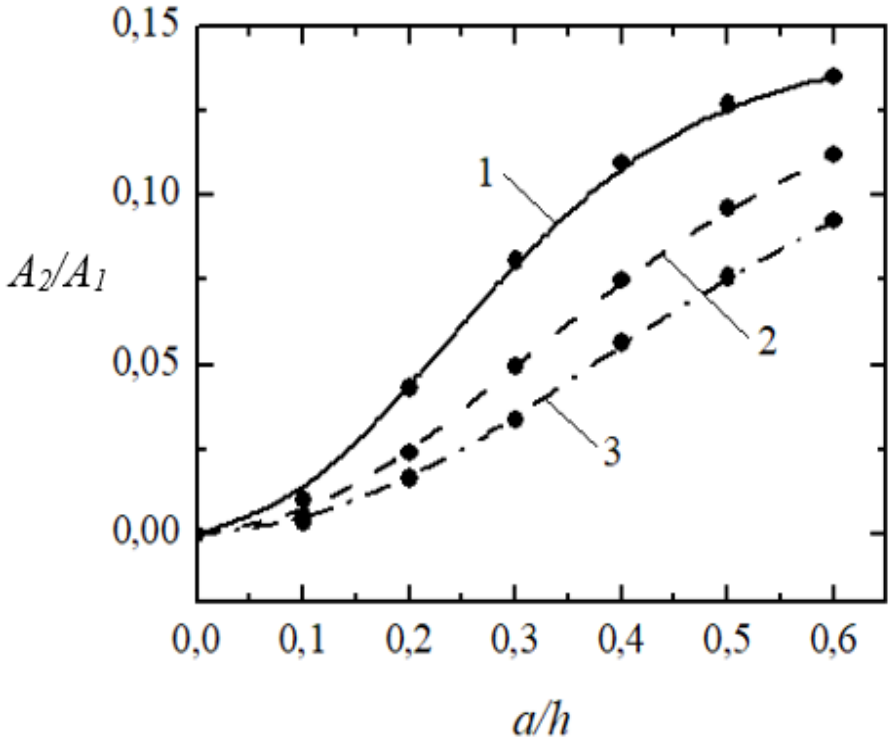
Рисунок 2.18 – Залежність зміни другої гармоніки у спектрі коливань лопатки від відносної глибини тріщини втоми при різних місцеположеннях тріщини

(*розроблено автором*)

Вплив жорсткості лопатки на чутливість вібродіагностики пошкодження, що ґрунтується на зміні спектра коливань лопатки, є таким самим, як і вплив на власні частоти коливань (рис. 2.19).

Тобто, чим менша жорсткість лопатки, яка змінюється через збільшення її довжини, тим менший вплив тріщини на зміну спектра коливань. Водночас, вібродіагностика навіть доволі довгих лопаток на основі зміни спектра коливань є достатньо чутливою для виявлення порівняно невеликих тріщин.

Отже, описаний підхід дає змогу досліджувати взаємозв'язок нелінійностей різного типу з амплітудами та фазами вищих гармонік у коливальному процесі, що встановився або згасає, а також з іншими динамічними характеристиками коливальної системи.



Примітка. (1) – L_0; (2) – $2L_0$; (3) – $3L_0$ ($L_c = 0$)

Рисунок 2.19 – Залежність зміни другої гармоніки у спектрі коливань лопатки від відносної глибини тріщини втоми при різних довжинах лопатки (*розроблено автором*)

Розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі лопатки турбіни з крайовою поверхневою тріщиною втоми для дослідження спектра коливань лопатки виконано із застосуванням мови програмування *Java* в інтегрованому середовищі розробки *IntelliJ IDEA*. Лістинг програмного коду наведено в **Додатку Г**.

Висновки до розділу 2

Результати досліджень особливостей вібраційної діагностики пошкодження лопаток турбін дали змогу зробити такі висновки.

1. Вібродіагностика лопаток турбін, що ґрунтується на зміні власних частот коливань, є достатньо чутливою для виявлення порівняно невеликих тріщин, розмір яких не становить загрози для цілісності лопатки. Встановлено,

що жорсткість лопатки впливає на чутливість такої вібродіагностики в такий спосіб: чим жорсткіша лопатка, тим вищою є чутливість власних частот коливань до наявності тріщини. З іншого боку, висока жорсткість лопатки ускладнює можливість використання вищих форм коливань для підвищення надійності діагностики тріщини, яка виникла в області лопатки уздовж довжини, де напруження є порівняно малими за першої форми коливань.

2. Вібродіагностика лопаток турбін, що ґрунтується на зміні характеристики демпфування коливань, є достатньо чутливою для виявлення порівняно невеликих тріщин, розмір яких не становить загрози для цілісності лопатки. Чутливість такої діагностики є набагато вищою, ніж тієї, що ґрунтується на зміні власних частот коливань. Водночас, ефективність характеристики демпфування коливань для діагностування пошкодження лопаток турбін дещо знижується при збільшенні початкового рівня демпфування коливань лопатки (тобто лопатки у непошкодженому стані) і піддатливості лопатки. Враховуючи, що матеріали, які використовуються для виготовлення лопаток парових турбін, мають доволі низьку демпфувальну здатність, використання зміни характеристики демпфування коливань лопаток як вібродіагностичної ознаки пошкодження є перспективним.

3. Спектральний аналіз коливань лопатки при основному резонансі є чутливою характеристикою пошкодження типу тріщини, яка закривається. Основною інформаційною характеристикою є амплітуда другої гармоніки у спектрі коливань. Чутливість цієї характеристики пошкодження є порівняною з чутливістю зміни власних частот коливань лопатки.

4. Підвищення надійності вібродіагностики пошкодження типу тріщини втоми можливе завдяки одночасному використанню кількох методів вібродіагностики, описаних у цьому розділі.

5. Перевагою використання дисипативних властивостей лопатки для цілей вібродіагностики пошкодження є те, що вона відноситься до так званих інтегральних методів діагностики, тобто характеризує стан об’єкта в цілому, і тому потребує порівняно небагато часу для проведення.

РОЗДІЛ 3
ОСОБЛИВОСТІ ВІБРАЦІЙНОЇ ДІАГНОСТИКИ ПОШКОДЖЕННЯ РОТОРІВ ТУРБІН

Метою цього розділу дисертаційної роботи є розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі ротора турбіни з крайовою поперечною тріщиною втоми, що дає змогу прогнозувати вплив параметрів (розмірів і місцеположення) тріщини та визначати особливості її впливу залежно від орієнтації відносно осі обертання на зміну власної частоти поперечних коливань *ротора високого тиску (РВТ), ротора середнього тиску (РСТ)* та *ротора низького тиску (РНТ),* а також їх геометричних параметрів.

Також передбачено визначення власних форм коливань, які виникають під час проходження валопроводу турбіни через критичні швидкості обертання, розроблення методики вібраційної діагностики пошкоджень роторів турбіни, на етапі їхнього ремонту та валопроводу турбіни під час експлуатації, а також проведення порівняльної оцінки інтенсивності впливу експлуатаційних факторів на швидкість росту тріщини.

Крайова поперечна тріщина ротора – це дефект, який утворюється на краю ротора і розташований перпендикулярно до його осі обертання.

Основні причини виникнення таких тріщин:

1. втомне пошкодження – наслідок багатоциклового навантаження, спричиненого зміною тиску пари;
2. термічні навантаження – зміни температури викликають циклічне розширення і стиснення матеріалу ротора, що призводить до його руйнування;
3. механічні навантаження – ротор зазнає дії відцентрових сил і змінних навантажень, які сприяють розвитку тріщин;
4. корозія – робоче середовище (волога, агресивні гази) може спричиняти корозійне розтріскування;
5. виробничі дефекти матеріалу – мікронерівності після технологічної обробки, що з часом можуть перерости у тріщини.

3.1 Методичний підхід до розрахунку власних частот поперечних коливань ротора турбіни з тріщиною

Розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі ротора турбіни з крайовою поперечною тріщиною для визначення зміни власних частот поперечних коливань ротора виконано за допомогою синтезу розв'язків диференціального рівняння, яке описує вільні поперечні коливання вала Бернуллі-Ейлера на двох опорах (рис. 3.1) без урахування демпфувальних характеристик [186].

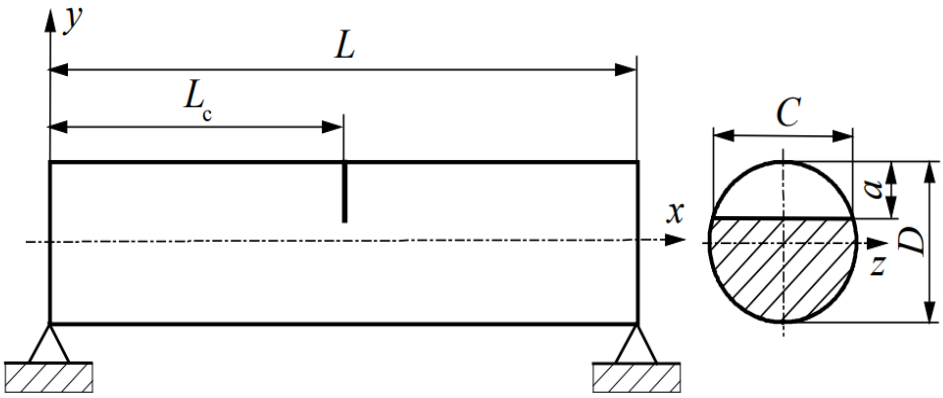
$$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\rho \cdot F}{E \cdot I} \cdot \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0\,, \tag{3.1}$$

де ρ – густина матеріалу вала;

F – площа поперечного перерізу вала;

E – модуль пружності матеріалу вала (модуль Юнга);

I – осьовий момент інерції поперечного перерізу вала.



Примітка. L – довжина вала, L_c – відстань від опори до перерізу вала з тріщиною, D –діаметр вала, a – глибина тріщини, C – довжина фронту тріщини, x, y, z – осі системи координат у тривимірному просторі.

Рисунок 3.1 – Розрахункова схема вала на двох опорах з крайовою поперечною тріщиною (*розроблено автором, розкрито в праці* [14])

Напівцикл коливань, коли тріщина закрита, описується рівнянням для непошкодженого вала:

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} w_i(x) \cdot (P_i \cdot sin(\omega_i t) + R_i \cdot cos(\omega_i t)), \quad (3.2)$$

де $w_i(x)$, власні форми коливань вала;

ω_i – власні частоти коливань вала;

P_i, R_i – коефіцієнти, які потрібно визначити;

i – номер форми коливань;

t – час.

На напівциклі коливань, коли тріщина відкрита, вона моделюється пружним шарніром, що має деяку кутову піддатливість, який розташований на відстані (L_c) від опори.

Цей напівцикл коливань вала описується рівнянням для пошкодженого вала:

$$y_{mj}(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} w_{ij}(x) \cdot (P_{mi} \cdot \sin(\omega_{oi} t) + R_{mi} \cdot \cos(\omega_{oi} t)), \quad (3.3)$$

де $w_{ij}(x)$ – власні форми коливань вала на j-тій ділянці вала уздовж довжини;

j = 1,2 – ділянки зліва і справа щодо пружного шарніра;

ω_{oi} – кутові частоти коливань вала з відкритою тріщиною;

P_{mi}, R_{mi} – коефіцієнти, які потрібно визначити.

Власні форми коливань вала на його j-тій ділянці визначаються через функції Крилова S, T, U, V.

$$w_{ij}(x) = A_{ij} \cdot S(k_{oi}x) + B_{ij} \cdot T(k_{oi}x) + C_{ij} \cdot U(k_{oi}x) + D_{ij} \cdot V(k_{oi}x), \quad (3.4)$$

де $A_{ij}, B_{ij}, C_{ij}, D_{ij}$ – коефіцієнти, що залежать від граничних умов і визначають форму власних коливань вала;

$$S(k_{oi}x) = \frac{(\cosh k_{oi}\, x + \cos k_{oi}\, x)}{2}, T(k_{oi}x) = \frac{(\sinh k_{oi}\, x + \sin k_{oi}\, x)}{2},$$

$$U(k_{oi}x) = \frac{(\cosh k_{oi}\, x - \cos k_{oi}\, x)}{2}, V(k_{oi}x) = \frac{(\sinh k_{oi}\, x - \sin k_{oi}\, x)}{2};$$

$k_{oi}^4 = \dfrac{\omega_{oi}^2 \cdot \rho \cdot F}{E \cdot I}$ – характеристика згинальних коливань вала.

Крайові (граничні) умови, що враховують параметри тріщини та динаміку механічної системи (вала):

– для переміщення $w_{ij}(x)$: $w_{i1}(0) = 0,\ w_{i2}(L) = 0$;

– для кута повороту поперечного перерізу вала $\theta_{ij}(x)$: $\theta_{i2}(0) = 0$;

– для згинального моменту $M_{ij}(x)$: $M_{i1}(0) = 0,\ M_{i2}(L) = 0$;

Умови сполучення ділянок 1 і 2 вала, розділених тріщиною:

$$w_{i1}(L_c) = w_{i2}(L_c);\ M_{i1}(L_c) = M_{i2}(L_c);\ Q_{i1}(L_c) = Q_{i2}(L_c);$$

$$\theta_{i1}(L_c) - \theta_{i2}(L_c) = \kappa_c \cdot M_{i1}(L_c)$$

де L_c – відстань від опори до перерізу вала з тріщиною;

κ_c – зміна піддатливості перерізу вала з тріщиною;

$Q_{ij}(x)$ – поперечна сила.

Рівняння, що визначає власні частоти коливань вала з відкритою тріщиною (тобто тріщина, яка вважається відкритою на обох напівциклах коливань):

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & S(\varphi_i) & T(\varphi_i) & U(\varphi_i) & V(\varphi_i) \\ 0 & 0 & U(\varphi_i) & V(\varphi_i) & S(\varphi_i) & T(\varphi_i) \\ T(\psi_i) & V(\psi_i) & -S(\psi_i) & -T(\psi_i) & -U(\psi_i) & -V(\psi_i) \\ -S(\psi_i) - r_o V(\psi_i) & -U(\psi_i) - r_o T(\psi_i) & V(\psi_i) & S(\psi_i) & T(\psi_i) & U(\psi_i) \\ V(\psi_i) & T(\psi_i) & -U(\psi_i) & -V(\psi_i) & -S(\psi_i) & -T(\psi_i) \\ U(\psi_i) & S(\psi_i) & -T(\psi_i) & -U(\psi_i) & -V(\psi_i) & -S(\psi_i) \end{vmatrix} = 0, \quad (3.5)$$

де $\varphi_i = k_{oi} \cdot L$ – коефіцієнт, що враховує довжину вала;

$\psi_i = \dfrac{L_c \cdot \varphi_i}{L}$ – модифікований параметр, що враховує положення тріщини;

$r_o = \dfrac{E \cdot I \cdot \kappa_c \cdot \psi_i \cdot \varphi_i}{L}$ – параметр впливу наявності тріщини на жорсткість вала.

Зміна піддатливості перерізу з тріщиною визначається енергетичним методом, що порівнює енергію деформації тіла до і після утворення тріщини, згідно з підходами механіки руйнування і класичної механіки [186].

Для крайової поперечної тріщини нормального відриву з прямим фронтом за умови плоского напруженого стану зміна енергії деформації вала визначається рівнянням:

$$\Delta U = \frac{1}{E} \int_0^C \int_0^a K_I^2 \, d\alpha dx \,, \tag{3.6}$$

де C – довжина фронту тріщини;

a – глибина тріщини;

K_I – коефіцієнт інтенсивності напружень.

Довжина фронту тріщини:

$$C = 2 \cdot \sqrt{a \cdot (D - a)} \,, \tag{3.7}$$

де D – діаметр вала.

Розподіл *КІН* вздовж фронту тріщини:

$$K_I = \sigma_c \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \cdot F_I(\gamma) \cdot F_I(x) \,, \tag{3.8}$$

де σ_c – механічні напруження в околі тріщини;

$F_I(\gamma)$, $F_I(x)$ – функції, які визначають залежність *КІН* від глибини тріщини і його розподіл вздовж фронту тріщини, відповідно, взято з роботи [196].

Функції $F_I(x)$ отримано для різних кутів повороту вала відносно осі обертання θ (рис. 3.2), від якого залежить ступінь розкриття тріщини і розподіл *КІН* вздовж її фронту для відносної глибини тріщини ($\gamma = a/D = 0{,}25$).

Отже:

$$F_I(\gamma) = 0{,}99833 - 0{,}59722\gamma - 1{,}16667\gamma^2 + 6{,}38889\gamma^3; \qquad (\gamma \leq 0{,}5) \qquad (3.9)$$

$$F_I(x) = 0{,}74846 + 0{,}52557\frac{x}{c} - 0{,}52557\left(\frac{x}{c}\right)^2; \qquad (\theta = 0°) \qquad (3.10)$$

$$F_I(x) = 0{,}65369 + 0{,}37211\frac{x}{c} - 1{,}06632\left(\frac{x}{c}\right)^2 + 0{,}34497\left(\frac{x}{c}\right)^3; \qquad (\theta = 45°) \qquad (3.11)$$

$$F_I(x) = 0{,}21944 - 0{,}32109\frac{x}{c}; \qquad (\theta = 90°) \qquad (3.12)$$

$$F_I(x) \approx 0\,. \qquad (\theta = 135°) \qquad (3.13)$$

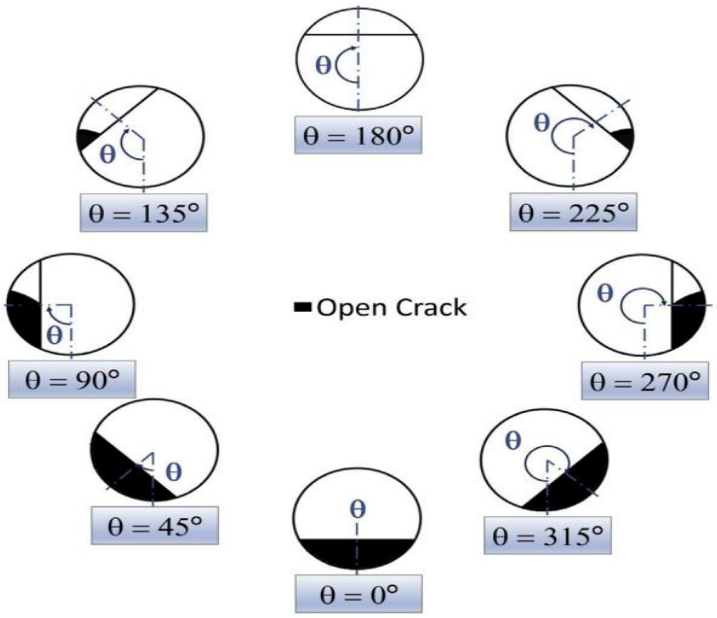


Рисунок 3.2 – Ступінь розкриття тріщини при повороті вала під дією його ваги

Джерело: [196]

Оскільки при куті повороту (θ = 90 °) тріщина частково закривається, інтегрування відповідно до рівняння (3.6) виконувалося уздовж довжини тріщини 0,7*C*.

З урахуванням рівнянь (3.9)–(3.13) зміна енергії деформації вала має вигляд:

$$\Delta U = \frac{2}{E} \cdot \sigma_c^2 \cdot \pi \cdot a^2 \cdot \mathrm{C} \cdot \xi(\gamma) \cdot \chi, \tag{3.14}$$

де $\xi(\gamma)$ – коригувальний коефіцієнт, що залежить від відносної глибини тріщини γ, враховує нелійнійний вплив тріщини на зміну енергії деформації та визначається у вигляді полінома 6-го степеня:

$\xi(\gamma) = 0{,}99666 - 0{,}59622 \cdot \gamma - 0{,}65759 \cdot \gamma^2 + 3{,}53749 \cdot \gamma^3 - 1{,}25401 \cdot \gamma^4 -$
$-2{,}48458 \cdot \gamma^5 + 5{,}83113 \cdot \gamma^6$;

χ – коригувальний коефіцієнт, який відображає зміну енергії деформації в залежності від положення тріщини в поперечному перерізі вала, значення якого взяті з роботи [196].

χ = 0,79517 (θ = 0 °), χ = 0,33951 (θ = 45 °), χ = 0,00844 (θ = 90 °), χ = 0 (θ = 135 °).

З іншого боку, енергію (ΔU) можна визначити через зміну піддатливості перерізу вала у разі виникнення в ньому тріщини:

$$\Delta U = 0{,}5 \cdot \kappa_c \cdot M^2, \tag{3.15}$$

де M – згинальний момент у перерізі вала з тріщиною.

З рівнянь (3.14) і (3.15) отримуємо:

$$\kappa_c = \frac{2}{E \cdot W_x^2} \cdot \pi \cdot a^2 \cdot C \cdot \xi(\gamma) \cdot \chi, \tag{3.16}$$

де W_x – осьовий момент опору поперечного перерізу вала.

$$W_x = \frac{\pi \cdot (D^4 - d^4)}{32 \cdot D} \tag{3.16a}$$

де d – діаметр технологічного каналу ротора;

Примітка. (3.16а) додано для уточнення, нумерація подальших формул збережена

Розв’язок частотного рівняння (3.5) дає змогу визначити власні частоти коливань вала з відкритою тріщиною.

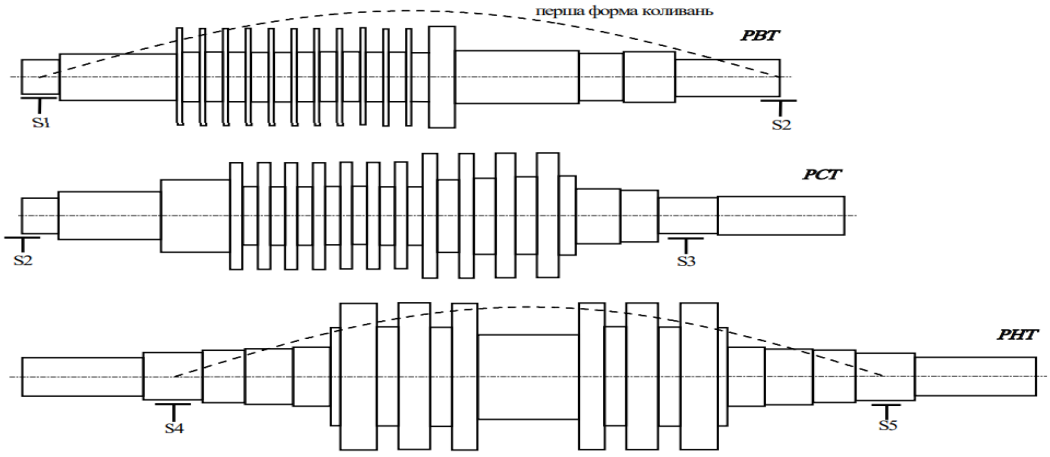
Такий стан тріщини є можливим за умови, що значення асиметрії циклу перевищує амплітуду коливань. Іншими словами, якщо статичні напруження згину вала від його власної ваги перевищують амплітуду коливань, тріщина залишатиметься відкритою.

Розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі ротора турбіни з крайовою поперечною тріщиною втоми для визначення зміни власної частоти першої форми коливань виконано із застосуванням мови програмування *Java* в інтегрованому середовищі розробки *IntelliJ IDEA*. Лістинг програмного коду наведено в **Додатку Г**.

3.1.1 Вібраційна діагностика пошкодження роторів турбін на основі зміни власних частот коливань

Аналітичні дослідження впливу параметрів крайової поперечної тріщини та геометричних характеристик роторів на власну частоту першої форми коливань виконано для *РВТ*, *РСТ*, *РНТ* турбіни *К-200-130* (рис. 3.3), виготовлених з сталі *25Х1МФА*.

У розрахунках прийнято: E = 200 *ГПа*; ρ = 7800 *кг/м*^{3}.



Примітка. *S1, S2, S3, S4, S5* - опори

Рисунок 3.3 – Ротори турбіни *К-200-130*

(*розроблено автором, розкрито в праці* [14])

При вібраційному діагностуванні ротора турбіни розкриття тріщини відбувається під дією власної ваги ротора.

Значення максимальних механічних напружень згину, які локалізуються посередині ротора (*L/2*), можна визначити за формулою:

$$\sigma_{max}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{2 \cdot d \cdot L^2 \cdot g \cdot \rho}{D^2 - d^2}, \tag{3.17}$$

де L – довжина ротора;

d – діаметр технологічного каналу ротора;

g – прискорення вільного падіння;

ρ – густина матеріалу ротора;

D – діаметр ротора.

Для *РВТ* це напруження складає: σ_{max} = 1,9 $МПа$.

Отже, якщо амплітуда коливань під час діагностичних випробувань не перевищуватиме це значення, тріщина залишатиметься відкритою. В іншому випадку тріщина періодично закриватиметься.

Розв’язок частотного рівняння (3.5) з підрозділу 3.1 дає змогу отримати власні частоти коливань ротора з відкритою тріщиною.

Власні частоти коливань ротора з тріщиною, яка закривається, можна визначити, знаючи власну частоту коливань ротора без тріщини (*f*) та ротора з відкритою тріщиною (f_o):

$$f_c = \frac{2 \cdot f \cdot f_o}{f + f_o} \tag{3.18}$$

Потрібно зауважити, використання рівнянь (3.1)–(3.5) не дає змогу точно прогнозувати власні частоти коливань ступінчастих роторів. Проте, зважаючи на те, що інформаційною характеристикою пошкодження, яка використовується

в дисертаційному дослідженні, є відносна величина, а саме (f_o/f) або (f_o/f), визначальний вплив на неї здійснює не похибка визначення абсолютного значення частоти (бо вона є однаковою для значення частоти у чисельнику і знаменнику), а точність визначення зміни піддатливості перерізу з тріщиною відповідно до рівняння (3.16), що підтверджено в експериментальному дослідженні [66].

Блок-схему випробувально-діагностичної установки для визначення резонансної частоти роторів турбіни наведено на рис. 3.4 на прикладі *РВТ*. Діагностика проводиться під час ремонту турбіни, коли ротори витягнуті з турбіни та відокремлені один від одного. Кожен із них розташовується на двох опорах, які можуть призвести до обертання ротора навколо своєї осі. Збудження коливань створюється за допомогою електродинамічного вібратора. Зусилля від вібратора передається до ротора через напівжорсткий шток. Частота сигналу, що подається на вібратор через підсилювач потужності, задається генератором сигналів [14].

Частота сигналу плавно змінюється в околі власної частоти першої форми коливань ротора. Резонансна частота визначається за максимальною амплітудою коливань ротора. Вимірювання амплітудн поперечних коливань ротора у вертикальній площині здійснюється за допомогою акселерометра. Після повороту ротора на певний кут (крок вимірювання) цикл визначення резонансної частоти повторюється. За такої умови загальний кут повороту ротора не перевищує 180 °.

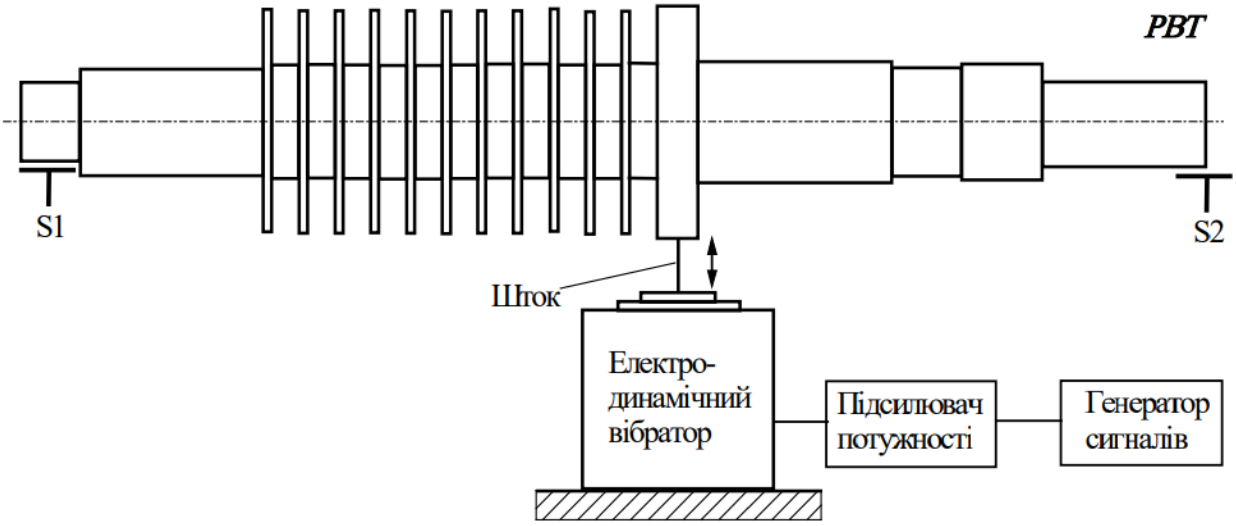
Визначення резонансу частоти коливань також відбувається за допомогою електродвигуна з ексцентриком, який створює змінне механічне збурення. Частота обертання двигуна змінюється в околі власної частоти коливань ротора. Досягнення максимальної амплітуди коливань відповідає резонансній частоті.

Вимірювання амплітуди поперечних коливань ротора турбіни здійснюється за допомогою системи вимірювання коливань (акселерометра або контактних датчиків). Дані передаються на аналізатор сигналів для обробки й аналізу вимірювань та визначення резонансної частоти. Аналізатор показує залежність амплітуди від частоти.

Система управління частотою двигуна дає змогу змінювати частоту обертання двигуна для поступового наближення до резонансної частоти.

Для візуалізації, відображення та збереження точної частоти, на якій виникає резонанс використовується інтерфейс для відображення результатів.

Відповідно до того, що амплітуда коливань не перевищує значення статичного прогину ротора від його ваги, тріщина під час вібраційної діагностики залишається відкритою. В цьому разі залежно від орієнтації тріщини щодо вертикальної площини при повороті ротора на кут θ з кроком 45 ° розкриття тріщини змінюється, як це показано на рис. 3.2, від повністю закритого стану (θ = 180 °) до повністю відкритого (θ = 0 °).



Примітка. *S1, S2* - опори

Рисунок 3.4 – Блок-схема випробувально-діагностичної установки для визначення резонансної частоти роторів турбіни (*розроблено автором, розкрито в праці* [14])

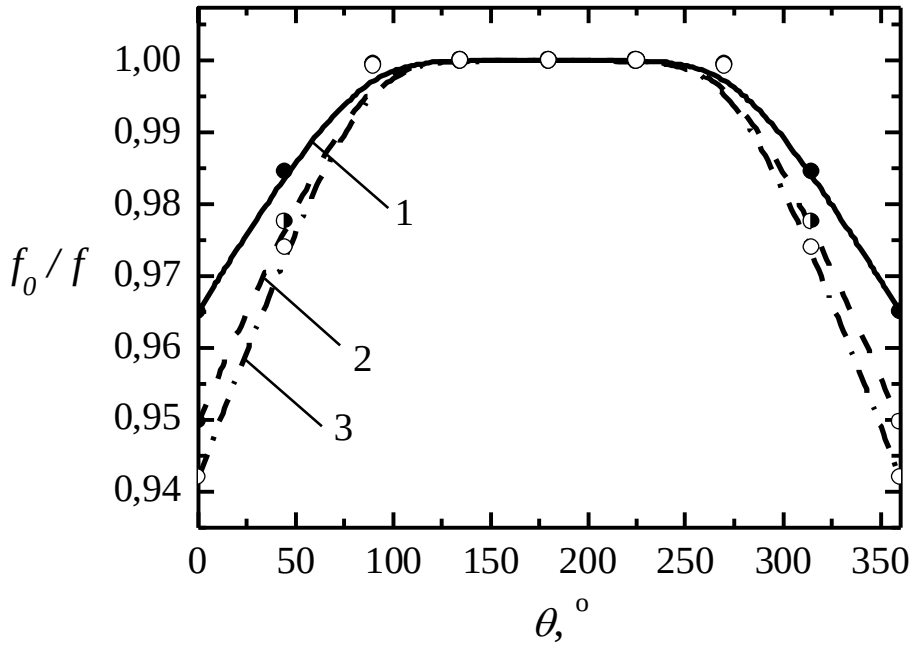
Розглянемо випадок, коли тріщина під час вібраційної діагностики залишається відкритою. Залежно від орієнтації тріщини щодо вертикальної площини, при повороті ротора на кут θ із кроком 45 ° розкриття тріщини змінюється, як показано на рис. 3.2, від повністю закритого (θ = 180 °) до повністю відкритого (θ = 0 °) стану.

Рис. 3.5 демонструє, як змінюється власна частота коливань роторів залежно від ступеня відкритості тріщини.

Очікувано, що найбільша зміна власної частоти коливань відбувається за максимального розкриття тріщини, коли $\theta = 0$ °.

Загалом діапазон зміни власної частоти коливань, отриманий за результатами п'яти окремих тестів роторів із їх послідовним покроковим провертанням на 45 ° достатній для надійного діагностування тріщини з відносною глибиною a/D = 0,25.

Крім того, в результаті таких тестів визначається також орієнтація тріщини щодо вертикальної площини: досягнення зміною власної частоти найбільшого значення означає, що кут, під яким розташована тріщина становить $\theta = 0$ °.



Примітка. (1) – *РВТ*, (2) – *РС*Т (3) – *РНТ*

Рисунок 3.5 – Залежність відносної зміни власної частоти першої форми коливань від кута повороту ротора з відкритою тріщиною відносно осі обертання (a/D = 0,25; L_c/L = 0,5)

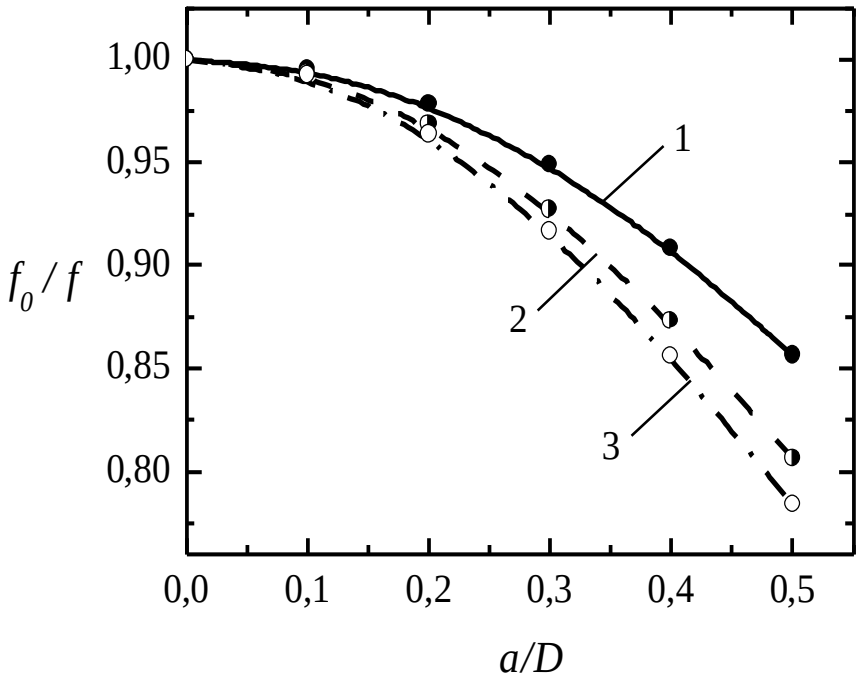
(*розроблено автором, розкрито в праці* [14])

З рис. 3.5 також очевидно, що чутливість вібродіагностики тріщин у роторах турбіни, певною мірою, залежить від їх жорсткості. Наприклад, найбільша зміна власної частоти коливань *РВТ* (D = 0,44 *м*) становить 3,5 %, тоді як для *РСТ* (D = 0,65 *м*) і *РНТ* (D = 0,76 *м*) ця зміна відповідно становить 5,0 % і 5,8 %.

Зазвичай особливістю вібродіагностики пошкоджень, що ґрунтується на зміні власних частот коливань, є необхідність наявності даних про власну частоту (чи частоти) коливань об’єкта діагностики у непошкодженому стані, для якого визначається зміна частоти, спричинена тріщиною. Методика вібродіагностики, результати якої наведено на рис. 3.5, не потребує таких даних, що є її суттєвою перевагою над традиційними методами.

3.1.2 Аналіз впливу тріщини втоми на зміну власних частот коливань роторів турбіни

На рис. 3.6 наведено залежності зміни власної частоти коливань роторів від розміру крайової поперечної тріщини втоми за умови її повного розкриття $\theta = 0$ °. Ці залежності дають змогу оцінити чутливість вібродіагностики тріщин на основі зміни власних частот коливань.



Примітка. (1) – *РВТ*, (2) – *РСТ* (3) – *РНТ*

Рисунок 3.6 – Залежність відносної зміни власної частоти першої форми коливань роторів від відносної глибини тріщин втоми ($\theta = 0$ °; $L_c/L = 0{,}5$) (*розроблено автором, розкрито в праці* [14])

Так, найбільша зміна власної частоти коливань роторів, викликанана тріщиною з відносними розмірами (a/D = 0,1) не перевищує 1 %, що може бути недостатнім для надійної діагностики. Водночас, тріщина з відносним розміром (a/D = 0,2) зумовлює зміну власної частоти коливань *PBT*, *PCT* та *PHT* відповідно до 2,2 %, 3,2 % і 3,6 %. Такі зміни частоти надійно фіксуються сучасними засобами вимірювання.

Аналіз залежностей, наведених на рис. 3.6, демонструє вплив жорсткості роторів на чутливість вібродіагностики. Так, при збільшенні діаметра ротора на 48 % чутливість вібродіагностики зростає на 33 %, а при збільшенні діаметра на 72 % – на 48 %.

Наприклад, зміна власної частоти коливань роторів з діаметром D = 0,44 *м*, 0,65 *м* і 0,76 *м*, зумовлена тріщиною з відносним розміром (a/D = 0,5) становить відповідно 14,6 %, 19,4 % і 21,6 %.

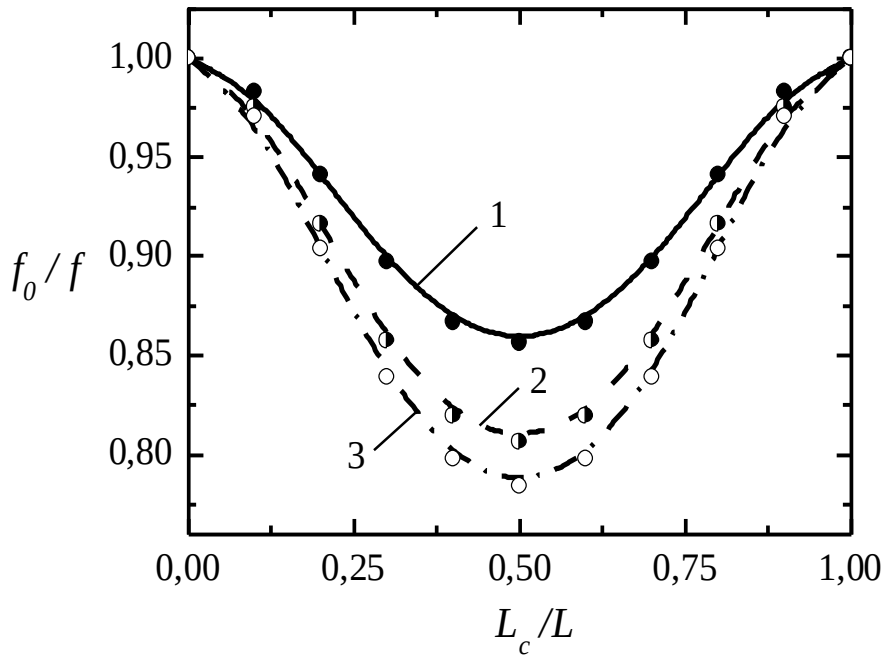
Залежності, продемонстровані на рис. 3.5 і 3.6, отримано за умови, що тріщина розташована посередині ротора (L_c /L = 0,5), тобто у найбільш напруженому перерізі ротора під час поперечних коливань за першою формою.

Як зазначено в розділі 1, через різні причин (дефект матеріалу, пошкодження поверхні тощо) тріщина може виникнути і в інших перерізах ротора вздовж його довжини.

Вплив місцеположення тріщини на власну частоту коливань ротора продемонстровано на рис. 3.7.

Вплив тріщини на власну частоту першої форми коливань роторів тим менший, чим нижчий відносний рівень напружень у перерізі з тріщиною. Тріщина, яка розташована посередині роторів змінює власну частоту коливань значно інтенсивніше, ніж та, що виникла поблизу опори.

Область ротора уздовж довжини, де вібродіагностика залишається ефективною, знаходиться в діапазоні (0,1L…0,9L). Це є прийнятним, враховуючи, що тріщини зазвичай утворюються у високонапружених частинах конструкції.



Примітка. (1) – *РВТ*, (2) – *РСТ* (3) – *РНТ*

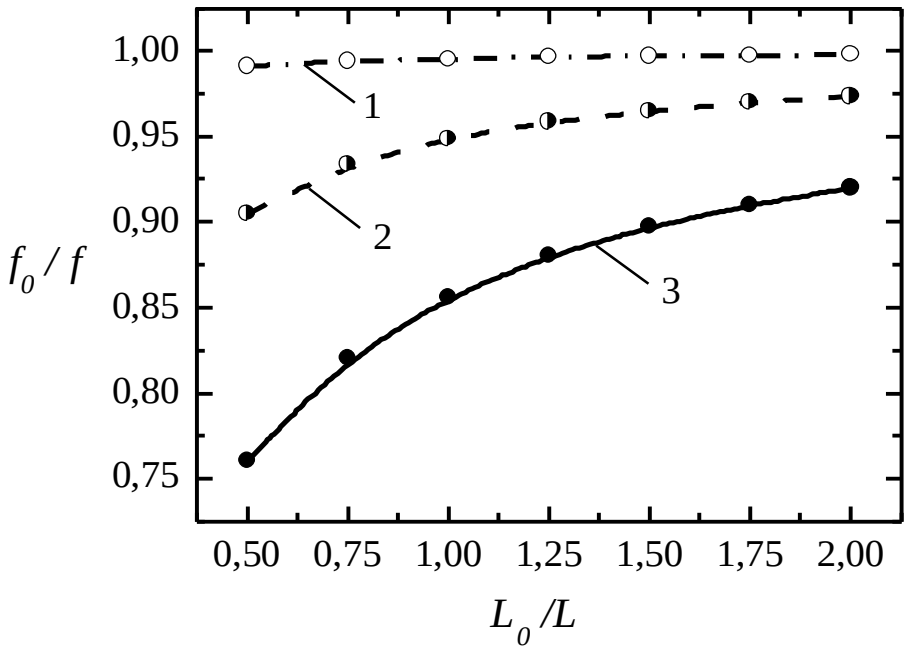
Рисунок 3.7 – Вплив місцеположення тріщини втоми на власну частоту першої форми коливань уздовж довжини роторів (*a/D* = 0,5) (*розроблено автором, розкрито в праці* [14])

На рис. 3.8 продемонстровано вплив відносної довжини ротора на власну частоту першої форми його коливань. Прийнято, що довжина ротора (L_0 = 4,5 *м*). Для найкоротшого (а, отже, найжорсткішого) ротора найбільша відносна зміна частоти при (*a/D* = 0,5) досягає 25 %. Збільшення довжини ротора у чотири рази знижує цю зміну до 8 %.

Отже, чутливість власної частоти коливань ротора до наявності тріщини зменшується майже в тій же пропорції, що і його жорсткість.

Для тріщин іншого розміру відносна зміна чутливості вібродіагностики при видовженні ротора не змінюється. Водночас абсолютних значень зміни власної частоти коливань ротора (до 1 %), зумовлених невеликою тріщиною (*a/D* = 0,1) може бути недостатніми для надійної діагностики пошкодження. Водночас, пропорційна зміна розмірів поперечного перерізу і довжини ротора майже не призводить до зміни чутливості вібродіагностики пошкодження ротора, що

ґрунтується на зміні власних частот коливань (деякий вплив має технологічний діаметр).



Примітка. (1) – *a/D* = 0,1; (2) – *a/D* = 0,3; (3) – *a/D* = 0,5 (L_c/L = 0,5)

Рисунок 3.8 – Залежність зміни власної частоти першої форми коливань ротора від його відносної довжини при різних відносних розмірах тріщини: (*розроблено автором, розкрито в праці* [14])

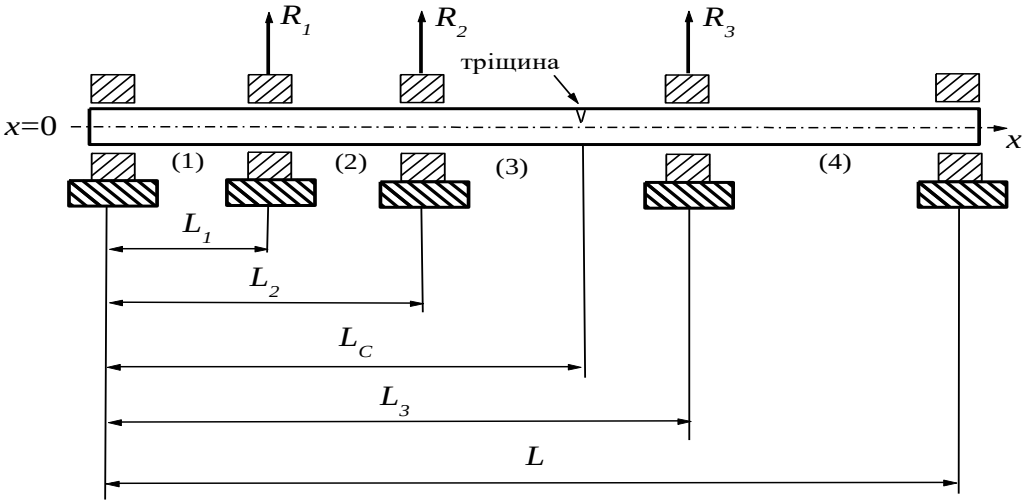
Так, якщо тріщина з параметрами (*a/D* = 0,5) і (L_c/L = 0,5) призводить до відносної зміни власної частоти коливань ротора завдовжки (L_0 = 4,5 *м*) на рівні (f_o/f = 0,8563), то збільшення довжини ротора вдвічі призводить до відносної зміни власної частоти коливань на рівні (f_o/f = 0,8567), тобто різниця не перевищує 0,05 %.

3.2 Вібраційна діагностика пошкоджень валопроводу турбіни під час експлуатації на основі власних частот коливань

Валопровід турбіни *К-200-130* складається з *РВТ*, *РСТ*, *РНТ*, а також *турбогенератора* (*ТГ*). Згідно з проєктними документами на турбіну, перші чотири власні частоти поперечних коливань цієї системи становлять:

f_1 = 24,8 *Гц*, f_2 = 31,0 *Гц*, f_3 = 32,8 *Гц*, f_4 = 41,5 *Гц*.

Для аналітичного дослідження власних частот коливань валопровід турбіни представлено у вигляді однорідного вала Бернуллі-Ейлера на п'яти опорах (рис. 3.9).



Примітка. R_1 R_2 R_3 – реакції внутрішніх опор валопроводу, x – вісь абсцис, L_c – відстань від опори до перерізу валопроводу з тріщиною

Рисунок 3.9 – Розрахункова схема валопроводу турбіни *К-200-130* з крайовою поперечною тріщиною

(розроблено автором)

Довжина відповідних конструктивних елементів валопроводу відповідала реальним, а саме: L_1 = 4,72 *м*, L_2 = 9,04 *м*, L_3 = 18,28 *м*, L = 27,28 *м*

Вільні поперечні коливання валопроводу описуються диференціальним рівнянням виду:

$$\frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \frac{\rho \cdot F}{E \cdot I} \cdot \frac{\partial^2 y(x,t)}{\partial t^2} = 0\,, \tag{3.19}$$

де ρ – густина матеріалу валопроводу;

F – площа поперечного перерізу валопроводу;

E – модуль пружності матеріалу валопроводу (модуль Юнга);

I – момент інерції.

Загальний розв’язок рівняння (3.19) можна представити у вигляді:

$$y(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} w_i(x) \cdot sin((\omega_i t) + \psi_i)\,, \tag{3.20}$$

де $w_i(x)$ – власні форми коливань валопроводу;

ω_i – власні кутові частоти коливань валопроводу;

ψ_i – кут зсуву фаз;

i – номер форми коливань;

t – час.

Власні форми коливань валопроводу розраховуються через гіперболічні функції S, T, U, V.

$$w_i(x) = A_i \cdot S(k_i x) + B_i \cdot T(k_i x) + C_i \cdot U(k_i x) + D_i \cdot V(k_i x), \tag{3.21}$$

де A_i, B_i, C_i, D_i – коефіцієнти, що залежать від граничних умов і визначають форму власних коливань валопроводу;

$S(k_i x) = \dfrac{(cosh\, k_i\, x + cos\, k_i\, x)}{2}, T(k_i x) = \dfrac{(sinh\, k_i\, x + sin\, k_i\, x)}{2},$

$U(k_i x) = \dfrac{(cosh\, k_i\, x - cos\, k_i\, x)}{2}, V(k_i x) = \dfrac{(sinh\, k_i\, x - sin\, k_i\, x)}{2}$;

$k_i^4 = \dfrac{\omega_i^2 \cdot \rho \cdot F}{E \cdot I}$ – характеристика згинальних коливань валопроводу.

Враховуючи граничні умови на лівому кінці моделі валопроводу (x = 0) для переміщення та згинального моменту ($w_i(0)$=0; $M_i(0)$=0) визначаємо, що $A_i = C_i = 0$.

Тоді рівняння (3.21) власної форми коливань ділянки (1) на рис. 3.9 набуває вигляду:

$$w_i^{(1)}(x) = B_i \cdot T(k_i x) + D_i \cdot V(k_i x); \qquad (0 \le x \le L_1)\,, \qquad (3.22)$$

де D_i – жорсткість вигину на i-ділянці валопроводу.

Для визначення аналогічних рівнянь для другої та третьої ділянки моделі валопроводу необхідно врахувати реакції внутрішніх опор R_1, R_2 і R_3 [15].

$$w_i^{(2)}(x) = B_i T(k_i x) + D_i V(k_i x) + \frac{R_1}{k_i^3 EI} V[k_i(x - L_1)]; \quad (L_1 \le x \le L_2); \qquad (3.23)$$

$$w_i^{(3)}(x) = B_i T(k_i x) + D_i V(k_i x) + \frac{R_1}{k_i^3 EI} V[k_i(x - L_1)] + \frac{R_2}{k_i^3 EI} V[k_i(x - L_2)]$$

$$(L_2 \le x \le L_3); \qquad (3.24)$$

$$w_i^{(4)}(x) = B_i T(k_i x) + D_i V(k_i x) + \frac{R_1}{k_i^3 E \cdot I} V[k_i(x - L_1)] + \frac{R_2}{k_i^3 EI} V[k_i(x - L_2)] +$$

$$+ \frac{R_3}{k_i^3 EI} V[k_i(x - L_3)]; \qquad (L_3 \le x \le L); \ (3.25)$$

З урахуванням граничних умов на правому кінці моделі валопроводу ($x=L$) для переміщення і моменту і на проміжних опорах ($x=L_1$, $x=L_2$ і $x=L_3$) для переміщення: $w_i(L) = 0;\ M_i(L) = 0;\ w_i(L_1) = 0; w_i(L_2) = 0;\ w_i(L_3) = 0;$ отримано характеристичне рівняння для даної механічної системи:

$$\begin{vmatrix} T(k_iL_1) & V(k_iL_1) & 0 & 0 & 0 \\ V(k_iL_2) & T(k_iL_2) & V[k_i(L_2-L_1)] & 0 & 0 \\ T(k_iL_3) & V(k_iL_3) & V[k_i(L_3-L_1)] & V[k_i(L_3-L_2)] & 0 \\ T(k_iL) & V(k_iL) & V[k_i(L-L_1)] & V[k_i(L-L_2)] & V[k_i(L-L_3)] \\ V(k_iL) & T(k_iL) & T[k_i(L-L_1)] & T[k_i(L-L_2)] & T[k_i(L-L_3)] \end{vmatrix} = 0 \qquad (3.26)$$

Розв'язок рівняння (3.26) щодо k_iL дає змогу визначити власні частоти коливань досліджуваної конструкції у непошкодженому стані

$$f_i = \frac{(k_iL)^2}{2\pi \cdot L^2}\sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot F}} \tag{3.27}$$

3.2.1 Аналіз впливу тріщини втоми на зміну власних частот коливань валопроводу під час експлуатації

У розрахунках власних частот коливань валопроводу прийнято, що діаметр валопроводу D = 0,5 *м*, діаметр технологічного каналу валопроводу d = 0,115 *м*, густина матеріалу валопроводу ρ = 7800 *кг/м*^{3}.

Модуль пружності матеріалу валопроводу підбрано так, щоб наблизити розрахункову власну частоту першої форми коливань валопроводу до наведеної у проєктних документах на турбіну. В результаті розрахункові власні частоти коливань перших чотирьох форм коливань склали відповідно:

f_1 = 24,0 *Гц*, f_2 = 30,1 *Гц*, f_3 = 34,9 *Гц*, f_4 = 44,3 *Гц*

(ω_1 = 1440 *об/хв*; ω_2 = 1806 *об/хв*; ω_3 = 2094 *об/хв*; ω_4 = 2658 *об/хв*).

Ці значення є близькими до наведених у проєктних документах і свідчать про прийнятність запропонованої моделі для аналітичного дослідження власних форм поперечних коливань валопроводу.

З рівнянь (3.22)–(3.25) отримано визначальні рівняння, які описують форми коливань валопроводу на чотирьох його ділянках:

1 ділянка валопроводу:

$$\frac{w_i^{(1)}(x)}{D_i} = -\frac{V(k_iL_1)}{T(k_iL_1)}T(k_ix) + V(k_ix) \tag{3.28}$$

2 ділянка валопроводу:

$$\frac{w_i^{(2)}(x)}{D_i} = \frac{w_i^{(1)}(x)}{D_i} + \frac{V[k_i(x-L_1)]}{V[k_i(L_2-L_1)]}\left[\frac{V(k_iL_1)}{T(k_iL_1)}T(k_iL_2) - V(k_iL_2)\right] \tag{3.29}$$

3 ділянка валопроводу:

$$\frac{w_i^{(3)}(x)}{D_i} = \frac{w_i^{(2)}(x)}{D_i} + \frac{V[k_i(x-L_2)]}{V[k_i(L_3-L_2)]}\left\{\frac{V(k_iL_1)}{T(k_iL_1)}T(k_iL_3) - V(k_iL_3) - \frac{V[k_i(L_3-L_1)]}{V[k_i(L_2-L_1)]}\right\}\times$$
$$\times\left\{\left[\frac{V(k_iL_1)}{T(k_iL_1)}T(k_iL_2) - V(k_iL_2)\right]\right\} \tag{3.30}$$

4 ділянка валопроводу:

$$\frac{w_i^{(4)}(x)}{D_i} = \frac{w_i^{(3)}(x)}{D_i} + \frac{V[k_i(x-L_3)]}{V[k_i(L-L_3)]}\langle\frac{V(k_iL_1)}{T(k_iL_1)}T(k_iL) - V(k_iL) - \frac{V[k_i(L-L_1)]}{V[k_i(L_2-L_1)]}\rangle\times$$
$$\times\left[\frac{V(k_iL_1)}{T(k_iL_1)}T(k_iL_2) - V(k_iL_2)\right] - \frac{V[k_i(L-L_2)]}{V[k_i(L_3-L_2)]}\left\{\frac{V(k_iL_1)}{T(k_iL_1)}T(k_iL_3) - V(k_iL_3)\right\} -$$
$$-\left\{\frac{V[k_i(L_3-L_1)]}{V[k_i(L_2-L_1)]}\left[\frac{V(k_iL_1)}{T(k_iL_1)}T(k_iL_2) - V(k_iL_2)\right]\right\}, \tag{3.31}$$

де $\frac{V(k_iL_1)}{T(k_iL_1)}$ – описує прогин валопроводу з урахуванням граничних умов.

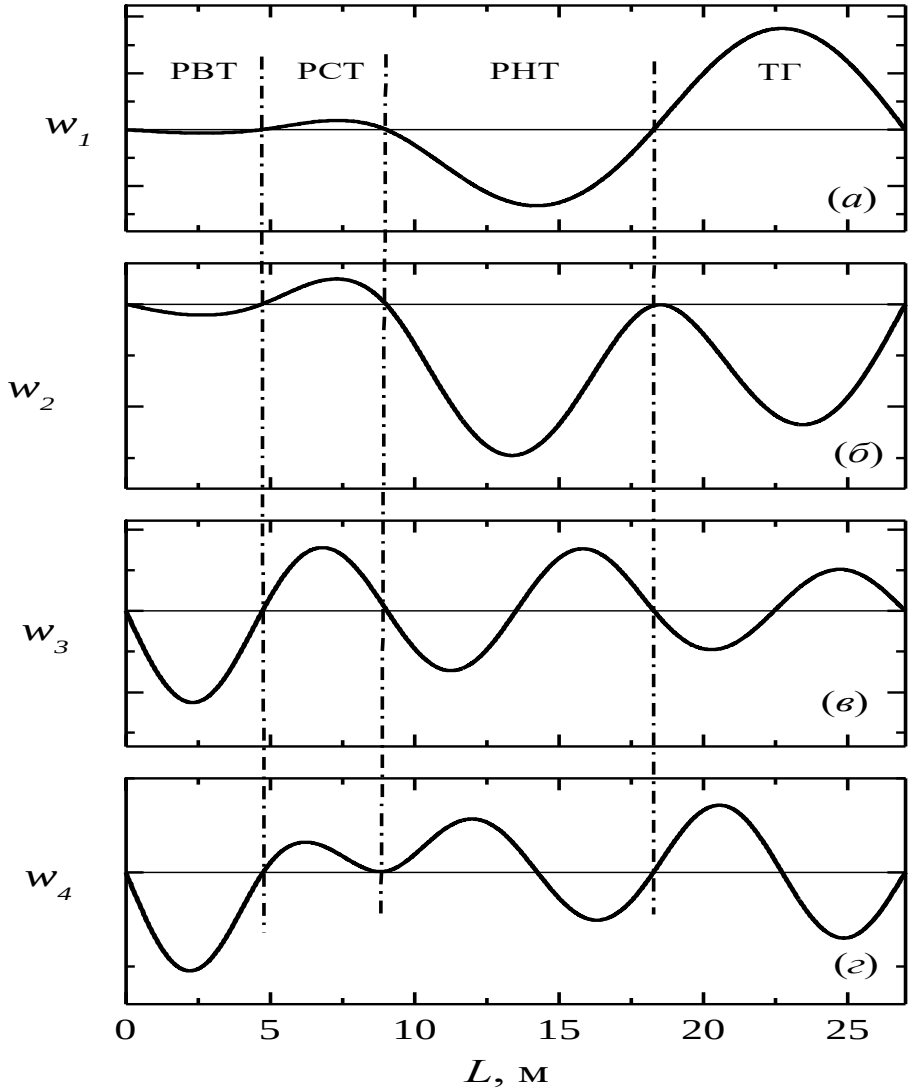
Рівняння (3.27)–(3.30) дають змогу побудувати різні форми коливань валопроводу та виконати їхній порівняльний аналіз.

Для спрощення розрахунків і безрозмірного представлення рівнянь (3.28)–(3.31), прийнято, що D_i = 1. Це дає змогу аналізувати форми коливань у відносних одиницях без необхідності підставляти конкретні значення матріальних і геометричних параметрів.

Отже, якщо D_i = 1, це означає, що рівняння (3.28)–(3.31) записано у вигляді відносних деформаційних характеристик, а не в абсолютних фізичних величинах.

Це зручно для аналізу коливань і порівняння результатів для різних ділянок валопроводу.

На рис. 3.10 продемонстровано перші чотири форми коливань моделі валопроводу турбіни. Як видно, непарні форми коливань (у цьому разі – це перша і третя) належать до так званих несиметричних форм коливань, тоді як парні (друга і четверта) – до симетричних. Несиметричні форми коливань роторів турбіни є більш небезпечними для цілісності конструкції, оскільки вони характеризуються високою асиметрією циклу, що негативно впливає на динамічну міцність роторів.



Примітка. *(а)* – перша форма, *(б)* – друга форма, *(в)* – третя форма, *(г)* – четверта форма

Рисунок 3.10 – Власні форми коливань моделі валопроводу турбіни (*розроблено автором*)

Майже в чистому вигляді зазначені форми коливань реалізуються при досягненні турбіною відповідних критичних швидкостей обертання валопроводу. Як зазначено вище, таких реальних швидкостей до досягнення номінального режиму роботи турбіни є чотири:

ω_1 =1489 *об/хв*, ω_2 = 1862 *об/хв*, ω_3 = 1970 *об/хв*, ω_4 = 2487 *об/хв*.

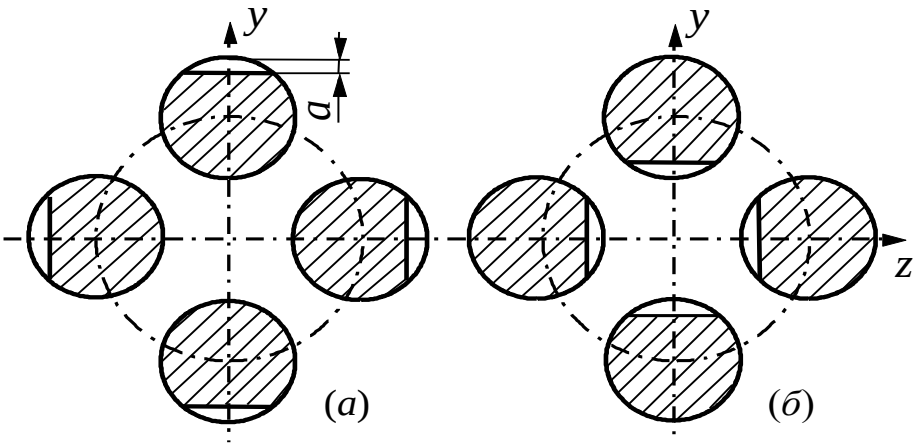
Отже, під час пуску турбіни та досягнення номінальної швидкості обертання (ω = 3000 *об/хв*) валопровід зазнає чотирьох резонансів з різним розподілом інтенсивності поперечних коливань уздовж його довжини.

Як видно з рис. 3.10, (*а)* найбільш інтенсивні коливання валопроводу при проходженні через першу і другу критичну швидкості обертання, коли переважає перша форма коливань, спостерігаються на *РНТ* та *ТГ*. Інтенсивність третьої форми коливань розподіляється майже рівномірно між *РВТ*, *РСТ* та *РНТ*. Найбільша інтенсивність четвертої форми коливань спостерігається на *РВТ*.

Врахування розподілу інтенсивності різних форм коливань уздовж довжини валопроводу є важливим для адекватної оцінки ефективності вібродіагностики пошкоджень, що ґрунтується на зміні власних частот коливань. За низької інтенсивності коливань в термінах амплітуди напружень розкриття тріщини, яке зумовлює зміну жорсткості системи та, відповідно, власних частот коливань, може не відбутися, що робить вібродіагностику неефективною.

З огляду на це зміна частоти першої і другої форми коливань є найбільш ефективною для вібраційної діагностики *РНТ* та *ТГ* (рис. 3.10, *а, б*). Зміна частоти третьої форми коливань валопроводу відображає пошкодження всіх трьох циліндрів турбіни (рис. 3.10, *в*), а зміна частоти четвертої форми коливань – пошкодження *РВТ* та *ТГ* (рис. 3.10, *г*).

Поперечні коливання валопроводу в площині, перпендикулярній осі обертання, мають вигляд, показаний на рис. 3.11. Траєкторія руху поперечного перерізу може мати складніший характер (наприклад, форму еліпса, а не кола). З погляду поставленої задачі, це не має принципового значення.



Примітка. *а* – глибина тріщини, y – вісь ординат, z – вісь аплікат

Рисунок 3.11 – Можливі орієнтації тріщини при обертанні ротора (*розроблено автором, розкрито в праці* [10])

У разі виникнення крайової тріщини її орієнтація щодо фази коливань може бути довільною. На рис. 3.11 продемонстровано дві можливі орієнтації: коли тріщина розташовується в полі розтягувальних (рис. 3.11, *а*) або стискальних (рис. 3.11, *б*) напружень. У першому випадку тріщина змінюватиме власні частоти коливань валопроводу найбільш інтенсивно, а в другому власні частоти залишатимуться незмінними, оскільки тріщина постійно закрита. Можливі численні проміжні положення тріщини, у яких її вплив на власні частоти коливань буде проміжним між цими двома можливими орієнтаціями.

Якщо у валопроводі виникає тріщина, вона моделюється перерізом із підвищеною піддатливістю, розташованим на відстані (L_c) від лівого краю валопроводу (рис. 3.9). Форми коливань різних ділянок валопроводу описуються рівняннями, аналогічними рівнянням (3.22)–(3.25), але додається ще одне рівняння для ділянки з тріщиною.

Наприклад, якщо тріщина розташовується на ділянці 3 валопроводу, то замість одного рівняння, що описує форму коливань в діапазоні ($L_2 \leq L \leq L_3$), необхідно два рівняння. Перше описує форму коливань у діапазоні ($L_2 \leq L \leq L_C$), а друге – в діапазоні ($L_C \leq L \leq L_3$).

Ці системи рівнянь тут не наводяться, оскільки вони змінюються залежно від того, на якій ділянці розглядається тріщина.

Крім того до крайових умов для валопроводу без тріщини додаються ще чотири умови сумісності переміщень, кутів поворотів, згинальних моментів та поперечних сил у пошкодженій ділянці.

$$w_i^{(l)}(L_c) = w_i^{(r)}(L_c); \theta_i^{(l)}(L_c) - \theta_i^{(r)}(L_c) = \kappa_c \cdot M_i^{(l)}(L_c)$$

$$M_i^{(l)}(L_c) = M_i^{(r)}(L_c); Q_i^{(l)}(L_c) = Q_i^{(r)}(L_c)$$

де $\theta(x) = \dfrac{\partial w_i(x)}{\partial x}$ – кут повороту поперечного перерізу валопроводу;

$M(x) = E \cdot I \cdot \left(\dfrac{\partial^2 w_i(x)}{\partial x^2}\right)$ – згинальний момент;

$Q(x) = E \cdot I \cdot \left(\dfrac{\partial^3 w_i(x)}{\partial x^3}\right)$ – поперечна сила;

κ_c – зміна піддатливості пошкодженої ділянки валопроводу;

$k_{oi}^4 = \dfrac{\omega_{oi}^2 \cdot \rho \cdot F}{E \cdot I}$ –характеристика згинальних коливань пошкодженого валопроводу

Символи l і r означають відповідно зліва (англ. *left*) і справа (англ. *right*) від перерізу валопроводу з тріщиною.

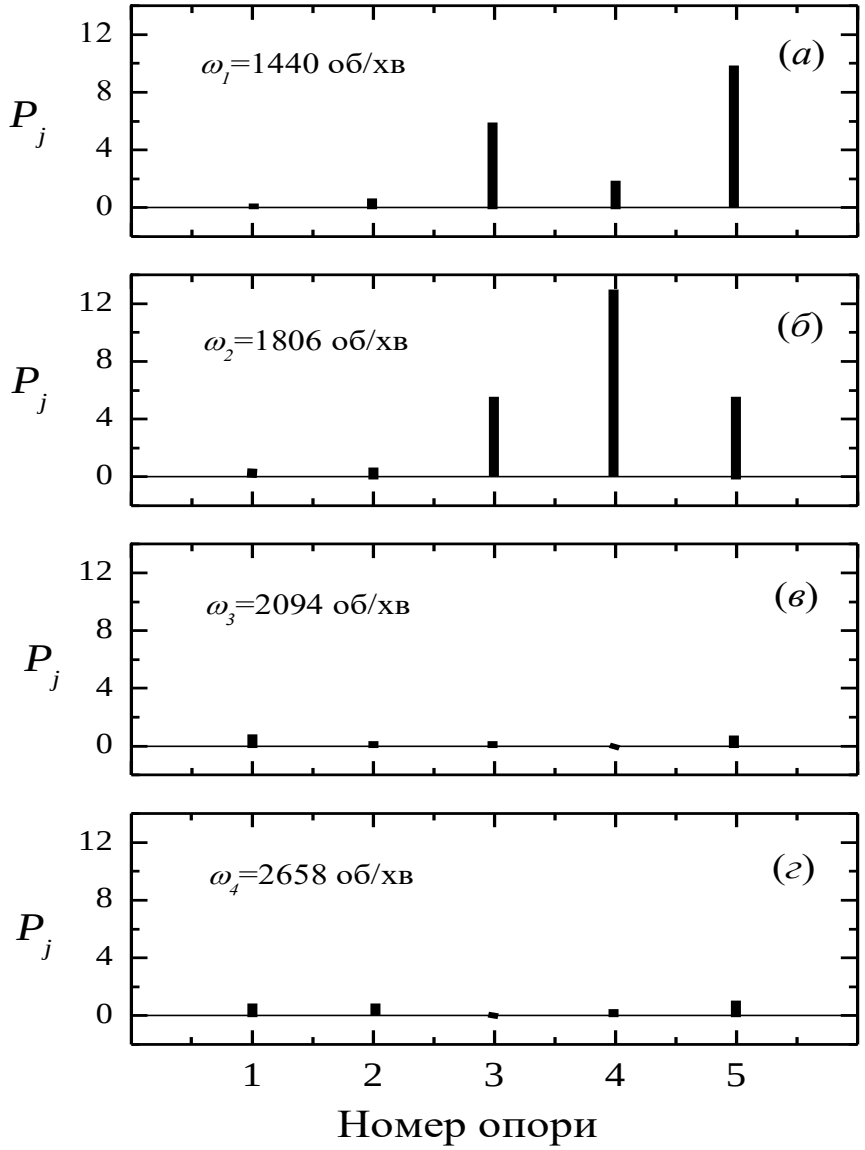
Отже, характеристичне рівняння (3.26) набуває вигляду матриці розміром 9 х 9, яка трансформується залежно від розташування тріщини на певній ділянці валопроводу. З огляду на громіздкість цих викладок, вони не наводяться.

Розв’язок характеристичного рівняння (3.26) щодо $k_{oi}L$ дає змогу визначити власні частоти коливань пошкодженої конструкції.

$$f_{oi} = \frac{(k_{oi}L)^2}{2\pi \cdot L^2}\sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot F}} \tag{3.32}$$

Зміна піддатливості перерізу валопроводу у разі виникнення в ньому крайової тріщини з прямим фронтом визначається за теорією, викладеною в підрозділі 3.1.

З огляду на форми коливань валопроводу, які наведено на рис. 3.10, можна оцінити тиск на опори за різних форм коливань. Результати цієї оцінки продемонстровано на рис. 3.12 і свідчать, що найякісніший сигнал про вібрації валопроводу можна отримати з датчиків на третій, четвертій та п’ятій опорах при проходженні першої і другої критичної швидкості обертання. Третя та четверта форми коливань майже не фіксуються чинною системою датчиків, навіть якщо амплітуда цих коливань досягатиме руйнівних для турбіни значень.



Примітка. (*а*) – перша форма, (*б*) – друга форма, (*в*) – третя форма, (*г*) – четверта форма

Рисунок 3.12 – Розподіл тиску по опорах валопроводу при різних формах коливань

(*розроблено автором*)

Існуюча система вібродіагностики парових турбін використовує датчики вібрацій, встановлених на опорах валопроводу. Сигнал з цих датчиків пропорційний тиску на опори (P_j), який так само є пропорційним алгебраїчній сумі амплітуд коливань сусідніх ділянок валопроводу зліва і справа від відповідної опори.

Отже, вібродіагностика пошкодження валопроводу турбіни має ґрунтуватися насамперед на виявленні зміни першої та другої критичних швидкостей обертання валопроводу із використанням тих датчиків, які за таких умов зазнають найбільших впливів.

Результати розрахунку зміни першої та другої критичних швидкостей обертання валопроводу у разі виникнення крайової тріщини на різних його ділянках наведено в табл. 3.1. Тут подано значення зміни критичних швидкостей обертання у разі орієнтації тріщини щодо фази коливань, продемонстрованої на рис. 3.11 (*а*), коли тріщина максимально відкрита. Такий стан тріщини спричиняє максимально можливу зміну критичних швидкостей обертання вала. За іншої можливої орієнтації тріщини щодо фази коливань, продемонстрованої на рис. 3.11 (*б*), коли тріщина повністю закрита, критичні швидкості обертання валопроводу не змінюються. Відповідно, в інших проміжних випадках орієнтації тріщини значення зміни критичних швидкостей обертання перебуватиме у цьому діапазоні (методика визначення власних частот коливань вала з частково відкритою крайовою тріщиною наведено в підрозділі 3.1).

Таблиця 3.1 – Зміна критичних швидкостей обертання валопроводу

i	L_C	ω_i, ***об/хв***	ω_{0i}, ***об/хв*** **(*a/D* = 0,25)**	**Δ, %**	ω_{0i}, ***об/хв*** **(*a/D* = 0,5)**	**Δ, %**
1 2	$L_1/2$	1440 1806	1398 1757	2,9 2,7	1367 1717	5,1 4,9
1 2	$L_1+L_2/2$	1440 1806	1388 1745	3,6 3,4	1326 1667	7,9 7,7
1 2	$L_2+L_3/2$	1440 1806	1367 1716	5,1 5,0	1295 1627	10,1 9,9

Як видно з табл. 3.1, порівняно невелика тріщина (*a/D* = 0,25), розташована посередині відповідних роторів, зумовлює зміну перших двох критичних швидкостей не менше ніж на 3 %. Тріщина на другій і третій ділянці валопроводу зумовлює значно більшу зміну критичної швидкості. Збільшення розмірів тріщини вдвічі зменшує критичні швидкості також майже вдвічі: від 5 %, коли тріщина на першій ділянці, до 10 %, коли тріщина на третій ділянці. Пошкодження четвертої ділянки валопроводу, тобто *ТГ*, в дисертаційній роботі не розглядається через особливості його конструкції.

Методика вібродіагностики пошкодження валопроводу турбіни полягає у такому. Під час розгону турбіни фіксують частоту обертання валопроводу, за якої амплітуда коливань досягає максимального значення при проходженні через критичну швидкість обертання. Тріщина на будь-якому роторі турбіни змінюватиме критичні швидкості обертання валопроводу залежно від її розміру та орієнтації щодо фази коливань. Оскільки останній параметр є стохастичним, потрібно отримати відповідні дані за результатами не менше 5-6 пусків турбіни, щоб із достатньою надійністю виявити максимальний діапазон зміни критичних швидкостей обертання валопроводу, який засвідчить наявність пошкодження.

Використання даних щодо зміни не менше ніж двох критичних швидкостей обертання валопроводу турбіни збільшує надійність такої діагностики пошкодження, оскільки забезпечує більше даних для аналізу.

Розроблення чисельно-аналітичної розрахункової моделі валопроводу турбіни з крайовою поперечною тріщиною втоми для розрахунку власних частот коливань, виконано із застосуванням мови програмування *Java* в інтегрованому середовищі розробки *IntelliJ IDEA*. Лістинг програмного коду наведено в **Додатку Г**.

Висновки до розділу 3

Результати досліджень особливостей вібраційної діагностики пошкодження роторів турбін дали змогу зробити такі висновки.

1. Чисельно-аналітична розрахункова модель, розроблена в межах цього розділу дисертації, дала змогу визначити зміну власних частот поперечних коливань ротора з крайовою поперечною тріщиною за різної орієнтації тріщини відносно осі обертання. Це також уможливило проведення порівняльного аналізу впливу експлуатаційних та геометричних чинників на процес розвитку тріщини в роторі, що обертається, під час перехідних процесів запуску турбіни.

2. Запропонована методика вібраційної діагностики пошкодження роторів турбін, що ґрунтується на відносній зміні власної частоти першої форми поперечних коливань ротора на стадії ремонту турбіни при послідовному повороті ротора на певний кут, є достатньо чутливою для виявлення порівняно невеликих тріщин, розмір яких не загрожує цілісності ротора.

3. Запропоновано методику вібраційної діагностики пошкодження валопроводу турбіни типу крайової поверхневої тріщини в перехідному режимі роботи турбіни, а саме під час її пускового розгону. Як діагностичну ознаку пропонується використовувати зміну перших двох критичних швидкостей обертання валопроводу.

РОЗДІЛ 4
ОЦІНКА ЕФЕКТИВНОСТІ ВІБРАЦІЙНОЇ ДІАГНОСТИКИ ПОШКОДЖЕННЯ

Метою цього розділу дисертаційного дослідження є оцінка ефективності запропонованих методів вібродіагностики пошкодження лопаток і роторів турбін. Вона ґрунтується на попередньо заданій величині зміни інформаційної характеристики пошкодження, яка має перевищувати похибку тесту та випадкові чинники методики експерименту.

Також передбачено проведення порівняльного аналізу ефективності досліджених методів вібродіагностики пошкоджень лопаток парової турбіни, визначення особливостей та меж застосування методу зміни власних частот коливань, характеристики демпфування та спектрального аналізу резонансних коливань лопаток.

Досліджено залежність ефективності вібродіагностики крайової поперечної тріщини у роторах турбіни від її відносного місцеположення вздовж довжини ротора, жорсткості ротора, а також ступінь впливу загальної похибки методики випробувань на ефективність вібродіагностики пошкодження у роторах і валопроводі турбіни.

4.1 Ефективність вібродіагностики лопаток турбін

Оцінку ефективності вібродіагностики пошкодження лопаток турбін виконано на основі розрахункових методик, представлених у розділі 2.

Аналітичні дослідження ефективності вібродіагностики, засновані на зміні власних частот коливань, характеристики демпфування і спектрального аналізу коливань проведено для лопатки турбіни *К-1000-60/3000*. Механічні характеристики матеріалу лопатки, та геометричні параметри її поперечного перерізу з тріщиною наведено в табл. 2.2.

4.1.1 Вібродіагностика на основі зміни власних частот коливань

У розділі 1 зазначено, що вібродіагностика елементів конструкцій, яка ґрунтується на зміні власних частот коливань, буде надійною, якщо ця зміна перевищує 5 %. Ця величина має враховувати похибку експерименту та вплив умов проведення діагностики.

При аналізі результатів досліджень, наведених у розділі 2, очевидно, що максимальна ефективність вібродіагностики, яка ґрунтується на зміні власних частот коливань, досягається у випадку, коли тріщина розташовується у найбільш напруженому поперечному перерізі лопатки, а сама лопатка є жорсткою.

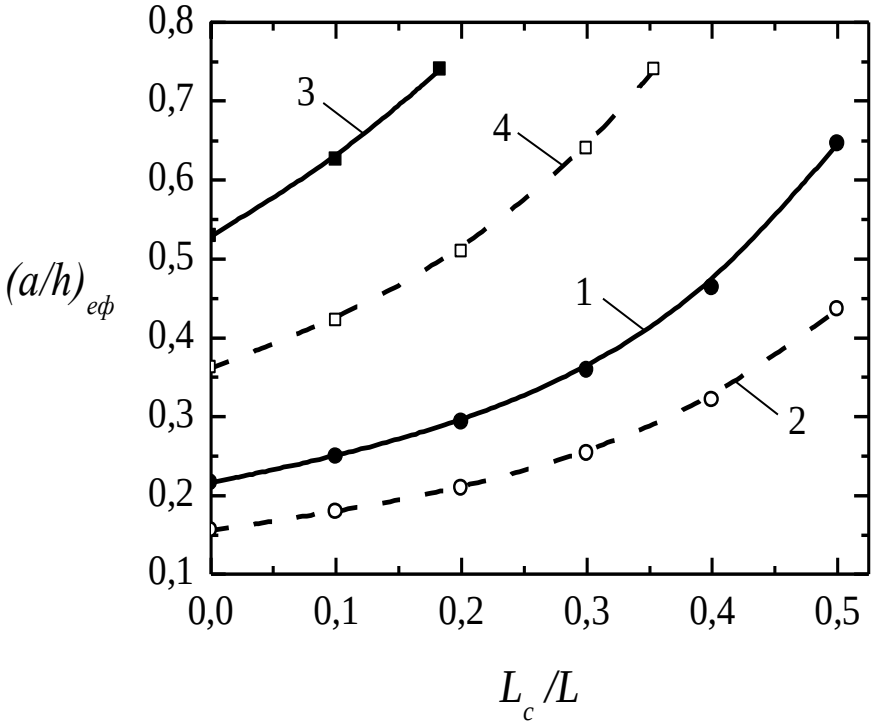
Водночас важливо визначити межі застосування такої вібродіагностики для іншого місцеположення тріщини уздовж довжини лопатки та меншої її жорсткості.

Рис. 4.1 ілюструє залежність відносної глибини тріщини, яка зумовлює зміну власної частоти коливань лопатки на 5 % (далі – ефективна глибина тріщини), від місцеположення тріщини вздовж її довжини. Як видно, найбільш ефективною є діагностика відкритої тріщини у короткій (жорсткій) лопатці (крива 2).

За місцеположення тріщини вздовж лопатки в діапазоні (L_c = 0…0,5L) ефективна глибина тріщини становить $(a/h)_{еф}$ = 0,156…0,436. Тобто це тріщини від невеликого до середнього розміру, які не становлять небезпеки катастрофічного руйнування. Ефективність вібродіагностики короткої лопатки дещо знижується у випадку тріщини, яка закривається (крива 1). У цьому разі ефективна глибина тріщини становить $(a/h)_{еф}$ = 0,216…0,646. Тут уже спостерігається перевищення ефективної глибини тріщини понад половину висоти поперечного перерізу, що відбувається при (L_c/L = 0,418). Така тріщина вважається доволі небезпечною для цілісності лопатки.

Отже, ефективна діагностика тріщини, яка закривається, у короткій лопатці реалізується за місцеположення тріщини ($L_c/L \leq$ 0,418). Водночас необхідно зауважити, що зазначена область лопатки є найбільш напруженою під час

коливання не тільки за першою, але й за вищими формами коливання, тому зародження та зростання тріщини в цій області є найбільш імовірним.

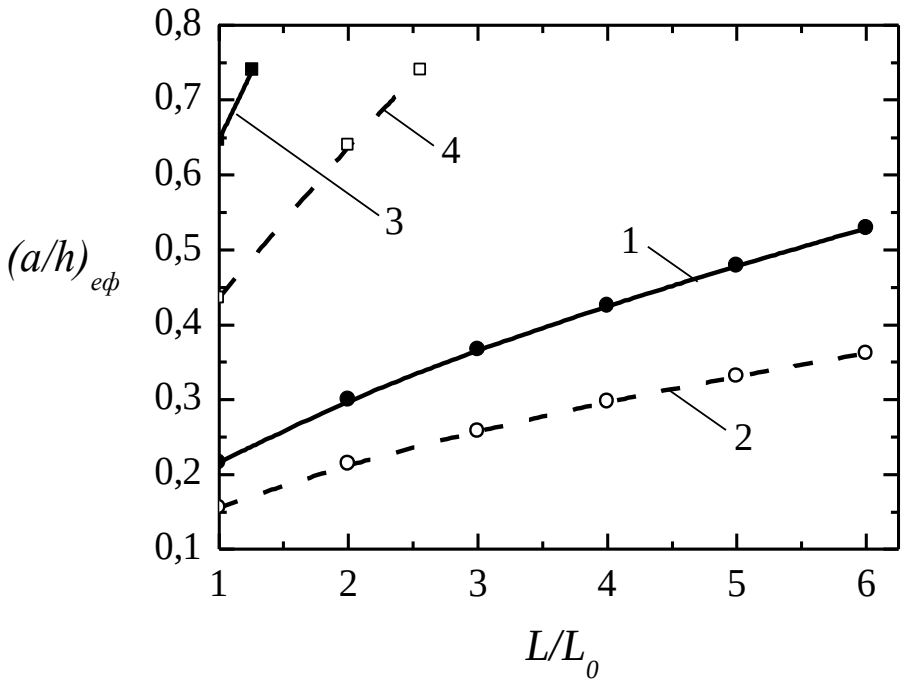


Примітка. 1, 2 – $L = L_0$; 3, 4 – $L = 6L_0$

Рисунок 4.1 – Залежність відносної глибини відкритої (2, 4) і тієї, яка закривається (1, 3), тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну частоти першої форми коливань лопатки турбіни, від відносного місцеположення тріщини *(розроблено автором)*

При збільшенні довжини лопатки, тобто при збільшенні її піддатливості (зменшенні жорсткості), ефективність вібродіагностики суттєво знижується. Так, у лопатці завдовжки ($L = 6L_0$) є можливість діагностувати лише відкриту тріщину розміром $(a/h)_{еф} \leq 0{,}5$, яка розташовується в нижній частині лопатки ($L_c/L \leq 0{,}185$). Мінімальна глибина тріщини, яка закривається і яку можна діагностувати за зміною власної частоти коливань, розташовується біля основи лопатки ($L_c = 0$) і становить $(a/h)_{еф} = 0{,}529$. У цьому разі ефективність вібродіагностики є недостатньою для надійного виявлення тріщини докритичного розміру.

Безпосередній вплив довжини лопатки на ефективність вібродіагностики пошкодження продемонстровано на рис. 4.2. Очевидно, що представлені залежності визначаються додатковим параметром, а саме – місцеположенням тріщини.



Примітка. 1, 2 – $L_c = 0$; 3, 4 – $L_c = 0{,}5L$

Рисунок 4.2 – Залежність відносної глибини відкритої (2, 4) і тієї, яка закривається (1, 3), тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну частоти першої форми коливань лопатки турбіни, від довжини лопатки

(розроблено автором)

Так, тріщина, яка розташована біля основи лопатки ($L_c = 0$) може бути надійно діагностована у лопатці досліджених довжин. Зі збільшенням довжини лопатки ефективний розмір відкритої (крива 2) і тієї, яка закривається (крива 1), тріщини збільшується в діапазоні $(a/h)_{еф} = 0{,}156…0{,}362$ і $(a/h)_{еф} = 0{,}216…0{,}529$, відповідно.

Водночас тріщина, незалежно від того, чи є вона відкритою, чи періодично закривається, не може бути надійно діагностована, якщо вона розташовується посередині пера лопатки (криві 3 і 4). Виняток становить лише відкрита тріщина у найкоротшій лопатці (крива 4, перша точка), коли ефективна глибина тріщини становить $(a/h)_{еф} = 0{,}436$.

4.1.2 Вібродіагностика на основі зміни характеристики демпфування коливань

Оцінка ефективності вібродіагностики на основі зміни характеристики демпфування коливань виконана з використанням результатів досліджень, викладених у розділі 2. Як і в попередньому підрозділі, ефективною вважається діагностика, яка ґрунтується на зміні вібраційної характеристики (в цьому разі це *ЛДК*), що перевищує 5 %. Очевидно, що це дещо завищене значення, коли йдеться про сучасні методики експериментального визначення характеристики демпфування коливань. Однак прийняття цього значення дає змогу провести пряме порівняння ефективності вібродіагностики на основі зміни власних частот і характеристики демпфування коливань.

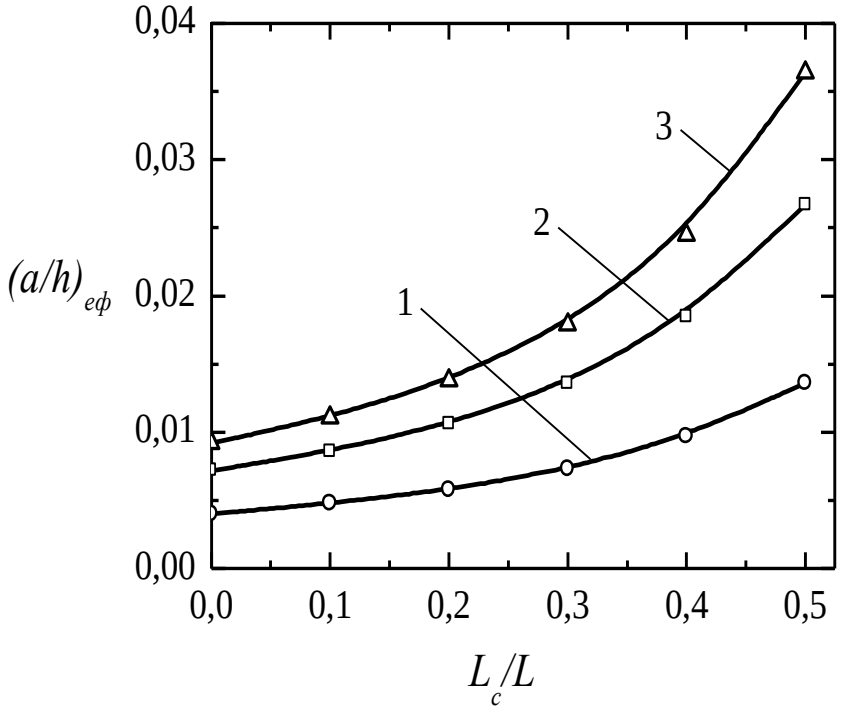
Аналіз ефективності вібродіагностики, що ґрунтується на зміні характеристики демпфування коливань, є більш складним, ніж вібродіагностики, що ґрунтується на зміні власних частот коливань, оскільки ефективність першої залежить від чотирьох параметрів (амплітуда коливань, місцеположення тріщини, довжина лопатки, початковий рівень характеристики демпфування коливань), а ефективність другої – лише від двох (місцеположення тріщини, довжина лопатки).

Дослідження впливу амплітуди коливань, місцеположення тріщини і довжини лопатки на ефективність вібродіагностики, що ґрунтується на зміні характеристики демпфування коливань, виконано для корозійностійкої сталі *20Х13* після гартування з відпуском (стан 2, див. підрозділ 2.3). Амплітудна залежність *ЛДК* цієї сталі при згинальних коливаннях описується степеневим поліномом (2.43)

Амплітудна залежність *ЛДК*, що описана рівнянням (2.43), показана на рис. 2.13, де видно, що в діапазоні амплітуд механічних напружень ($\sigma \leq 25$ *МПа*) *ЛДК* не перевищує 0,1 %. Такий рівень демпфування коливань є незначним, але характерним для більшості конструкційних матеріалів.

Вібродіагностика пошкоджень конструкційних елементів зазвичай проводиться при невеликих амплітудах коливань, щоб унеможливити зростання тріщини протягом діагностичних тестів.

Рис. 4.3 демонструє вплив амплітуди коливань і відносного місцеположення тріщини на ефективну глибину тріщини (L_0 = 112 *мм*). У цьому разі це тріщина, яка зумовлює зміну характеристики демпфування коливань лопатки на 5 % порівняно з рівнем характеристики демпфування коливань непошкодженої лопатки.



Примітка. 1 – σ = 5 *МПа;* 2 – σ = 10 *МПа;* 3 – σ = 15 *МПа*

Рисунок 4.3 – Залежність відносної глибини тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну характеристики демпфування коливань лопатки турбіни, від відносного місцеположення тріщини ($L = L_0$)

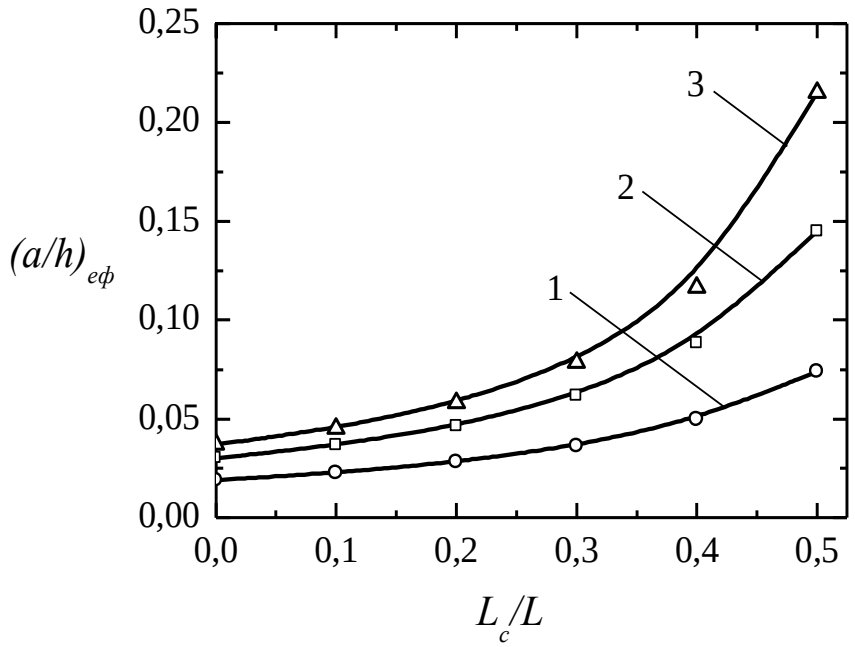
(*розроблено автором*)

Як видно, збільшення амплітуди коливань при діагностиці пошкодження утричі в діапазоні амплітуд механічних напружень (σ = 5…15 *МПа*) приблизно у стільки ж разів зменшує ефективність вібродіагностики. Отже, при вібродіагностиці пошкодження із використанням характеристики демпфування коливань тести бажано проводити за якомога менших амплітуд коливань.

Вплив відносного місцеположення тріщини уздовж довжини лопатки є доволі суттєвим. Очікувано, переміщення тріщини в область менших напружень зменшує *КІН*, а, тому відносна зміна піддатливості перерізу з тріщиною також зменшується. У дослідженому діапазоні значень місцеположення тріщини ефективна глибина тріщини зменшується у 3,4 раза при σ = 5 *МПа* і у 4 рази при σ = 15 *МПа*.

Водночас навіть у найгіршому випадку глибина тріщини, яку можна діагностувати, становить менше 4 % від висоти поперечного перерізу, тобто метод є надзвичайно чутливим.

Вібродіагностика довгих лопаток є значно менш ефективною (рис. 4.4). У цьому разі вплив місцеположення тріщини на ефективність вібродіагностики є дещо суттєвішим, ніж у випадку короткої лопатки. Так, при зміні місцеположення тріщини від (L_c = 0) до (L_c = 0,5L) ефективна глибина тріщини зменшується в 3,9 раза при σ = 5 *МПа* і в 5,8 раза при σ = 15 *МПа*.



Примітка. 1 – σ = 5 *МПа;* 2 – σ = 10 *МПа;* 3 – σ = 15 *МПа*

Рисунок 4.4 – Залежність відносної глибини тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну характеристики демпфування коливань лопатки турбіни, від відносного місцеположення тріщини (L = 6L_0):

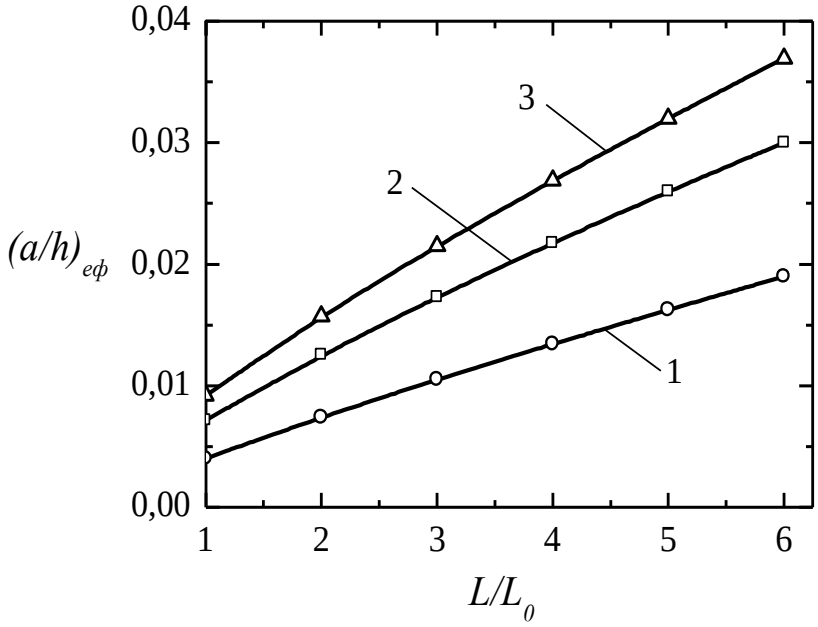
(*розроблено автором*)

Проте навіть у випадку довгої лопатки за найгіршого сценарію ефективна глибина тріщини становить менше 22 % від висоти поперечного перерізу, що є прийнятним для багатьох практичних застосувань.

Безпосередній вплив довжини лопатки, точніше її піддатливості, продемонстровано на рис. 4.5 і 4.6. Збільшення піддатливості призводить до зменшення чутливості вібродіагностики, хоча і більш монотонного, ніж зміна місцеположення тріщини від основи до середини лопатки.

Так, у випадку (L_c = 0) (рис. 4.5) ефективна глибина тріщини зменшується у 4,6 раза при σ = 5 МПа і у 4,0 раза при σ = 15 *МПа*. А у випадку (L_c = 0,5L) (рис. 4.6) ефективна глибина тріщини зменшується інтенсивніше: у 5,4 раза при σ = 5 *МПа* і у 5,9 раза при σ = 15 *МПа*.

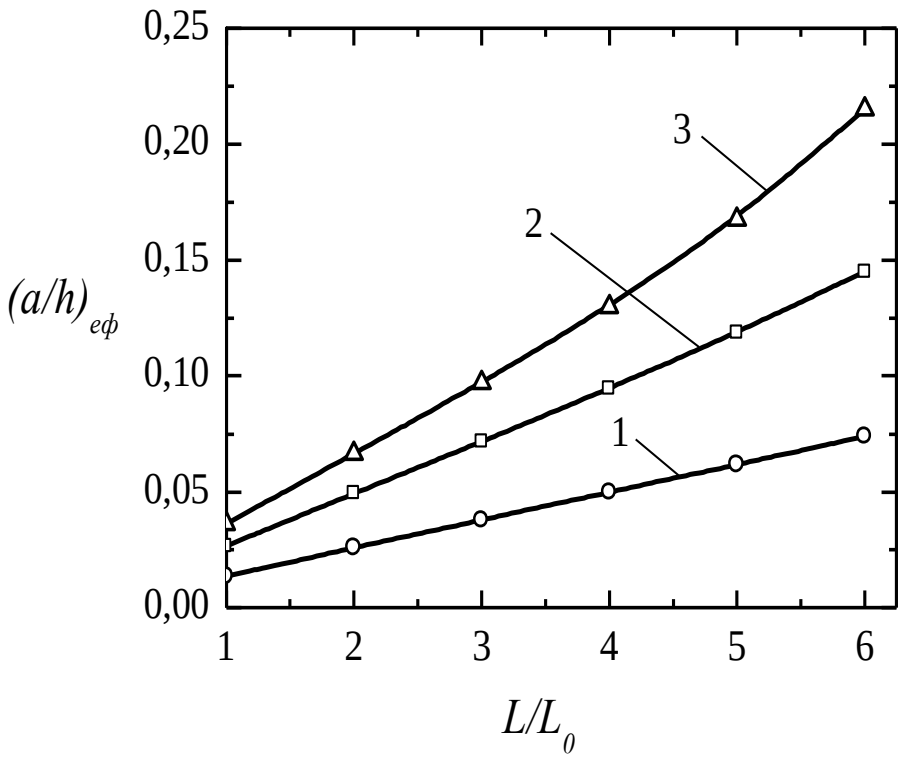
Це підтверджує висновок, що тріщину, яка розташовується у менш напружених ділянках лопатки, діагностувати складніше. Однак у розглянутих випадках ефективність вібродіагностики є достатньо високою.



Примітка. 1 – σ = 5 *МПа*; 2 – σ = 10 *МПа*; 3 – σ = 15 *МПа*

Рисунок 4.5 – Залежність відносної глибини тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну характеристики демпфування коливань лопатки турбіни, від довжини лопатки (L_c = 0)

(*розроблено автором*)



Примітка. 1 – σ = 5 *МПа*; 2 – σ = 10 *МПа*; 3 – σ = 15 *МПа*

Рисунок 4.6 – Залежність відносної глибини тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну характеристики демпфування коливань лопатки турбіни, від довжини лопатки (L_c = 0,5L)

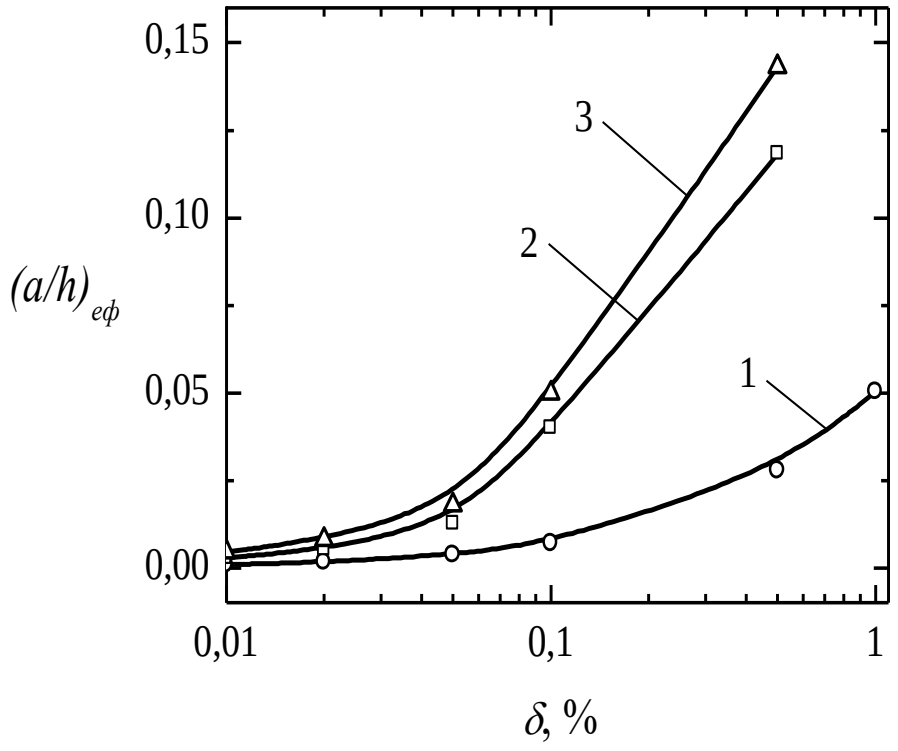
(*розроблено автором*)

Ще одним параметром, який впливає на ефективність розглядуваного виду вібродіагностики, є рівень характеристики демпфування коливань непошкодженої лопатки, тобто початковий рівень, для якого визначається зміна характеристики демпфування коливань у разі виникнення тріщини.

Рис. 4.7 демонструє вплив *ЛДК* на ефективну глибину тріщини за різної довжини лопатки та місцеположення тріщини. Діапазон значень обраної характеристики демпфування коливань є характерним для більшості конструкційних матеріалів, про що свідчать, зокрема, дані, наведені в розділі 2 для корозійностійкої сталі *20Х13* і титанового сплаву *ВТ-3-1*.

Для короткої лопатки (L = L_0) з тріщиною, яка розташована біля основи (L_c = 0) збільшення *ЛДК* на два порядки знижує ефективність вібродіагностики

у 56,7 раза (крива 1). У двох інших випадках (крива 2 і 3) збільшення характеристики демпфування коливань у 50 разів призводить до зниження ефективності вібродіагностики у 42,4 раза і 31,8 раза відповідно.



Примітка. 1 – $L = L_0$; $L_c = 0$; 2 – $L = L_0$; $L_c = 0{,}5L$; 3 – $L = 6L_0$; $L_c = 0$

Рисунок 4.7 – Залежність відносної глибини тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну характеристики демпфування коливань лопатки турбіни, від характеристики демпфування ($\sigma = 5$ *МПа*)

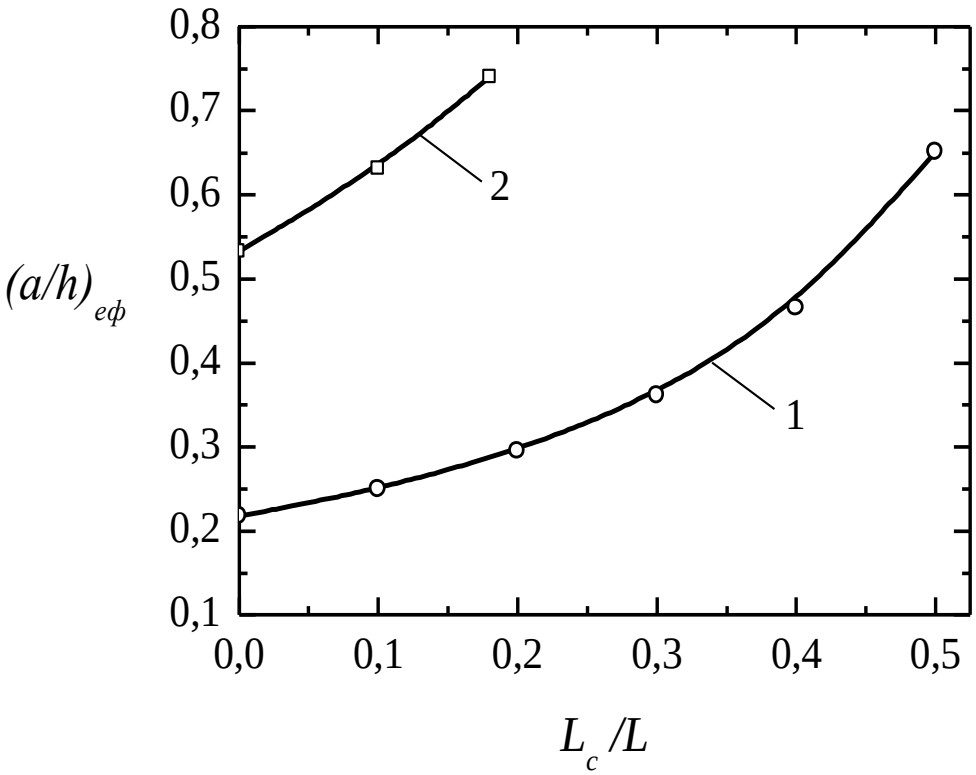
(*розроблено автором*)

Тобто вплив початкового рівня характеристики демпфування коливань на ефективність вібродіагностики є суттєвим. Цей вплив є більш інтенсивним для лопаток більшої довжини та у випадках, коли тріщина розташовується у менш напружених ділянках лопатки.

З огляду на порівняно невисокий рівень демпфувальних характеристик металів, з яких виготовляють лопатки турбін, вібродіагностика пошкоджень, що ґрунтується на зміні цих характеристик, є досить ефективною.

4.1.3 Вібродіагностика на основі спектрального аналізу коливань

На рис. 4.8 і 4.9 відображено залежність ефективної глибини тріщини від відносного місцеположення тріщини та довжини лопатки, відповідно, за критерієм п’ятивідсоткової зміни другої гармоніки спектра коливань лопатки турбіни.



Примітка. 1 – $L = L_0$; 2 – $L = 6L_0$

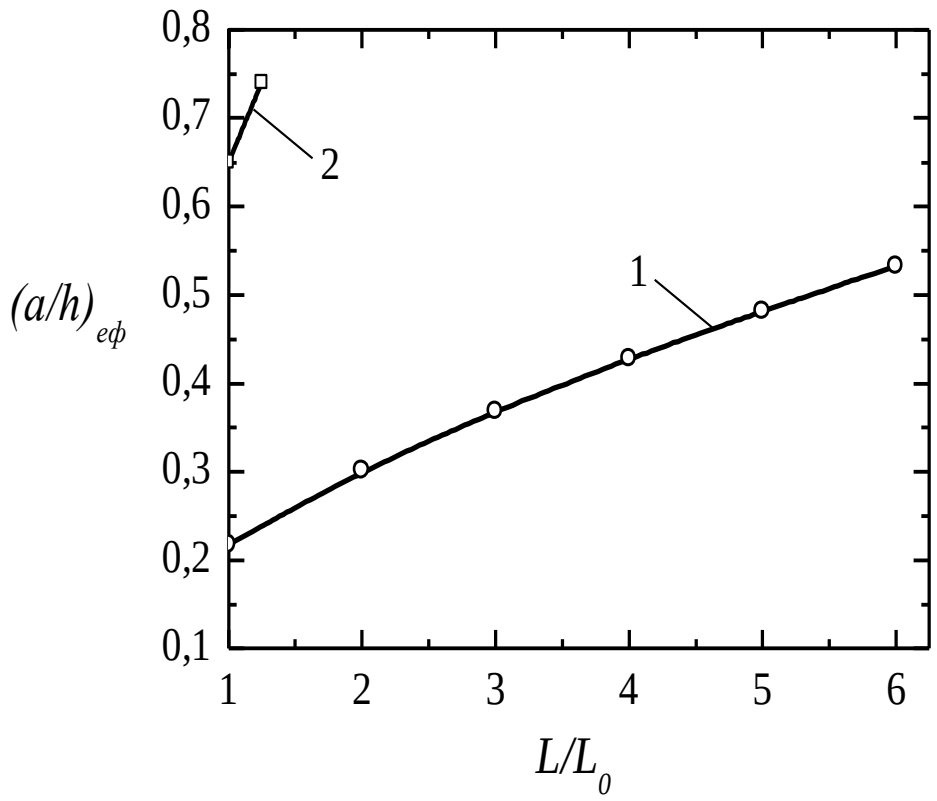
Рисунок 4.8 – Залежність відносної глибини тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну другої гармоніки спектра коливань лопатки турбіни, від відносного місцеположення тріщини

(*розроблено автором*)

При спектральному аналізі коливань лопатки турбіни в умовах основного резонансу для цілей вібродіагностики пошкодження за інформаційну характеристику прийнято другу гармоніку спектра коливань (підрозділ 2.4).

Ефективність такої вібродіагностики оцінено за зміною відносної величини амплітуди другої гармоніки $(A_1 + A_2)/A_1$ до величини 1,05, тобто на 5 %, що дає змогу порівняти ефективність різних методик, досліджених в роботі.

На відміну від нелінійних резонансів (супергармонічних і субгармонічних), спектр коливання при основному резонансі практично не залежить від амплітуди коливань і рівня демпфувальних характеристик у механічній системі, а лише від ступеня нелінійності системи, зумовленої періодичним відкриттям і закриттям тріщини. При розрахунках *ЛДК* прийнято на рівні $\delta = 0{,}3$ %.



Примітка. 1 – $L_c = 0$; 2 – $L_c = 0{,}5L$

Рисунок 4.9 – Залежність відносної глибини тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну другої гармоніки спектра коливань лопатки турбіни, від довжини лопатки

(*розроблено автором*)

Порівняння залежностей (рис. 4.8 і рис. 4.9, криві 1,2) із відповідними залежностями, отриманими за критерієм п’ятивідсоткової зміни частоти першої

форми коливань лопатки турбіни (рис. 4.1 і рис. 4.2, криві 1, 3), демонструє їх тотожність. Це свідчить про те, що ефективність вібродіагностики тріщини, яка закривається, що ґрунтується на зміні власних частот і спектра коливань при основному резонансі є практично однаковою. Тому кількісний аналіз, який виконано в підрозділі 4.1.1 щодо зміни власної частоти коливань лопатки з тріщиною, яка закривається, є справедливим і для спектра коливань.

4.2 Ефективність вібродіагностики роторів турбіни

Оцінку ефективності вібродіагностики роторів турбін виконано ґрунтуючись на розрахункових методиках, представлених у розділі 3.

Аналітичні дослідження ефективності вібродіагностики на основі зміни власних частот коливань виконано для роторів турбіни *К-200-130*

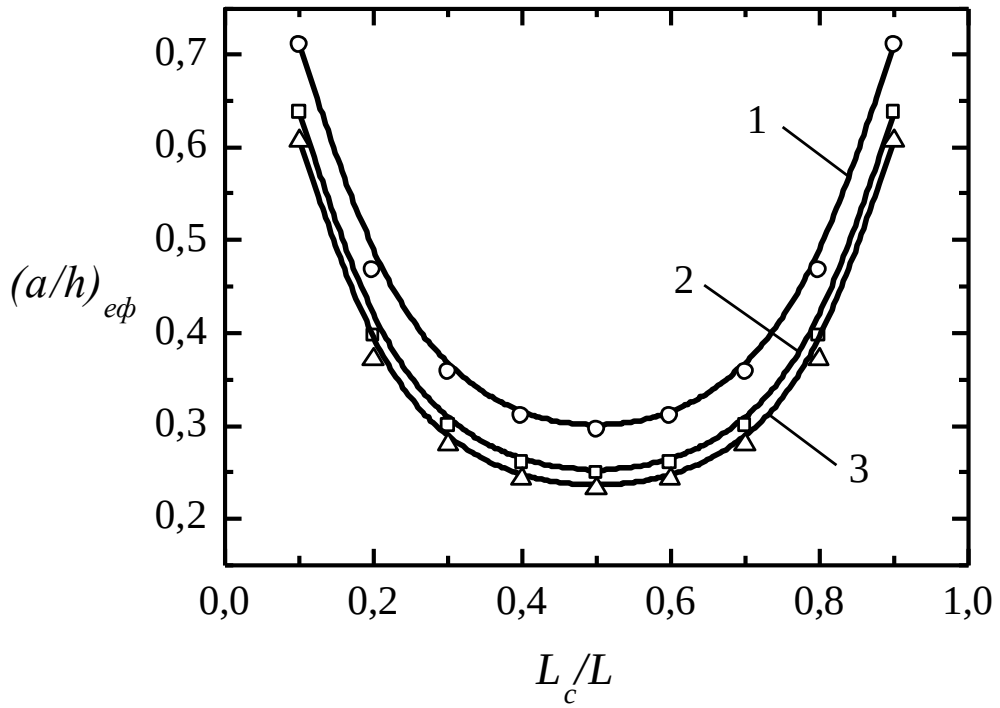
Діаметри *РВТ*, *РСТ* та *РНТ* становлять D = 0,44 *м*, 0,65 *м* і 0,76 *м* відповідно, довжина – (L_0 = 4,5 *м*). Водночас розглядається випадок, коли кут (θ = 0 °), тобто ротор перебуває у положенні, коли тріщина повністю відкрита.

Як і в попередніх підрозділах, ефективність вібродіагностики оцінюється за зміною власної частоти коливань роторів на 5 %.

Вплив місцеположення тріщини вздовж довжини роторів на ефективність вібродіагностики показано на рис. 4.10.

Очікувано найбільший вплив на власну частоту першої форми коливань зумовлює тріщина, розташована посередині ротора (L_c/L = 0,5), далі на цій ділянці ротора спостерігаються найбільші деформації. По мірі наближення до опор вплив тріщини на власну частоту коливань роторів суттєво знижується.

Як видно з рис. 4.10, в діапазоні місцеположення тріщини (L_c/L = 0,2…0,8) можливо надійно діагностувати тріщину з відносною глибиною ($\gamma = a/h \leq 0{,}45$), що може бути недостатнім для запобігання катастрофічному руйнуванню ротора. Також посередині *РВТ* та *РНТ* можна діагностувати доволі значну тріщину відносною глибиною відповідно ($\gamma = a/h = 0{,}3$) і ($\gamma = a/h = 0{,}23$).



Примітка. 1 – *РВТ*; 2 – *РСТ*; 3 – *РНТ*

Рисунок 4.10 – Залежність відносної глибини відкритої тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну частоти першої форми коливань ротора, від відносного місцеположення тріщини ($\theta = 0$ °)

(*розроблено автором*)

З рис. 4.10 очевидно, що ефективність вібродіагностики пошкодження роторів турбіни прямо залежить від жорсткості (або обернено – від піддатливості) ротора. Наприклад, відносна глибина тріщини, розташованої посередині *РНТ*, яка надійно діагностується за критерієм п’ятивідсоткової зміни частоти першої форми його коливань, становить ($\gamma = a/h = 0{,}23$), глибина тріщини посередині *РВТ* – ($\gamma = a/h = 0{,}3$). Єдиним параметром, який розрізняє ці два ротори у розрахунку, є їх діаметр: для *РНТ* – $D = 0{,}76$ *м*, а для *РСТ* – $D = 0{,}44$ *м*. Відповідно, жорсткість *РНТ* є вищою, ніж жорсткість *РВТ*.

Підвищити ефективність вібродіагностики можливо завдяки вдосконаленню методики випробувань та зменшення похибки тестів. Наприклад, якщо загальну похибку методики знизити до 2 %, тобто покращити її точність у 2,5 раза,

то ефективність вібродіагностики зростає в 1,3…1,5 раза (рис. 4.11) в діапазоні значень відносного місцеположення тріщини (L_c/L = 0,1…0,5).

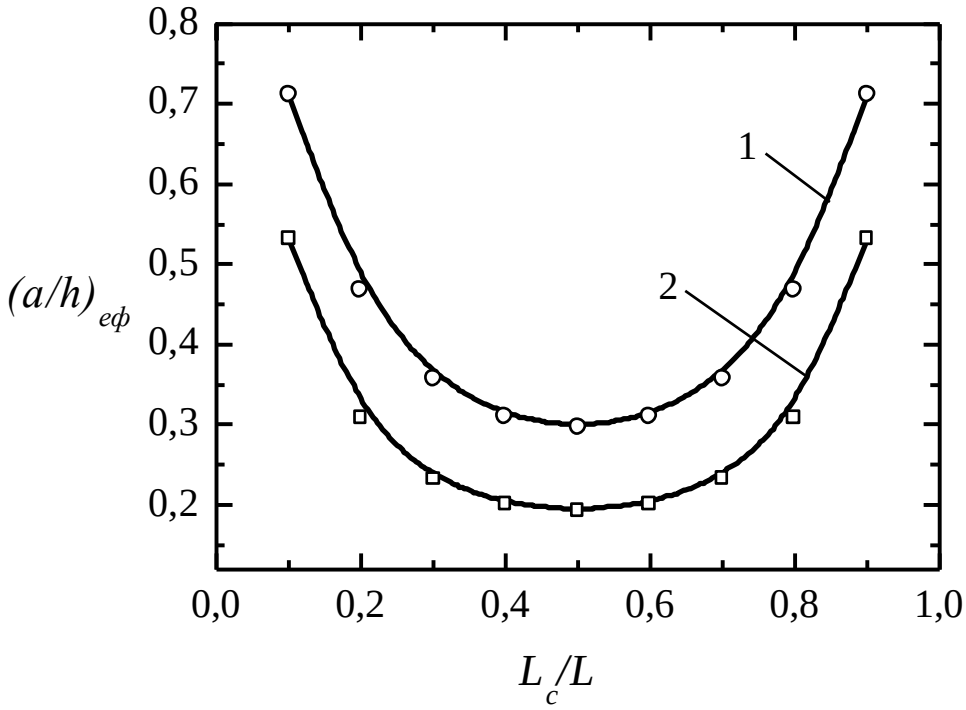


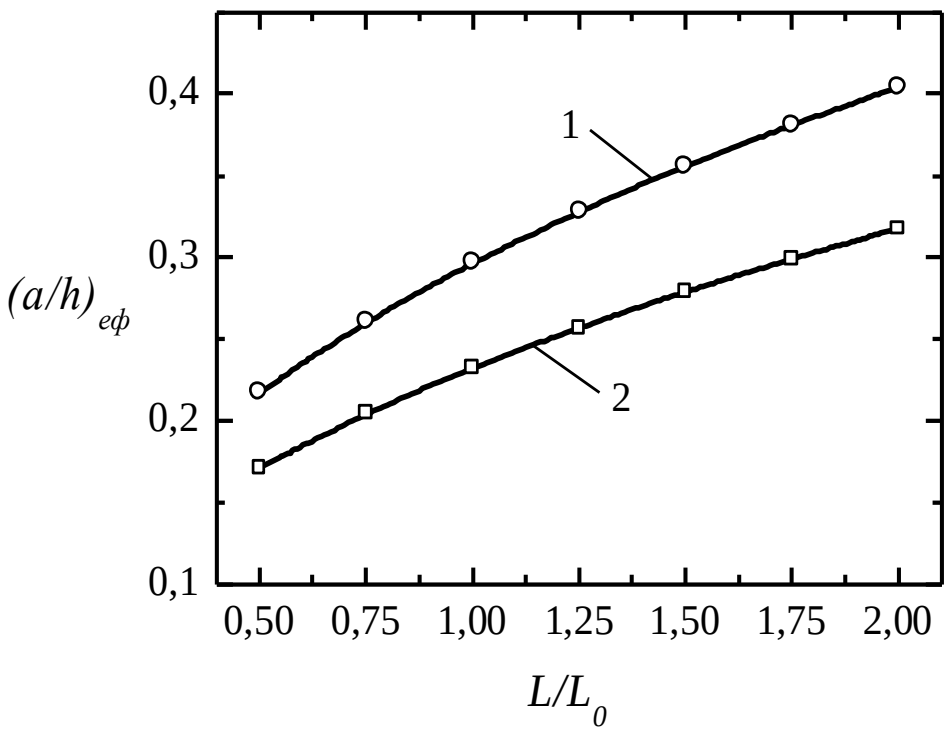
Рисунок 4.11 – Залежність відносної глибини відкритої тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову (1) і двовідсоткову (2) зміну частоти першої форми коливань *РВТ*, від відносного місцеположення тріщини (θ = 0 °)

(*розроблено автором*)

Отже, ефективність вібродіагностики досягається значно меншою мірою, ніж точність методики випробувань.

На рис. 4.12 показано вплив жорсткості роторів, яка в цьому разі змінюється завдяки зміні їхньої довжини, на ефективність вібродіагностики.

Як видно, збільшення довжини *РВТ* та *РНТ* у чотири рази зменшує ефективність їхньої вібродіагностики в 1,9 раза. Тобто ефективність вібродіагностики пошкодження роторів знижується майже вдвічі повільніше, ніж зменшується їхня жорсткість.



Примітка. 1 – *РВТ*; 2 – *РНТ*

Рисунок 4.12 – Залежність відносної глибини відкритої тріщини, що зумовлює п’ятивідсоткову зміну частоти першої форми коливань ротора турбіни, від його довжини (θ = 0 °; L_c/L = 0,5)

(*розроблено автором*)

Висновки до розділу 4

Результати оцінки ефективності вібродіагностики пошкодження дали змогу зробити такі висновки.

1. Запропоновано методику оцінки ефективності вібраційної діагностики пошкодження лопаток і роторів турбін, що ґрунтується на попередньо заданому значенні зміни інформаційної характеристики пошкодження, яке має перевищувати похибку тесту та випадкові чинники методики експерименту.

У представленому дослідженні це значення приймається на рівні 5 % для всіх діагностичних характеристик, що дає змогу виконувати порівняльний аналіз

ефективності вібродіагностики, що ґрунтується на зміні власних частот коливань, характеристики демпфування і спектра коливань.

2. Найбільш ефективним методом вібродіагностики пошкодження лопаток турбіни є зміна характеристики демпфування коливань. Так, при зміні демпфування на 5 % надійно виявляється поверхнева тріщина з відносною глибиною ($\gamma = a/h = 0{,}004$), тобто лише 0,4 % від висоти поперечного перерізу.

Недоліком цієї методики є залежність її ефективності від амплітуди напружень у поперечному перерізі з тріщиною, жорсткості лопатки та початкового рівня характеристики демпфування коливань непошкодженої лопатки.

Водночас вібродіагностика пошкодження, що грунтується на зміні характеристики демпфування коливань, є найефективнішою за найменшої амплітуди механічних напружень (у дисертаційному дослідженні це $\sigma = 5$ *МПа*). Це спрощує процедуру вібродіагностики та запобігає розвитку тріщини під час її проведення.

3. Збільшення довжини лопатки у шість разів, а, отже, зменшення її жорсткості, знижує ефективність вібродіагностики у 4-5 разів. Підвищення початкового рівня демпфування коливань лопатки в діапазоні 0,01…1 % (рівень демпфування, який характерний для більшості конструкційних матеріалів, що використовують в енергетиці) знижує ефективність вібродіагностики до 57 разів.

Водночас навіть для найгіршого сценарію ефективність такої вібродіагностики залишається на достатньо високому рівні для практичного застосування та дає змогу виявляти поверхневі тріщини глибиною до 15 % від висоти поперечного перерізу для амплітуди механічних напружень ($\sigma = 5$ *МПа*).

4. Ефективність вібродіагностики, що ґрунтується на зміні власних частот коливань лопатки та спектра її коливань в умовах основного резонансу, є практично однаковою. Вона залежить головним чином від стану тріщини (відкрита чи та, яка закривається), жорсткості лопатки та місцеположення тріщини вздовж її довжини.

5. Вплив місцеположення тріщини вздовж довжини лопатки в діапазоні (L_c = 0…0,5L) на ефективну глибину відкритої тріщини становить $(a/h)_{еф}$ = 0,156…0,436 (це тріщини від невеликого до середнього розміру, які не становлять небезпеки катастрофічного руйнування), а тієї, яка закривається – $(a/h)_{еф}$ = 0,216…0,646.

В останньому випадку ефективна глибина тріщини перевищує половину висоти поперечного перерізу при (L_c/L = 0,418). Отже, вібродіагностика, що ґрунтується на зміні власних частот коливань лопатки, з відкритою тріщиною є дещо ефективнішою, ніж діагностика закритої тріщини. Відкритий стан тріщини при діагностичних випробуваннях може бути забезпечений збудженням резонансних коливань із асиметрією циклу.

Водночас вібродіагностика відкритої тріщини, що ґрунтується на зміні спектра резонансних коливань лопатки, є неможливою, оскільки нелінійність коливань лопатки, зумовлюється саме періодичною зміною її жорсткості під час розкриття та закриття тріщини.

У міру збільшення довжини лопатки в діапазоні (L/L_0 = 1…6) ефективність частотної та спектральної вібродіагностики тріщини, яка закривається, знижується до значень $(a/h)_{еф}$ у межах 0,156…0,362.

Отже, відносне місцеположення тріщини уздовж лопатки суттєвіше впливає на ефективність вібродіагностики, ніж її довжина.

6. Для вібродіагностики пошкодження лопаток турбін найбільш ефективним методом є зміна характеристики демпфування коливань. Водночас підвищити надійність вібродіагностики можна за допомогою одночасного використання кількох методик. Сучасні методики модального аналізу дають змогу за результатами одного тесту відновити власні частоти і модальне демпфування кількох форм коливань лопатки, що дає змогу відслідковувати зміни власних частот і характеристики демпфування коливань, спричинені пошкодженням.

7. Вібродіагностика роторів парових турбін, що ґрунтується на зміні власних частот коливань є складнішою, ніж діагностика лопаток, але теж перспективною.

8. Загалом ефективність вібродіагностики крайової тріщини у роторах турбіни залежить від відносного місцеположення тріщини вздовж довжини ротора, його жорсткості та загальної похибки методики випробувань.

9. Під час використання першої форми коливань ротора найбільший вплив на власну частоту здійснює тріщина, розташована посередині ротора. У цьому разі за п’ятивідсотковим критерієм зміни власної частоти коливань можна діагностувати тріщину глибиною ($\gamma = a/h = 0{,}23$). У діапазоні місцеположення тріщини ($L_c/L = 0{,}2\ldots0{,}8$) можна надійно виявити тріщину з відносною глибиною ($\gamma = a/h \leq 0{,}45$), проте цього може виявитися недостатньо для запобігання катастрофічному руйнуванню ротора.

10. Підвищити ефективність вібродіагностики можна завдякивдосконаленню методики випробувань і зменшення похибки тестів. При зниженні загальної похибки методики з 5 % до 2 % ефективність вібродіагностики підвищується до 1,3…1,5 раза.

11. Чим більша жорсткість ротора, тим вища ефективність вібродіагностики пошкодження роторів турбіни, що ґрунтується на зміні власних частот коливань.

Результати економічного обґрунтування доцільності впровадження вібраційної діагностики конструктивних елементів парових турбін наведено в **додатку В**.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Вібраційні методи діагностики пошкодження є інтегральними, тобто вони дають змогу оцінювати параметри пошкодження за вібраційним відгуком всієї коливальної системи. Їхні потенційні переваги включають порівняно невисоку вартість, можливість проведення діагностики під час експлуатації машини або конструкції за досить короткий проміжок часу, а також здатність виявляти дефекти у прихованих та важкодоступних місцях.

2. Вібродіагностика лопаток турбін, що ґрунтується на зміні власних частот коливань, є достатньо чутливою для виявлення порівняно невеликих тріщин, розмір яких не становить загрози для цілісності лопатки. Водночас чим жорсткіша лопатка, тим вищою є чутливість власних частот коливань до наявності тріщини.

3. Вібродіагностика лопаток турбін, що ґрунтується на зміні характеристики демпфування коливань, є набагато чутливішою до наявності тріщини, ніж метод, що ґрунтується на зміні власних частот коливань. Водночас, ефективність характеристики демпфування коливань для діагностування пошкодження лопаток турбін знижується із зростанням початкового рівня демпфування коливань лопатки (тобто лопатки у непошкодженому стані) та її піддатливості. Враховуючи, що матеріали, які використовуються для виготовлення лопаток парових турбін, мають доволі низьку демпфувальну здатність, використання зміни характеристики демпфування коливань лопаток як вібродіагностичної ознаки пошкодження є перспективним.

4. Спектральний аналіз коливань лопатки під час основного резонансу є чутливою ознакою пошкодження типу тріщини, яка закривається. Основною інформаційною ознакою пошкодження є амплітуда другої гармоніки у спектрі коливань. Чутливість цієї ознаки порівняна із чутливістю зміни власних частот коливань лопатки.

5. Підвищення надійності вібродіагностики пошкодження типу тріщини втоми можна досягти завдяки одночасному використанню кількох зазначених методів вібродіагностики.

6. Створена чисельно-аналітична розрахункова модель для визначення власних частот поперечних коливань ротора з крайовою поперечною тріщиною втоми за різної її орієнтації відносно осі обертання дала змогу виконати порівняльний аналіз впливу експлуатаційних та геометричних факторів на процес розвитку тріщини в роторі, що обертається, при перехідних процесах коливань, що виникають під час пуску турбіни.

7. Запропоновано методику вібраційної діагностики пошкодження роторів турбін на основі відносної зміни власної частоти першої форми поперечних коливань ротора під час ремонту турбіни шляхом послідовного повороту ротора на певний кут; вона є достатньо чутливою для виявлення порівняно невеликих тріщин втоми, розмір яких не становить загрози для цілісності ротора.

8. Запропоновано методику вібраційної діагностики пошкодження валопроводу турбіни типу крайової поперечної тріщини втоми при перехідному режимі роботи турбіни, а саме під час її пускового розгону. Як діагностичну ознаку пропонується використовувати зміну перших двох критичних швидкостей обертання валопроводу.

9. Запропоновано методику оцінки ефективності вібраційної діагностики пошкодження лопаток і роторів турбін, яка ґрунтується на попередньо заданому значенні зміни інформаційної ознаки пошкодження, що повинна перевищувати похибку тесту та випадкові чинники методики експерименту.

10. Найбільш ефективним з запропонованих методом вібродіагностики пошкодження лопаток турбіни є метод, що ґрунтується на зміні характеристики демпфування коливань. Недоліком цієї методики є залежність її ефективності від амплітуди напружень у поперечному перерізі з тріщиною, жорсткості лопатки та початкового рівня характеристики демпфування коливань непошкодженої лопатки.

11. Ефективність вібродіагностики, що ґрунтується на зміні власних частот коливань лопатки і спектра її коливань при основному резонансі, є практично однаковою. Вона залежить від стану тріщини (відкрита чи та, яка закривається), жорсткості лопатки та від місцеположення тріщини уздовж довжини лопатки.

12. Вібродіагностика відкритої тріщини, що ґрунтується на зміні спектра резонансних коливань лопатки неможлива.

13. Вібродіагностика роторів парових турбін на основі зміни власних частот коливань є більш складною, ніж лопаток, але теж перспективною. Загалом ефективність вібродіагностики крайової тріщини у роторах турбіни залежить від відносного місцеположення тріщини уздовж ротора, жорсткості ротора та загальної похибки методики випробувань.

14. Підвищення ефективності вібродіагностики можливе завдяки вдосконаленню методики випробувань і зменшенню похибки тестів. При зменшенні загальної похибки методики з 5 % до 2 % ефективність вібродіагностики зростає в 1,3…1,5 раза.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Industry 5.0. IT–Enterprise. Взято 10.02.2025 з https://www.it.ua/knowledgebase/technology-innovation/industry-50
2. Міністерство енергетики України. Взято 01.09.2024 з https://mev.gov.ua/
3. Міжнародний валютний фонд. Взято 01.07.2024 з https:// www.imf.org/
4. Адаменко В.А., Дубровін В.І., Жеманюк П.Д., Суботін С.А. Діагностика втомних тріщин в деталях газотурбіних двигунів // Надійність машин та прогнозування їх ресурсу. Доповіді міжнародної науково-технічної конференції. У 2-х томах. Івано-Франківськ, 2000. Том 1, С. 151-158.
5. Бовсуновський А.П. Оцінка ефективності вібраційної діагностики пошкодження валопроводу турбіни // Вібрації в техніці та технологіях. – 2016. - №2. – С. 54-65.
6. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** «Вібраційна діагностика втомних пошкоджень лопаток турбін». *Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики***.** У 2-х т.: Матеріали XXI Міжнародної науково-практичної конференції молодих вчених і студентів, (с. 146–148), м. Київ, 23–26 квітня 2024 р. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Видавництво «Політехніка», 2024. – ISBN: 978-966-990-112-5 (Т. 1) – 223 с.
7. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** «Вплив тріщин на власні частоти коливань ступінчастих валів парових турбін». *Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики*: Матеріали XIX Міжнародної науково-практичної конференції молодих вчених і студентів, (с. 203–204), м. Київ, 20–23 квітня 2021 р. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Видавництво «Політехніка», 2021. – ISBN: 978-966-990-026-5 (Т. 1) – 334 с.;
8. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** «Ефективність використання характеристик демпфування коливань лопаток турбін для діагностики тріщин» *Енергетика: економіка, технології, екологія. 2024. №4*., С. 71–79. DOI:10.20535/1813-5420.4.2024.315578.

9. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю**. «Зміна характеристики демпфірування і власних частот як міра пошкодження валів». Тези доповідей XVII Міжнародної науково-технічної конференції: «*Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування*», (с. 40–41), 27–28 квітня 2021 р. – м. Харків: НТУ «ХПІ»; Видавництво «Лідер», 2021. – ISBN: 978-617-7476-56-5 – 92 с.;
10. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** «Моделювання розвитку тріщини втоми при поперечних коливаннях валу турбіни». Вінницький національний аграрний університет. *Вібрації в техніці та технології* 2022. – 1 (104), С. 63–70. DOI:10.37128/2306-8744-2022-1-8.
11. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** «Особливості вібраційної діагностики пошкодження лопаток турбін». *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського*. Серія: Технічні науки. Енергетика. Том 35 (74), № 4, 2024, С. 230–237. DOI:10.32782/2663-5941/2024.4/34.
12. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** «Оцінка чутливості демпфуючої здатності конструкцій». *Проблеми та перспективи розвитку науки, освіти, технологій і суспільства*: збірник тез доповідей міжнародної науково-практичної конференції, (с. 28–30), (м. Кропивницький, 29 листопада 2023 р.): у 3 ч., Кропивницький: ЦФЕНД, 2023. Ч. 3. 73 с.;
13. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** «Сучасні методи та підходи для проведення вібродіагностики обертових валів парових турбін». *Стан, проблеми та перспективи розвитку науки, освіти та технологій*: збірник тез доповідей міжнародної науково-практичної конференції, (с. 61–62), (м. Ізмаїл, 20 лютого 2024 р.). Ізмаїл: ЦФЕНД, 2024. – ISBN 978-617-8231-48-4 – 96 с.;
14. Бовсуновський О.А., **Носаль О.Ю.** «Діагностика пошкодження роторів турбін на стадії ремонту». *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського*. Серія: Технічні науки. Енергетика. Том 35 (74), № 4, 2024, С. 238–245. DOI:10.32782/2663-5941/2024.4/35

15. Бовсуновський А.П., Сураче Ч. Діагностика конструкційних пошкоджень на основі зміни співвідношення власних частот // Вібрації в техніці і технологіях.- 2020.- №1 (96).- С. 15-27. DOI: 10.37128/2306-8744-2020-1-2
16. Васинюк І.М. Про критеріальну оцінку втомної міцності металів // Проблеми міцності - 1973.- № 4.- С. 75-77.
17. Державний стандарт України. ДСТУ 2865-94. Контроль неруйнівний. Терміни та визначення.
18. Матвєєв В.В. До опису контуру петлі механічного гістерезису // Проблеми міцності - 1973.- № 8.- С. 3-9.
19. Матвєєв В.В. До аналізу ефективності методу спектральної вібродіагностики втомного пошкодження елементів конструкцій. Повідомлення 1. Поздовжні коливання, аналітичний розв'язок // Проблеми міцності - 1997.- № 6.- С. 5-20.
20. Матвєєв В.В., Бовсуновський А.П. До оцінки степеня локального втомного пошкодження елементів конструкцій за зміною їх вібраційних характеристик // Оцінка та обґрунтування продовження ресурсу елементів конструкцій. Праці конференції. В 2-х томах. Київ, Україна, 2000. Том 1, С. 131-136.
21. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвєєв В.В. Вібропоглинаючі властивості конструкційних матеріалів: Довідник - Київ: Наукова думка, 1971.- 375 с.
22. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів. Київ: Вища школа, 2004. 655 с.
23. Плахтієнко М.П. До діагностики кусково-постійної жорсткості при нелінійних резонансах // Прикладна механіка. - 1991. - 27(10). - С. 112-120.
24. Плахтієнко М.П. Метод визначення параметрів кусково-постійної жорсткості при нелінійних резонансних коливаннях // Прикладна механіка.- 1993.- 29(3).- С. 74-81.

25. Плахтієнко М.П. Резонанс другого порядку пластини, яка містить протяжні дефекти цілісності // Проблеми міцності - 2001.- № 1.- С. 105-116.
26. Плахтієнко М.П. Про резонанс другого порядку при коливаннях балки, яка містить поперечну тріщину // Проблеми міцності - 1995.- 3.- С. 56-63.
27. Романів О.М., Никифорчин Г.М., Андрусів Б.І. Ефект закриття тріщин та оцінка циклічної тріщиностійкості конструкційних сплавів // Фізико-хімічна механіка матеріалів.- 1983.- № 3.- С. 47-61.
28. Опір матеріалів деформуванню та руйнації. Довідковий посібник. Ч. 1 / Під редакцією В. Трощенка. Київ: Наук. думка, 1993.- 288 с.
29. Трощенко В.Т. Деформування і руйнування металів при багатоцикловому навантаженні.- Київ: Наук. думка, 1981.- 344 с.
30. Черноусенко, О. Ю. Оцінка залишкового ресурсу та подовження експлуатації парових турбін великої потужності (частина 3) [Електронний ресурс]: монографія для науковців та докторів філософії за спеціальністю 144 Теплоенергетика / О.Ю. Черноусенко, Д.В. Риндюк, В.А. Пешко; КПІ ім. Ігоря Сікорського. – Електронні текстові дані (1 файл: 16,1 Мбайт). – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2020. – 308 с.
31. Шульженко М.Г. Числове моделювання коливань багатоопорних роторів // Динаміка роторних систем: Збірник праць міжнародної конференції, 24-26 червня 1998, Кам'янець-Подільський.- Хмельницький: ТУП, 1998.- С. 24-25.
32. Шульженко М.Г., Білетченко В.П., Мєтєльов Л.Д., Цибулько В.І., Ефремов Ю.Г., Ганжа А.М. Теоретичні та експериментальні дослідження коливань роторів для розв'язку задач діагностики та підвищения надійності турбоагрегатів // Надійність машин та прогнозування їх ресурсу. Доповіді міжнародноі науково-технічної конференції. У 2-х томах. Івано-Франківськ, 2000. Том 2, С. 612-620.

33. Abdala M., Grigoriadis K.M., Zimmerman D.C. Enhanced damage detection using linear matrix inequalities // Proc. of the 16th IMAC, Santa Barbara, CA, USA, 1998, 1, P. 144-150.

34. Abraham O.N.L., Brandon J.A. A piece wise linear approach for modelling of a breathing crack // Proc. of the 17th Int. Seminar on Modal Analysis, 1992, 1, Leuven, Belgium, P. 417-431.

35. Abraham O.N.L., Brandon J.A. The modelling of the opening and closure of a crack // J. of Vibration and Acoustics.- 1995.- Vol. 117, - P. 370-377.

36. Adams R.D., Cawley P., Pye C.J., Stone B.J. A vibration technique for non-destructively assessing the integrity of structures // J. of Mechanical Engineering Science.- 1978.- 20 (2).- P. 93-100.

37. Adewusi S.A., Al-Bedoor B.O. Wavelet analysis of vibration signals of an overhang rotor with a propagating transverse crack // J. of Sound and Vibration. - 2001.- 246 (5). - P. 777-793.

38. Afolabi D. An anti-resonance technicue for detecting structural damage // Proc. of the 5th IMAC, London, England, 1987, 1, P. 491-495.

39. Agardh L., Palm J. Modal analyses of highway concrete bridge excited with impact // Proc. American Concrete Institute Spring Convention, Washington, 1992.

40. Al-Shudeifat M.A., Butcher E.A., New breathing functions for the transverse breathing crack of the cracked rotor system: Approach for critical and subcritical harmonic analysis // J. of Sound and Vibration.- 2011.- Vol. 330.- P. 526-544.

41. Alampalli S., Fu G., Aziz I.A. Modal analysis as a bridge inspection tool // Proc. of the 10th IMAC, San Diego, California, 1992, 2, P. 1359-1366.

42. Allen J.W., Bohanick J.S. Cracked shaft diagnosis and detection on reactor recirculation pumps at grand gulf nuclear station // Nuclear Plant Journal. - 1990.- 8.- P. 78-81.

43. Alvarez R.C., Delibes A.L., Diaz J.L., Ferandez J.G. Ten years of experience in dynamic tesing and assessment of bridges // Bridge Management 2, Thomas Telford, London, 1993, P. 815-820.

44. Andersen P., Kirkegaard P.H., Brincker R. Filtering out environmental effects in damage detection of civil engineering structures // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 1, P. 905-911.

45. Askegaard V., Mossing P. Long term observation of RC-brige using changes in natural frequency // Nordic Concrete Research.- 1988.- 7.- P. 20-22.

46. Bachschmid N., Pennacchi P., Tanzi E. Cracked Rotors. A Survey on Static and Dynamic Behaviour Including Modelling and Diagnosis.- Springer, Berlin – Heidelberg, 2010.- P. 1–401.

47. Ballo I. Ohybove kmitanie nosnika s trhlinou (The flexural vibrations of a cracked beam) // Strojnicky Casopis.- 1988.- 39(3).- P. 273-282.

48. Ballo I. Vplyv priecnej trhliny na ohybove kmitanie stihleho hmotneho hriadela (The influence of transverse crack on flexural vibrations of slender continuous shaft) // Strojnicky Casopis.- 1997.- 48 (1).- P. 25-36.

49. Ballo I. Non-linear effects of vibration of a continuous transverse cracked slender shaft // J. of Sound and Vibration.- 1998.- 217 (2).- P. 321-333.

50. Bamnios G., Trochides A. Dynamic behavior of a cracked cantilever beam // Applied Acoustics. - 1995.- 45(2). - P. 97-112.

51. Ben-Haim Y. Adaptive diagnosis of faults in elastic structures by static displacement measurement: the method of selective sensitivity // Mechanical Systems and Signal Processing.- 1992.- 6 (1).- P. 85-96.

52. Biswas M., Pandey A.K., Samman M.M. Diagnostic experimental spectral/modal analysis of a highway bridge // Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis.- 1990.- 5 (1).- P. 33-42.

53. Black C.J., Ventura C.E. Blind test on damage detection of a steel frame structure // Proc. of the 16th IMAC, Santa Barbara, CA, USA, 1998, 1, P. 623-629.

54. Boltezar M., Strancar B., Kuhelj A. Identification of transverse crack location in flexural vibrations of free-free beams // J. of Sound and Vibration.- 1998.- 211 (5).- P. 729-734.

55. Bouraou N., Gelman L. Theoretical bases of free oscillation method for acoustical non-destructive testing // Proc. of the National Conf. on Noise Control Engineering, Noise-Con 97, Pennsylvania, USA, 1997, Vol.1, P. 519-524.

56. Bouraou N.I., Gelman L.M. Theoretical bases of forced oscillation acoustical method for non-destructive testing of rotative systems // Proc. of the 2nd Int. Conf. on Dynamics of Rotor Systems, Kamianets-Podilskyi, Ukraine, 1998, P. 68-71.

57. Bouraou N.I., Gelman L.M. Theoretical bases of forced oscillation acoustical method for non-destructive testing of rotative systems // Proc. of the National Conf. on Noise Control Engineering, Noise-Con 98, Michigan, USA, 1998, P. 353-358.

58. Bovsunovskii, A.P. Numerical study of vibrations of a nonlinear mechanical system simulating a cracked body // Strength of Materials. 1999. Vol. 31. P. 571–581. https://doi.org/10.1007/BF02510893.

59. Bovsunovskii, A.P. On the efficiency of using damping characteristics of structural components fordamage diagnostics // Strength of Materials. 2002. Vol. 34(6). P. 560–569.https://doi.org/10.1023/A:1022022601601.

60. Bovsunovskii, A.P. On the Mechanism of Energy Dissipation in a Fatigue Crack // Strength of Materials. 2002. Vol. 34(5). P. 482–496. https://doi.org/10.1023/A:1021002728045

61. Bovsunovsky A.P. The mechanisms of energy dissipation in the non-propagating fatigue cracks inmetallic materials // Engineering fracture mechanics. 2004. Vol.71(16-17). P. 2271-2281

62. Bovsunovskii A.P., Bovsunovskii O.A. Application of nonlinear resonances for the diagnostics of closing cracks in rodlike elements // Strength of Materials.- 2010.- 42(3).- P. 331-343.

63. Bovsunovsky A., **Nosal O.** Highly sensitive methods for vibration diagnostics of fatigue damage in structural elements of aircraft gas turbine engines // Procedia Structural Integrity. 2022. Vol. 35. P. 74–81. https://doi. org/10.1016/j.prostr.2021.12.050

64. Bovsunovsky A., **Nosal O.** «Contemporary approaches to the vibration diagnostics of rotating shafts». «Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України», *Journal of Mechanical Engineering («Проблеми машинобудування»)*, том. 25, вип. 1, 2022 (березень), С. 15–23. doi:10.15407/pmach2022.01.015.

65. Bovsunovsky A.P., Surace C., Bovsunovsky O.A. The effect of damping and force application point on the non-linear dynamic behaviour of a cracked beam at sub- and superresonance vibrations // Strength of Materials.- 2006.- 38(5).- P. 492-497.

66. Bovsunovsky A., Surace C. Non-linearities in the vibrations of elastic structures with a closing crack: A state of the art review // Mechanical Systems and Signal Processing. 2015. Vols. 62–63. P. 129–148. https://doi. org/10.1016/j.ymssp.2015.01.021

67. Bovsunovsky A.P., Surace C. Considerations regarding superharmonic vibrations of a cracked beam and the variation in damping caused by the presence of the crack. // Journal of Sound and Vibration. 2005. 288 (4-5).- P. 865-886

68. Cawley P. The impedance method of non-destructive inspection // Journal of NDT International.- 1984.- 17.- P. 59-65.

69. Cawley P., Adams R.D. The location of defects in structures from measurements of natural frequencies // J. of Strain Analysis.- 1979.- 14(2).- P. 49-57.

70. Cawley P., Ray R. A comparison of the natural frequency changes produced by cracks and slots // Trans. ASME. J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design. - 1988.- 110.- P. 366-370.

71. Chati M., Rand R., Mukherjee S. Modal analysis of cracked beam // J. of Sound and Vibration.- 1997.- 207(2).- P. 249-270.

72. Chasalevris A.C., PapadopoulosC.A. A continuous model approach for cross-coupled bending vibrations of a rotor-bearing system with a transverse breathing crack / // Mechanism and Machine Theory.- 2009.- Vol. 44.- P. 1176-1191.

73. Chen Y., Swamidas A.S.J. Dynamic characteristics and modal parameters of a plate with a small growing surface crack // Proc. of the 12th IMAC, Honolulu, HI, USA, 1994, 2, P. 1155-1161.

74. Chen Y., Swamidas A.S.J. Modal updating for crack detection in plated T-joints // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 2, P. 1332-1338.

75. Cheng S.M., Swamidas A.S.J., Wu X.J., Wallace W. Vibrational response of a beam with a breathing crack // J. of Sound and Vibration.- 1999.- 225(1).- P. 201-208.

76. Chen S.-E., Venkatappa S., Petro S., GangaRao H. Damage detection using 2-D strain energy distribution and scanning laser // Proc. of the 17th IMAC, Kissimmee, Fl, 1999, 1, P. 869-875.

77. Chondros T.G., Dimarogonas A.D. Vibration of a cracked cantilever beam // Trans. ASME. J. of Vibration and Acoustics.- 1998.- 120(3).- P. 742-746.

78. Chondros T. G., Dimarogonas A. D. Dynamic sensitivity of structures to cracks. Journal of Vibration and Acoustic. Stress, and Reliability Design. 1998. Vol. 111. Iss. 3. P. 251–256. https://doi.org/10.1115/1.3269849.

79. Chondros T.G., Dimarogonas A.D., Yao J. A consistent cracked bar vibration theory // J. of Sound and Vibration.- 1997.- 200(1).- P. 303-313.

80. Chondros T.G., Dimarogonas A.D., Yao J. A continuous cracked beam vibration theory // J. of Sound and Vibration.- 1998.- 215(1).- P. 17-34.

81. Chondros T.G., Dimarogonas A.D., Yao J. Longitidinal vibration of a bar with a breathing crack // Engineering Fracture Mechanics.- 1998.- 61(5-6).- P. 503-518.

82. Chondros T.G., Dimarogonas A.D., Yao J. Longitudinal vibration of a continuous cracked bar // Engineering Fracture Mechanics. - 1998.- 61(5-6).- P. 593-606.

83. Chondros T.G., Dimarogonas A.D., Yao J. Vibration of a beam with a breathing crack // J. of Sound and Vibration.- 2001.- 239(1).- P. 57-67.

84. Christides S., Barr A.D.S. One-dimensional theory of cracked Bernoulli-Euler beams // Int. J. of the Mechanical Sciences.- 1984.- 26(11/12).- P. 639-648.

85. Christides S., Barr A.D.S. Torsional vibration of cracked beams of non-circular cross-section // Int. J. of the Mechanical Sciences.- 1986.- 28(2).- P. 473-490.

86. Chu Y.C., Shen M.-H.H. Analysis of forced bilinear oscillators and the application of cracked beam dynamics // AIAA Journal.- 1992.- 30(10).- P. 2512-2519.

87. Clark R., W.D. Dover and L.J. Bond. The effect of crack closure on the reliability of *NDT* predictions of crack size // *NDT* International.- 1987.- Vol. 20, No. 5.- P. 269-275.

88. Contursi T., Mangialardi L.M., Messina A. Detection of structural faults by modal data, lower bounds and shadow sites // J. of Sound and Vibration.- 1998.- 210(2).- P. 267-278.

89. Coppolino R.N., Rubin S. Detectability of structural failures in offshore platforms by ambient vibration monitoring // Proc. of the Offshore Technology Conf., Houston, TX, 1980, P. 101-110.

90. Crespo P., Ruotolo R., Surace C. Non-linear modelling of a cracked beam // Proc. of the 14th IMAC, 2, Dearbon, Michigan, 1996, P. 1017-1022.

91. Darpe A.K., Gupta K., Chawla A. Experimental investigations of the response of a cracked rotor to periodic axial excitation // J. of Sound and Vibration. -2003.- 260(2). - P. 265-286.

92. Darpe A.K., Gupta K., Chawla A. (2014). Transient response and breathing behaviour of a cracked Jeffcott rotor. Journal of Sound and Vibration, vol. 272, iss. 1–2, pp. 207–243. https://doi.org/10.1016/S0022-460X(03)00327-4

93. Dentsoras A.J., Dimarogonas A.D. Resonance controlled fatigue crack propagation in a beam under longitudinal vibrations // Int. J. of Fracture.- 1983.- 23(1).- P. 15-22.

94. Dentsoras A.J., Dimarogonas A.D. Fatigue crack propagation in resonating structures // Engineering Fracture Mechanics.- 1989.- 34(3).- P. 721-728.

95. Diana G., Bachschmid N., Angel F. An on-line crack detection method for turbo generator rotors // Proc. of the Int. Conf. on Rotordynamics, Tokyo: JSME, 1986, P. 385-390.

96. Dimarogonas A.D. Vibration of cracked structures: a state of the art review // Engineering Fracture Mechanics. - 1996.- 55(5). - P. 831-857.

97. Dimarogonas A.D., Massouros G. Torsional vibration of a shaft with a circumferential crack // Engineering Fracture Mechanics.- 1981.- 15(3-4).- P. 439-444.

98. Dimarogonas A.D., Paipetis S.A. Analytical methods in rotor dynamics. Elsevier, London: Applied Science Publishers, 1983.

99. Dimarogonas A.D., Papadopoulos C.A. Stability of cracked rotors in the coupled vibration mode // J. of Vibrations and Acoustics.- 1988.- 110.- P. 356-359.

100. Dimarogonas A.D., Papadopoulos C.A. Vibration of cracked shafts in bending // J. of Sound and Vibration.- 1983.- 91(4).- P. 583-593.

101. Dimarogonas A.D., Papadopoulos C.A. Crack detection in turbine rotors // Proc. of the 2nd Int. Symp. on Transport Phenomena, Dynamics and Design of Rotating Machinery, 1988, P. 286-298.

102. Edward Rokicki, Rafal Gradzki, Zbigniew Kulesza, Pawel Cecotka, Krzysztof Dec, Frequency and modeshape evaluation of steam turbine blades using the metal magnetic memory method and vibration wave propagation, (MSSP), Vol. 192, 2023, https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2023.110218.

103. El-Dannah E.H., Farghaly S.H. Natural vibrations of cracked shafts carring elastically mounted end masses // J. of Sound and Vibration.- 1994.- 170(5).- P. 607-620.

104. Elkashlawy, A.A., Younes, Y.K. & El-Mongy, H.H. Dynamic Behavior Analysis of a Rotating Shaft with an Elliptical Breathing Surface Crack. *J. Vib. Eng. Technol.* **11**, 4371–4385 (2023). https://doi.org/10.1007/s42417-022-00820-5

105. Fernandez-Saez J., Rubio L., Navarro C. Approximate calculation of the fundamental frequency for bending vibrations of cracked beams // J. of Sound and Vibration.- 1999.- 225(2).- P. 345-352.

106. Flesch R.G., Kernbichler K. Bridge inspection by dynamic tests and calculations dynamic investigations of Lavant bridge // Proc. of Workshop Structural Safety Evaluation Based on System Identification Approaches, 1988, P. 433-448.

107. Friswell M.I., Penny J.E.T., Lindfield G. The location of damage from vibration data using genetic algorithms // Proc. of the 13th IMAC, 1995, P. 1640-1645.

108. Gounaris G., Anifantis N., Dimarogonas A.D. Dynamics of cracked hollow beams // Engineering Fracture Mechanics.- 1991.- 39(6).- P. 931-940.

109. Garesci F., Catalano L., Petrone F. Damage detection on automotive components using variations in modal parameters // Proc. of the 5th Int. Conf. on Damage Assessment of Structures (DAMAS 2003), Southampton, UK, 1-3 July 2003, P. 107-114.

110. Gasch R. A survey of the dynamic behaviour of a simple rotating shaft with a transverse crack // J. of Sound and Vibration.- 1993.- 160(2).- P. 313-332.

111. Gasch R. Dynamic behaviour of a simple rotor with a cross-sectional crack // Vibration in Rotating Machinery (Institution of Mechanical Engineers Conf.). - 1976.- Paper No.C178/76.- P. 123-148.

112. Gomes A.J.M.A., Montalavo e Silva J.M. On the use of modal analysis for crack identification // Proc. of the 8th IMAC, Kissimmee, Florida, USA, 1990, 2, P. 1108-1115.

113. Grabowski B. The vibrational behaviour of a turbine rotor containing a transverse crack // Trans. ASME. J. of Mechanical Design. - 1979.- 102(1).- P. 140-146.

114. Green I., Casy C. Crack detection in a rotor dynamic system by vibration monitoring—part I: analysis // J. of Engineering for Gas Turbine and Power.- 2005.- Vol. 127.- P. 425–436.

115. Gudmundson P. Eigenfrequency changes of structures due to cracks, notches or other geometrical changes // J. of Mechanics and Physics of Solids.- 1982.- 30(5).- P. 339-353.

116. Gudmundson P. The dynamic behaviour of slender structures with cross-sectional cracks // J. of Mechanics and Physics of Solids.- 1983.- 31(4).- P. 329-345.

117. Gudmundson P. Changes in modal parameters resulting from small cracks // Proc. of the 2nd IMAC, Orlando, Florida, Febr. 6-9, 1984, 2, P. 690-697.

118. Gustafson C.-G. Discussion: "The stress intencity factors for cyclic reversed bending of a single edge cracked strip including crack surface interference" by P.C. Paris and H.Tada // Int. J. of Fracture.- 1976.- 11.- P. 460-462.

119. Hajela P., Soeiro F.J. Structural damage detection based on static and modal analysis // AIAA Journal.- 1990.- 28(6).- P. 1110-1115.

120. Haisty B.S., Duerr R.E., Springer W.T. Cracked beam modification element. Part I: Theoretical development // Proc. of the 6th IMAC, Orlando, Florida, 1988, P. 1343-1348.

121. Hassiotis S., Grigoriadis K.M. Damage detection using impulse response moments and natural frequencies // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, USA, 1997, II, P. 1110-1116.

122. Hermans L., Van der Auweraer H. Modal testing and analysis of structures under operational conditions: industrial application // Mechanical Systems and Signal Processing.- 1999.- 13(2).- P. 193-216.

123. Hetenyi M. Deflection of beams of varying cross section // J. of Applied Mechanics.- June 1937.- 4(2).- A49-A52.

124. Hjelmstad K.D., Shin S. Crack identification in a cantilever beam from modal response // J. of Sound and Vibration. - 1996.- 198(5). - P. 527-545.

125. Hoerst B.C., Ratcliffe C.P. Damage detection in beams using laplasian operators on experimental modal data // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 2, P. 1305-1311.

126. Hu H.-C. On some variational principles in the theory of elasticity and plasticity // Scientia Sinica.- 1955.- 4.- P. 33-55.

127. Huang S.C., Huang Y.M., Shieh S.M. Vibration and stability of a rotating shaft containing a transverse crack // J. of Sound and Vibration.- 1993.- 162(3).- P. 387-401.

128. Hwu C., Liang Y.C. Hole/crack identification by static strains from multiple loading modes // AIAA Journal.- 2001.- 39(2).- P. 315-324.

129. Imam I., Azzaro S.H., Bankert R.J., Scheibel J. Development of an on-line rotor crack detection and monitoring system // Trans. of ASME. J. of vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design.- 1989.- 111(3).- P. 241-250.

130. Imregun M, Sanliturk KY. Natural frequency and damping changes produced by fatigue cracks // Proc. of the 15th Int. Seminar on Modal Analysis, Leuven, Belgium, 19-21 Sept. 1990, P. 791-805.

131. Ishida, Y. Cracked rotors: Industrial machine case histories and non-linear effects shown by simple Jeffcott rotor. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, vol. 22, iss. 4, pp. 805–817. https://doi.org/10.1016/ j.ymssp.2007.11.005.

132. Ibrahim A., Ismail F., Martin H.K. Modelling of the dynamics of a continuous beam including nonlinear fatigue crack // Int. J. of Analytical, Experimental Modal Analysis. 1987. Vol.2(2). P. 76–82. https://doi.org/10.10 16/0022-460X(90)90530-D

133. Ismail F., Ibrahim A., Martin H.R. Identification of fatigue cracks from vibration testing // J. of Sound and Vibration.- 1990.- 140(2).- P. 305-317.

134. Jagadeesha, T., Salunkhe, V.G., Desavale, R.G., Patil, P.B., Kumbhar, M.B., Koli, A.R. (2021). Investigation of Crack Detection Technique in a Rotating Shaft by Using Vibration Measurement. In: Arockiarajan, A., Duraiselvam, M., Raju, R. (eds) Advances in Industrial Automation and Smart Manufacturing. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-15-4739-3_54

135. James III G.H., Zimmerman D.C. Reduction/expansion studies for damage identification of continuous aerospace structures // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 2, P. 1772-1778.

136. Jauregui D.V., Farrar C.R. Damage identification algorithms applied to numerical modal data from a bridge // Proc. of the 14th IMAC, Dearborn, USA, 1996, P. 119-125.

137. Jauregui D.V., Farrar C.R. Comparison of damage identification algorithms on experimental modal data from a bridge // Proc. of the 14th IMAC, Dearborn, USA, 1996, P. 1423-1429.

138. Jeary A.P., Ellis B.R. Non-destructive in-situ testing using dynamic techniques // Proc. of the 3rd Int. Conf. on Tall Buildings, Hong Kong and Guangzhou, 1984, P. 76-81.

139. Jendoubi K., Ranganathan N., Merah N. Effect of thickness on elasto-plastic deformation and hysteresis energy dissipated at crack tip // J. of Testing and Evaluation 1991.- 19(3).- P. 201-209.

140. Jenkins L.S. Cracked shaft detection on large vertical nuclear reactor coolant pump // Proc. of the Conf. on Instability in Rotating Machinery, 1985, P. 253-266.

141. Joshi A., Madhusudhan B.S. A unified approach to free vibration of locally damaged beams having various homogeneous boundary conditions // J. of Sound and Vibration.- 1991.- 147(3).- P. 475-488.

142. Ju F.D., Mimovitch M. Modal frequency method in diagnosis of fracture damage in structures // Proc. of the 4th IMAC, Los Angeles, CA, 1986, P. 1168-1174.

143. Juan L.S., Saavedra P. Experimental and analytical study of shaft cracking response in rotatory machines // Proc. of the 8th IMAC, Kissimmee, Florida, 1990, P. 445-450.

144. Jun O.S., Eun H.J., Earmme Y.Y., Lee C.-W. Modelling and vibration analysis of a simple rotor with a breathing crack // J. of Sound and Vibration.- 1992.- 155(2).- P. 273-290.

145. Jun, O.S., Gadala, M. S. Dynamic behaviour analysis of cracked rotor. Journal of Sound and Vibration - 2018, vol. 309, iss. 1–2, pp. 210–245. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2007.06.065.

146. Kam T.Y., Lee T.Y. Detection of cracks in structures using modal test data // Engineering Fracture Mechanics. - 1992.- 42(2). - P. 381-387.

147. Keiner H., Gadala M.S. Comparison of different modelling techniques to simulate the vibration of a cracked rotor // J. of Sound and Vibration.- 2002.- Vol. 254.- P. 1012-1024.

148. Kino G.S. Nondestructive evaluation // Science.- 1979.- 206(12).- P. 173-180.

149. Kirkegaard P.H., Rytter A. Comparison of vibration-based damage assessment techniques // Knowlege Support Systems in Civil Engineering, IABSE Colloquium, Bergamo, 1995, P. 177-186.

150. Kirmsher P.G. on the natural frequency of beams // Proc. of the ASTM, 1944, 44, P. 897-904.

151. Klein K., Guigne J.Y., Swamidas A.S.J. Contact and acoustic measurements on a fatiguing cantilever beam // Proc. of the 13th IMAC, Nashville, Tennessee, 1995, P. 455-461.

152. Krawczuk M. Modelling and identification of cracks in truss constructions // J. of Finite Element in Analysis and Design.- 1992.- 12.- P. 41-50.
153. Krawczuk M. Natural vibrations of cracked rotating beams // Acta Mechanica.- 1993.- 99.- P. 35-48.
154. Krawczuk M. Rectangular shell finite element with an open crack // Finite Element in Analysis and Design.- 1994.- 15.- P. 233-253.
155. Krawczuk M. Coupled longitudinal and bending forced vibration of Timoshenko cantilever beam with a closing crack // Mechanika teoretyczna i stosowana.- 1994.- 32(2) .- P. 463-482.
156. Krawczuk M. A new finite element for the static and dynamic analysis of cracked composite beams // Computers and Structures.- 1994.- 52(3).- P. 551-561.
157. Krawczuk M., Ostachowicz W. Hexahedral finite element with an open crack // Finite Element in Analysis and Design.- 1993.- 13.- P. 225-235.
158. Krawczuk M., Ostachowicz W. Influence of a crack on the dynamic stability of a column // J. of Sound and Vibration. - 1993.- 167(3). - P. 541-555.
159. Krawczuk M., Ostachowicz W. A bar finite element for vibration and buckling analysis of cracked truss constructions // Mechanika teoretyczna i stosowana.- 1994.- 32(2) .- P. 447-462.
160. Krawczuk M., Ostachowicz W. Flexibility of cracked composite beams // J. of Theoretical and Applied Mechanics.- 1994.- 32(1).- P. 109-118.
161. Krawczuk M., Ostachowicz W.M. A finite plate element for dynamic analysis of a cracked plate // Computer Methods in Applied Mechanical and Engineering.- 1994.- 115.- P. 67-78.
162. Krawczuk M., Ostachowicz W. Damage indicators for diagnostic of fatigue cracks in structures by vibration measurements - a survey // Mechanica teoretyczna i stosowana.- 1996.- 34(2) .- P. 307-326.
163. Krawczuk M., Ostachowicz W., Zak A. Modal analysis of cracked, unidirectional composite beam // Composites, Part B.- 1997.- 28B.- P. 641-650.

164. Kushwaha, N., Patel, V.N. Modelling and analysis of a cracked rotor: a review of the literature and its implications. *Arch Appl Mech* 90, 1215–1245 (2020). https://doi.org/10.1007/s00419-020-01667-6

165. Lai J.Y., Young K.F. Dynamics of graphite/epoxy composite under delamination fracture and environmental effects // J. of Composite Structures.- 1995.- 30.- P. 25-32.

166. Lamonaca B.G., Valente C., Brancaleoni F. Crack identification in nonlinear vibrating beams // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 2, P. 1808-1814.

167. Leissa A.W., McGee O.G., Huang C.S. Vibrations of circular plates having V-notches or sharp radial cracks // J. of Sound and Vibration.- 1993.- 161(2).- P. 227-239.

168. Léonard F., Lanteigne J., Lalonde S., Turcotte Y. Vibration behavior of a cracked cantilever beam // Proc. of the 18th IMAC, San Antonio, USA, 2000, P. 1717-1723.

169. Li Z., Houghton J.R. Damage location in structures using vibration data and its sensitivity to measurement errors // Proc. of the 13th IMAC, Nashville, Tennessee, 1995, 2, P. 1418-1424.

170. Li Y., Swamidas A.S.J., Guigne J.Y. Acoustical modal response of a submerged cantilever plate for non-contact fatigue crack detection application // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 2, P. 1973-1979.

171. Liang Z., Huang T.J., Lee G.C. A study on damage dynamics by using the modal energy transfer // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 2, P. 1339-1345.

172. Lim Tae W., Kashangaki Thomas A.L. Structural damage detection of space truss structures using best achievable eigenvectors // AIAA Journal.- 1994.- 32(5).- P. 1049-1057.

173. Lin C.S. Location of modeling errors using modal test data // AIAA Journal.- 1990.- 28(9).- P. 1650-1654.

174. Liong R. T., Proppe C. Application of the cohesive zone model for the evaluation of stiffness losses in a rotor with a transverse breathing crack. Journal of Sound and Vibration, - 2013 - vol. 332, iss. 8, pp. 2098–2110. https://doi.org/10.1016/j.jsv.2012.11.032.

175. Lu Y.-M., Ju F.D. Probabilistic distribution of multiple cracks in structures due to random modal oscillation // Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis.- 1991.- 6(1).- P. 25-34.

176. Luber W. Structural damage localization using optimization methods // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, USA, 1997, II, P. 1088-1095.

177. Macabe C., Kaneshiro H. Measurement of crack closure points during cyclic loading by the strain interference method // Engng. Fract. Mech.- 1992.- 43, № 6.- P. 993-1002.

178. Maezawa S. Superharmonic resonance in piecewise-linear system with unsymmetrical characteristics // Proc. of the 5th Int. Conf. on Nonlinear Oscillations, in 4 Vols. Vol. 1, Analytical Methods in the Theory of Nonlinear Oscillations, Kyiv, 1970, P. 401-422.

179. Maezawa S., Furukawa S. Superharmonic resonance in piecewise linear system // Bulletin of JSME. - 1973.- 16(96). - P. 931-941.

180. Mannan M.A., Richardson M.H. Detection and location of structural cracks using FRF measurements // Proc. of the 8th IMAC, Kissimmee, Florida, 1990, P. 652-657.

181. Manning R.A. Structural damage detection using active members and neural networks // AIAA Journal.- 1994.- 32(6).- P. 1331-1333.

182. Mares C., Surace C. An application of genetic algorithms to identify damage in elastic structures // J. of Sound and Vibration.- 1996.- 195(2).- P. 195-215.

183. Marwala T., Hunt H.E.M. Is damage identification using vibration data in a population of cylinders feasible? // J. of Sound and Vibration.- 2000.- 237(4).- P. 727-732.

184. Masters J.E. Damage detection in composite materials. Philadelphia, PA: ASTM, 1992.

185. Matveev V.V. Efficiency of the method of spectral vibrodiagnostics for fatigue damage of structural elements. Part 1. Longitudinal vibrations, analytical solution // Strength of Materials. 1997. Vol. 29. P. 561–572. https://doi.org/10.1007/BF02767605

186. Matveev V.V., Bovsunovsky A.P. Vibration-based diagnostics of fatigue damage of beam-like structures // J. of Sound and Vibration. 2002. Vol. 249(1). P. 23–40. https://doi.org/10.1006/jsvi.2001.3816

187. Mayes I.W., Davies W.G.R. The vibrational behaviour of a rotating shaft system containing a transverse crack // Proc. of the Int. Mechanical Engineering Conf. "Vibration of Rotating Machinery", Cambridge, England, 1976, P. 53-64.

188. Mazurek D.F., Coast U.S. Modal sensitivity to damage in multigirder bridges // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 2, P. 1892-1898.

189. Messina A., Contursi T., Williams E.I. Maltiple damage eveluation using natural frequency changes // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, USA, 1997, Vol.1, P. 658-664.

190. Messina A., Jones I.A., Williams E.J. Damage detection and localisation using natural frequency changes // Proc. of Conf. on Identification in Engineering Systems, Swansea, UK, 1996, P. 67-76.

191. Messina A., Williams E.J. Use of changes in resonance and anti-resonance frequencies for damage detection // Identification in Engineering Systems. Proc. of the Second Int. Conf., Swansea, UK, March 1999, P. 440-449.

192. Messina A., Williams E.J., Contursi T. Structural damage detection by a sensitivity and statistical-based method // J. of Sound and Vibration.- 1998.- 216(5).- P. 791-808.

193. Modena C., Sonda D., Zonta D. Damage localisation in reinforced concrete structures by using damping measurements // Proc. of the Int. Conf. on Damage Assessment of Structures (DAMAS 99), Dublin, Ireland, 1999, P. 132-141.

194. Morassi A. Identification of a crack in a rod based on changes in a pair of natural frequencies // J. of Sound and Vibration.- 2001.- 242(4).- P. 577-596.

195. Morgan B.J., Osterle R.G. On-site modal analysis – a new powerful inspection technicue // Proc. of the 2nd Int. Bridge Conf., Pittsburg, Pennsylvania, 1985, P. 108-114.

196. Muñoz-Abella, B., Rubio, L., Rubio, P. Study of the Stress Intensity Factor of an Unbalanced Rotating Cracked Shaft. In: Petuya, V., Pinto, C., Lovasz, EC. (eds) New Advances in Mechanisms, Transmissions and Applications. Mechanisms and Machine Science, vol 17. Springer, 2014, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-7485-8_49

197. Nandwana B.P., Maiti S.K. Detection of the location and size of a crack in stepped cantilever beams based on measurements of natural frequencies // J. of Sound and Vibration.- 1997.- 203(3).- P. 435-446.

198. Narkis Y. Identification of crack location in vibrating simply supported beams // J. of Sound and Vibration. - 1994.- 172(4). - P. 549-558

199. Nezu K., Kidoguchi H. A new damage detecting method by mechanical impedance measurements // Bulletin of the JSME.- 1980.- 23(186).- P. 2125-2131.

200. Olagnon M., Prevosto M. The variations of damping ratios with sea conditions for offshore structure under natural excitation // OCT 4654, 16th Annual Offshore Technology Conference, Houston, Texas, May 1984, P. 57-66.

201. Osegueda R.A., Carrasco C., Meza R. A modal strain energy distribution method to localize and quantify damage // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 2, P. 1298-1304.

202. Ostachowicz W., Krawczuk M. Vibration analysis of cracked turbine and compressor blades // ASME 35th Int. Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition, 1990, paper 90-GT-5.

203. Ostachowicz W., Krawczuk M. Analysis of the effect of cracks on the natural frequencies of a cantilever beam // J. of Sound and Vibration.- 1991.- 150(2).- P. 191-201.

204. Ostachowicz W., Krawczuk M. Coupled torsional and bending vibrations of a rotor with an open crack // Archive of Applied Mechanics.- 1992.- 62.- P. 191-201.

205. Pai P.F., Jin S. Locating structural damage by detecting boundary effects // J. of Sound and Vibration.- 2000.- 231(4).- P. 1079-1110.

206. Pandey A.K., Biswas M., Samman M.M. Damage detection from changes in curvature mode shapes // J. of Sound and Vibration.- 1991.- 145(2).- P. 321-332.

207. Pandey A.K., Biswas M. Damage detection in structures using changes in flexibility // J. of Sound and Vibration.- 1994.- 169(1).- P. 3-17.

208. Pandey A.K., Biswas M. Experimental verification of flexibility difference method for locating damage in structures // J. of Sound and Vibration.- 1995.- 184(2). - P. 311-328.

209. Panteliou S.D,, Chondros T.G., Argyrakis V.C., Dimarogonas A.D. Damping factor as an indicator of crack severity // J. of Sound and Vibration.- 2001.- 241(2).- P. 235-245.

210. Papadopoulos C.A., Dimarogonas A.D. Coupled longitudinal and bending vibrations of a rotating shaft with an open crack // J. of Sound and Vibration.- 1987.- 117(1) .- P. 81-93.

211. Papadopoulos C.A., Dimarogonas A.D. Coupled longitudinal and bending vibrations of a cracked shafts // Trans. ASME. J. of Vibration, Acoustics, Stress, and Reliability in Design.- 1988.- 110(1) .- P. 1-8.

212. Paris P.C., Tada H. The stress intencity factors for cyclic reversed bending of a single edge cracked strip including crack surface interference // Int. J. of Fracture. - 1975.- 11.- P. 1070-1072.

213. Park S., Stubbs N., Bolton R.W. Damage detection on a steel frame using simulated modal data // Proc. of the 16th IMAC, Santa Barbara, CA, USA, 1998, 1, P. 616-622.

214. Peroni I., Paolozzi A., Bramante A. Effect of debonding damage on the modal damping of a sandwich panel // Proc. of the 9th IMAC, Florence, Italy, 1991, P. 1617-1622.

215. Peshko, V.A., Bovsunovskyi, A.P. Patterns of Growth of an Internal Annular Crack Under the Influence of Thermal Stresses During Turbine Startup. *Strength Mater* **55**, P. 1143–1156, (2023). https://doi.org/10.1007/s11223-024-00604-0

216. Petro S.H., Chen S.E., Ganga Rao H.V.S., Venkatappa S. Damage detection using vibration measurements // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 1, P. 113-119.

217. Pippan R., Kolednik O., Lang M. A mechanism for plasticity-induced crack closure under plane strainconditions // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures. 1994. Vol. 17(6). P. 721–726. doi:10.1111/j.1460-2695.1994.tb00269.x.

218. Petroski H.J. Simple static and dynamic models for the cracked elastic beam // Int. J. of Fracture.- 1981.- 17(4).- R71-R76.

219. Plaut R.H., Andruet R.H., Suherman S. Behavior of a cracked rotating shaft during passage through a critical speed // J. of Sound and Vibration, 1994, 173(5), P. 577-589.

220. Prasad, S.R., Sekhar, A.S. (2021). Detection of Fatigue Crack in the Shaft Using Time-Frequency Analysis. In: Rao, J.S., Arun Kumar, V., Jana, S. (eds) Proceedings of the 6th National Symposium on Rotor Dynamics. Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer, Singapore. https://doi.org/10.1007/978-981-15-5701-9_35

221. Prime M.B., Shevitz D.W. Linear and nonlinear methods for detecting cracks in beams // Proc. of the 14th IMAC, 2, 1996, P. 1437-1443.

222. Pugno N., Ruotolo R., Surace C. Analysis of the harmonic vibrations of a beam with a breathing crack // Proc. of the 15th IMAC, Tokyo, Japan, 1997, P. 409-413.

223. Pugno N., Surace C., Ruotolo R. Evaluation of the non-linear dynamic response to harmonic excitation of a beam with several breathing cracks // J. of Sound and Vibration.- 2000.- 235(5).- P. 749-762.

224. Pye C.J., Adams R.D. A vibration method for the determination of stress intensity factors // Engineering Fracture Mechanics.- 1982.- 16(3).- P. 433-445.

225. Qian G.-L., Gu S.-N., Jiang J.-S. The dynamic behaviour and crack detection of a beam with a crack // J. of Sound and Vibration.- 1990.- 138(2).- P. 233-243.

226. Qunli Wu. Reconstruction of integrated crack function of beams from eigenvalue shifts // J. of Sound and Vibration.- 1994.- 173(2).- P. 279-282.

227. Rajab M.D., Al-Sabeeh A. Vibrational characteristics of cracked shafts // J. of Sound and Vibration.- 1991.- 147(3).- P. 465-473.

228. Ramesh K., Chauhan D.P.S., Mallik A.K. Free vibration of an annular plate with periodic radial cracks // J. of Sound and Vibration.- 1997.- 206(2).- P. 266-274.

229. Ratcliffe C.P. Damage detection using a modified Laplacian operator on mode shape data // J. of Sound and Vibration.- 1997.- 204(3).- P. 505-517.

230. Rivola A., White P.R. Bispectral analysis of the bilinear oscillator with application to the detection of fatigue cracks // J. of Sound and Vibration.- 1998.- 216(5).- P. 889-910.

231. Rizos P.F., Aspragathos N., Dimarogonas A.D. Identification of crack location and magnitude in a cantillever beam from the vibration modes // J. of Sound and Vibration.- 1990.- 138(3).- P. 381-388.

232. Rogers J.D., Hollingshead J.R. Flaw identification from forced vibration testing // Proc. of the 6th IMAC, Orlando, Florida, 1988, P. 1414-1419.

233. Roy, D., Tiwari, R. Experimental Identification of Internal and External Damping in a Rotor System with a Fatigue-Crack Using Full Spectrum. *Exp Tech* **44**, 509–528 (2020). https://doi.org/10.1007/s40799-020-00368-7

234. Ruotolo R., Surace C. Damage assassment for a beam with multiple cracks // Proc. of Int. Seminar on Modal Analysis (ISMA21), Leuven, Belgium, 1996, P. 1005-1016.

235. Ruotolo R., Surace C. Damage assessment of multiple cracked beams: numerical results and experimental validation // J. of Sound and Vibration.- 1997.- 206(4).- P. 567-588.

236. Ruotolo R., Surace C. A statistical approach to damage detection through vibration monitoring // 5th Pan American Congress of Applied Mechanics (PACAM '97), Puerto Rico, 1997.

237. Ruotolo R., Surace C. Damage detection using singular value decomposition // Proc. DAMAS '97, Sheffield, UK, 1997, P. 87-96.

238. Ruotolo R., Surace C. Diagnosis of damage in a steel frame // Proc. of the 16th IMAC, Santa Barbara, USA, 1998, I, P. 609-615.

239. Ruotolo R., Surace C. The use of SVD to detect damage in structures with different operating conditions // Proc. of the 16th IMAC, Santa Barbara, CA, USA, 1998, II, P. 1703-1709.

240. Ruotolo R., Surace C. Using SVD to detect damage in structures with different operational conditions // J. of Sound and Vibration.- 1999.- 226(3).- P. 425-439.

241. Ruotolo R., Surace C., Crespo P., Storer D. Harmonic analysis of the vibrations of a cantilevered beam with a closing crack // Computers and Structures.- 1996.- 61(6) .- P. 1057-1074.

242. Ruotolo R., Surace C., Mares C. Theoretical and experimental study of the dynamic behaviour of a double-cracked beam // Proc. of the 14th IMAC, Dearbon, Michigan, 1996, P. 1560-1564.

243. Ruotolo R., Surace C., Mares C. Damage identification using simulated annealing // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, 1997, I, P. 954-960.

244. Ruotolo R., Surace C., Sferrazzo F. Crack detection in a thin panel using vibration-based inspection // Localised Damage, 1998. Bologna: 8-10/06/98.

245. Rytter A. Vibrational based inspection of civil engineering structures // PhD Thesis, Fructura & Dynamics, Paper No.44, Department of Building Technology and Structural Engineering, University of Aalborg, Denmark, 1993, 193 p.

246. Rytter A., Brincker R., Kirkegaard P.H. An experimental study of the modal parameters of a cantilever // Fructura & Dynamics, Paper No.37, Department of Building Technology and Structural Engineering, University of Aalborg, Denmark, 1992, 76 p.

247. Rytter A., Brincker R., Pilegaard L. Vibrational based inspection of civil engineering structures // Bygningsstatiske Meddelelser.- 1991.- 62(4).- P. 79-110.

248. Rytter A., Kirkegaard P.H. Vibrational-based inspection of a steel mast // Proc. of the 12th IMAC, Honolulu, HI, USA, 1994, 2, P. 1602-1608.

249. Saavedra P.N., Cuitiño L.A. Crack detection and vibration behavior of cracked beams // Computers & Structures.- 2001.- 79(16).-P. 1451-1459.

250. Salane H.J., Baldwin J.W. Identification of modal properties of bridges // ASCE J. of Structural Engineering.- 1990.- 116(7).- P. 2008-2021.

251. Salawu O.S. Detection of structural damage through changes in frequency: a review // Engineering Structures. - 1997.- 19.- P. 718-723.

252. Samman M.M., Biswas M., Pandey A.K. Employing pattern recognition for detecting cracks in a bridge model // Int. J. of Analytical and Experimental Modal Analysis.- 1991.- 6(1).- P. 35-44.

253. Sampaio R.P.C., Maia N.M.M., Ribeiro A.M.R., Silva J.M.M. Damage detection using the transmissibility concept // Proc. of the 6th Int. Congress on Sound and Vibration, Vol. 6, Copenhagen, Denmark, 1999, P. 2559-2568.

254. Sampaio R.P.C., Maia N.M.M., Silva J.M.M. Damage detection using the frquency-response-function curvature method // J. of Sound and Vibration.- 1999.- 226(5).- P. 1029-1042.

255. Sampaio R.P.C., Maia N.M.M., Silva J.M.M. More insight into some frquency-response-function methods for damage detection // Proc. of the 18th IMAC, San Antonio, USA, 2000.

256. Sanayei M., Onipede O. Damage assessment of structures using static test data // AIAA Journal.- 1991.- 29(7).- P. 1174-1179.

257. Sanderson A.F.P. The vibration behaviour of a large steam turbine generator during crack propagation through the generator rotor // IMechE International Conference on Vibrations in Rotating Machinery, Bath, UK, 1992, paper C432 / 102, P. 263-273.

258. Sanliturk K.Y., Imregun M. Theoretical modelling of the damping produced by fatigue cracks // Proc. of the 9th IMAC, Florence, Italy, 1991, P. 1370-1374.

259. Savage R.J., Hewlett P.C. A new NDT method for structural integrity assessment // NDT International. - 1978.- 11.- P. 61-66.

260. Schulz M.J., Naser A.S., Thyagarajan S.K., Mickens T., Pai P.F. Structural health monitoring using frequency response function and sparse measurements // Proc. of the 16th IMAC, Santa Barbara, CA, USA, 1998, 1, P. 760-766.

261. Sekhar A.S. Vibration characteristics of a cracked rotor with two open cracks // J. of Sound and Vibration.- 1999.- 223(4).- P. 497-512.

262. Sekhar A.S., Balaji Prasad P. Dynamic analysis of a rotor system considering a slant crack in the shaft // J. of Sound and Vibration.- 1997.- 208(3).- P. 457-473.

263. Sekhar A.S., Prabhu B.S. Crack detection and vibration characteristics of cracked shaft // J. of Sound and Vibration.- 1992.- 157(2).- P. 375-381.

264. Sekhar A.S., Prabhu B.S. Transient analysis of a cracked rotor passing through critical speed // J. of Sound and Vibration.- 1994.- P. 173(3).- P. 415-421.

265. Sekhar A.S., Prabhu B.S. Vibration and stress fluctuation in cracked shaft // J. of Sound and Vibration.- 1994.- 169(5).- P. 655-667.

266. Shen M.-H.H., Chu Y.C. Vibrations of beams with a fatigue crack // Computers and Structures.- 1992.- 45(1) .- P. 79-93.

267. Shen M.-H.H., Pierre C. Natural modes of Bernoulli-Euler beams with symmetric cracks // J. of Sound and Vibration.- 1990.- 138(1).- P. 115-134.

268. Shen M.-H.H., Taylor J.E. An identification problem for vibrating cracked beam // J. of Sound and Vibration.- 1991.- 150(3).- P. 457-484.

269. Shen M.-H.H., Pierre C. Free vibrations of beams with a single-edge crack // J. of Sound and Vibration.- 1994.- 170(2) .- P. 237-259.

270. Shetkar K.R., Srinivas, J. Vibration analysis and parametric identification of low-pressure steam turbine blade with crack using ANN. *J Braz. Soc. Mech. Sci. Eng.* **45**, 314, 2023. https://doi.org/10.1007/s40430-023-04238-2

271. Shetkar K.R., Srinivas J. Localized damage identification in the last stage low-pressure steam turbine blade using dynamic parameter measurements. *ASME J Nondestructive Evaluation*. Feb 2023, 6(1): 011006 (11 pages) https://doi.org/10.1115/1.4056312.

272. Shock and vibration handbook. 2nd edition, New York, McGraw-Hill, 1976.- 1125 p.

273. Shulzhenko M.G. Effect of break of the elastic axis of a rotor with transverse crack on its vibrational characteristics / M.G. Shulzhenko, G.B. Ovcharova // Strength of Materials.- 1997.- Vol. 29.- P. 380-385.

274. Shulzhenko M.G. Calculation of the vibration characteristics of a multi-bearing rotor with a transverse crack and small static strains / M.G. Shulzhenko, G.B. Ovcharova, V.P. Biletchenko // Strength of Materials.- 1996.- Vol. 28.- P. 144-149.

275. Silva Montalvao E, Gomes Araujo. Theoretical and experimental data on crack depth effects in the dynamic behaviour of free-free beams // Proc. of the 9th IMAC, Florence, Italy, 1991, P. 274-283.

276. Sinha J.K., Friswell M.I., Edwards S. Simplified models for the location of cracks in beam structures using measured vibration data // J. of Sound and Vibration.- 2002.- 251(1).- P. 13-38.

277. Sinou J. Detection of cracks in rotor based on the 2x and 3x superharmonics frequency components and the crack-unbalance interactions. Communications in Non-linear Science and Numerical Simulation. 2008. Vol. 13. P. 2024–2040. https://doi.org/10.1016/j.cnsns.2007.04.008.

278. Sinou J., Lees A.W. The influence of cracks in rotating shafts // J. of Sound and Vibration.- 2005.- Vol. 285.- P. 1015–1037.

279. Slastan J., Pietrzko S. Changes of RC-beam modal parameters due to cracks// Proc. of 11th IMAC, Kissimmee, Florida, 1, 1993, P. 70-76.

280. Smith S.W., Zimmerman D.C., Bartkowicz T.J., Kim H.M. Experiments for damage location in a damped structure // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, USA, 1997, II, P. 1096-1102.

281. Soeffker D., Bajkowski J., Mueller P.C. Detection of cracks in turborotors - a new observer based method // ASME J. of Dynamic Systems, Measurement and Control.- 1993.- 115.- P. 518-524.

282. Sonzogni V., Laura A.A. An attempt to model the effect of a stress concentration field on the lower natural frequencies of structural elements // J. of Sound and Vibration.- 1997.- 203(2).- P. 358-361.

283. Spain R.F., Schubring N.W., Diamond M.J. An electronic ear for certifying reliability // Materials Evaluation.- 1964.- Vol. 22.- P. 113-117.

284. Springer W.T., Lawrence K.L., Lawley T.J. Damage assessment based on the structural frequency response function // Experimental Mechanics.- 1988.- 28(1).- P. 34-37.

285. Staszewski W.J., Ruotolo R., Storer D.M. Fault detection in ball-bearing using wavelet variance // Localised Damage, 1998. Bologna: 8-10/06/98.

286. Stress intensity factors handbook. In 3 vol. Vol. 2. (Editor-in-chif Y. Murakami). The Society of Materials Sci., Japan and Pergamon Press, 1987.

287. Stoisser C.M., Audebert S. A comprehensive theoretical, numerical and experimental approach for crack detection in power plant rotating machinery // Mechanical Systems and Signal Processing.- 2008.- Vol.22.- P. 818–844.

288. Stubbs N., Kim J.T., Farrar C.R. Field verification of a nondestructive damage localization and severity estimation algorithm // Proc. of the 13th IMAC, Nashville, USA, 1995, P. 210-218.

289. Su Y.-T., Lin S.-J. On initial fault detection of a tappered roller bearing: frequency domane analysis // J. of Sound and Vibration.- 1992.- 155(1).- P. 75-84.

290. Suh M.-W., Shim M.-B., Kim M.-Y. Crack identification using hybrid neuro-genetic technique // J. of Sound and Vibration.- 2000.- 238(4).- P. 617-635.

291. Sundermeyer J.N., Weaver R.L. On crack identification and characterization in a beam by non-linear vibration analysis // J. of Sound and Vibration.- 1995.- 183(5).- P. 857-871.

292. Surace C., Mares C. Detection of structural damage using a genetic algorithm approach // Proc. of PICAST2-AAC 6, Melbourn, Australia, 1995.

293. Surace C., Worden K., Tomlinson G. A novelty detection approach to diagnose damage in a cracked beam // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, 1997, P. 947-953.

294. Swamidas A.S.J., Chen Y. Monitoring crack growth change of modal parameters // J. of Sound and Vibration. - 1995.- 186(2). - P. 325-343.

295. Tandon N., Choudhury A. An analytical model for the prediction of the vibration response of rolling element bearings due to a locallized defect // J. of Sound and Vibration.- 1997.- 205(3).- P. 275-292.

296. Techy, L, De Gooyer, B, von Flotow, A, Tappert, P, John, S, Losh, D, & Lewit, B. "Turbine Blade Crack Detection Using Blade Vibration Monitoring: Field Study from an Operating Steam Turbine." *Proceedings of the ASME Turbo Expo 2022: Turbomachinery Technical Conference and Exposition*. *Volume 8A: Structures and Dynamics — Aerodynamics Excitation and Damping; Bearing and Seal Dynamics; Emerging Methods in Engineering Design, Analysis, and Additive Manufacturing; Fatigue, Fracture, and Life Prediction*. Rotterdam, Netherlands. June 13–17, 2022. V08AT24A003. ASME. https://doi.org/10.1115/GT2022-79829.

297. Thomson W.T. Vibration of slender bars with discontinuities in stiffness // J. of Applied Mechanics.- 1949.- 16.- P. 203-207.

298. Tilly G.P. The damping capacity of bridges // Proc. of Symp. in Dynamic Behaviour of Bridges. TRRL, Department of Transport, May 1977.

299. Timoshenko S.P., Young D.H., Weaver W. Vibration problems in engineering.- M.: D. Van Nostrand Company INV, Princeton, 2005.- 497 p.

300. Tomasel F.G., Larrondo H.A. Detection of cracks in cantilever beams: experimental set-up using optical techniques and theoretical modelling // J. of Sound and Vibration.- 1999.- 228(5).- P. 1195-1204.

301. Tomlinson G.R. A simplified approach to numerical and experimental modelling of the dynamics of a cracked beam // Proc. of the 12th IMAC, Honolulu, HI, USA, 1994, 1, P. 778-785.

302. Tsai T.C., Wang Y.Z. Vibration analysis and diagnosis of a cracked shaft // J. of Sound and Vibration.- 1996.- 192(3).- P. 607-620.

303. Tsou P., Shen M.-H.H. Structural damage detection and identification using neural networks // AIAA Journal.- 1994.- 32(1).- P. 176-183.

304. Turner J.D., Pretlove A.J. A dynamic method of condition monitoring for bridges // Proc of Int. Symp. on Long Term Observation of Concrete Structures, 1984, P. 434-444.

305. Ventura C.E., Adebar P.E. Modal properties and damage detection of a concrete-steel hybrid girder bridge // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, USA, 1997, II, P. 1103-1109.

306. Villemure I., Ventura C.E., Sexsmith R.G. Impact and ambient vibration testing to assess structural damage in reinforced concrete frames // Proc. of the 14th IMAC, Dearbon, Michigan, 1996, 2, P. 1178-1184.

307. Voyiadjis G.Z. Damage in composite materials. Amsterdam, New York: Elsevier, 1993.

308. Wahab Abdel M.M., De Roeck G., Peeters B. Parameterization of damage in reinforced concrete structures using model updating // J. of Sound and Vibration.- 1999.- 228(4).- P. 717-730.

309. Wahab Abdel M.M., De Roeck G. Damage detection in bridges using modal curvaturea: application to a real damage scenario // J. of Sound and Vibration.- 1999.- 226(2).- P. 217-235.

310. Washizu K. Variational methods in elasticity and plasticity. Pergamon Press, Oxford, 1982.

311. Wendtland D. Anderung der biegeeigenfrequenzen einer idealisierten Schaufel durch Risse // PhD Thesis, University of Karlsruhe, 1972.

312. Wendtland D., Wiederuh E. Anderungen der Torsionseigenfrequenzen von rbomaschinenschaufeln durch Risse // Forschung in Ingenieurwesen. - 1974.- 40.- P. 60-66.

313. Williams E.J., Contursi T., Messina A. Damage detection and localisation using natural frequency sensitivity // Proc. of Conf. on Identification in Engineering Systems, Swansea, UK, 1996, P. 368-376.

314. Williams E.J., Messina A., Payne B.S. A frequency-change correlation approach to damage detection // Proc. of the 15th IMAC, 1, Orlando, Florida, 1997, P. 652-657.

315. Williams C., Salawu O.S. Damping as a damage indication parameter // Proc. of the 15th IMAC, Orlando, Florida, USA, 1997, 2, P. 1531-1536.

316. Wong C.W., Zhang W.S., Lau S.L. Periodic forced vibration of unsymmetrical piecewise-linear systems by incremental harmonic balance method // J. of Sound and Vibration.- 1991.- 149(1).- P. 91-105.

317. Xiao-feng L., Pingyong X., Tie-lin S., Shu-zi Y Nonlinear analysis of a cracked rotor with whirling // Applied Mathematics and Mechanics.- 2002.- Vol.23.- P. 721–731.

318. Xia Y., Hao H. Measurement selection for vibration-based structural damage identification // J. of Sound and Vibration. - 2000.- 236(1). - P. 89-104.

319. Yang X.F., Swamidas A.S.J., Seshadri R. Crack identification in vibrating beams using the energy method // J. of Sound and Vibration. - 2001.- Vol. 244.- No. 2.- P. 339-357.

320. Yuen M.M.F. A numerical study of the eigenparameters of damaged cantilever beam // J. of Sound and Vibration.- 1985.- 103(3).- P. 301-310.

321. Zaki A.S., Pandell T., Jacques R.N., Spangler R.L. Damage detection in thick walled composites using surface mounted piezoelectric elements // Proc. of the 16th IMAC, Santa Barbara, CA, USA, 1998, 1, P. 328-333.

322. Zastrau B. Vibration of cracked structures // Archiv of Mechanics.- 1985.- 37(6).- P. 731-743.

323. Zhang Z., Hartwig G. Relation of damping and fatigue damage of unidirectional fibre composites // Int. J. of Fatigue.- 2002.- 24.- P. 713-718.

324. Zhang W., Testa R.B. Closure effects on fatigue crack detection // J. of Engineering Mechanics.- 1999.- 125(10).- P. 1125-1132.

325. Zhou T., Xu J., Sun Z. Dynamic analysis and diagnosis of a cracked rotor // J. of Vibration and Acoustics. - 2001.- Vol. 123.- P. 539-543.

326. Zhou T., Sun Z., Xu J., Han W. Experimental analysis of a cracked rotor // J. of Dynamic Systems, Measurements, and Control.- 2005.- 127(3).- P. 313–320.

327. Zimmerman D.C., Kaouk M. Structural damage detection using a minimum rank update theory // Trans. ASME. J. of Vibration and Acoustics.- 1994.- 116(2).- P. 222-231.

328. Zou Y., Tong L., Steven G.P. Vibration-based model-dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures - a review // J. of Sound and Vibration.- 2000.- 230(2).- P. 357-378.

329. Brüel & Kjær. Sound and Vibration Measurement. Взято 01.03.2025 з https://bksv.com.

330. Державний стандарт України. ДСТУ EN ISO 50001:2022 Системи енергетичного менеджменту. Взято 01.03.2025 з https://online.budstandart.com/

331. Державний стандарт України. ДСТУ EN 17463:2022 Оцінювання інвестицій, пов’язаних із енергетикою (VALERI) (EN 17463:2021, IDT). Взято 01.03.2025 з https://online.budstandart.com/

ДОДАТОК А

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Наукові праці, в яких опубліковані основні наукові результати дисертації

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2022). «Contemporary approaches to the vibration diagnostics of rotating shafts». «Інститут проблем машинобудування ім. А.М. Підгорного НАН України», *Journal of Mechanical Engineering («Проблеми машинобудування»)*, том. 25, вип. 1, 2022 (березень), С. 15–23. DOI:10.15407/pmach2022.01.015. (Журнал включено до Переліку науково-технічних видань України, (категорія «Б»), відповідно до наказу МОН України від 02.07.2020 р.);

2. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2022). «Моделювання розвитку тріщини втоми при поперечних коливаннях валу турбіни». Вінницький національний аграрний університет. *Вібрації в техніці та технології* 2022. – 1 (104), С. 63–70. DOI:10.37128/2306-8744-2022-1-8. (Журнал включено до Переліку науково-технічних видань України, (категорія «Б»), відповідно до наказу МОН України від 02.07.2020 р.);

3. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2024). «Особливості вібраційної діагностики пошкодження лопаток турбін». *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського*. Серія: Технічні науки. Енергетика. Том 35 (74), № 4, 2024, С. 230–237. DOI:10.32782/2663-5941/2024.4/34. (Журнал включено до Переліку науково-технічних видань України, (категорія «Б»), відповідно до наказу МОН України від 17.03.2020 р. № 409 (додаток 1));

4. Бовсуновський О.А., **Носаль О.Ю.** (2024). «Діагностика пошкодження роторів турбін на стадії ремонту». *Вчені записки ТНУ імені В.І. Вернадського*. Серія: Технічні науки. Енергетика. Том 35 (74), № 4, 2024, С. 238–245. DOI:10.32782/2663-5941/2024.4/35. (Журнал включено до Переліку науково-технічних видань України, (категорія «Б»), відповідно до наказу МОН України від 17.03.2020 р. № 409 (додаток 1));

5. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2024). «Ефективність використання характеристик демпфування коливань лопаток турбін для діагностики тріщин» *Енергетика: економіка, технології, екологія. 2024. №4*., С. 71–79. DOI:10.20535/1813-5420.4.2024.315578. (Журнал включено до Переліку науково-технічних видань України, (категорія «Б»), відповідно до наказу МОН України від 24.09.2020 р. №1188).

2. Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:

1. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2021). «Вплив тріщин на власні частоти коливань ступінчастих валів парових турбін». *Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики*: Матеріали XIX Міжнародної науково-практичної конференції молодих вчених і студентів, (с. 203–204), м. Київ, 20–23 квітня 2021 р. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Видавництво «Політехніка», 2021. – ISBN: 978-966-990-026-5 (Т. 1) – 334 с.;

2. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2021). «Зміна характеристики демпфірування і власних частот як міра пошкодження валів». Тези доповідей XVII Міжнародної науково-технічної конференції: «*Енергетичні та теплотехнічні процеси й устаткування*», (с. 40–41), 27–28 квітня 2021 р. – м. Харків: НТУ «ХПІ» ; Видавництво «Лідер», 2021. – ISBN: 978-617-7476-56-5 – 92 с.;

3. A. Bovsunovsky, **O. Nosal** (2021). «Highly sensitive methods for vibration diagnostics of fatigue damage in structural elements of aircraft gas turbine engines». 2nd International Workshop on Plasticity, Damage and Fracture of Engineering Materials (IWPDF 2021), August, 18–20, 2021, Ankara, Turkey. Published by Elsevier, *Procedia Structural Integrity*, 2021, 35 (C), pp. 74–81. DOI: 10.1016/j.prostr.2021.12.050; (матеріали конференції проіндексовано у базі *Scopus*);

4. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2023). «Оцінка чутливості демпфуючої здатності конструкцій». *Проблеми та перспективи розвитку науки, освіти, технологій і суспільства*: збірник тез доповідей міжнародної науково-практичної конференції, (с. 28–30), (м. Кропивницький, 29 листопада 2023 р.): у 3 ч., Кропивницький: ЦФЕНД, 2023. Ч. 3. 73 с.;

5. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2024). «Сучасні методи та підходи для проведення вібродіагностики обертових валів парових турбін». *Стан, проблеми та перспективи розвитку науки, освіти та технологій*: збірник тез доповідей міжнародної науково-практичної конференції, (с. 61–62), (м. Ізмаїл, 20 лютого 2024 р.). Ізмаїл: ЦФЕНД, 2024. – ISBN: 978-617-8231-48-4 – 96 с.;

6. Бовсуновський А.П., **Носаль О.Ю.** (2024). «Вібраційна діагностика втомних пошкоджень лопаток турбін». *Сучасні проблеми наукового забезпечення енергетики***.** У 2-х т.: Матеріали XXI Міжнародної науково-практичної конференції молодих вчених і студентів, (с. 146–148), м. Київ, 23–26 квітня 2024 р. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, Видавництво «Політехніка», 2024. – ISBN: 978-966-990-112-5 (Т. 1) – 223 с.

ДОДАТОК Б

ДОКУМЕНТИ ПРО ВПРОВАДЖЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕННЯ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Головний інженер
ДТЕК Бурштинська ТЕС

_____ Максим ШУМЧЕНКО
«___» _____2024 р.

Довідка
про використання результатів науково-дослідної роботи

В межах договору № 5162-ЗЭ-БуТЭС від 20.09.2024 р. між АТ «ДТЕК ЗАХІДЕНЕРГО» Відокремлений підрозділ «Бурштинська теплова електрична станція» та Корпорацією «Науковий парк «Київська політехніка», виконано науково-дослідну роботу на тему «Розрахунок ресурсу ротора середнього тиску турбіни блоку №11 для ДТЕК БУРШТИНСЬКА ТЕС».

Перелік виконавців науково-дослідної роботи з боку Корпорації «Науковий парк «Київська політехніка»:

1) науковий керівник – Черноусенко О.Ю.;
2) відповідальні виконавці – Бовсуновський А.П., Риндюк Д.В., Пешко В.А.;
3) виконавці – Баранюк О.В., Рачинський А.Ю., Власенко О.В., Беднарська І.С., Горяженко В.Ю., Ліщук С. Р., Носаль О.Ю., Коновалюк О.Л., Сепік А.В., Пєшков А.В., Ткаченко М.В., Дацик Є.Ю., Степанченко А.А., Гладенький Д.Є.

За результатами науково-дослідних робіт виконавцями надано висновки та рекомендації, щодо допустимості продовження терміну експлуатації ротора середнього тиску блоку №11 ДТЕК Бурштинська ТЕС, а саме:

- розроблено розрахункову модель ротора середнього тиску блоку №11 ДТЕК Бурштинська ТЕС в тривимірній постановці з використанням скінченно-елементного методу дискретизації та з врахуванням результатів ремонтних відновлень виконаних під час планово-попереджувальних ремонтів у 2021 та 2024 рр.;
- проведено розрахункові дослідження теплового, напружено-деформованого стану, малоциклової втоми та довготривалої міцності металу ротора середнього тиску для типових режимів роботи на базі графіків пуску та реальних умов роботи характерних для блоку №11 ДТЕК Бурштинська ТЕС;
- досліджено вплив кручення на розвиток дефектів ротора середнього тиску, розраховано критичну глибину тріщин, оцінено вплив синхронізації турбогенератора з енергомережою на темпи накопичення пошкоджень;
- розраховано ресурсні показники ротора середнього тиску турбіни К-200-130 блоку №11 ДТЕК Бурштинська ТЕС, встановлено величини накопиченого пошкодження ротора за статичними та циклічними механізмами руйнування, розраховано залишковий ресурс та надано висновки і рекомендації, щодо допустимого залишкового напрацювання та допустимої кількості пусків.

Матеріальні претензії не розглядаються.

Керівник СДКР
ДТЕК БУРШТИНСЬКА ТЕС Юрій БРОНІЧ

ДОДАТОК В
РЕЗУЛЬТАТИ ЕКОНОМІЧНОГО ОБҐРУНТУВАННЯ ДОЦІЛЬНОСТІ ВПРОВАДЖЕННЯ ВІБРАЦІЙНОЇ ДІАГНОСТИКИ

Таблиця В.1 – Оцінка необхідної кількості та підсумкової вартості обладнання для вібраційної діагностики лопаток парової турбіни *К-1000-60/3000*

Обладнання	**Кількість,** *шт*	**Вартість за одиницю,** *тис. дол. США*	**Загальна вартість,** *тис. дол. США*
Вібраційні датчики (акселерометри)	48	2 500	120,0
Оптичні датчики зміщення *Brüel & Kjær* Type 3544	24	3 000	72,0
Аналізатор вібрації *Brüel & Kjær* Type 3660-C	1	35 000	35,0
Система збору даних (*Data Acquisition, DAQ*)	1	25 000	25,0
Програмне забезпечення	1	14 000	14,0
Разом	**—**	**—**	**266,0**

Складено автором за використання даних [329]

Таблиця В.2 – Загальні інвестиції

Категорія витрат	**Діапазон витрат,** *тис. дол. США*
Обладнання (сенсори, аналізатори, програмне забезпечення)	266,0
Встановлення, налаштування обладнання, навчання персоналу (15 % від вартості обладнання)	39,9
Додаткові витрати (обслуговування, резервні деталі) (4-5 % від вартості обладнання)	11,1
Загальні інвестиційні витрати для системи вібраційного моніторингу	**317,0**

Складено та розраховано автором на основі [330]

Таблиця В.3 – Основні фактори економічного ефекту

Фактор	**Опис**	**Величина економічного ефекту,** *тис. дол. США*
Зниження аварійності турбіни	Моніторинг дозволяє виявляти дефекти лопаток на ранніх стадіях, запобігаючи аварійним зупинкам	180,0
Зменшення витрат на ремонт	Завдяки своєчасному обслуговуванню знижуються витрати на заміну деталей і позапланові ремонти	90,0

Продовження таблиці В.3

Оптимізація експлуатації	Контроль вібрації дозволяє працювати турбіні в оптимальному режимі, зменшуючи енергоспоживання та підвищуючи ККД	75,0
Зниження втрат від простоїв	Скорочення часу простою завдяки прогнозованому обслуговуванню	50,0
Зменшення штрафів за недопоставлену електроенергію	Уникнення штрафів і компенсацій за недопоставлену електроенергію через аварійні ситуації	30,0
Підвищення терміну служби лопаток	Контроль стану матеріалу зменшує ризик руйнування та продовжує термін служби лопаток	15,0
Загальна сума економічного ефекту	Сума всіх факторів економії	**440,0**

Складено та розраховано автором на основі [330]

Таблиця В.4 – Ключові показники економічної ефективності впровадження вібраційної діагностики лопаток парової турбіни *К-1000-60/3000*

Показник ефективності	**Загальноприйнята формула для розрахунку**
Рентабельність інвестицій (*Return of Investment, ROI*) $ROI = \frac{(C - C_0)}{C_0} \cdot 100\%$, де C – загальна сума економічного ефекту (440,0 *тис. доларів США*); C_0 – початкові інвестиції (317,0 *тис. доларів США*).	$ROI = \frac{(440\,000 - 317\,000)}{(317\,000)} \cdot 100\% = 38{,}8\,\%$
Термін окупності (*Payback Period, PP*) $PP = \frac{C_0}{C}$	$PP = \frac{317\,000}{440\,000} \approx 0{,}72$ *року* (8,64 *місяців*)
Чиста приведена вартість (*Net Present Value, NPV*) $NPV = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t} - C_0$, де CF_t – грошовий потік у році (рівномірний розподіл по 88,0 *тис. доларів США на рік*); r – ставка дисконтування (приймаємо 10% або 0,1); t – номер року (розрахунок на 5 років).	$NPV =$ $= \frac{88\,000}{(1+0{,}1)^1} + \frac{88\,000}{(1+0{,}1)^2} + \frac{88\,000}{(1+0{,}1)^3}$ $+ \frac{88\,000}{(1+0{,}1)^4} + \frac{88\,000}{(1+0{,}1)^5} - 317\,000 \approx$ $\approx 16\,589{,}24$ *тис. доларів США* > 0

Продовження таблиці В.4

Внутрішня норма рентабельності (*Internal Rate of Return, IRR*) $0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+IRR)^t} - C_0$ Примітка. Це рівняння не має аналітичного розв'язку, тому для знаходження показника *IRR тут і надалі* використано функцію *IRR* з пакета Microsoft Office Excel.	$0 = \frac{88\,000}{(1+IRR)^1} + \frac{88\,000}{(1+IRR)^2} + \frac{88\,000}{(1+IRR)^3} + \frac{88\,000}{(1+IRR)^4} + \frac{88\,000}{(1+IRR)^5} - 317\,000 = 12\,\%$.

Складено та розраховано автором з урахуванням загальновідомих економічних показників [331]

Таблиця В.5 – Оцінка необхідної кількості та підсумкової вартості обладнання для вібраційної діагностики *РВТ*, *РСТ* та *РНТ* турбіни *К-200-130*

Обладнання	**Кількість,** *шт.*	**Вартість за одиницю,** *тис. дол. США*	**Загальна вартість,** *тис. дол. США*
Вібраційні датчики (акселерометри) *Brüel & Kjær* Type 4524	27	2 500	67,5
Лазерний референсний датчик *Brüel & Kjær* Type 3544	3	3000	9,0
Аналізатор вібрації *Brüel & Kjær* Type 3660-C	1	35 000	35,0
Система збору даних (DAQ)	1	25 000	25,0
Програмне забезпечення	1	12 000	12,0
Разом	–	–	**148,5**

Складено автором за використання даних [329]

Таблиця В.6 – Загальні інвестиції

Категорія витрат	**Діапазон витрат,** *тис. дол. США*
Обладнання (сенсори, аналізатори, програмне забезпечення)	148,5
Встановлення, налаштування обладнання навчання персоналу (15 % від вартості обладнання)	22,275
Додаткові витрати (обслуговування, резервні деталі) (4-5 % від вартості обладнання)	11,5
Загальні інвестиційні витрати для системи вібраційного моніторингу	**170,775**

Складено та розраховано автором на основі [330]

Таблиця В.7 – Основні фактори економічного ефекту

Фактор	**Опис**	**Величина економічного ефекту,** *тис. дол. США*
Запобігання аварійним зупинкам	Зниження втрат від недовиробленої електроенергії завдяки ранньому виявленню дефектів та уникненню простоїв	95,0
Зниження вартості аварійних ремонтів	Виявлення дефектів на ранніх стадіях дозволяє уникнути дорогих капітальних ремонтів роторів	70,0
Подовження ресурсу роторів	Оптимізація режимів роботи та зменшення зношення дозволяє відтермінувати капітальні ремонти	40,0
Оптимізація балансування роторів	Контроль балансування зменшує навантаження на підшипники та підвищує ефективність роботи турбіни	30,0
Загальний економічний ефект	Сума всіх факторів економії	**235,0**

Складено та розраховано автором на основі [330]

Таблиця В.8 – Ключові показники економічної ефективності впровадження вібраційної діагностики *РВТ*, *РСТ* та *РНТ* турбіни *К-200-130*

Показник ефективності	**Загальноприйнята формула для розрахунку**
Рентабельність інвестицій (*Return of Investment, ROI*) $ROI = \frac{(C - C_0)}{C_0} \cdot 100\%$, де C = 235,0 *тис. доларів США*; C_0 = 170,775 *тис. доларів США*.	$ROI = \frac{(235\,000 - 170\,775)}{(170\,775)} \cdot 100\% = 37{,}6\,\%$
Термін окупності (*Payback Period, PP*) $PP = \frac{C_0}{C}$	$PP = \frac{170\,775}{235\,000} \approx 0{,}72$ *року* (8,64 *місяців*)
Чиста приведена вартість (*Net Present Value, NPV*) $NPV = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t} - C_0$, де CF_t = 47,0 *тис. доларів США на рік*; r = 10% або 0,1; t = 5 років.	$NPV = \frac{47\,000}{(1+0{,}1)^1} + \frac{47\,000}{(1+0{,}1)^2} + \frac{47\,000}{(1+0{,}1)^3} + \frac{47\,000}{(1+0{,}1)^4} + \frac{47\,000}{(1+0{,}1)^5} - 170\,775 \approx$ $\approx 7391{,}98$ *тис. доларів США* > 0

Продовження таблиці В.8

Внутрішня норма рентабельності (*Internal Rate of Return, IRR*) $$0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+IRR)^t} - C_0$$	$$0 = \frac{47\,000}{(1+IRR)^1} + \frac{47\,000}{(1+IRR)^2} + \frac{47\,000}{(1+IRR)^3} + \frac{47\,000}{(1+IRR)^4} + \frac{47\,000}{(1+IRR)^5} - 170\,775 = 12\,\%$$

Складено та розраховано автором з урахуванням загальновідомих економічних показників [331]

Таблиця В.9 – Оцінка необхідної кількості обладнання для вібраційної діагностики валопроводу турбіни *К-200-130*

Контрольована зона	**Тип датчика**	**Кількість точок вимірювання**	**Датчиків на точку,** *шт.*	**Разом датчиків,** *шт.*
Підшипникові опори (5 шт.)	Акселерометри	5	2 (горизонтальний + вертикальний)	10
Ротори (3 шт.)	Ємнісні датчики зміщення	3	2	6
Муфти між роторами (2 шт.)	Лазерні датчики	2	2	4
Загальна кількість датчиків	–	–	–	**20**

Складено та розраховано автором

Таблиця В.10 – Оцінка підсумкової вартості обладнання для вібраційної діагностики валопроводу турбіни *К-200-130*

Обладнання	**Модель**	**Кількість**	**Вартість за одиницю,** *тис. дол. США*	**Загальна вартість,** *тис. дол. США*
Акселерометри	*Brüel & Kjær* Тип 4524	10	2 500	25,0
Ємнісні датчики зміщення	*Brüel & Kjær* Тип 4340	6	3 200	19,2
Лазерні датчики	*Brüel & Kjær* Тип 8329	4	4 500	18,0
Аналізатор вібрації	*Brüel & Kjær* Тип 3660-C	1	35 000	35,0
Загальна вартість	–	–	–	**97,2**

Складено автором за використання даних [329]

Таблиця В.11 – Загальні інвестиції

Категорія витрат	**Діапазон витрат,** *тис. дол. США*
Обладнання (сенсори, аналізатори)	97,2
Програмне забезпечення	12,0
Встановлення, налаштування обладнання навчання персоналу (15 % від вартості обладнання + вартість програмного забезпечення)	16,38
Додаткові витрати (обслуговування, резервні деталі) (4-5 % від вартості обладнання)	11,5
Загальні інвестиційні витрати для системи вібраційного моніторингу	**137,08**

Складено та розраховано автором на основі [330]

Таблиця В.12 – Основні фактори економічного ефекту

Фактор	**Опис**	**Величина економічного ефекту,** *тис. дол. США*
Зниження витрат на обслуговування та ремонт	Виявлення дефектів на ранніх стадіях дозволяє значно знизити витрати на екстрені ремонти та часткові заміни обладнання	45,0
Збільшення надійності та терміну служби турбіни	Застосування діагностики дозволяє продовжити термін служби валопроводу, зменшуючи ймовірність великих аварій та збоїв	50,0
Запобігання простою обладнання	Своєчасна діагностика неполадок дозволяє уникати непередбачених зупинок, що призводить до збереження виробничого часу	40,0
Оптимізація витрат на енергію	Підвищення ефективності роботи турбіни завдяки усуненню дисбалансу роторів і зменшенню механічних втрат	30,0
Покращення обслуговування та планування	Збір точних даних дозволяє точніше планувати технічне обслуговування та знижувати непотрібні витрати.	25,0
Загальний економічний ефект	Сума всіх факторів економії	**190,0**

Складено та розраховано автором на основі [330]

Таблиця В.13 – Ключові показники економічної ефективності впровадження вібраційної діагностики валопроводу турбіни *К-200-130*

Показник ефективності	Загальноприйнята формула для розрахунку
Рентабельність інвестицій (*Return of Investment, ROI*) $ROI = \frac{(C - C_0)}{C_0} \cdot 100\%$, де C = 190,0 *тис. доларів США*; C_0 = 137,08 *тис. доларів США*.	$ROI = \frac{(190\,000 - 137\,080)}{(137\,080)} \cdot 100\% = 38{,}6\%$
Термін окупності (*Payback Period, PP*) $PP = \frac{C_0}{C}$	$PP = \frac{137\,080}{190\,000} \approx 0{,}72$ року (8,64 місяців)
Чиста приведена вартість (*Net Present Value, NPV*) $NPV = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+r)^t} - C_0$, де CF_t = 38,0 *тис. доларів США на рік*; r = 10% або 0,1; t = 5 років.	$NPV = \frac{38\,000}{(1+0{,}1)^1} + \frac{38\,000}{(1+0{,}1)^2} + \frac{38\,000}{(1+0{,}1)^3} + \frac{38\,000}{(1+0{,}1)^4} + \frac{38\,000}{(1+0{,}1)^5} - 137\,080$ $\approx \approx 6969{,}9$ *тис. доларів США* > 0
Внутрішня норма рентабельності (*Internal Rate of Return, IRR*) $0 = \sum_{t=1}^{n} \frac{CF_t}{(1+IRR)^t} - C_0$	$0 = \frac{38\,000}{(1+IRR)^1} + \frac{38\,000}{(1+IRR)^2} + \frac{38\,000}{(1+IRR)^3} + \frac{38\,000}{(1+IRR)^4} + \frac{38\,000}{(1+IRR)^5} - 137\,080$ $= 12\ \%$

Складено та розраховано автором з урахуванням загальновідомих економічних показників [331]

ДОДАТОК Г

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ТА ЛІСТИНГ ПРОГРАМНОГО КОДУ

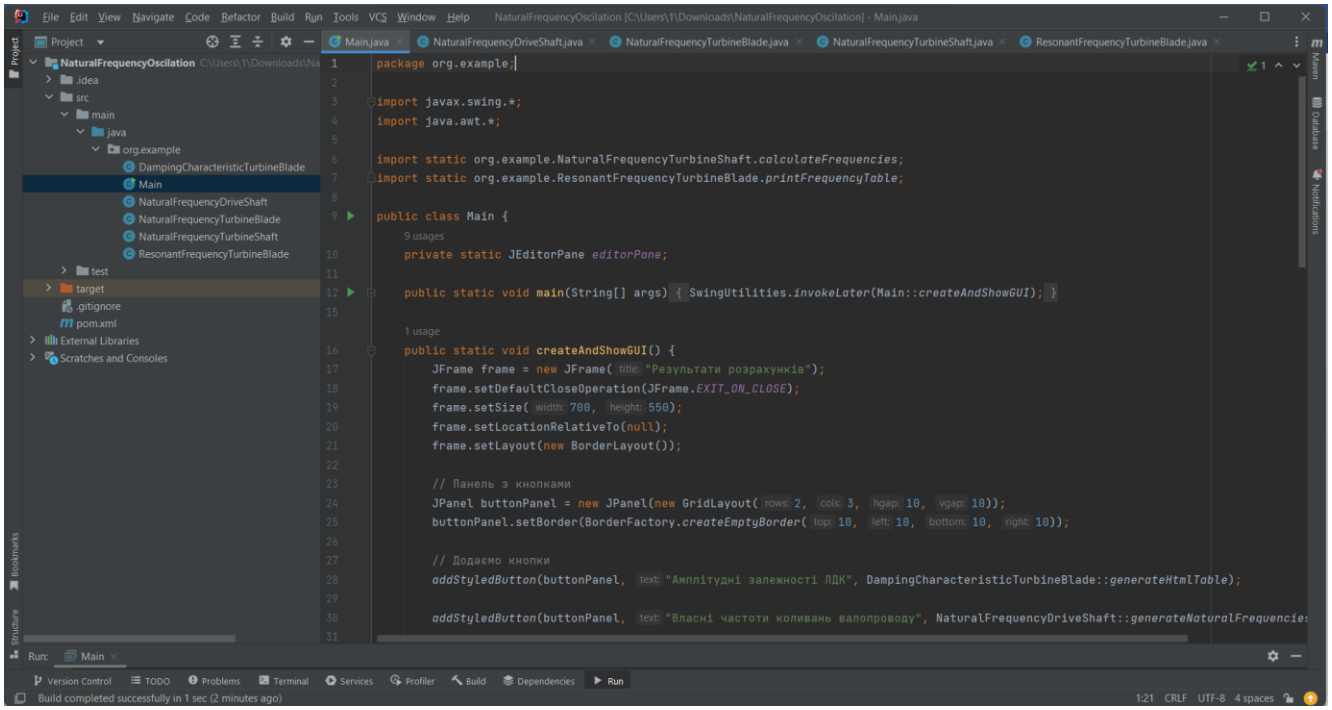
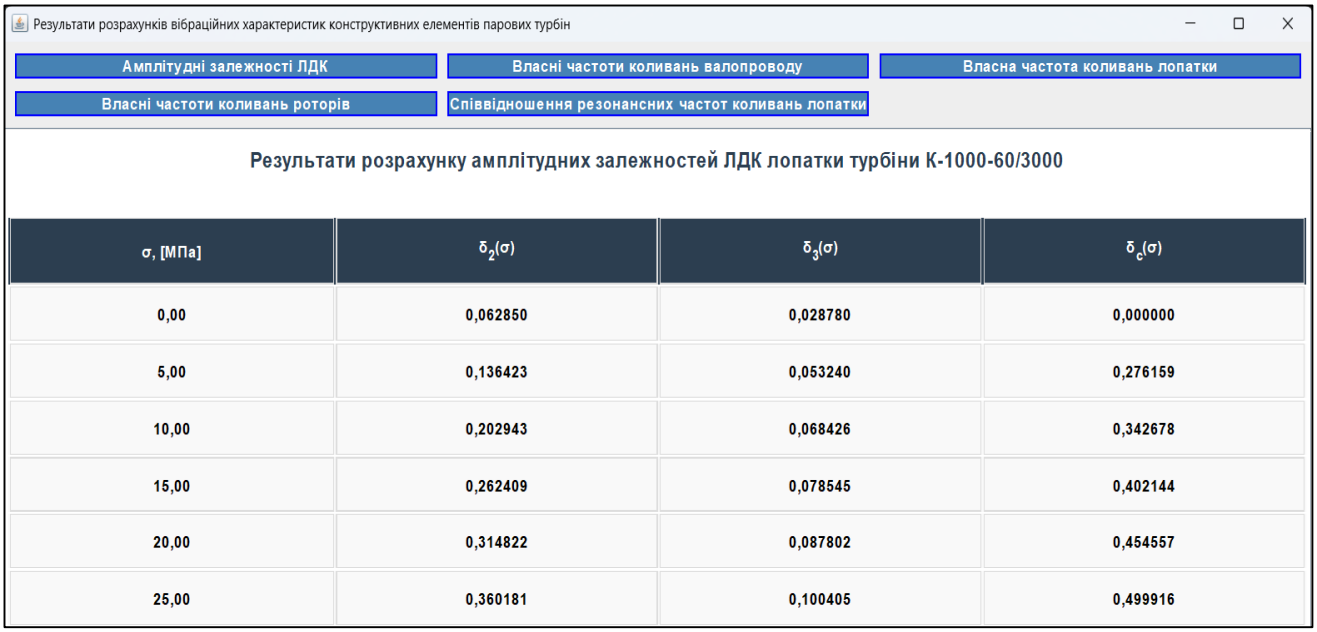


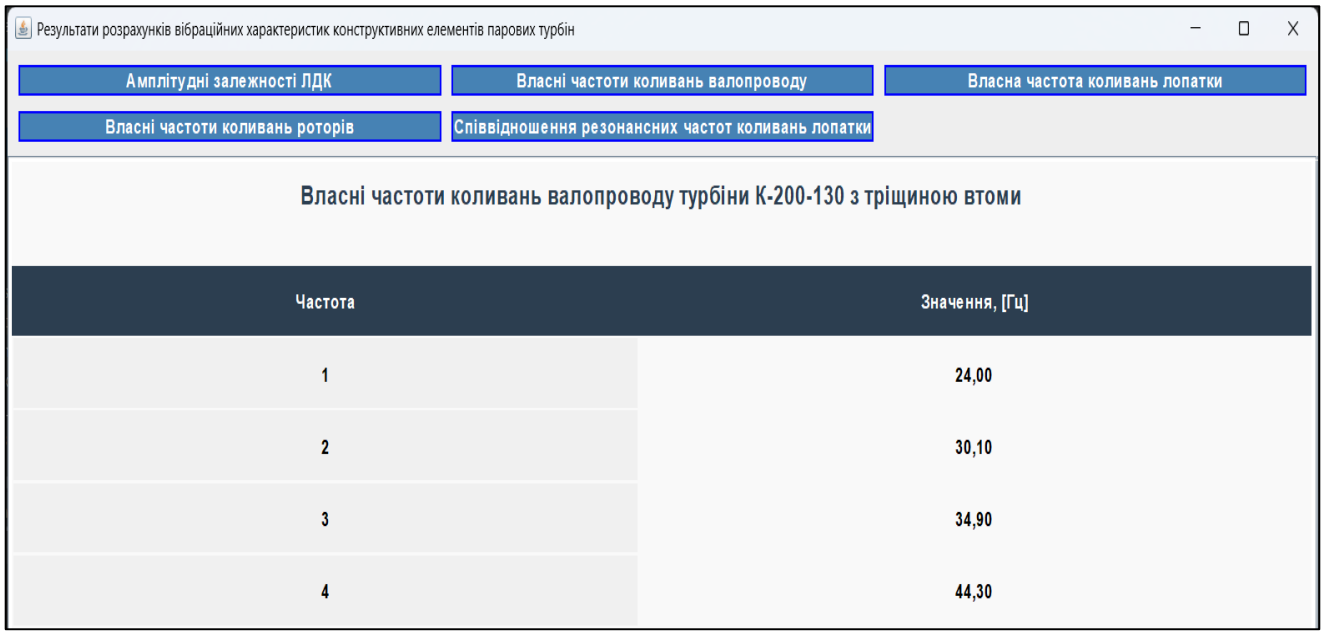
Рисунок Г.1 – Графічна інтерпретація інтегрованого середовища розробки *IntelliJ IDEA*



σ, [МПа]	$\delta_2(\sigma)$	$\delta_3(\sigma)$	$\delta_c(\sigma)$
0,00	0,062850	0,028780	0,000000
5,00	0,136423	0,053240	0,276159
10,00	0,202943	0,068426	0,342678
15,00	0,262409	0,078545	0,402144
20,00	0,314822	0,087802	0,454557
25,00	0,360181	0,100405	0,499916

Рисунок Г.2 – Візуалізація результатів розрахунку амплітудних залежностей *ЛДК* лопатки турбіни *К-1000-60/3000*

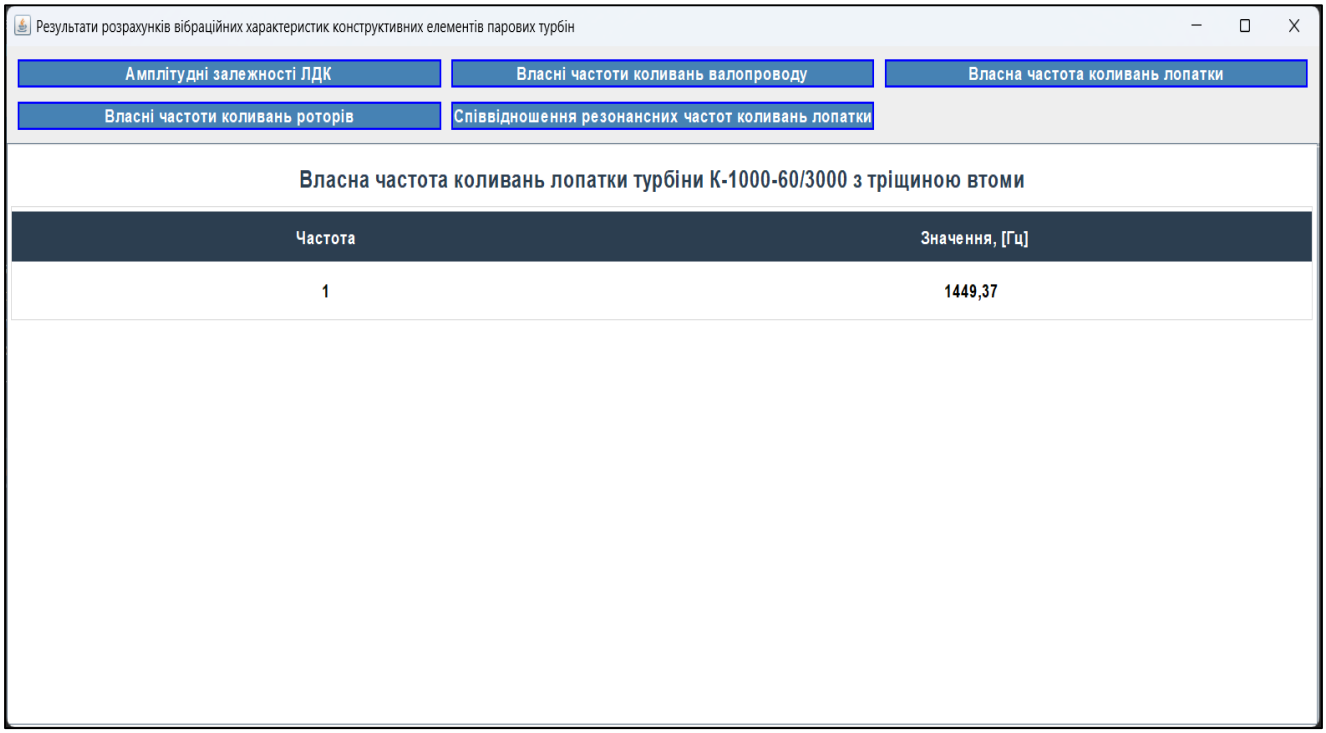
(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)



Частота	Значення, [Гц]
1	24,00
2	30,10
3	34,90
4	44,30

Рисунок Г.3 – Візуалізація результатів розрахунку власних частот коливань валопроводу турбіни *К-200-130* з тріщиною втоми

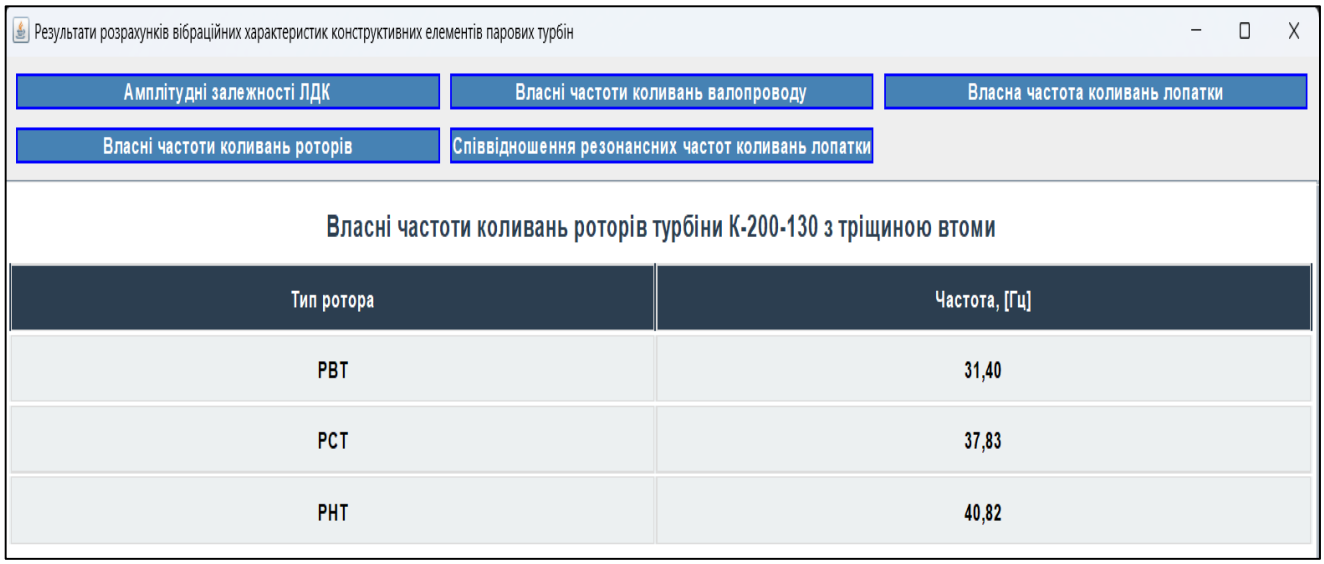
(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)



Частота	Значення, [Гц]
1	1449,37

Рисунок Г.4 – Візуалізація результатів розрахунку власної частоти коливань лопатки турбіни *К-1000-60/3000* з тріщиною втоми

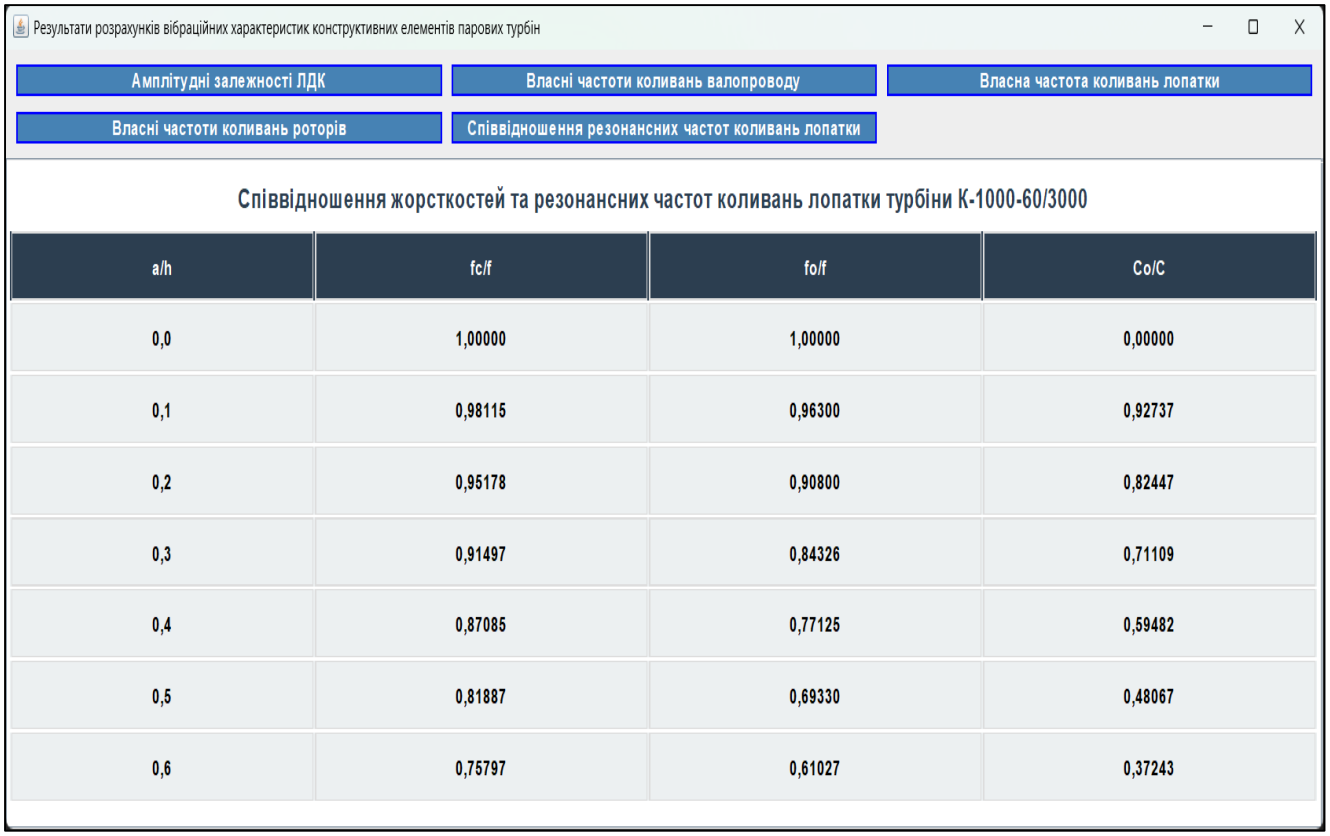
(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)



Тип ротора	Частота, [Гц]
РВТ	31,40
РСТ	37,83
РНТ	40,82

Рисунок Г.5 – Візуалізація результатів розрахунку власних частот коливань роторів турбіни *К-200-130* з тріщиною втоми

(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)



a/h	fc/f	fo/f	Co/C
0,0	1,00000	1,00000	0,00000
0,1	0,98115	0,96300	0,92737
0,2	0,95178	0,90800	0,82447
0,3	0,91497	0,84326	0,71109
0,4	0,87085	0,77125	0,59482
0,5	0,81887	0,69330	0,48067
0,6	0,75797	0,61027	0,37243

Рисунок Г.6 – Візуалізація результатів розрахунку співвідношення жорсткостей та резонансних частот коливань лопатки турбіни *К-1000-60/3000*

(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)

Лістинг Г.1 – Головний клас **Main.java** для запуску програми розрахунків

```
package org.example;

import javax.swing.*;
import java.awt.*;

import static
org.example.NaturalFrequencyTurbineShaft.calculateFrequencies;
import static
org.example.ResonantFrequencyTurbineBlade.printFrequencyTable;

public class Main {
    private static JEditorPane editorPane;

    public static void main(String[] args) {
        SwingUtilities.invokeLater(Main::createAndShowGUI);
    }

    public static void createAndShowGUI() {
        JFrame frame = new JFrame("Результати розрахунків
вібраційних характеристик конструктивних елементів парових турбін");
        frame.setDefaultCloseOperation(JFrame.EXIT_ON_CLOSE);
        frame.setSize(700, 550);
        frame.setLocationRelativeTo(null);
        frame.setLayout(new BorderLayout());

        // Панель з кнопками
      JPanel buttonPanel = new JPanel(new GridLayout(2, 3, 10, 10));
      buttonPanel.setBorder(BorderFactory.createEmptyBorder
(10, 10, 10, 10));

        // Додаємо кнопки
        addStyledButton(buttonPanel, "Амплітудні залежності ЛДК",
DampingCharacteristicTurbineBlade::generateHtmlTable);

        addStyledButton(buttonPanel, "Власні частоти коливань
валопроводу",
NaturalFrequencyDriveShaft::generateNaturalFrequenciesHtmlTable);

        addStyledButton(buttonPanel, "Власна частота коливань
лопатки", () -> {
            double frequency = 1449.37; // Результат розрахунку
частоти лопатки з класу NaturalFrequencyTurbineBlade
            return
NaturalFrequencyTurbineBlade.generateHtmlTableForFrequency(frequency
);
        });

        addStyledButton(buttonPanel, "Власні частоти коливань
роторів", () -> {
            var freqs = calculateFrequencies();
```

Продовження лістингу Г.1

```
            return
NaturalFrequencyTurbineShaft.generateTable(freqs.getFreq1(),
freqs.getFreq2(), freqs.getFreq3());
        });

        addStyledButton(buttonPanel, "Співвідношення резонансних
частот коливань лопатки", () -> {
            var blade = new ResonantFrequencyTurbineBlade(1659.4);
            return printFrequencyTable(blade.f);
        });
        // Вивід результатів
        editorPane = new JEditorPane("text/html", null);
        editorPane.setEditable(false);
        editorPane.setBackground(Color.WHITE);
        editorPane.setFocusable(false);
        editorPane.setHighlighter(null);
        editorPane.setSelectionColor(new Color(255, 255, 255, 0));
        editorPane.setCaretColor(new Color(255, 255, 255, 0));
        JScrollPane scrollPane = new JScrollPane(editorPane);

        frame.add(buttonPanel, BorderLayout.NORTH);
        frame.add(scrollPane, BorderLayout.CENTER);
        frame.setVisible(true);
    }

    private static void addStyledButton(JPanel panel, String text,
HtmlSupplier htmlSupplier) {
        JButton button = new JButton(text);
    button.setBackground(new Color(70, 130, 180));
    button.setForeground(Color.WHITE);
    button.setFocusPainted(false);
    button.setFocusable(false);
    button.setFont(new Font("Arial", Font.BOLD, 14));
    button.setBorder(BorderFactory.createLineBorder(Color.BLUE, 2));
        button.addActionListener(e ->
updateEditorPane(htmlSupplier.getHtml()));
        panel.add(button);
    }
    private static void updateEditorPane(String htmlContent) {
        editorPane.setText(htmlContent);
    }
    @FunctionalInterface
    interface HtmlSupplier {
        String getHtml();
    }
}
```

(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)

Лістинг Г.2 – Клас **NaturalFrequencyTurbineBlade. java** для розрахунку власної частоти першої форми коливань лопатки турбіни *К-1000-60/3000* з тріщиною

```
package org.example;

import org.apache.commons.math3.linear.*;

public class NaturalFrequencyTurbineBlade {

    public NaturalFrequencyTurbineBlade() {
        // Вхідні параметри
        double E = 200e9; // Модуль Юнга, [Па];
        double rho = 7800; // Густина матеріалу лопатки
(сталь 20Х13),[кг/м³];
        double L = 112e-3; // Довжина лопатки, [м];
        double mL = 6e-2; // Зосереджена маса на кінці лопатки,[кг];
        double Iu = 6.79714e-8; // Момент інерції, [м⁴];
        double Im = 7.5264e-4; // Момент інерції зосередженої маси,
[кг*м²];
        double h = 18.64e-3; // Висота перерізу, [м];
        double F = 3.473e-4; // Площа поперечного перерізу, [м²];
        double a = 1.8e-3; // Глибина тріщини, [м];
        double v = 14.5e-3; // Відстань до нейтральної осі, [м];
        double r = h * 0.75; // Радіус кола, що описує фронт
тріщини, [м].
        double Lc = 0; // Відстань від защемлення до тріщини, [м];

        double Wu = Iu / v; // Розрахунок моменту опору, Wu
        double gamma = a / h; // Відносна глибина тріщини, gamma

        // Розрахунок коригувального коефіцієнта ξ(γ), що враховує
нелінійний вплив тріщини
        double dzetta = 1.28167 - 2.1202 * gamma + 1.73794 *
Math.pow(gamma, 2)- 0.70575 * Math.pow(gamma, 3) + 0.11361 *
Math.pow(gamma, 4);

        // Обчислення коефіцієнта жорсткості kappa_c
        double kappa_c = (4 / (E * Math.pow(Wu, 2))) * Math.PI *
Math.pow(a, 2) * r * Math.acos(1 - (a / r)) * dzetta;
        double k_oi = 1.75; // Для першої власної частоти коливань
лопатки з тріщиною (характеристика згинальних коливань)
        double phi_i = k_oi * L; // Параметр, що враховує довжину
лопатки
        double psi_i = (Lc * phi_i) / L; // Модифікований параметр,
що враховує положення тріщини
```

Продовження лістингу Г.2

```
        // Обчислення параметрів
        double q0 = (Im * Math.pow(phi_i, 3)) / (rho * F *
Math.pow(L, 3)); // параметр, що пов'язує інерційні властивості
та жорсткість

        double g0 = (mL * phi_i) / (rho * F * L); // Параметр,
що враховує масові характеристики
        double r0 = (E * Iu * kappa_c * psi_i) / L; // Параметр
впливу наявності тріщини на жорсткість лопатки.

        // Розмірність матриці
        int size = 6;

        // Задання загальної квадратної матриці коефіцієнтів
        RealMatrix matrix = new Array2DRowRealMatrix(new double[][]{
                {U(phi_i, k_oi) - q0 * V(phi_i, k_oi), V(phi_i,
k_oi) - q0 * S(phi_i, k_oi), S(phi_i, k_oi) - q0 * T(phi_i, k_oi),
T(kappa_c * phi_i, k_oi) - q0 * U(phi_i, k_oi), 0, 0},
                {T(phi_i, k_oi) + g0 * S(phi_i, k_oi), U(phi_i,
k_oi) + g0 * T(phi_i, k_oi), V(phi_i, k_oi) + g0 * U(phi_i, k_oi),
S(phi_i, k_oi) + g0 * V(phi_i, k_oi), 0, 0},
                {S(psi_i, k_oi), T(psi_i, k_oi), U(psi_i, k_oi),
V(psi_i, k_oi), -S(psi_i, k_oi), -T(psi_i, k_oi)},
                {V(psi_i, k_oi) - r0 * U(psi_i, k_oi), S(psi_i,
k_oi) - r0 * V(psi_i, k_oi), T(psi_i, k_oi) - r0 * S(psi_i, k_oi),
U(psi_i, k_oi) - r0 * T(psi_i, k_oi), -T(psi_i, k_oi), -U(psi_i,
k_oi)},
                {U(psi_i, k_oi), V(psi_i, k_oi), S(psi_i, k_oi),
T(psi_i, k_oi), -S(psi_i, k_oi), -V(psi_i, k_oi)},
                {T(psi_i, k_oi), U(psi_i, k_oi), V(psi_i, k_oi),
S(psi_i, k_oi), -V(psi_i, k_oi), -S(psi_i, k_oi)}

        });

        // Обчислення власних значень (коренів рівняння)
        EigenDecomposition eigenDecomposition = new
EigenDecomposition(matrix);
       double[]eigenvalues= eigenDecomposition.getRealEigenvalues();

        // Розрахунок першої частоти
double frequency=Math.sqrt(Math.abs(eigenvalues[0]))/(2*Math.PI*L);
// Перетворення у герци

    }

    public static String generateHtmlTableForFrequency(double
frequency) {
        return "<html><body style='font-family: Arial, sans-
```

Продовження лістингу Г.2

```
serif;'>"+
            "<h2 style='color: #2c3e50; text-align: center;'>Власна
частота коливань лопатки турбіни К-1000-60/3000 з тріщиною
втоми</h2>"+
            "<table style='width: 100%; border-collapse: collapse;
border: 1px solid #ddd;'>"+
            "<thead style='background-color: #2c3e50; color:
white;'>"+
            "<tr><th style='padding: 8px;'>Частота</th> <th
style='padding: 8px;'>Значення, [Гц]</th></tr></thead>"+
            "<tbody>"+
            String.format("<tr><td style='padding: 8px; text-align:
center;'><b>1</b></td><td style='padding: 8px; text-align:
center;'><b>%.2f </b></td></tr>", frequency)+
            "</tbody></table></body></html>";
    }

    // Загальні функції U, V, S, T для коефіцієнтів
    private static double U(double x, double k_oi) {
        return (Math.cosh(k_oi * x) - Math.cos(k_oi * x)) / 2.0;
    }

    private static double V(double x, double k_oi) {
        return (Math.sinh(k_oi * x) - Math.sin(k_oi * x)) / 2.0;
    }

    private static double S(double x, double k_oi) {
        return (Math.cosh(k_oi * x) + Math.cos(k_oi * x)) / 2.0;
    }

    private static double T(double x, double k_oi) {
        return (Math.sinh(k_oi * x) + Math.sin(k_oi * x)) / 2.0;
    }
}
```

(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)

Лістинг Г.3 – Клас **ResonantFrequencyTurbineBlade.java** для розрахунку співвідношення жорсткостей та резонансних частот коливань лопатки турбіни *К-1000-60/3000*

```
 package org.example;

public class ResonantFrequencyTurbineBlade {
    final double f;

    public ResonantFrequencyTurbineBlade(double freq) {
        this.f = freq;
    }

    // Розрахунок частоти
    public static double calculateNotCrackedFrequency(double f,
double rel) {
        return f * (1 - 0.7626 * Math.pow(rel, 1.3141));
    }

    // Резонансна частота (fc)
    public static double calculateResonantFrequency(double f,
double f0) {
        return (2 * f * f0) / (f + f0);
    }

    // Розрахунок C0 / C
    public static double calculateCoDivC(double f, double fc) {
        return Math.pow((2 / (fc / f) - 1), -2);
    }

    // Статичний метод для створення HTML таблиці
    public static String printFrequencyTable(double f) {
        StringBuilder resultHtml = new StringBuilder();

        resultHtml.append("<html><body style='font-family: Arial,
sans-serif;'>");
        resultHtml.append("<h2 style='color:#2c3e50; text-align:
center; font-family: Arial, sans-serif;'> Співвідношення жорсткостей
та резонансних частот коливань лопатки К-1000-60/3000</h2>");
        resultHtml.append("<table style='border-collapse: collapse;
width: 100%;'>");
        resultHtml.append("<tr style='background-color: #2c3e50;
color: white; font-weight: bold;'>");
        resultHtml.append("<th style='padding: 10px; border: 1px
solid #ddd;'>a/h</th>");
        resultHtml.append("<th style='padding: 10px; border: 1px
solid #ddd;'>fc/f</th>");
        resultHtml.append("<th style='padding: 10px; border: 1px
```

Продовження лістингу Г.3

```
solid #ddd;'>fo/f</th>");
        resultHtml.append("<th style='padding: 10px; border: 1px
solid #ddd;'>Co/C</th>");
        resultHtml.append("</tr>");

      double[] relativeDepths = {0.0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6};
        for (double rel : relativeDepths) {
            double f0 = calculateNotCrackedFrequency(f, rel);
            double fc = calculateResonantFrequency(f, f0);
            double fc_f = fc / f;
            double f0_f = f0 / f;
            double Co_C = calculateCoDivC(f, fc);

            if (rel == 0.0) {
                fc_f = 1.0;
                f0_f = 1.0;
                Co_C = 0.0;
            }

            resultHtml.append(String.format("<tr style='background-
color: #ecf0f1; text-align: center;'>"
                    + "<td style='padding: 10px; border: 1px solid
#ddd;'><b>%.1f</b></td>"
                    + "<td style='padding: 10px; border: 1px solid
#ddd;'><b>%.5f</b></td>"
                    + "<td style='padding: 10px; border: 1px solid
#ddd;'><b>%.5f</b></td>"
                    + "<td style='padding: 10px; border: 1px solid
#ddd;'><b>%.5f</b></td>"
                    + "</tr>", rel, fc_f, f0_f, Co_C));
        }

        resultHtml.append("</table>");
        resultHtml.append("</body></html>");

        return resultHtml.toString();
    }
}
```

(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)

Лістинг Г.4 – Клас **DampingCharacteristicTurbineBlade.java**

для розрахунку характеристики демпфування лопатки турбіни *К-1000-60/3000*

```
 package org.example;

public class DampingCharacteristicTurbineBlade{

    // Квадратичний поліном 2-го степеня
(Сталь 20Х13 у стані постачання (стан 1))
    public static double deltaQuadratic(double sigma) {
        double a0 = 0.06285;
        double a1 = 0.01542;
        double a2 = -1.41071e-4;
        return a0 + a1 * sigma + a2 * sigma * sigma;
    }

    // Кубічний поліном 3-го степеня
(Сталь 20Х13 після гартування з відпуском (стан 2))
    public static double deltaCubic(double sigma) {
        double b0 = 0.02878;
        double b1 = 0.0061;
        double b2 = -2.69626e-4;
        double b3 = 5.60906e-6;
        return b0 + b1 * sigma + b2 * sigma * sigma + b3 *
Math.pow(sigma, 3);
    }

    // Розрахунок потенційної енергії деформації лопатки U(σ)
    public static double calculatePotentialEnergy(double sigma,
double L, double W_u, double I_u, double E) {
        return (L*Math.pow(W_u,2))/(8* I_u *E) * Math.pow(sigma, 2);
    }

    // Розрахунок розсіяної енергії в тріщині
    public static double calculateCrackEnergy(double sigma,
double crackFactor) {
        return crackFactor * Math.pow(sigma, 2);
    }

    // Розрахунок ЛДК з урахуванням тріщини
    public static double calculateDampingWithCrack(double sigma,
double L, double Wu, double Iu, double E, double crackFactor,
int materialState) {
        double delta = (materialState == 1) ? deltaQuadratic(sigma)
: deltaCubic(sigma);

        // Потенційна енергія
        double U = calculatePotentialEnergy(sigma, L, Wu, Iu, E);

        // Якщо потенційна енергія дорівнює нулю (sigma == 0),
то повертаємо нуль для delta_c
        if (U == 0) return 0;
```

Продовження лістингу Г.4

```
// Розсіяна енергія в тріщині
        double deltaUc = calculateCrackEnergy(sigma, crackFactor);
        return delta + deltaUc / (2 * U);
    }
    public static String generateHtmlTable() {

        // Вихідні дані
        double L = 112.0;                // Довжина лопатки, [мм]
        double Wu = 18.64;              // Момент опору поперечного
перерізу, [мм³]
        double Iu = 67971.4;           // Момент інерції поперечного
перерізу, [мм⁴];
        double E = 200000;            // Модуль Юнга, [Па];
        double crackFactor = 1e-7; // Коефіцієнт для розсіяної
енергії в тріщині.

        StringBuilder results = new StringBuilder();
        results.append("<html><body style='font-family: Arial, sans-
serif;'>");
        results.append("<h2 style='color: #2c3e50; text-align:
center;'>Результати розрахунку амплітудних залежностей ЛДК лопатки
турбіни К-1000-60/3000</h2>");
        results.append("<table style='border-collapse: collapse;
width: 100%; margin-top: 20px;'>");
        results.append("<tr style='background-color: #2c3e50; color:
white; text-align: left;'>");
        results.append("<th style='padding: 12px; border: 1px solid
#ddd;'>σ, [МПа]</th>");
        results.append("<th style='padding: 12px; border: 1px solid
#ddd;'>δ<sub>2</sub>(σ)</th>");
        results.append("<th style='padding: 12px; border: 1px solid
#ddd;'>δ<sub>3</sub>(σ)</th>");
        results.append("<th style='padding: 12px; border: 1px solid
#ddd;'>δ<sub>c</sub>(σ)</th></tr>");

        // Перевірка для різних значень амплітуди напружень
        for (double sigma = 0; sigma <= 25; sigma += 5) {
            double delta2 = deltaQuadratic(sigma);
            double delta3 = deltaCubic(sigma);
            double deltaC = calculateDampingWithCrack(sigma, L, Wu,
Iu, E, crackFactor, 1);

            // Додавання результатів до таблиці
            results.append(String.format(
                    "<tr style='text-align: center; background-
color: #f9f9f9;'>" +
                            "<td style='padding: 10px; border: 1px
solid #ddd;'><b>%.2f</b></td>" +
                            "<td style='padding: 10px; border: 1px
solid #ddd;'><b>%.6f</b></td>" +
                            "<td style='padding: 10px; border: 1px
```

Продовження лістингу Г.4

```
solid #ddd;'><b>%.6f</b></td>" +
                                "<td style='padding: 10px; border: 1px
solid #ddd;'><b>%.6f</b></td></tr>",
                        sigma, delta2, delta3, deltaC));
        }

        results.append("</table></body></html>");
        return results.toString();
    }
}
```

(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)

Лістинг Г.5 – Клас **NaturalFrequencyTurbineShaft.java** для розрахунку зміни власної частоти поперечних коливань роторів турбіни *К-200-130*

```
package org.example;

import org.apache.commons.math3.linear.Array2DRowRealMatrix;
import org.apache.commons.math3.linear.EigenDecomposition;
import org.apache.commons.math3.linear.RealMatrix;


public class NaturalFrequencyTurbineShaft {

    public static class TurbineFrequencies {
        private final double freq1;
        private final double freq2;
        private final double freq3;

        public TurbineFrequencies(double freq1, double freq2,
double freq3) {
            this.freq1 = freq1;
            this.freq2 = freq2;
            this.freq3 = freq3;
        }

        public double getFreq1() {
            return freq1;
        }

        public double getFreq2() {
            return freq2;
        }

        public double getFreq3() {
            return freq3;
        }
    }
```

Продовження лістингу Г.5

```
    public static TurbineFrequencies calculateFrequencies() {
        // Вихідні дані:
  double E = 200e9; // Модуль Юнга, [Па];
  double rho = 7800; // Густина матеріалу, [кг/м³];
  double L = 4.5; // Довжина ротора, [м];
  double D1 = 0.44; // Діаметр РВТ, [м];
  double D2 = 0.65; // Діаметр РСТ, [м];
  double D3 = 0.76; // Діаметр РНТ, [м];
  double d = 0.115; // Діаметр технологічного каналу ротора, [м];
  double Lc = 0.5 * L; // Відстань від опори ротора до тріщини, [м];
  double a = 1.8e-3; // Глибина тріщини, [м].

        // Розрахунок площі поперечного перерізу:
double F1 = (Math.PI / 4)*(Math.pow(D1,2)- Math.pow(d, 2)); // РВТ
double F2 = (Math.PI / 4)*(Math.pow(D2, 2)- Math.pow(d, 2)); // РСТ
double F3 = (Math.PI / 4)*(Math.pow(D3, 2)- Math.pow(d, 2)); // РНТ

        // Розрахунок моментів інерції
double I1 = ((Math.PI)/64)*(Math.pow(D1,4) - Math.pow(d,4)); // РВТ
double I2 = ((Math.PI)/64) * (Math.pow(D2,4) - Math.pow(d,4));// РСТ
double I3 = ((Math.PI)/64) * (Math.pow(D3,4) - Math.pow(d,4));// РНТ

        // Розрахунок моменту опору W_x
double Wx1 =(Math.PI*(Math.pow(D1,4)-Math.pow(d,4)))/(32*D1);// РВТ
double Wx2 =(Math.PI*(Math.pow(D2,4)-Math.pow(d,4)))/(32*D2);// РСТ
double Wx3 =(Math.PI*(Math.pow(D3,4)-Math.pow(d, 4)))/(32*D3);// РНТ

        // Розрахунок довжини фронту тріщини
        double C1 = 2 * Math.sqrt((a) * (D1 - a)); // РВТ
        double C2 = 2 * Math.sqrt((a) * (D2 - a)); // РСТ
        double C3 = 2 * Math.sqrt((a) * (D3 - a)); // РНТ

        double gamma1 = a / D1; // Відносна глибина тріщини в РВТ
        double gamma2 = a / D2; // Відносна глибина тріщини в РСТ
        double gamma3 = a / D3; // Відносна глибина тріщини в РНТ
        // Розрахунок коригувального коефіцієнта ξ(γ), що враховує
нелінійний вплив тріщини
double dzetta1 = 0.99666 - 0.59622 * gamma1 - 0.65759 *
Math.pow(gamma1, 2) + 3.53749 * Math.pow(gamma1, 3) - 1.25401 *
Math.pow(gamma1, 4) - 2.48458 * Math.pow(gamma1, 5) + 5.83113 *
Math.pow(gamma1, 6);
        double dzetta2 = 0.99666 - 0.59622 * gamma2 - 0.65759 *
Math.pow(gamma2, 2) + 3.53749 * Math.pow(gamma2, 3) - 1.25401 *
Math.pow(gamma2, 4) - 2.48458 * Math.pow(gamma2, 5) + 5.83113 *
Math.pow(gamma2, 6);
        double dzetta3 = 0.99666 - 0.59622 * gamma3 - 0.65759 *
Math.pow(gamma3, 2) + 3.53749 * Math.pow(gamma3, 3) - 1.25401 *
Math.pow(gamma3, 4) - 2.48458 * Math.pow(gamma3, 5) + 5.83113 *
Math.pow(gamma3, 6);
```

Продовження лістингу Г.5

```
        // Коригувальний коефіцієнт, який відображає зміну енергії
деформації в залежності від від положення тріщини
        double xi1 = 0.79517; // (при куті повороту 0°)
        double xi2 = 0.33951; // (при куті повороту 45°)
        double xi3 = 0.00844; // (при куті повороту 90°)
        double xi4 = 0; // (при куті повороту 135°)

        // Обчислення коефіцієнта жорсткості k_c
        double kappa_c1 = (2 / (E * Math.pow(Wx1, 2))) * Math.PI *
Math.pow(a, 2) * C1 * dzetta1 * xi1;
        double kappa_c2 = (2 / (E * Math.pow(Wx2, 2))) * Math.PI *
Math.pow(a, 2) * C2 * dzetta2 * xi2;
        double kappa_c3 = (2 / (E * Math.pow(Wx3, 2))) * Math.PI *
Math.pow(a, 2) * C3 * dzetta3 * xi3;

        double k_oi = 1.875; // Для першої власної частоти коливань
лопатки з тріщиною (характеристика згинальних коливань)
        double phi_i = k_oi * L; // Параметр, що враховує довжину
лопатки
        double psi_i = (Lc * phi_i) / L; // Модифікований параметр,
що враховує положення тріщини

        // Обчислення параметрів впливу наявності тріщини на
жорсткість роторів
        double r01 = (E * I1 * kappa_c1 * phi_i * psi_i) / L; // РВТ
        double r02 = (E * I2 * kappa_c2 * phi_i * psi_i) / L; // РСТ
        double r03 = (E * I3 * kappa_c3 * phi_i * psi_i) / L; // РНТ

        // Розмірність матриці
        int size = 6;

        // Задання загальної квадратної матриці коефіцієнтів
        RealMatrix matrix = new Array2DRowRealMatrix(new double[][]{
                {0, 0, S(phi_i, k_oi), T(phi_i, k_oi), U(phi_i,
k_oi), V(phi_i, k_oi)},
                {0, 0, U(phi_i, k_oi), V(phi_i, k_oi), S(phi_i,
k_oi), T(phi_i, k_oi)},
                {T(psi_i, k_oi), V(psi_i, k_oi), -S(psi_i, k_oi), -
T(psi_i, k_oi), -U(psi_i, k_oi), -V(psi_i, k_oi)},
                {-S(psi_i, k_oi) - r01 * V(psi_i, k_oi), -U(psi_i,
k_oi) - r02 * T(psi_i, k_oi), V(psi_i, k_oi), S(psi_i, k_oi),
T(psi_i, k_oi), U(psi_i, k_oi)},
                {V(psi_i, k_oi), T(psi_i, k_oi), -U(psi_i, k_oi), -
V(psi_i, k_oi), -S(psi_i, k_oi), -T(psi_i, k_oi)},
                {U(psi_i, k_oi), S(psi_i, k_oi), -T(psi_i, k_oi), -
U(psi_i, k_oi), -V(psi_i, k_oi), -S(psi_i, k_oi)}
        });
```

Продовження лістингу Г.5

```
        // Обчислення власних частот коливань
      EigenDecomposition eigenDecomposition = new
EigenDecomposition(matrix);
     double[] eigenvalues = eigenDecomposition.getRealEigenvalues();

        double frequency1 = Math.sqrt(Math.abs(eigenvalues[0]) /
(2 * Math.PI * Math.pow(L, 2)) * Math.sqrt((E * I1) / (rho * F1)));
// РВТ
        double frequency2 = Math.sqrt(Math.abs(eigenvalues[0]) /
(2 * Math.PI * Math.pow(L, 2)) * Math.sqrt((E * I2) / (rho * F2)));
// РСТ
        double frequency3 = Math.sqrt(Math.abs(eigenvalues[0]) /
(2 * Math.PI * Math.pow(L, 2)) * Math.sqrt((E * I3) / (rho * F3)));
// РНТ

  return new TurbineFrequencies(frequency1, frequency2, frequency3);
    }
    public static String generateTable(double freq1, double freq2,
double freq3) {

        return "<html><body style='font-family: Arial, sans-
serif;'>" +
                "<h2 style='color: #2c3e50;text-align: center;'>
Власні частоти коливань роторів турбіни К-200-130 з тріщиною
втоми</h2>" +
              "<table style='border-collapse: collapse; width:
100%;'>" +
                "<tr style='background-color: #2c3e50; color: white;
text-align: left;'>" +
                "<th style='padding: 8px; border: 1px solid
#ddd;'>Тип ротора</th>" +
                "<th style='padding: 8px; border: 1px solid
#ddd;'>Частота, [Гц]</th>" +
                "</tr>" +
                String.format("<tr style='background-color: #ecf0f1;
text-align: center;'>"
                        + "<td style='padding: 8px; border: 1px
solid #ddd;'><b>РВТ</b></td>"
                        + "<td style='padding: 8px; border: 1px
solid #ddd;'><b>%.2f</b></td></tr>", freq1) +
                String.format("<tr style='background-color: #ecf0f1;
text-align: center;'>"
                        + "<td style='padding: 8px; border: 1px
solid #ddd;'><b>РСТ</b></td>"
                        + "<td style='padding: 8px; border: 1px
solid #ddd;'><b>%.2f</b></td></tr>", freq2) +
                String.format("<tr style='background-color: #ecf0f1;
text-align: center;'>"
                        + "<td style='padding: 8px; border: 1px
solid #ddd;'><b>РНТ</b></td>"
                        + "<td style='padding: 8px; border: 1px
```

Продовження лістингу Г.5

```
solid #ddd;'><b>%.2f</b></td></tr>", freq3) +
                "</table>" +
                "</body></html>";
    }

    private static double S(double x, double k_oi) {
        return Math.pow(x, 3) / k_oi;
    }
    private static double T(double x, double k_oi) {
        return Math.pow(x, 2) * k_oi;
    }
    private static double U(double x, double k_oi) {
        return Math.pow(x, 2) / k_oi;
    }
    private static double V(double x, double k_oi) {
        return Math.pow(x, 4) / k_oi;
    }
}
```

(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)

Лістинг Г.6 – Клас **NaturalFrequencyDriveShaft.java** для розрахунку зміни власної частоти поперечних коливань валопроводу турбіни *К-200-130*

```
     package org.example;
import java.text.DecimalFormat;
import org.apache.commons.math3.linear.*;

public class NaturalFrequencyDriveShaft {
    public static String generateNaturalFrequenciesHtmlTable() {
        // Вихідні дані
        double E = 200e9;        // Модуль Юнга, [Па];
        double rho = 7800;      // Густина матеріалу валопроводу
(Сталь 25Х1МФА), [кг/м³];
        double D = 0.5;        // Діаметр валопроводу, [м];
        double d = 0.115;     // Діаметр технологічного каналу, [м].

double F = (Math.PI / 4) * (Math.pow(D, 2) - Math.pow(d, 2)); //
Площа поперечного перерізу
double I = ((Math.PI) / 64) * (Math.pow(D, 4) - Math.pow(d, 4)); //
Момент інерції
        double[] k_oi_values = {6.334, 7.944, 9.211, 11.692};//
Значення коефіцієнтів k_oi для різних частот коливань характеристика
згинальних коливань
        int frequencyIndex = 1; // зміна індексації частот
        double L1 = 4.72, L2 = 9.04, L3 = 18.28, L = 27.28; //
Довжини ділянок валопроводу, [м]

        DecimalFormat df = new DecimalFormat("#.00");
```

Продовження лістингу Г.6

```
        StringBuilder resultHtml = new StringBuilder();
        resultHtml.append("<html><body style='font-family: Arial,
sans-serif; background-color: #f9f9f9;'>");
        resultHtml.append("<h2 style='color: #2c3e50; text-align:
center;'>Власні частоти коливань валопроводу турбіни К-200-130 з
тріщиною втоми</h2>");
        resultHtml.append("<table style='width: 100%; margin: 20px
auto; border-collapse: collapse;'>");
        resultHtml.append("<thead style='background-color: #2c3e50;
color: white;'><tr><th style='padding: 12px;'>Частота</th><th
style='padding: 12px;'>Значення, [Гц]</th></tr></thead>");
        resultHtml.append("<tbody>");
        // Розрахунок для кожного значення k_oi
        for (double k_oi : k_oi_values) {

            // Створення матриці коефіцієнтів для поточного k_oi
    RealMatrix matrix = new Array2DRowRealMatrix(new double[][]{
{T(k_oi, L1), V(k_oi, L1), 0, 0, 0},
{V(k_oi, L2), T(k_oi, L2), V(k_oi, (L2 - L1)), 0, 0},
{T(k_oi, L3), V(k_oi, L3), V(k_oi,(L3 - L1)), V(k_oi,(L3 - L2)), 0},
{T(k_oi,L), V(k_oi,L),V(k_oi,(L-L1)),V(k_oi,(L-L2)),V(k_oi,(L-L3))},
{V(k_oi, L), T(k_oi, L), T(k_oi, (L - L1)), T(k_oi, (L - L2)),
T(k_oi, (L - L3))}
            });
            // Обчислення власних значень (коренів рівняння)
            EigenDecomposition eigenDecomposition = new
EigenDecomposition(matrix);
   double[] eigenvalues = eigenDecomposition.getRealEigenvalues();

            // Розрахунок частот для кожного значення k_oi
            boolean frequenciesDisplayed = false;
            for (double ignored : eigenvalues) {
                double frequency = ((k_oi * L) / (2 * Math.PI * L *
L)) * Math.sqrt((E * I) / (rho * F));
                if (frequency > 0 && !frequenciesDisplayed) {
                    resultHtml.append("<tr><td style='padding: 12px;
text-align: center; background-color: #f0f0f0;'>")
                            .append("<b>")
                            .append(frequencyIndex)
                            .append("</b>")
                            .append("</td><td style='padding: 12px;
text-align: center;'>")

                            .append("<b>")
                            .append(df.format(frequency))
                            .append("</b></td></tr>");
                    frequencyIndex++;
                    frequenciesDisplayed = true;
                }
            }
        }
```

Продовження лістингу Г.6

```
        resultHtml.append("</tbody></table></body></html>");
        return resultHtml.toString();
    }
    // Загальні функції V, T для коефіцієнтів
    public static double V(double k_oi, double x) {
        return (Math.sinh(k_oi * x) - Math.sin(k_oi * x)) / 2.0;
    }
    public static double T(double k_oi, double x) {
        return (Math.sinh(k_oi * x) + Math.sin(k_oi * x)) / 2.0;
    }
}
```

(розроблено автором з використанням інтегрованого середовища розробки IntelliJ IDEA)