

ВІДГУК

офіційного опонента на дисертаційну роботу
Дяченко Олександра Віталійовича
на тему «Мішані задачі для параболічних систем
в узагальнених просторах Соболева»,
представлену на здобуття ступеня доктора філософії
в галузі знань «Математика та статистика»
за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

Актуальність теми дисертації. Дисертаційна робота О.В. Дяченко є внеском до сучасної теорії параболічних диференціальних рівнянь та її застосувань. Як відомо, параболічні диференціальні рівняння та системи моделюють різні помірно змінні фізичні процеси, зокрема, процеси поширення тепла і дифузії. Їх дослідження математичними методами полягає у головному в отриманні результатів про коректну розв'язність відповідних параболічних початково-крайових (коротко кажучи, мішаних) задач, знаходженні формул їх розв'язків та в дослідженні властивостей розв'язків. Тут важливу роль відіграє вдалий вибір пар нормованих функціональних просторів, у яких розглядаються розв'язки і праві частини цих задач. Звісно, чим тонше градуйована шкала просторів, тим більш точні отримуються результати щодо розв'язності задач та властивостей їх розв'язків. З цією метою широко використовують шкали анізотропних просторів Соболева і Гельдера, градуйовані числовими параметрами.

В останнє десятиліття у роботах В.М. Лося, В.А. Михайлеця і автора цього відгуку запропоновано новий підхід, який полягає у застосуванні деяких гільбертових просторів Хермандера до параболічних задач. Такі простори є широким узагальненням просторів Соболева, залежать від функціонального параметра і завдяки йому утворюють більш тонко градуйовані шкали, ніж використані раніше. У рамках цього підходу була побудована теорія розв'язності лінійних параболічних початково-крайових задач для скалярних диференціальних рівнянь. Природно постало питання про поширення нового підходу на параболічні системи диференціальних рівнянь. Це вдалося зробити В.М. Лосю у випадку параболічних матричних мішаних задач з нульовими даними Коші.

Дисертаційна робота присвячена подальшій розробці вказаного підходу з метою пристосування його до дослідження широкого класу параболічних матричних мішаних задач з неоднорідними даними Коші. Перехід до неоднорідних даних є нетривіальним, оскільки він залучає умови узгодження правих частин задачі та потребує відповідних функціональних просторів. Для параболічних систем ці умови і простори є досить складними за своєю будовою. У роботі досліджено найбільш важливий для застосувань клас

параболічних систем диференціальних рівнянь другого порядку. Зокрема, до нього належить система, що виникає в теорії тепломасообміну, виділена у роботі. Отже, тема дисертаційної роботи О.В. Дяченко є актуальною і перспективною з огляду на зазначений сучасний напрям досліджень параболічних мішаних задач.

Оцінка обґрунтованості наукових результатів дисертації, їх достовірності та новизни. Наукова новизна результатів дисертаційного дослідження полягає в наступному:

1. Встановлено теорему про коректну розв'язність (за Адамаром) неоднорідних лінійних параболічних мішаних задач для систем диференціальних рівнянь другого порядку на відповідних парах узагальнених гільбертових анізотропних просторів Соболева.
2. Знайдено достатні умови глобальної регулярності розв'язків досліджуваних задач у вказаних просторах.
3. Знайдено достатні умови локальної регулярності цих розв'язків у зазначених просторах.
4. Отримано нові достатні умови, за яких вказані узагальнені частинні похідні цих розв'язків є неперервними в заданій частині циліндричної області, в якій розглядаються задачі.
5. Знайдено нові достатні умови класичності узагальнених розв'язків досліджуваних задач.

Ці результати є достовірними, про що свідчать їх повні і коректні доведення, наведені у дисертації. Отже, в дисертаційній роботі поставлене наукове завдання виконано повністю, здобувач повною мірою оволодів методологією наукової діяльності.

Оцінка змісту дисертації, її завершеність та дотримання принципів академічної доброчесності. За своїм змістом дисертаційна робота здобувача Дяченко О.В. повністю відповідає Стандарту вищої освіти зі спеціальності 113 «Прикладна математика» та напрямкам досліджень відповідно до освітньої програми «Прикладна математика». Дисертаційна робота є завершеною науковою працею і свідчить про наявність особистого внеску здобувача у науковий напрям «параболічні диференціальні рівняння та їх застосування».

Розглянувши звіт подібності за результатами перевірки дисертаційної роботи на текстові збіги, можна зробити висновок, що дисертаційна робота Дяченко Олександра Віталійовича є результатом самостійних досліджень здобувача і не містить елементів фальсифікації, компіляції, фабрикації, плагіату.

ту та запозичень. Використані ідеї, результати і тексти інших авторів мають належні посилання на відповідне джерело.

Мова та стиль викладення результатів. Дисертаційна робота написана українською мовою грамотно. Результати викладені у логічній послідовності та зрозуміло. Використана загальновживана у математиці термінологія та система позначень.

Дисертація складається з анотацій українською і англійською мовами, вступу, 3 розділів, висновків до дисертації, списку використаних джерел та додатку. Загальний обсяг дисертації — 99 сторінок.

В анотаціях зазначено актуальність теми дисертації, структуру дисертаційної роботи, вказано основні її результати, наведені ключові слова і список опублікованих праць за її темою.

У вступі пояснено актуальність теми дисертації, зазначено зв'язок роботи з науково-дослідною темою, вказано мету, об'єкт, предмет, завдання і методи дослідження, описано наукову новизну одержаних результатів, вказано, що дисертаційна робота має теоретичний характер та зазначено розділи наук, де можуть бути використані її результати, вказано, що всі наукові результати, винесені на захист, отримані здобувачем самостійно, наведено інформацію про апробацію результатів дисертації, їх публікацію, структуру та обсяг дисертації. Також у вступі стисло викладено зміст дисертації за її розділами з повними формулюваннями основних її результатів.

У першому розділі подано огляд літератури за темою дисертації та обговорено відомі результати, потрібні у дисертаційному дослідженні. Наведено означення узагальнених гільбертових просторів Соболева, які використовуються у теорії параболічних мішаних задач, та деякі їх властивості. Крім того, наведено означення квадратичної інтерполяції з функціональним параметром пар абстрактних гільбертових просторів і вказано потрібні властивості цієї інтерполяції та інтерполяційні властивості узагальнених просторів Соболева. Для усіх наведених відомих результатів вказано точні посилання на джерела.

У другому розділі наведено означення параболічної початково-крайової задачі для систем диференціальних рівнянь другого порядку, заданих у багатовимірному обмеженому циліндрі. Виписано умови узгодження для прямих частин цієї задачі у залежності від їх гладкості, поданої у термінах просторів Соболева. Уведено відповідні простори прямих частин, побудовані на основі узагальнених гільбертових просторів Соболева. Сформульовано у термінах ізоморфізмів теорему 2.1 про коректну розв'язність досліджуваної задачі на відповідних парах цих просторів. Вказану теорему доведено за допомогою методу квадратичної інтерполяції пар просторів Соболева із використанням відомого результату М.В. Житарашу і С.Д. Ейдельмана

про коректну розв'язність задачі на парах анізотропних просторів Соболева. З цією метою доведено ключову лему 2.1 про квадратичну інтерполяцію соболевських просторів правих частин задачі.

У третьому розділі вивчено властивості гладкості (узагальненої і класичної) розв'язків досліджуваної параболічної задачі. Наведено поняття узагальненого розв'язку задачі. Знайдено достатні умови, за яких цей розв'язок належить до вказаного узагальненого простору Соболева в усьому циліндрі, де розглядається задача (теорема 3.1), або на заданій його частині (теорема 3.2), тобто отримано відповідно умови глобальної і локальної узагальненої гладкості. Зауважу, що ці умови є і необхідними на підставі теореми 2.1. Крім того, знайдено достатні умови, за яких вказані узагальнені частинні похідні розв'язків є неперервними на заданій частині циліндра аж до його межі (теорема 3.3). Ці умови сформульовані у термінах приналежності правих частин досліджуваної задачі до деяких узагальнених анізотропних просторів Соболева і є досить тонким, а також точними на класі цих просторів. За допомогою цієї теореми знайдено достатні умови класичності узагальненого розв'язку задачі, також сформульовані у термінах вказаних просторів (теорема 3.4). Ці результати застосовано до важливої параболічної початково-крайової задачі, яка виникає у теорії тепломасообміну. Отримано достатні умови класичності та сильної класичності її розв'язків (теореми 3.5 і 3.6).

У висновках до дисертації вказано основні результати, винесені на захист. Також є висновки до кожного розділу дисертації, що полегшує її читання. У них вказано роботи, в яких було опубліковано або висвітлено результати автора, наведені у відповідному розділі.

Список використаних джерел є досить повним, складається з 64 найменувань, серед яких 40% публікацій надрукована за останні десять років, що підтверджує актуальність теми дисертації.

Додаток містить список публікацій здобувача за темою дисертації та інформацію про апробацію її результатів.

Дисертаційна робота оформлена відповідно до вимог наказу МОН України від 12 січня 2017 р. № 40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертації».

Наукові результати дисертації висвітлені у 5 наукових публікаціях здобувача, серед яких: 2 статті у періодичних наукових виданнях, проіндексованих у базах даних Web of Science Core Collection та/або Scopus, з яких усі 2 статті у виданнях, віднесених до першого – третього квартилів (Q1 – Q3) відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank. Також результати дисертації були апробовані на 3 наукових фахових конференціях.

Публікації здобувача виконані на високому науковому рівні з дотриман-

ням принципів академічної доброчесності.

Таким чином, нові наукові результати, описані в дисертаційній роботі, повністю висвітлені у наукових публікаціях здобувача.

Недоліки та зауваження до дисертаційної роботи. Робота написана досить акуратно, у ній майже нема описок. До неї є такі зауваження:

1. Автор систематично вживає прикметник «гільбертовий» стосовно іменника «простір», наприклад, на сс. 22, 33, 38 – 40 і 55. Загальновживаним є прикметник «гільбертів».
2. Нема єдиного підходу щодо дублювання крайніх знаків у довгих формулах, які займають декілька рядків. В одних формулах знаки дублюються, а в інших — ні; див., наприклад, формули (2.9) і (2.10) на с. 52 та формули (2.12) і (2.13) на с. 53.
3. На с. 52 у двох посиланнях на роботу [21] використано слово «глава» замість «розділ».
4. На тій же с. 52 не зайво було б нагадати, що використані там вирази $\binom{r-1}{q}$ та $\binom{r}{q}$ є біномними коефіцієнтами.
5. На с. 59 у формулі (2.23) потрібна кома перед словом «якщо».
6. Було б корисним зауважити, що сформульовані на сс. 65–67 у вигляді теорем 3.1 і 3.2 умови узагальненої гладкості розв’язків досліджуваної задачі є не лише достатніми (як стверджують ці теореми), а і необхідними, що безпосередньо впливає з теореми 2.1.
7. Назва розділу 3.2 «Умови неперервності та класичності узагальнених розв’язків» (див. с. 67) не зовсім точно відображає його зміст. У цьому розділі отримано істотно більше — знайдено достатні умови неперервності вказаних узагальнених частинних похідних розв’язків, а не лише умови неперервності розв’язків.
8. На с. 86 у висновках до дисертації написане таке не зовсім вдале речення: «Тому використання узагальнених просторів Соболева дає можливість описати властивості гладкості, зокрема неперервності, належних ним функцій більш точно ніж це можна зробити в термінах згаданих класичних шкал функціональних просторів». Поняття неперервності функції не формулюються за допомогою яких-небудь функціональних просторів. Мабуть, автор хотів сказати стосовно неперервності, що використання узагальнених просторів Соболева дозволяє отримати більш тонкі достатні умови неперервності розв’язків параболічних мішаних задач. До речі, перед порівняльним сполучником «ніж» потрібна кома.

Вважаю, що висловлені зауваження не є визначальними і не зменшують загальну наукову новизну і значимість результатів та не впливають на позитивну оцінку дисертаційної роботи.



Висновок про дисертаційну роботу. Вважаю, що дисертаційна робота здобувача ступеня доктора філософії Дяченка Олександра Віталійовича на тему «Мішані задачі для параболічних систем в узагальнених просторах Соболева» виконана на високому науковому рівні, не порушує принципів академічної доброчесності та є закінченим науковим дослідженням, сукупність теоретичних результатів якого розв'язує наукове завдання, що має істотне значення для галузі знань «Математика та статистика». Дисертаційна робота за актуальністю, теоретичною цінністю та науковою новизною повністю відповідає вимогам чинного законодавства України, що передбачені в п. 6–9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44.

Здобувач Дяченко Олександр Віталійович заслуговує на присудження ступеня доктора філософії в галузі знань «Математика та статистика» за спеціальністю 113 «Прикладна математика».

Офіційний опонент:

провідний науковий співробітник
лабораторії диференціальних рівнянь
з частинними похідними
у складі відділу нелінійного аналізу
Інституту математики НАН України
доктор фізико-математичних наук
професор




Підпис Олександр МУРАЧ
ЗАСВІДЧУЮ
Відділ кадрів 
Інститут математики НАН України
16 січня 2024 року «16» 01 2024 р.