

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України  
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»  
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова  
праця на правах рукопису

**ГЕВКО БОГДАН АНДРІЙОВИЧ**

УДК 629.735.33.015.4 : 533.69.048.05

**ДИСЕРТАЦІЯ**

**МОДЕЛЬ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ПРУЖНЕ КРИЛО ЛІТАКА  
ТРАНСПОРТНОЇ КАТЕГОРІЇ ПРИ ПОЛЬОТІ В НЕСПОКІЙНОМУ  
ПОВІТРІ**

Спеціальність 134 – Авіаційна та ракетно-космічна техніка

Галузь знань 13 – Механічна інженерія

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

\_\_\_\_\_ Б.А. Гевко

Науковий керівник Бондар Юрій Іванович, к.т.н., доцент

Київ – 2023

## АНОТАЦІЯ

*Гевко Б.А.* Модель зовнішніх навантажень на пружне крило літака транспортної категорії при польоті в неспокійному повітрі. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 134 – Авіаційна та ракетно-космічна техніка. – Навчально-науковий інститут аерокосмічних технологій, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» Міністерства освіти і науки України, Київ, 2023.

Дисертація присвячена питанню розробки моделі зовнішніх навантажень, що діють на крило великого подовження ( $\lambda \geq 8$ ) літака транспортної категорії при польоті в неспокійному повітрі з урахуванням аеропружності на основі розрахункових та експериментальних досліджень. Вимоги до аналізу динамічного навантаження від поривів повітря та безперервної турбулентності регламентуються нормами льотної придатності.

Навантаження на крило є вихідними даними для проведення аналізу напружено-деформованого стану конструкції та повинні відповідати навантаженням, що діють у реальних умовах польоту. Від ступеня цієї відповідності залежить міцність, закладена в конструкцію крила, його вагова ефективність й параметри втомної міцності. Відомо, що ресурс конструкції залежить від напружень в 4-ому степені. Таким чином, помилка в розрахунках навантажень на  $\pm 5\%$  веде до втрат або збільшення ресурсу на 20%. Як наслідок, високі напруження в конструкції крила ведуть до появи втомних дефектів (тріщин), а занижені напруження призводять до втрати вагової ефективності й підвищенню експлуатаційних витрат. Отримання такої моделі навантажень, яка з високою точністю співпадає з даними експериментальних досліджень та дозволить провести необхідні розрахунки на ранніх етапах проектування літального апарату є актуальною науковою та практичною задачею.

**Метою дослідження** є отримання математичної моделі зовнішніх навантажень літака при польоті в неспокійному повітрі, що забезпечить

відповідність результатів чисельного рішення з урахуванням ефектів нестационарної аеродинаміки результатам експерименту.

У **вступі** обґрунтовано вибір теми досліджень, сформульовані мета і завдання дослідження. Висвітлено зв'язок з науково-дослідними програмами та роботами, а також наукову новизну та практичне значення отриманих результатів. Наведено відомості про апробацію результатів дисертаційної роботи та особистий внесок автора.

В **першому розділі** наведено огляд літератури за темою дисертаційної роботи. Першочергово розглянуто види поривів повітря, що використовуються при моделюванні навантаження конструкції літака: статичний вертикальний порив вітру, однократний порив (у формі  $1-\cos$ ) та безперервна турбулентність (спектральна густина потужності (PSD) турбулентності у формі фон Кармана).

Розглянуто методи визначення навантажень на крило літака при польоті в неспокійному повітрі. Сформульовано порядок розрахунку навантажень: побудова пружно-масової моделі літака; виконання модального аналізу конструкції; побудова аеродинамічної моделі та обчислення аеродинамічних коефіцієнтів, сил та моментів для досліджуваних умов польоту; обчислення приростів навантажень від поривів повітря та сумування з навантаженнями горизонтального польоту для отримання інтегральних сил і моментів.

Описано експериментальні методи дослідження пружних та аеропружних характеристик конструкції: випробування динамічно подібних моделей в аеродинамічних трубах, наземні частотні випробування (НЧВ). Розглянуто методику обробки навантажень виміряних під час льотних випробувань.

На основі проведеного аналізу зроблені висновки та сформульовано задачі, що потребують розв'язання для теоретичних і практичних цілей.

В **другому розділі** проводиться опис запропонованої моделі зовнішніх навантажень на конструкцію крила літака транспортної категорії при польоті в неспокійному повітрі та представлено математичні алгоритми їхньої роботи.

При проектуванні агрегатів ЛА, моделі деталей та вузлів перетворюються у скінченно-елементні моделі (СЕМ), які в свою чергу формують глобальні

СЕМ агрегатів та усієї конструкції ЛА, що мають  $10^4$ - $10^6$  степенів свободи і потребують значних обчислювальних потужностей. Тому, сформульовано алгоритм визначення та побудови осі жорсткості складного просторового агрегату. Це дозволяє описати навантаження й деформований стан конструкції з застосуванням лінійної інженерної теорії вигину й кручення балок змінної жорсткості, що використовує гіпотезу плоских перетинів. Таким чином, отримано балкову пружно-масову модель літака, для якої описано математичні алгоритми побудови й визначення форм та частот власних коливань.

Також розглянуто три методи визначення аеродинамічних навантажень на пружну конструкцію літального апарату: 1) метод стаціонарних вихорів; 2) метод нестаціонарних вихорів; 3) метод циркуляцій.

Отримані результати дозволили сформувати метод визначення навантажень на агрегати літака в тому числі і на крило при польоті в неспокійному повітрі:

1. При модальному аналізі конструкції застосовується метод Ланцоша.
2. Для врахування нестаціонарних аеродинамічних сил використовується метод нестаціонарних вихорів з визначенням цих сил у часовій області шляхом прямого інтегрування рівнянь за часом.
3. Динамічні навантаження визначаються за розподіленими силами.
4. Для визначення навантажень у горизонтальному польоті використано метод, заснований на розкладанні пружних статичних деформацій у ряд по формах власних коливань. В цьому випадку класичні методи визначення статичних навантажень використовуються для перевірки побудови розрахункових пружно-масових та аеродинамічних моделей.

**В третьому розділі** сформульовано та описано структуру та принцип роботи інтегрованої моделі розрахунку навантажень на літак при польоті в неспокійному повітрі. Програмне забезпечення моделі розділене на керуючі підпрограми і окремі підзадачі (сегменти), які виконуються послідовно. Обмін інформацією здійснюється через спільні блоки вищестоящих в ієрархії завантаження сегментів. Це дозволило створити ланцюг логічних моделей

взаємодії програмних засобів. Також наведено перелік, структуру та порядок організації вхідних та вихідних даних необхідних для розрахунку навантажень на крило літака при польоті в неспокійному повітрі.

**Четвертий розділ** містить результати математичного моделювання, НЧВ та льотних випробувань, які дозволили проаналізувати достовірність запропонованої моделі зовнішніх навантажень.

Визначено різницю між результатами розрахунку навантажень від безперервної турбулентності на пружне крило літака транспортної категорії методами ДНВ (Динамика неспокойного воздуха) та IMAD (Interactive Multidisciplinary Aircraft Design). Навантаження, розраховані за допомогою IMAD, загалом нижчі, ніж значення, розраховані ДНВ. Відмінності в результатах зумовлені використанням різних методів опису аеродинамічних поверхонь літака та методів визначення аеродинамічних навантажень. Тому додатково розглянуто різні методи математичного моделювання обтікання ЛА: дипольної решітки (DLM), панельний (Panel), дипольної решітки та постійних тисків (DLM/CPM), вихрових рамок (VFM). Врахування ефектів нестационарної аеродинаміки призводить до зміни значень приростів навантажень від поривів повітря (до 2% у кореневих перетинах крила і до 10% у кінцевих перетинах).

Розглянуто вплив кількості обчислюваних тонів коливань конструкції літака при модальному аналізі на навантаження. Визначено, що при збільшенні кількості тонів величина навантажень зростає, крім навантажень горизонтального польоту, які практично не залежать від кількості тонів. При збільшенні кількості тонів з 20 до 40 – значення не відрізняються більш ніж на 0,5% для вертикального перевантаження  $n_y$  та не більш ніж 0,1% для поперечної сили  $Q_y$  та моментів  $M_z$  та  $M_x$ . Хоча максимальні частоти відрізняються майже у 3,5 рази (30 та 104 Гц), а час обчислень – майже в 4 рази.

Також обчислено навантаження при польоті в умовах безперервної турбулентності на різних режимах (швидкість, висота). З висот виділено мінімальну, де отримані найвищі навантаження та висоти на яких досягається максимальне число Маха  $M_C$ , де отримано значний крутний момент.

Крім того, виконано аналіз динамічної реакції конструкції літака шляхом визначення частот та форм власних коливань регіонального транспортного літака (РТЛ-178) та проведено порівняння з результатами НЧВ літака Ан-178, де отримано високу (до 2,5%) збіжність частот коливань. Додатково визначено навантаження, що виникають при дисбалансі ротора двигуна розміщеного на крилі. Це показало можливість застосування запропонованих моделей літака та навантажень для вирішення задач динамічного навантаження агрегатів літака.

### **Наукова новизна отриманих результатів:**

1. Удосконалено математичну модель зовнішніх навантажень при польоті в неспокійному повітрі для пружного літака, що враховує масові, пружні та аеродинамічні характеристики конструкції літака і параметри поривів повітря та дає можливість підняти точність розрахунків до 2,5%.

2. Синтезовано нову комп'ютерно-інтегровану технологію розрахунку навантажень на літак, що використовує комплексну математичну модель пружного літака транспортної категорії з крилом великого подовження на базі балкових масово-інерційних моделей конструкції літака та панельних аеродинамічних методів.

3. Ідентифіковано параметри впливу зовнішніх факторів на навантаження та динамічну реакцію конструкції крила літака транспортної категорії у відповідності до його пружної моделі та параметрів зовнішніх факторів, при використанні запропонованої моделі навантажень.

4. На основі комп'ютерних технологій, системно комплексовано обчислювальні методи ДНВ та IMAD, а також панельні аеродинамічні методи DLM/CPM, VFM, DLM та Panel, що використовуються для визначення навантажень, що діють на літак при польоті в неспокійному повітрі.

**Ключові слова:** атмосферна турбулентність, навантаження, крило, літак, чисельне моделювання, аеродинаміка, втома, моделювання польоту, динамічна реакція, аеропружність, аеродинамічні характеристики, моделювання авіаційних конструкцій.

## ABSTRACT

*Hevko B.A.* Model of external loads on an elastic wing of a transport category aircraft when flying in turbulent air. – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

Thesis for the degree of Doctor of Philosophy, in specialty 134 – Aviation and Aerospace Technologies, in the field of knowledge 13 – Mechanical Engineering. – Educational and Scientific Institute of Aerospace Technologies, National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Ministry of education and science of Ukraine, Kyiv, 2023.

The Ph.D. thesis is devoted to the issue of developing a model of external loads acting on a wing of a large elongation ( $\lambda \geq 8$ ) of a transport category aircraft when flying in turbulent air, taking into account aeroelasticity based on calculation and experimental studies. Requirements for the analysis of dynamic load from air gusts and continuous turbulence are regulated by airworthiness standards.

Loads on the wing are the initial data for the analysis of the stress-strain state of the structure and must correspond to the loads acting in real flight conditions. The strength built into the wing structure, its weight efficiency, and parameters of fatigue strength depends on the degree of this compliance. It is known that the fatigue strength of the structure depends on the stresses in the 4th degree. Thus, an error in load calculations of  $\pm 5\%$  leads to losses or an increase in fatigue strength by 20%. As a result, high stresses in the wing structure lead to the appearance of fatigue defects (cracks), while low stresses lead to a loss of weight efficiency and increased operating costs. Thus, obtaining such a calculation model of external loads, which with high accuracy coincides with the data of experimental studies and will allow us to carry out the necessary calculations at the early stages of aircraft design, is an urgent scientific and practical task.

**The purpose of the research** is to obtain a mathematical model of the external loads of the aircraft when flying in turbulent air, which will ensure the correspondence of the results of the numerical solution, taking into account the effects of unsteady aerodynamics, to the results of the experiment.

**The introduction** substantiates the choice of the research topic, formulates the purpose and tasks of the research, highlights the connection with research programs and works, as well as scientific novelty and practical significance of the results obtained. Information about the approbation of the results of the dissertation work and the author's personal contribution has provided.

**The first chapter** provides an overview of the literature on the topic of the research. First of all, the types of air gusts, used to determine the load on the aircraft structure are considered: static vertical wind gust, single gust (in the form of 1-cos), and continuous turbulence (power spectral density (PSD) of turbulence in the form of von Karman).

The methods of determining the loads on the wing of the aircraft during flight in turbulent air are considered. The procedure for calculating loads is formulated: designing an elastic-mass model of an airplane; performing a modal analysis of the structure; designing an aerodynamic model and calculating aerodynamic coefficients, forces, and moments for the studied flight conditions; calculating load increments from air gusts and summation with horizontal flight loads to obtain integral forces and moments.

Experimental methods of studying the elastic and aeroelastic characteristics of the structure are described: ground vibration test (GVT), and testing of a dynamically scaled model in a wind tunnel. The method of processing loads measured during flight tests is also considered.

Based on the analysis carried out in the first chapter, conclusions are drawn and problems that need to be solved to achieve the theoretical and practical aims of the study are formulated.

**The second chapter** describes and presents the mathematical algorithms of work of the proposed model of external loads, which act on the structure of the wing of a transport category aircraft when flying in turbulent air.

During designing aircraft structure, models of parts and assemblies are transformed into finite element models (FEM), which in turn form global FEM of aggregates and the entire aircraft structure, which have  $10^4$ - $10^6$  degrees of freedom



and require significant computing power. Therefore, an algorithm for determining and constructing the stiffness axis of a complex spatial aggregate has formulated. That makes it possible to describe the load and deformed state of the structure using the linear engineering theory of bending and torsion of beams of variable stiffness, which uses the hypothesis of plane sections. Thus, a spatial beam elastic-mass model of the aircraft has obtained, for which the mathematical algorithms for designing and determining the forms and frequencies of natural oscillations are describe below.

Three methods of determining the aerodynamic loads on the elastic structure of the aircraft are considered: 1) the method of stationary vortices; 2) the method of non-stationary vortices; 3) method of circulation.

The obtained results made it possible to formulate a method for determining the loads that act on aircraft units, including on the wing during the flight in turbulent air:

1. The Lanzosh method is used in the modal analysis of the structure.
2. To take into account non-stationary aerodynamic forces, the method of non-stationary vortices is used with the determination of these forces in the time domain by direct integration of the equations over time.
3. Dynamic loads are determined by distributed forces.
4. A method based on the decomposition of the elastic static deformations into a series of forms of natural oscillations, is used to determine the loads in horizontal flight. In this case, the classic methods of determining the static loads are used to verify the elastic-mass and aerodynamic models.

**The third chapter** formulates and describes the structure and principle of operation of the integrated model for calculating loads, which act on the aircraft when flying in turbulent air. The software is divided into control routines and separate subtasks (segments), which are executed sequentially. Information exchange is carried out through common blocks of segments higher in the loading hierarchy. This made it possible to create a chain of logical models of the interaction of software tools. The list, structure, and order of organization of input and output data, which are

necessary to calculate the loads acting on the aircraft wing during flight in turbulent air, are also given.

**The fourth chapter** contains the results of mathematical modeling, GVT, and flight tests, which allowed us to analyze the faithfulness of the proposed model of external loads.

The difference between the results of calculating the loads acting on the elastic wing of the transport category aircraft during flight in conditions of continuous turbulence using the DNV (Dinamika nespokojnogo vozduha) and IMAD (Interactive Multidisciplinary Aircraft Design) methods was determined. In general, the values of the loads calculated using IMAD are lower than the values calculated using DNV. The differences in the results are caused by the use of different methods of describing the aerodynamic surfaces of the aircraft and the methods of determining the aerodynamic loads.

Therefore, various methods of mathematical modeling of aircraft flow are additionally considered: the dipole lattice method (DLM), the panel method (Panel), the dipole lattice and constant pressure method (DLM/CPM), and the vortex frame method (VFM). Taking into account the effects of non-stationary aerodynamics leads to a change in the values of load increments from air gusts (up to 2% in the root sections of the wing and up to 10% in the end sections).

The influence of the number of calculated tones of oscillations of the aircraft structure on the wing loading is considered. It was determined that with an increase in the number of tones, the magnitude of the loads increases, except for horizontal flight loads, which practically do not depend on the number of tones. When increasing the number of tones from 20 to 40, the values do not differ by more than 0.5% for the vertical overload  $n_y$  and by no more than 0.1% for the transverse force  $Q_y$  and moments  $M_z$  and  $M_x$ . Although the maximum frequencies differ by almost 3.5 times (30 and 104 Hz), and the calculation time differs by almost 4 times.

The load during flight in conditions of continuous turbulence at different modes (velocity, height) was also calculated. The maximum loads are obtained at the

minimum altitude; however, a significant torque is also obtained at the altitude at which the maximum Mach number  $M_C$  is reached.

In addition, an analysis of the dynamic response of the aircraft structure was performed by determining the frequencies and forms of natural oscillations of regional transport aircraft (RTL-178). The results of the conducted analysis are compared with the results of the GVT of the An-178 aircraft, and a high (up to 2.5%) convergence of oscillation frequencies was obtained. In addition, the loads that occur in case of sustained wing-mounted engine rotor imbalance conditions of the rotor are determined. That showed the possibility of applying the proposed models of aircraft and loads to solve problems of dynamic loading of aircraft units.

### **The scientific novelty of the results:**

1. A mathematical model of external loads during flight in turbulent air for an elastic airplane is improved, which takes into account the mass, elastic, and aerodynamic characteristics of the aircraft structure and the parameters of air gusts and makes it possible to increase the accuracy of calculations up to 2.5%.

2. A new computer-integrated technology for calculating aircraft loads using a comprehensive mathematical model of an elastic transport category aircraft with a high aspect ratio wing based on beam mass-inertial models of aircraft structure and panel aerodynamic methods is synthesized.

3. The parameters of the influence of external factors on the load and dynamic response of the wing structure of a transport category aircraft in accordance with its elastic model and the parameters of external factors, using the proposed loads model, are identified.

4. On the basis of computer technology, the computational methods of DNV and IMAD, as well as the panel aerodynamic methods DLM/CPM, VFM, DLM, and Panel, used to determine the loads acting on the aircraft during flight in turbulent air, are systemically integrated.

**Keywords:** atmospheric turbulence, loads, aircraft, wing, numerical simulation, aerodynamic, fatigue, flight simulation, dynamic response, aeroelasticity, aerodynamic characteristics, aircraft structure modeling.

### Список публікацій здобувача

*Публікації, в яких представлені основні наукові результати дисертації:*

Стаття у періодичному науковому виданні, проіндексованому у базах даних Web of Science Core Collection та Scopus:

1. Hevko B. Comparison of two methods to calculate external loads at flight in continuous turbulence/ B. Hevko, Y. Bondar // Aviation. – 2022. – №26(3).– С. 160–168. ISSN 1648-7788. DOI: [doi.org/10.3846/aviation.2022.17788](https://doi.org/10.3846/aviation.2022.17788) (Scopus, Q4)

Статті у наукових виданнях, включених на дату опублікування до переліку наукових фахових видань України:

2. Гевко Б.А. Методи визначення аеродинамічних навантажень під час польоту у безперервній турбулентності / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Механіка гіроскопічних систем. – 2019. – №38.– С. 60–69. ISSN 0203-3771. DOI: [doi.org/10.20535/0203-3771382019202992](https://doi.org/10.20535/0203-3771382019202992) (Фахове видання)

3. Гевко Б.А. Вплив режиму польоту на величину навантажень від неспокійного повітря / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Механіка гіроскопічних систем. – 2021. – №42.– С. 117–127. ISSN 0203-3771. DOI: [doi.org/10.20535/0203-3771422021268893](https://doi.org/10.20535/0203-3771422021268893) (Фахове видання, “Б”)

*Публікації, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:*

4. Гевко Б.А. Алгоритм визначення навантажень при польоті в неспокійному повітрі / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 9-10 груд. 2019р.:тези допов. – Київ, 2019. – С.7.

5. Гевко Б.А. Особливості навантаження крила літака при польоті в турбулентному повітрі / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 2-го груд. 2020р.:тези допов. – Київ, 2020. – С.17–19.

6. Hevko B. Turbulence loads on the wing of the turbojet airplane / B. Hevko, Y. Bondar // XIII international students and young scientists conference "Intelligence. Integration. Reliability". 9-го груд. 2020р.:тези допов. – Київ, 2020. – С.7–8.

7. Гевко Б.А. Модальний аналіз конструкції літака / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар, А.А. Чуприна // *Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 1-го груд. 2021р.:тези допов.* – Київ, 2021. – С. 3–5.

8. Hevko B. Dynamic response of an elastic aircraft / B. Hevko, Y. Bondar // *XIV international students and young scientists conference "Intelligence. Integration. Reliability". 7-го груд. 2021р.:тези допов.* – Київ, 2021. – С. 14–15.

9. Гевко Б.А. Вісь жорсткості агрегатів транспортного літака / Б.А. Гевко // *Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 7-го груд. 2022р.:тези допов.* – Київ, 2022. – С.11–13.

## ЗМІСТ

ВСТУП .....	16
РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ЛІТАК ПРИ ПОЛЬОТІ В НЕСПОКІЙНОМУ ПОВІТРІ.....	24
1.1 Динамічне навантаження, як фактор міцності.....	24
1.2 Моделі неспокоїного повітря.....	26
1.2.1 Статичний порив вітру .....	26
1.2.2 Модель однократних поривів .....	28
1.2.3 Модель безперервної турбулентності.....	34
1.3 Методи визначення навантажень на крило .....	37
1.3.1 Пружно-масова модель конструкції ЛА .....	38
1.3.2 Чисельні методи визначення аеродинамічних навантажень .....	40
1.4 Експериментальні методи оцінки навантаженості конструкції.....	42
1.4.1 Наземні частотні випробування літака .....	43
1.4.2 Випробування на стендах та в аеродинамічних трубах.....	49
1.4.3 Льотні випробування .....	55
1.4.4 Перевірка адекватності розрахункової моделі та експерименту .....	56
1.5 Постановка рішення наукової задачі .....	64
РОЗДІЛ 2 МОДЕЛЬ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ НА КРИЛО ПРИ ПОЛЬОТІ В НЕСПОКІЙНОМУ ПОВІТРІ.....	65
2.1 Розрахункова пружно-масова схематизація.....	65
2.1.1 Розрахункова модель планеру літака.....	65
2.1.2 Визначення осі жорсткості агрегатів .....	67
2.1.3 Розрахункова балкова схематизація.....	71
2.1.4 Балкова схематизація конструкції літака .....	72
2.1.5 Рівняння коливань конструкції літака .....	76
2.1.6 Форми й частоти власних коливань конструкції літака.....	80
2.2 Аеродинамічна модель .....	86
2.2.1 Метод стаціонарних вихорів.....	87
2.2.2 Метод циркуляцій. ....	89

2.2.3 Метод нестационарних вихорів.....	94
2.3 Визначення навантажень від неспокійного повітря.....	96
2.4 Навантаження в горизонтальному польоті.....	103
2.5 Висновки по розділу 2 .....	105
РОЗДІЛ 3 ОРГАНІЗАЦІЯ МЕТОДИЧНОГО, ІНФОРМАЦІЙНОГО, ПРОГРАМНОГО І ТЕХНІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ .....	107
3.1 Структура методу.....	107
3.2 Вхідна інформація.....	109
3.3 Вихідна інформація.....	118
3.4 Висновки по розділу 3 .....	121
РОЗДІЛ 4. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ НА КРИЛО ЛІТАКА ПРИ ПОЛЬОТІ В НЕСПОКІЙНОМУ ПОВІТРІ .....	122
4.1 Порівняння методів ДНВ та ІМАД .....	122
4.2 Порівняння аеродинамічних методів .....	131
4.3 Визначення необхідної кількості тонів коливань .....	138
4.4 Вплив режиму польоту на навантаження .....	142
4.5 Динамічна реакція літака .....	147
4.6 Експериментальна оцінка навантаженості конструкції ЛА .....	151
4.6.1 Наземні частотні випробування.....	151
4.6.2 Льотні випробування .....	155
4.7 Висновки по розділу 4 .....	158
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ .....	160
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	162
Додаток А Перелік публікацій здобувача.....	174
Додаток Б Порівняння ІМАД та ДНВ.....	176
Додаток В Акт впровадження на ДП «АНТОНОВ».....	180

## ВСТУП

**Актуальність дослідження.** Навантаження на крило є вихідними даними для розрахунків на міцність, для статичних і динамічних випробувань, а також і для проведення аналізу напружено-деформованого стану конструкції. Навантаження, на які забезпечується міцність авіаційної конструкції, повинні відповідати навантаженням, що виникають у випадках, передбачених нормами льотної придатності. Від ступеня цієї відповідності залежить міцність, закладена в конструкцію крила, його вагова ефективність, параметри ресурсу (втомна міцність) й ін. Відомо, що тангенс кута нахилу кривої втоми  $\lambda$  (крива Веллера) [1] для алюмінієвих сплавів становить  $\sim 4$  для понад  $10^5$  циклів навантажень. А це означає, що ресурс конструкції залежить від напружень  $\sigma$  в 4-ому степені. Таким чином помилка в розрахунках навантажень на  $\pm 5\%$  веде до втрат або збільшення ресурсу на 20%. Як наслідок, високі напруження в конструкції крила ведуть до росту тріщин, а занижені напруження призводять до втрати вагової ефективності й підвищенню експлуатаційних витрат [2].

Одним з недостатньо досліджених напрямків в літакобудівній галузі є визначення динамічних навантажень, що діють на конструкцію літальних апаратів, що для авіації є надзвичайно важливою проблемою. Підвищення точності вирішення цієї проблеми буде пов'язане з дослідженнями різного напрямку, як аеродинаміки, динаміки польоту так і міцності та систем керування [3]. Під динамічними навантаженнями розуміють навантаження, які сформовані зовнішніми силами, що діють на літак під час руху і силами від пружних коливань його конструкції.

При визначенні динамічної реакції літака часто допускається, що конструкція літака абсолютно жорстка. На основі цього припущення, прикладені ззовні сили, врівноважуються аеродинамічними і інерційними силами, які є результатом руху літака як твердого тіла. Це призводить до певних помилок. Деформація викликає додаткові аеродинамічні сили, що впливають на сумарну реакцію літака. Крім того, додатково з'являються коливальні рухи конструкції літака, які здійснюють значний вплив на розподіл



напружень в конструкції і дещо менший вплив на сумарну реакцію літака. Таким чином, дослідження польоту пружного літака в неспокійному повітрі потребує розв'язання задач аеропружності для забезпечення необхідної міцності конструкції. [4, 5]

Динамічні навантаження виникають при польоті в турбулентній атмосфері, прольоті через супутній вихровий слід іншого літака і т.д. Визначення динамічних навантажень відноситься до задач забезпечення безпеки польоту за умовами міцності. Вирішенню даної проблеми було приділено увагу ще в 1940-х роках. Перші теоретичні методи були орієнтовані на аналітичні методи, згодом з середини 1950-х років почали з'являтися чисельні методи. Ускладнення пружно-масових схем конструкцій, а також уточнення аеродинамічних теорій призвело до подальшого удосконалення математичного забезпечення методів розрахунку. Також пройшли удосконалення експериментальні методи досліджень динамічних навантажень – на динамічно подібних моделях в аеродинамічних трубах і при натурних льотних випробуваннях. Більшість методів для визначення динамічних навантажень потребують індивідуального підходу і модернізації (модифікації) для кожної розглядуваної задачі та потребують удосконалення динамічних моделей з використанням нестационарної аеродинаміки та врахуванням впливу роботи систем автоматичного керування на навантаження.

Політ в неспокійному повітрі є одним з основних розрахункових випадків для визначення міцності при дії динамічних навантажень, особливо це відноситься до міцності крила, фюзеляжу і кріплення двигунів [3]. Неспокійне повітря, – це узагальнене позначення поривів повітря, що використовуються при визначенні навантажень на літальні апарати, в якості синонімів може використовуватися: атмосферна турбулентність або турбулентна атмосфера. Розглядається два основні види поривів неспокійного повітря: дискретний порив і безперервна турбулентність. Екстремальні навантаження від однократного пориву використовують для визначення статичної міцності літака, тоді як навантаження від безперервної турбулентності використовують

ще й для визначення ресурсу конструкції [6]. Вимоги до проведення аналізу динамічного навантаження від поривів та безперервної турбулентності записані в нормах льотної придатності. Використання сучасних засобів телеметрії і керування польотом може забезпечити отримання достатньої кількості експериментальних даних під час льотних випробуваннях літака, як при польоті через однократний порив, так і через безперервну турбулентність.

Оскільки процеси, що відбуваються в турбулентній атмосфері є випадковими, то в експериментальних дослідженнях інтенсивність впливу пориву повітря на літак прийнято оцінювати ефективною швидкістю умовного пориву, що має заданий градієнт наростання і викликає перевантаження такої ж величини, яку б викликав дійсний порив. Ефективний порив таким чином дає інтегральну характеристику дійсного пориву на літак. Тому застосовують статистичні методи для дослідження навантажень на літак при поривах неспокійного повітря.

Беручи до уваги складний процес обтікання і недостатню точність визначення аеродинамічних сил від зовнішнього впливу і при коливаннях конструкції, вирішення даної задачі в стаціонарній постановці згідно з гіпотезою квазістаціонарності [7, 8], потребує розробки методики визначення динамічних навантажень і аеродинамічних характеристик літака, з використанням розрахункових методів, що ґрунтуються на більш складній і трудомісткій нестационарній аеродинаміці [6, 9, 10]. Введення в рівняння операторів, що описують роботу автоматичних пристроїв, дозволить врахувати роботу системи зниження навантажень. Результатом розрахунків будуть перехідні процеси і, як наслідок, екстремальні навантаження, а рішення в частотній області дадуть передаточні функції і спектральні щільності, що дозволить визначити повторюваність навантажень.

Отримання такої розрахункової моделі зовнішніх навантажень, яка з високою точністю співпадає з даними експериментальних досліджень та дозволить провести необхідні розрахунки на ранніх етапах проектування літального апарату, є основним науковим завданням дисертації.

Під час дослідження необхідно визначити навантаження конструкції літака та порівняти існуючі методи визначення навантажень, що виникають при польоті в неспокійному повітрі. Робота буде присвячена вирішенню основної нерозв'язаної задачі – створенню математичної моделі зовнішніх навантажень при польоті в неспокійному повітрі. Проблемою є недосконалість наявного науково-методичного апарату для рішення задачі розрахунку та експериментального дослідження навантажень, що виникають при польоті літака в неспокійному повітрі.

Актуальність досліджень визначається можливістю суттєвого збільшення кількості розглядуваних розрахункових випадків для більш точного знаходження найбільш несприятливих умов польоту, збільшення точності визначення величини і характеру навантаження, зменшення часу визначення навантажень на літак, що летить в неспокійному повітрі, шляхом застосування оптимальних обчислювальних методів.

За результатами дисертаційного дослідження мають бути отримані нові функції навантажень та сформована методика, використання якої дасть можливість розробникам авіаційної техніки підняти точність визначення навантажень. Результати дослідження зможуть слугувати базою для подальших наукових пошуків у напрямку розробки нових способів визначення навантажень літака в інших режимах та умовах польоту.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Робота виконувалася як складова частина досліджень, що проводились кафедрою авіа- та ракетобудування інституту аерокосмічних технологій Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського» та Розрахунково-дослідним відділом ресурсу, зовнішніх навантажень і аеропружності ДП «АНТОНОВ». Дослідження, узагальнені в дисертації, виконувались відповідно до «Державної цільової науково-технічної програми розвитку авіаційної промисловості України на період 2021-2030 років» (Постанова КМ України від 01.09.2021 року №951) та відповідно до наказу ДП «АНТОНОВ» №2323 від 11.11.2020 року за темою: «Оцінки

характеристик: спектрів навантажень, залежностей навантажень від умов навантаження (за матеріалами вимірювань навантажень в процесі льотних випробувань літака Ан-178 № 001)». Здобувачем розроблено модель навантажень та апробовано методи визначення навантажень на пружне крило літака транспортної категорії при польоті в неспокійному повітрі.

Наукові та практичні результати дисертаційної роботи використовувалися:

- для розрахунку навантажень на крило літака при польоті в неспокійному повітрі, при створенні транспортного літака Ан-178;
- для перевірки обчислених навантажень на крило при польоті в неспокійному повітрі для літака Ан-148.

**Мета і завдання дослідження.** Основною метою дослідження є отримання математичної моделі зовнішніх навантажень літака при польоті в неспокійному повітрі, що забезпечить відповідність результатів чисельного рішення з урахуванням ефектів нестационарної аеродинаміки результатам експерименту.

Для досягнення поставленої мети поставлено і вирішено наступні задачі:

1. Поведено аналіз вимог нормативно-технічної документації (НТД) та існуючих методик та моделей визначення навантажень літака при польоті в неспокійному повітрі.
2. Науково обґрунтовано модель визначення навантажень та застосування методів чисельної аеродинаміки, планування обчислювального експерименту, аналізу і узагальнення результатів.
3. Проведено аналіз і узагальнення особливостей навантажень, що діють на дозвуковий літак транспортної категорії з крилом великого подовження ( $\lambda \geq 8$ ) при польоті в неспокійному повітрі.
4. Розроблено математичну модель зовнішніх навантажень при польоті в неспокійному повітрі, розроблено загальну схему формування математичної моделі літака для визначення навантажень на основі результатів обчислювального і експериментального дослідження.

5. Розроблено алгоритми розрахунку навантажень, що діють на літак при польоті в неспокійному повітрі, досліджено особливості навантаження літака при польоті в неспокійному повітрі і зроблено порівняльну оцінку навантажень на основі результатів обчислювального і фізичного експериментів.

**Об'єкт дослідження:** Динамічна реакція літака транспортної категорії на пориви повітря при польоті в неспокійному повітрі.

**Предмет дослідження:** Зовнішні навантаження, що діють на пружне крило літака транспортної категорії при польоті в неспокійному повітрі.

**Методи дослідження.** Для розв'язання поставлених задач використовувалися: аналітичні методи аеродинаміки, динаміки і теорії пружності, чисельні панельні методи аеродинаміки для розрахунку аеродинамічних та інерційних сил, що діють на крило літака; експериментальні методи визначення пружних властивостей конструкції літака.

**Наукова новизна результатів дослідження.** В дисертації представлено наступні результати:

1. Удосконалено математичну модель зовнішніх навантажень при польоті в неспокійному повітрі для пружного літака, що враховує масові, пружні та аеродинамічні характеристики конструкції літака і параметри поривів повітря та дає можливість підняти точність розрахунків до 2,5%, на відміну від існуючих технологій.

2. Синтезовано нову комп'ютерно-інтегровану технологію розрахунку навантажень на літак, що використовує комплексну математичну модель пружного літака транспортної категорії з крилом великого подовження на базі балкових масово-інерційних моделей конструкції літака та панельних аеродинамічних методів.

3. Ідентифіковано параметри впливу зовнішніх факторів на навантаження та динамічну реакцію конструкції крила літака транспортної категорії у відповідності до його пружної моделі та параметрів зовнішніх факторів, при використанні запропонованої моделі навантажень.

4. На основі комп'ютерних технологій, системно комплексовано обчислювальні методи ДНВ та IMAD, а також панельні аеродинамічні методи DLM/CPM, VFM, DLM та Panel, що використовуються для визначення навантажень, що діють на літак при польоті в неспокійному повітрі.

### **Практичне значення і реалізація результатів роботи.**

Комплекс досліджень доведено до практичного застосування, що дозволило:

- розробити методику визначення навантажень на крило літака, яка дозволяє швидко і ефективно формувати сімейство розрахункових моделей на базі спільних масових, пружних, аеродинамічних характеристик літака або їх комбінацій;
- розробити комп'ютерно-інтегровану технологію, яка дозволяє збільшити кількість розрахункових випадків навантаження, шляхом використання легко модифіковуваних таблиць вихідних даних, що дає можливість зменшити час визначення навантажень, що діють на літак при польоті в неспокійному повітрі, а також визначити найбільш несприятливі умови польоту;
- розробити програмне забезпечення, яке дозволяє вирішувати цільові задачі дослідження міцності та розширює функціональність розрахункових та експериментальних досліджень, шляхом врахування різних варіантів динамічного впливу на конструкцію літака;
- використання методів та моделей описаних у дисертації прискорюють до 6% терміни виконання вимог сертифікаційних органів про обов'язковість та глибину проведення аналізу динамічного навантаження від поривів та безперервної турбулентності.

Наукові та практичні результати роботи пройшли апробацію та впроваджені на ДП «АНТОНОВ» при проектуванні літака Ан-178 («Акт про впровадження результатів дисертаційної роботи», ДП «АНТОНОВ», від 14.09.2023р.).

**Особистий внесок здобувача.** Отримані в роботі теоретичні та практичні результати належать здобувачу особисто. В роботах [3, 5, 6, 11-14], що

опубліковані спільно з науковим керівником, аналітичне та числове розв’язання конкретних задач належить здобувачу. В роботі [15], написаній у співавторстві з іншими авторами, здобувачу належать постановка задачі, розробка математичних моделей, реалізація розроблених числових алгоритмів та їх розв’язання в частині отримання навантажень від неспокійного повітря. В роботі [16] здобувачем запропоновано та описано алгоритм побудови осі жорсткості складного просторового агрегату.

**Апробація роботи.** Наукові результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на:

- Науково-практичній конференції студентів та молодих вчених «Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку», 2019, 2020, 2021, 2022 рр., Київ, Україна;
- International students and young scientists conference «Intelligence. Integration. Reliability», 2020, 2021 рр., Київ, Україна;
- наукових семінарах кафедри авіа- та ракетобудування навчально-наукового інституту аерокосмічних технологій КПІ ім. Ігоря Сікорського

**Публікації по роботі.** Основні результати дисертаційної роботи опубліковані в 9 наукових публікаціях, в тому числі 2 науково-технічні статті у фахових наукових виданнях включених до переліку ВАК України, одна з яких у фаховому журналі категорії «Б», 1 стаття у періодичному науковому виданні, проіндексованому у наукометричних базах Web of Science Core Collection та Scopus і 6 тезах доповідей в збірниках праць міжнародних та всеукраїнських науково-практичних конференцій.

**Структура та обсяг роботи.** Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, переліку використаних джерел та додатків. Загальний обсяг дисертації становить 180 сторінок, у тому числі основний текст на 158-ох сторінках, включаючи: 68 рисунків, 14 таблиць, список використаних джерел з 101 найменувань на 12-ох сторінках, та 3 додатки на 7-ох сторінках.

## **РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД МЕТОДІВ ВИЗНАЧЕННЯ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ НА ЛІТАК ПРИ ПОЛЬОТІ В НЕСПОКІЙНОМУ ПОВІТРІ**

### **1.1 Динамічне навантаження, як фактор міцності**

Як раніше було зазначено: одним із напрямків, що представляють інтерес для вивчення в авіаційній галузі, є визначення динамічних навантажень, що діють на конструкцію літака. Це надзвичайно важлива проблема для авіації. Динамічні навантаження виникають при польоті в турбулентній атмосфері, проходженні через супутній вихровий шлях іншого літального апарату і т. д. Таким чином, політ в турбулентному повітрі є одним з основних конструктивних випадків визначення міцності під впливом динамічних навантажень, особливо це стосується міцності крила, фюзеляжу та кріплення двигунів.

Значний обсяг робіт присвячений вирішенню проблеми визначення навантажень та забезпечення міцності конструкції ПС під час польоту в турбулентній атмосфері. Так, наприклад, у статті [17] автори аналізують надійність композитного крила, яке зазнало навантажень від поривів повітря, використовуючи моделювання Монте-Карло для обробки випадкових величин та чисельних результатів. Оскільки профіль пориву є безперервним і нерегулярним, то він описується як стаціонарний гауссовий випадковий процес і широко використовується для аналізу навантажень від поривів. Обробка випадкових величин та чисельні результати показали, що ймовірність відмов зростає нелінійно із збільшенням середньоквадратичної швидкості пориву. При використанні крил великого подовження і зі значною гнучкістю вплив поривів на конструкцію літака стає більш значним. У роботі [18] автори пропонують ефективний чисельний метод для створення корельованих історій напружень для конструкцій літаків, на які діють повітряні навантаження. Автори також розглядали випадкові пориви повітря, що діють у будь-якому напрямку і призводять до випадкових багатовісних навантажень на конструкцію літака. Інший спосіб оцінки навантажень, що діють на літак під час польотів у



турбулентному повітрі запропонований у статті [19]. Цей метод заснований на визначенні інтегральної повторюваності перевантаження літака в польоті.

Несподіваний порив може загрожувати безпеці польотів. Отже, зменшення поривного навантаження (GLA) є однією з ключових проблем аеропружності. У роботі [20] автори пропонують зменшити поривні навантаження в критичних, з точки зору міцності, елементах конструкції планеру літака за допомогою систем виявлення та вимірювання дальності (LIDAR). Тан, Ву та Ян. у своїй роботі [21] дослідили існуючі закони масштабування системи управління GLA та сформулювали основні критерії масштабування для системи управління пропорційно-інтегральним-похідним (PID). Також авторами було запропоновано та перевірено методику масштабування, яка може безпосередньо пов'язати реакцію поривів повнорозмірного літака із масштабованою моделлю.

Конструкція сучасних літальних апаратів вимагає оцінки динамічних навантажень, спричинених дискретним поривом та турбулентністю. При певних навантаженнях від поривів повітряного судна, як правило, застосовують одновимірні пориви [22]. Поле цих поривів має рівномірний розподіл по розмаху. На жаль, цей профіль не може точно відтворити дійсне поле пориву. Методів розрахунку динамічних реакцій при двовимірному дискретному пориві практично не існує. Такі поширені програмні засоби, такі як NASTRAN [23] та ZAERO [24], не підходять для виявлення навантажень та реакцій від нерівномірних поривів [25]. Тому вивчення двовимірних дискретних імпульсів останнім часом стало популярним [26, 27].

Для швидкоплинних процесів, таких як політ літака та реакція пружної структури на зовнішні збурення, важливо визначити параметри процесів та порівняти з результатами експерименту, що неможливо без використання сучасних комп'ютерних технологій з відповідним програмним забезпеченням. Однак виникає питання впровадження нових методів в інженерну практику. Зазвичай використовується декілька основних програмних засобів, а саме NASTRAN, ZAERO, ДНВ [28] та IMAD [29]. Принцип визначення навантажень

на літальний апарат при польоті в турбулентному повітрі в цих програмах подібний і відповідає описаному Райтом і Купером [30] та Кузнецовим [31]. Варто відзначити, що прикладне програмне забезпечення, яке використовує скінченно-елементний аналіз (в т.ч. NASTRAN) більш пристосоване до аеропружного аналізу (флатер), а не для визначення навантажень. Крім того задання коректної та точної скінченно-елементної моделі (СЕМ) літака потребує гігантських затрат часу та виробничих ресурсів. Серед недоліків, також, є використання скінченних елементів (СЕ) з виключно дискретними характеристиками, що унеможливорює створення моделей з погонним розподілом мас і жорсткостей та відповідно отримання погонних навантажень.

Перш за все, при проектуванні повітряного судна (ПС) необхідно визначити основні компоненти навантажень, що діють на конструкцію літального апарату. Для крила це розподіл: поперечної сили, крутного моменту та згинального моменту та вертикального перевантаження за розмахом крила. Під час дослідження необхідно визначити навантаження на конструкцію ПС і порівняти існуючі методи визначення навантажень, що виникають при польоті в турбулентному повітрі.

## **1.2 Моделі неспокійного повітря**

При визначенні навантажень на літак розглядають вертикальний і боковий пориви зі значними допущеннями, які спрощують розрахункові моделі, але знижують точність розрахунків:

- порив нормальний до траєкторії польоту, рівномірний за розмахом;
- кут тангажу і швидкість літака постійні;
- аеродинамічні сили повністю визначаються швидкістю набігаючого потоку.

### **1.2.1 Статичний порив вітру**

Статичний порив вітру використовувався в JAR-25 до 1991 року [32]. Зустріч з раптовим поривом вітру приводила до збільшення кута атаки і коефіцієнта перевантаження (рисунок 1.1).

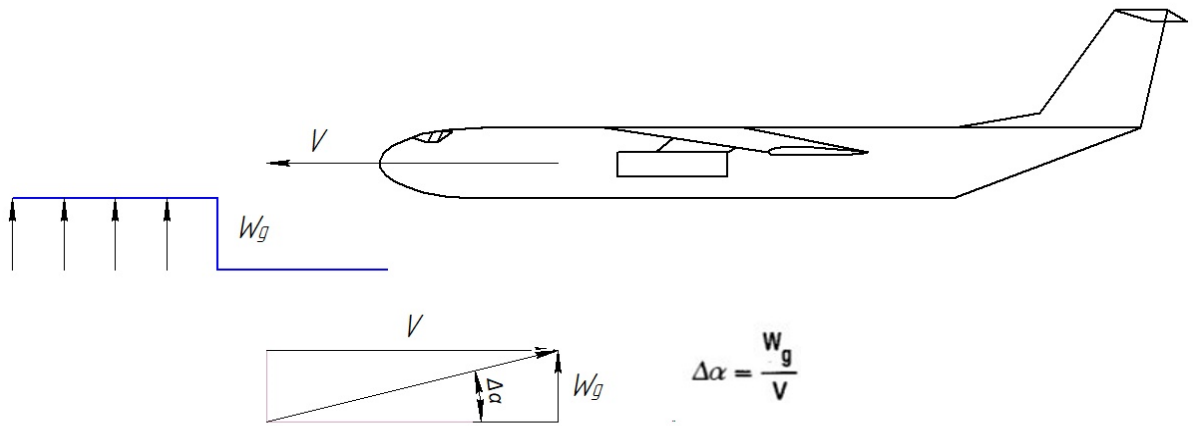


Рисунок 1.1 – Зустріч літака з статичним поривом вітру

Перевантаження при польоті в неспокійному повітрі (рисунок 1.2) обчислювалися за наступною формулою:

$$n = 1 \pm \frac{K_g \cdot U_{de} \cdot V \cdot c_y^\alpha}{16 \cdot (G/S)}, \quad (1.1)$$

де  $K_g = \frac{0.88 \cdot \mu}{5.3 + \mu}$  – коефіцієнт ослаблення пориву;

$\mu = \frac{2 \cdot G/S}{\rho \cdot b \cdot c_y^\alpha \cdot g}$  – масовий параметр;

$G/S$  – питоме навантаження на крило при розглядуваній вазі, кгс/м<sup>2</sup>;

$\rho$  – густина повітря, кгс·с<sup>2</sup>/м<sup>4</sup>;

$b$  – середня геометрична хорда крила, м;

$g$  – прискорення вільного падіння,  $g=9.80665$  м/с<sup>2</sup>;

$U_{de}$  – ефективна індикаторна швидкість пориву, м/с:

– у відповідності з JAR-25.333(с) для конфігурації з прибраними закрилками на висотах польоту до 5200 м  $U_{de}=15.2$  м/с при швидкості польоту  $V_C$  і  $U_{de}=7.6$  м/с при швидкості польоту  $V_D$ ,

– у відповідності з JAR-25.345(a)(2) в конфігурації з випущеними закрилками  $U_{de}=7.6$  м/с;

$V$  – індикаторна швидкість польоту, м/с;

$c_y^\alpha$  – похідна коефіцієнту підйимальної сили літака за кутом атаки, 1/рад.

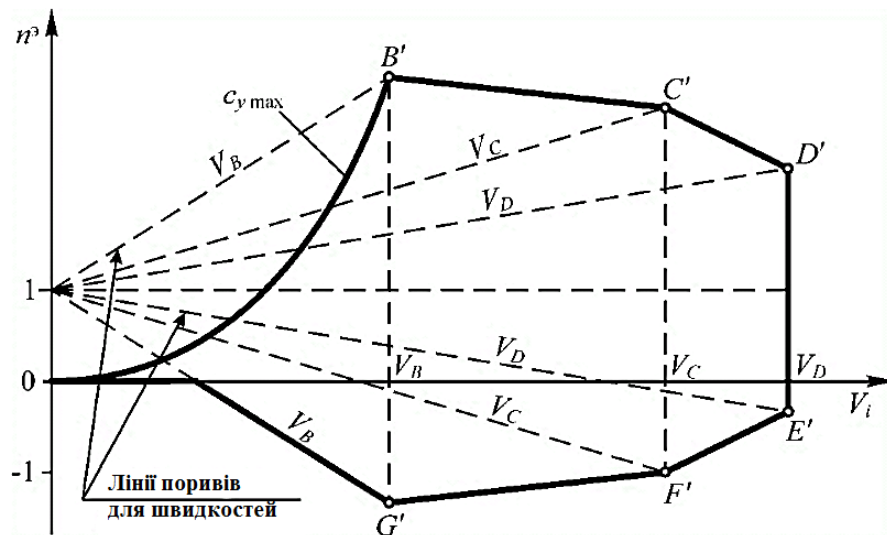


Рисунок 1.2 – Обвідна перевантажень в центрі мас літака

Даний спосіб показує низьку точність і зараз практично не використовується при визначенні навантажень на літаки транспортної категорії. Однак даний порив є ключовим і розглядається в нормах для безпілотних літальних апаратів STANAG 4671 [33], АЕР-4671 [34], дуже легких літальних апаратів CS-VLA [35] та цивільних легких літаків FAR-23 [36], АП-23 [37].

Критерії пориву для сучасних транспортних літаків представлені в CS 25.341 та більш детально у AMC 25.341 європейських норм льотної придатності CS 25 [38]. Вони складаються із двох моделей неспокійного повітря – моделі дискретного пориву й моделі безперервної турбулентності. Модель дискретного пориву використовується для моделювання одиничного дискретного екстремального випадку турбулентності. Модель безперервної турбулентності представляє турбулентність більшої тривалості, яка викликає коливання конструкції літака. Динамічні навантаження для обох моделей атмосфери повинні бути розглянуті в розрахунках міцності літака.

### 1.2.2 Модель однократних поривів

В нормах льотної придатності для транспортних літаків CS-25 [38], АП-25 [39] та FAR-25 [40] вказано, що для розрахункової крейсерської швидкості і розрахункової швидкості пікірування діє однократний порив, що змінюється з відстанню  $s$  за формою:

$$U(s) = U_{ds} \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi s}{H}\right)}{2}, \quad (1.2)$$

де  $H$  – градієнтна ділянка пориву, величину якої потрібно змінювати в діапазоні від 9,1 до 106,7 м, для того, щоб знайти найбільш критичну реакцію для кожного розглядуваного навантаження;

$U_{ds}$  – розрахункова швидкість пориву:

$$U_{ds} = U_{ref} F_g \left( \frac{H}{106.7} \right)^{1/6}; \quad (1.3)$$

$U_{ref}$  – ефективна індикаторна швидкість пориву, що змінюється з висотою;

$F_g$  – коефіцієнт зниження пориву, що також залежить від висоти.

Однократні пориви поділяються на дискретні і кругові. Розглянемо однократні пориви більш детально.

### **Модель дискретного пориву**

При дослідженні навантажень від дискретного пориву передбачається, що атмосфера є одновимірною з вектором швидкості, що діє по нормалі (вертикально або вбік) до напрямку руху літака. Допущення одновимірності означає, що миттєві вертикальні або бічні швидкості пориву однакові у всіх точках площини, нормальної до напрямку руху літака. Передбачається, що швидкість дискретного пориву змінюється за законом «1-косинус». Максимальна швидкість дискретного пориву обчислюється за допомогою ефективної швидкості пориву  $U_{ref}$ , коефіцієнта зниження пориву  $F_g$ , обумовленого профілем польоту, і виразу, що представляє максимальну швидкість пориву як функцію довжини ділянки його наростання  $H$ .

Ефективна швидкість пориву  $U_{ref}$  відображає пориви, що відбуваються один раз за 70 000 льотних годин і використовується, для розрахунків швидкості пориву. Вона визначається як функція висоти в CS 25.341(a)(5) і дана в розмірності фут на секунду індикаторної повітряної швидкості для ділянки наростання пориву довжиною  $H=350$  футів (106,7 м). Ефективна швидкість пориву  $U_{ref}$  є мірилом інтенсивності турбулентності як функція висоти. При

визначенні величини  $U_{ref}$  на кожній висоті, передбачається, що літак 100% часу перебуває на цій висоті. Коефіцієнт зниження пориву  $F_g$  уведений для врахування очікуваних умов експлуатації з погляду ймовірності знаходження літака на будь-якій даній висоті в діапазоні висот, що сертифікується.  $F_g$  має мінімальне значення на рівні моря, лінійно збільшуючись до 1.0 на максимальній висоті. Вираз для  $F_g$  наведений в CS 25.341(a)(6). Довжина ділянки наростання пориву  $H$  – це відстань, на якій швидкість пориву збільшується до максимального значення. Її величина перебуває в діапазоні від 30 до 350 футів (9,1 до 106,7 м). Варто зазначити, що, якщо значення 12.5 середніх геометричних хорд крила літака перевищує 350 футів, то необхідно розглянути збільшене максимальне значення дистанції наростання пориву.

Максимальні розрахункові швидкості пориву  $U_{ds}$  пропорційні кореню в степені  $^{1/6}$  довжини ділянки наростання пориву  $H$ . Максимальна швидкість пориву для даного пориву тоді визначається як:

$$U_{ds} = U_{ref} F_g \left( \frac{H}{350} \right)^{1/6}. \quad (1.4)$$

Огинаючи максимальних розрахункових швидкостей пориву  $U_{ds}$  і приклад профілів розрахункових швидкостей пориву наведено на рисунку 1.3.

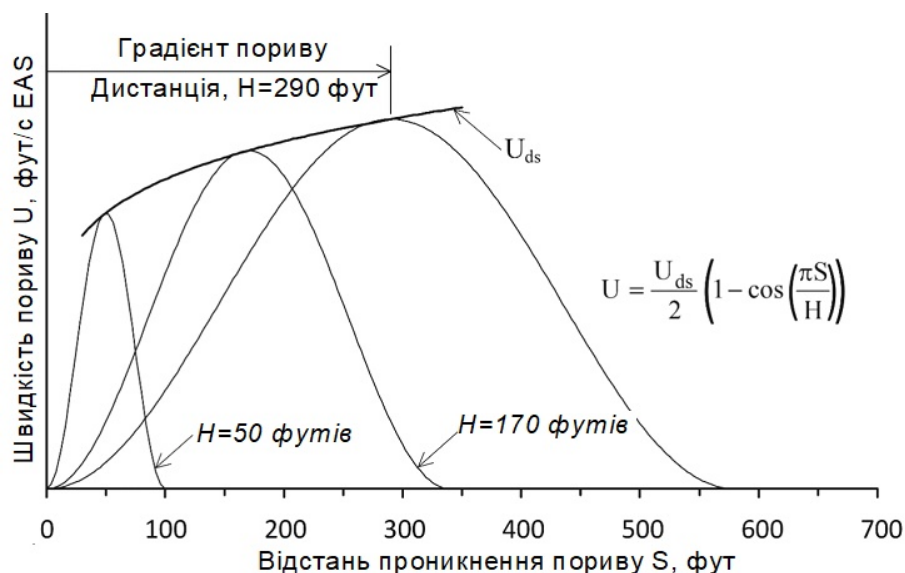


Рисунок 1.3 – Типові (1-косинус) профілі розрахункових швидкостей пориву

Розв'язок для відповідної реакції на дискретний порив може бути отримано декількома способами. Вони включають точне інтегрування рівнянь

руху літака в часовій області й розв'язок у частотній області, що використовує методи перетворення Фур'є. Максимальні прирости навантаження  $P_{Li}$  ідентифікуються піковими значеннями, відібраними з часових історій окремих поривів у формі «1-косинус», що мають довжини ділянки наростання в діапазоні від 9,1 до 106,7 м (30÷350 футів). Вхідні профілі пориву повинні покривати цей діапазон градієнтних ділянок з досить малим кроком для визначення максимальних навантажень і відповідних реакцій. Історично визначено, що 10÷20 градієнтних ділянок зазвичай достатньо. Як додатні, так і від'ємні швидкості пориву повинні бути прийняті в обчисленні загальних навантажень відповідних реакцій на порив. Слід зазначити, що в деяких випадках, пікові прирости навантажень можуть мати місце вже після того, як швидкість пориву стане рівною нулю. У таких випадках обчислення відповідної реакції на порив повинне бути виконане протягом достатнього додаткового часу, щоб гарантувати, що отримано критичні прирости навантаження.

Навантаження  $P_{Li}$ , відповідно до максимального приросту навантаження  $P_{Li}$  для  $i$ -ого навантаження тоді визначається як:

$$P_{Li} = P_{(l-g)i} \pm P_{li}, \quad (1.5)$$

де  $P_{(l-g)i}$  – навантаження усталеного горизонтального польоту, для розглянутого  $i$ -ого навантаження.

$P_{Lj}$  – набір скорельованих за часом навантажень, що відповідають піковому значенню елементу навантаження  $P_{Li}$ , обчислюються в той же момент часу за допомогою виразу:

$$P_{Lj} = P_{(l-g)j} \pm P_{lj}. \quad (1.6)$$

При обчисленні напружень, що залежать від комбінації зовнішніх навантажень, може виникнути необхідність розглянути часові кореляції навантажень у моменти часу відмінні від тих, які приводять до піків для окремих зовнішніх навантажень.

### **Круговий порив**

Модель кругового пориву припускає, що дискретні пориви можуть діяти під будь-яким кутом, по нормалі до траєкторії польоту літака. Бічні й

вертикальні компоненти пориву корелюються, тому що круговий порив є єдиною дискретною подією. Результируюча величина приросту для конкретного навантаження виходить шляхом визначення кута кругового пориву й довжини пориву, при яких досягається найбільша (настроєна) величина відповідної реакції для цього навантаження. Граничне навантаження визначається за допомогою виразу (1.6) для  $P_L$ . Вплив кругового пориву є істотним і його потрібно розглядати для наступних агрегатів: поверхні горизонтального оперення, що мають значну V-подібність (більше, ніж  $10^\circ$ ), або агрегати, підтримувані іншими несучими поверхнями, наприклад T- чи V- подібне оперення, і вінглети. Оцінка навантажень при круговому пориві може бути обмежена просто розглянутими компонентами, однак навантаження обчислюються на основі повного динамічного аналізу літака.

Крім того, якщо двигуни розміщені на крилі, то згідно з CS 25.341(c) потрібно, щоб кріплення двигуна, пілони й опорна конструкція крила також були розраховані на дію кругового дискретного пориву. В цьому випадку, для досягнення умови рівної ймовірності, на додаток до зменшення амплітуд пориву, які були б застосовні, якби збурювання було багатовимірним гаусовим процесом, в амплітуди пориву для врахування негаусових властивостей дискретних поривів уведений множник 0,85. Цей множник був отриманий з даних про пориви, отримані дослідницьким літаком, спеціально обладнаним для виміру вертикальних і бічних компонентів пориву. Ця інформація наведена у звіті лабораторії динаміки Стерлінга [41]. Позначивши незалежно настроєні вертикальні й бічні прирости відповідної реакції для конкретних умов польоту й  $i$ -ого навантаження як  $L_{Vi}$  і  $L_{Li}$ , тоді об'єднаний багатовимірний порив виходить шляхом множення амплітуд незалежно настроєних вертикального й бічного дискретних поривів:  $0.85L_{Vi} / \sqrt{L_{Vi}^2 + L_{Li}^2}$  і  $0.85L_{Li} / \sqrt{L_{Vi}^2 + L_{Li}^2}$ , відповідно. Розподіл за часом двох компонентів пориву такий, що максимальні значення навантажень досягаються одночасно.

Прирости комбінованого навантаження відповідної реакції:



$$P_{li} = 0.85 \sqrt{L_{Vi}^2 + L_{Li}^2}, \quad (1.7)$$

а граничне навантаження  $P_{Li}$ , що відповідає максимальному приросту навантаження  $P_{li}$ :

$$P_{Li} = P_{(1-g)i} + P_{li}, \quad (1.8)$$

де  $P_{(1-g)i}$  – навантаження горизонтального усталеного польоту.

Прирости навантажень, скорельованих за часом і відповідних конкретним розглянутим умовам польоту, отримані з незалежно настроєних вертикального й бічного поривів для  $i$ -ого навантаження. Вертикальні й бічні амплітуди пориву дорівнюють  $0.85L_{Vi} / \sqrt{L_{Vi}^2 + L_{Li}^2}$  і  $0.85L_{Li} / \sqrt{L_{Vi}^2 + L_{Li}^2}$ , відповідно. Навантаження  $L_{Vj}$  і  $L_{Lj}$  від цих зменшених вертикальних і бічних поривів у той час, коли амплітуда  $i$ -ого навантаження має максимальне значення, додаються для одержання скорельованих за часом приростів навантажень  $P_{lj}$  для  $j$ -ого навантаження.

Набір скорельованих за часом навантажень  $P_{lj}$ , що відповідають піковому значенню елемента навантаження  $P_{li}$ , знаходять за допомогою формули:

$$P_{Li} = P_{(1-g)j} + P_{lj}. \quad (1.9)$$

Варто мати на увазі, що при значних нелінійностях максимальні додатні прирости навантажень можуть відрізнятися від максимальних від'ємних приростів навантажень.

Вплив кругового пориву є істотним і його потрібно розглядати для наступних агрегатів: поверхні горизонтального оперення, що мають значну V-подібність (більше, ніж  $10^\circ$ ), або агрегати, підтримувані іншими несучими поверхнями, наприклад T- чи V- подібне оперення, і вінглети. Крім того, якщо двигуни розміщені на крилі, то згідно з CS 25.341(c) потрібно, щоб кріплення двигуна, пілони й опорна конструкція крила також були розраховані на дію кругового дискретного пориву. Оцінка навантажень при круговому пориві може бути обмежена просто розглянутими компонентами, однак навантаження обчислюються на основі повного динамічного аналізу літака.

### 1.2.3 Модель безперервної турбулентності

Іншим більш реалістичним та складним видом неспокійного повітря є безперервна турбулентність.

Згідно з рекомендаціями АМС 25.341 [38], вважається, що атмосфера при визначенні реакції на безперервні пориви є одновимірною, з вектором швидкості, що діє по нормалі (вертикально або вбік) до напрямку руху літака. Це допущення одновимірності означає, що вертикальні або бічні швидкості пориву однакові у всіх точках площини, нормальної до напрямку руху літака. Також передбачається, що випадкова атмосфера має гаусівський розподіл інтенсивності швидкості пориву [42] й спектральну густину потужності фон Кармана [43], з масштабом турбулентності  $L=2500$  фут (762 м). Вираз для спектру фон Кармана в одиницях середньоквадратичної (RMS) інтенсивності пориву  $\Phi_I(\Omega)$  наступний:

$$\Phi_I(\Omega) = L / \pi \frac{1 + 8/3 \cdot (1.339 \cdot L\Omega)^2}{[1 + (1.339 \cdot L\Omega)^2]^{1/6}}, \quad (1.10)$$

де:  $\Phi_I(\Omega)$  – спектральна густина потужності (PSD) поривів,  $(\text{м/с})^2/(\text{рад/м})$ ;

$\Omega$  – просторова частота, рад/м;

$L$  – масштаб турбулентності,  $L=760$  м.

Спектральну потужність фон Кармана інтенсивності пориву в одиницях RMS проілюстровано на рисунку 1.4.

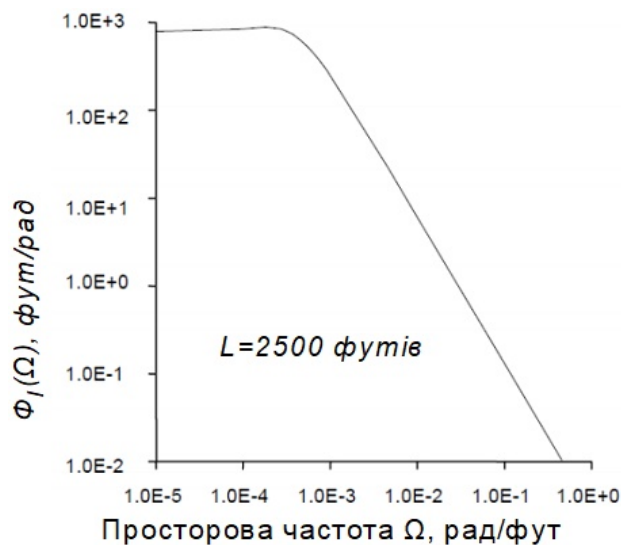


Рисунок 1.4 – Функція спектральної щільності фон Кармана,  $\Phi_I(\Omega)$

Максимальна експлуатаційна швидкість пориву  $U_{\sigma}$ , застосовувана в аналізі, визначається добутком ефективної швидкості пориву  $U_{\sigma ref}$  і коефіцієнта зниження пориву  $F_g$ :

$$U_{\sigma} = U_{\sigma ref} F_g, \quad (1.11)$$

де значення  $U_{\sigma ref}$  визначається в CS 25.341(b)(3) у метрах за секунду істинної швидкості (TAS) поривів, а  $F_g$  визначається в CS 25.341(a)(6). Величина  $F_g$  залежить від експлуатаційних параметрів літака й має мінімальне значення на рівні моря, лінійно збільшуючись до 1,0 на сертифікованій максимальній експлуатаційній висоті польоту [38, 5].

Аналогічно з дискретним поривом, ефективна інтенсивність пориву при безперервній турбулентності  $U_{\sigma ref}$  визначає величину зв'язаної області пориву на кожній висоті і передбачає, що літак 100% часу перебуває на цій висоті. Коефіцієнт  $F_g$  застосовується, щоб врахувати ймовірність польоту літака на будь-якій даній висоті протягом його строку життя.

Потрібно відзначити, що ефективна швидкість пориву складається із двох компонентів, середньоквадратичної (RMS) інтенсивності пориву й відношення пікової швидкості пориву до RMS.

Для лінійних систем літака, розв'язок для динамічної реакції від безперервної турбулентності може бути виконаний повністю в частотній області за допомогою RMS-відповіді. Параметр  $\bar{A}$  визначається в CS 25.341(b)(2) ( $\bar{A}$  – відношення середньоквадратичних значень приростів динамічного навантаження до середньоквадратичної швидкості турбулентності) і записується у модифікованому вигляді для навантаження  $i$ :

$$\bar{A} = \sqrt{\int_0^{\infty} |h_i(\Omega)|^2 \Phi_I(\Omega) d\Omega}$$

або

$$\bar{A} = \sqrt{\int_0^{\infty} \Phi_I(\Omega) h_i(\Omega) h_i^*(\Omega) d\Omega}, \quad (1.12)$$

де  $h_i(i\Omega)$  – функція частотної характеристики, що визначається динамічним аналізом, що зв'язує вихідне навантаження  $i$  з одиничною гармонічно осцилюючою одновимірною областю пориву, а верхній індекс ‘зірочка’ позначає комплексне сполучення;

$\Phi_I(\Omega)$  – вхідний спектр потужності турбулентності фон Кармана, та визначається, як описано вище в (1.10).

При оцінці  $\bar{A}_i$  інтегрування повинно виконуватися доти, поки не буде досягнуто реалістичне збіжне значення – інтегрування нескінченно може бути непрактичним. Максимальне експлуатаційне навантаження  $P_{Li}$  визначається як:

$$P_{Li} = \frac{P_{(L-1g)i} \pm P_{Li}}{P_{(L-1g)i} \pm U_{\sigma} \bar{A}_i} \cdot \quad (1.13)$$

Таким чином, необхідно розглянути як додатні, так і від’ємні навантаження від відповідної реакції.

Як впливає з наведеного виразу (1.13), необхідно знати середньоквадратичні значення приростів динамічного навантаження відносно навантажень у горизонтальному польоті та фактичних значень навантажень у горизонтальному польоті. Існує два методи отримання цих даних. Перший заснований на класичному спектральному аналізі в частотній області. Другий заснований на прямому моделюванні польотів у часовій області для отримання необхідних характеристик перехідних процесів з подальшим отриманням середньоквадратичних значень. При вирішенні системи алгебраїчних рівнянь для визначення передавальних функцій узагальнених координат використовується метод Гауса, а для обчислення інтегралів, що дають середньоквадратичні значення навантажень та коефіцієнтів кореляції, використовується метод трапецій або метод Сімпсона [31].

Скорельовані (або рівноймовірні) навантаження можуть бути отримані за допомогою коефіцієнтів взаємної кореляції  $\rho_{ij}$ , обчислених у такий спосіб:

$$\rho_{ij} = \frac{\int_0^{\infty} \Phi_I(\Omega) \text{real}[h_i(i\Omega)h_j^*(i\Omega)] d\Omega}{\bar{A}_i \bar{A}_j}, \quad (1.14)$$

де 'real[...]' позначає дійсну частину комплексної функції у квадратних дужках. У цьому рівнянні нижні індекси  $i$  і  $j$  позначають скорельовані відповідні реакції. Набір навантажень  $P_{Lj}$ , скорельованих з навантаженнями  $P_{Li}$ , тоді обчислюється в такий спосіб:

$$P_{Li} = P_{(L-1g)_j} \pm U_{\sigma} \rho_{ij} \overline{A_j}. \quad (1.15)$$

Скорельовані набори навантажень представляють збалансовані розподіли навантажень, що відповідають максимальним значенням відповідної реакції для кожного обчисленого зовнішнього навантаження  $i$ .

### 1.3 Методи визначення навантажень на крило

Задачі, які необхідно вирішити при визначенні зовнішніх навантажень, що діють на літак при польоті в неспокійному повітрі наведені на рисунку 1.5 [6].

В роботі [6] проведено аналіз існуючих методів визначення навантажень на конструкцію літака, що виникають при польоті в неспокійному повітрі та визначено особливості цих методів. Визначено загальний порядок розрахунку навантажень на літак при польоті в неспокійному повітрі:

1. Задається пружно-масова модель літака за допомогою: балочної схематизації, пружних дискретно підкріплених пластин, методу скінченних елементів (МСЕ) та їх комбінацій;
2. Проводиться модальний аналіз конструкції, де визначаються частоти і форми власних коливань, шляхом розв'язання спільної системи інтегральних і алгебраїчних рівнянь методами: послідовних наближень, Ланцоша чи Сімпсона.
3. Задається аеродинамічна модель, за допомогою тілесної, крилевої чи площинної аеродинаміки;
4. Визначаються аеродинамічні коефіцієнти, як для дозвукових так і надзвукових швидкостей польоту, з урахуванням чи без урахування ефектів нестационарності за допомогою методів: заданих циркуляцій, панельних, дискретних стаціонарних чи нестационарних вихорів, дипольної решітки (DLM) та постійних тисків (CPM);

5. Обчислюються прирости динамічних навантажень при польоті в неспокійному повітрі, та сумуються з навантаженнями горизонтального польоту для отримання інтегральних сил і моментів.

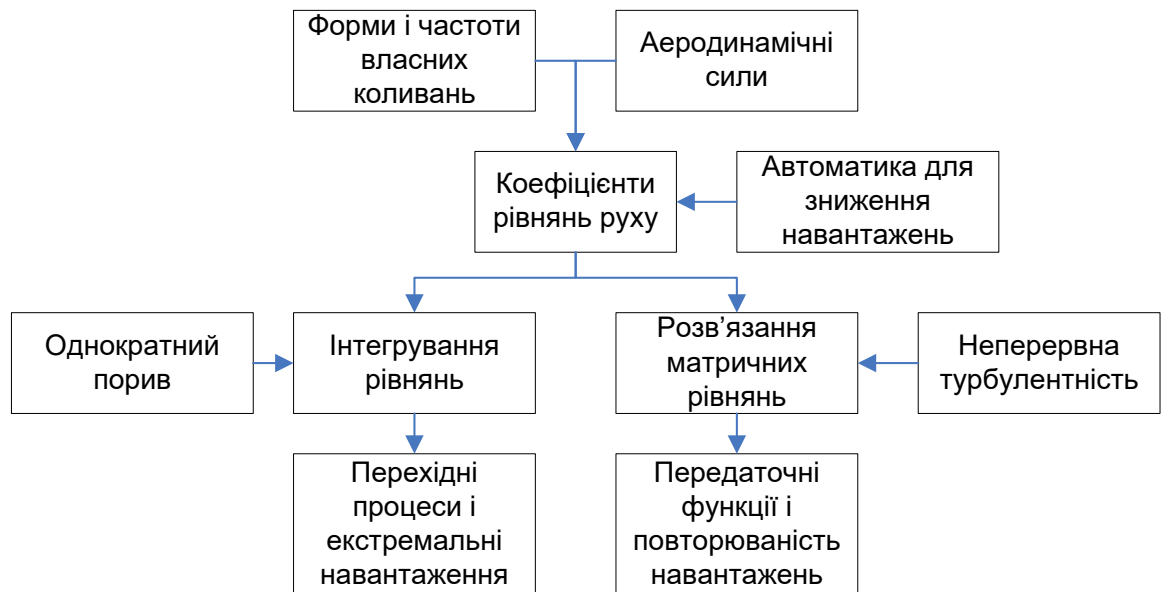


Рисунок 1.5 – Задачі, що потребують розв'язання для визначення навантажень на літак при польоті в неспокійній атмосфері

### 1.3.1 Пружно-масова модель конструкції ЛА

Опис моделі конструкції літака і, відповідно, її скінченно-елементної моделі залежить від вибору пружно-масової моделі ЛА. Складність і досконалість цих моделей визначає точність та тривалість розрахунків, а також вимагає необхідний математичний апарат та ресурси, що здатні «переварити» створену конструктором модель ЛА.

Види пружно-масових моделей літака (рисунок 1.6):

- балочна схематизація;
- з пружних дискретно-підкріплених пластин;
- побудована методом скінченних елементів (МСЕ);
- комбіновані.

Опис моделі конструкції літака і, відповідно, її скінченно-елементної моделі зазвичай проводиться за допомогою регулярного багаторівневого дерева, вузлами якого є підконструкції [44]. Дані підконструкції можуть бути представлені у вигляді пружних балок (ERB), що допускають всі типи

деформацій: розтяг, згин в двох площинах і кручення. Пружна балка використовується для моделювання поверхонь, що відхиляються, фюзеляжу, крила, двигунів, пілонів, горизонтального (ГО) та вертикального (ВО) оперення. Кожна ERB характеризується розподілами жорсткості і мас. [3]

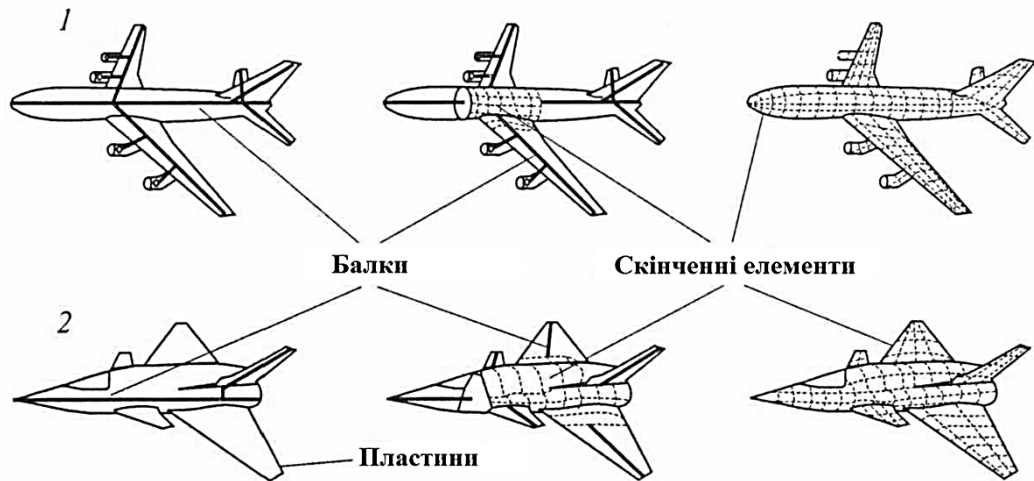


Рисунок 1.6 – Розрахункові схеми конструкції: 1 – для крил великого і помірного подовження; 2 – для крил малого подовження

При визначенні частот і форм власних коливань літак і підвішені до нього об'єкти розглядаються як єдина пружна система. Для конструкції ЛА визначаються як симетричні, так і антисиметричні спектри коливань.

Форми і частоти власних коливань визначаються шляхом розв'язання спільної системи інтегральних і алгебраїчних рівнянь руху. Спочатку обчислюються матриці жорсткості і мас підконструкцій ЛА, потім визначають парціальні тони власних коливань підконструкцій з допомогою розв'язання системи рівнянь власних коливань:

- методом послідовних наближень з ортогоналізацією на кожному кроці ітераційного процесу до всіх раніше визначених тонів;
- методом Ланцоша, підкріпивши його методом одночасних ітерацій в підпросторі власних векторів [45];
- методом Сімпсона.

Метод послідовних наближень дає більші відмінності, ніж метод Ланцоша, при цьому перший метод дещо завищує частоти, тоді як другий показує менші значення. Розрахунки, проведені за методом Сімпсона, дають

відмінності, в 2-5 рази менші, ніж у перших двох методів. Приблизно таке ж зменшення помилки буде при збільшенні кількості перерізів чи СЕ в 2-5 разів при інтегруванні методом трапецій.

Тони власних коливань конструкцій, також, визначаються на основі парціальних тонів підконструкцій за допомогою алгоритму модального синтезу, використовуваного в IMAD [44-47]. Для забезпечення необхідної точності модального аналізу конструкції розраховують, щонайменше, по 25 перших тонів симетричних та антисиметричних коливань. [3]

### **1.3.2 Чисельні методи визначення аеродинамічних навантажень**

Використання методів лінійної аеродинаміки дає можливість розділити основну проблему обчислення аеродинамічних течій на набір простих часткових (парціальних) завдань. Ці завдання включають незалежні зміни кінематичних параметрів руху літака як твердого тіла, а також кінематичних параметрів пружних деформацій і відхилень аеродинамічних поверхонь. [3]

Одним з найпростіших способів визначення аеродинамічного навантаження є використання методу циркуляції для визначення аеродинамічних сил та коефіцієнтів, який не враховує аеродинамічні перешкоди між ділянками [31]. Значення циркуляції та її розподіл на поверхні літака обчислюється за допомогою сторонніх програмних засобів або на підставі результатів випробувань у аеродинамічних трубах [48].

Більш поширеним способом визначення аеродинамічних характеристик, сил та коефіцієнтів є застосування панельних методів високого порядку. В цьому випадку, аеродинамічні поверхні моделюються панелями з вихорами, джерелами і триплетами з постійним, лінійним або квадратичним розподілом інтенсивності [49]. Структура розподілу вихорів на несучій поверхні в коливальному потоці описана в роботах [50, 51]. Одним з найпопулярніших панельних методів є DLM, що використовується для стаціонарного і нестаціонарного дозвукових потоків. У першому випадку використовуються панелі з вихорами підковоподібної форми для крил і панелі з точковими джерелами для об'ємних тіл. А у другому – коливні диполі для крил і коливні



точкові джерела для об'ємних тіл [52]. Для розрахунку надзвукового обтікання доцільно використати СРМ [53], де для стаціонарного надзвукового потоку використовують несучі панелі з постійним розподілом вихорів та панелі з постійними джерелами для тіл (фюзеляж, гондоли двигунів і т.п.). Для обчислення нестационарного надзвукового потоку в СРМ використовуються лише несучі поверхні, на яких розміщують панелі з осцилюючими диполями. Аеродинамічні коефіцієнти, сили та моменти визначаються на основі обчислених, за допомогою квадратичних формул Гауса, розподілів тисків. При застосуванні дискретних вихорів аеродинамічні коефіцієнти обчислюються з використанням формули Жуковського [44, 54].

Важливу роль відіграє спосіб опису поверхні літака. При використанні панельно-вихрових методів виділяють такі основні види:

- Тілесна (рисунк 1.7) – застосовується для опису фюзеляжів, баків і т.п. Задається набором поперечних перетинів та апроксимується гладкою кривою.

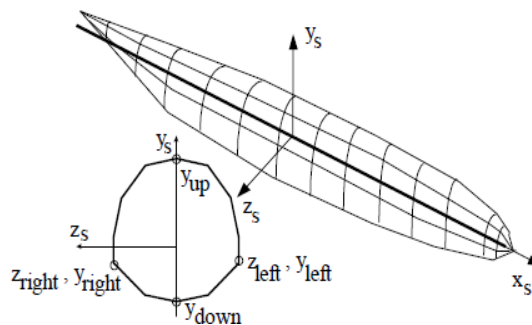


Рисунок 1.7 – Об'ємна поверхня фюзеляжу

- Крилева (рисунк 1.8) – застосовується для моделювання крила, оперення, пілонів і т.д. Поверхня утворюється за допомогою лінійної інтерполяції сусідніх профілів.

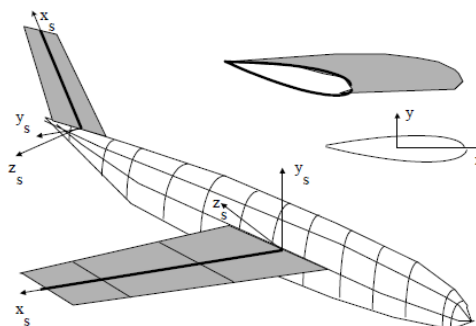


Рисунок 1.8 – Плоскі крилові (несучі) аеродинамічні поверхні

– Площинна (рисунок 1.9) – застосовується для моделювання фюзеляжів літаків інтегральної схеми. Поверхня, в цьому випадку, моделюється двома взаємно перпендикулярними площинами.

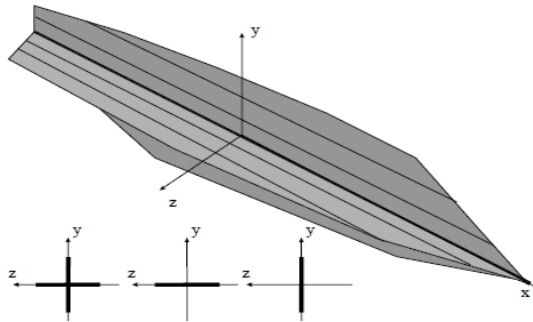


Рисунок 1.9 – Плоска площинна модель фюзеляжу

Метод циркуляцій, не дозволяє врахувати всі випадки обтікання поверхні літака, однак для конкретних випадків, для яких розраховуються необхідні циркуляції, можна досягти високої точності розрахунків навантаження під час польоту в турбулентному повітрі. Панельні числові методи, дозволяють значно варіювати випадки розрахунків, але в цьому випадку існує проблема перевірки правильності аеродинамічних коефіцієнтів, які розраховуються цим програмним забезпеченням, оскільки панельні методи аеродинаміки дещо поступаються точністю нелінійним методам моделювання на основі рівняння Нав'є-Стокса (CFD) [55] або випробуванням в аеродинамічних трубах [56, 57]. Однак панельні методи, і особливо DLM, залишаються основними при вирішенні задач аеропружності [58-60].

Після отримання узагальнених аеродинамічних сил та коефіцієнтів для визначення навантажень проводиться спектральний аналіз в частотній області з подальшим отриманням середньоквадратичних значень.

#### **1.4 Експериментальні методи оцінки навантаженості конструкції**

Складність теоретичного вирішення проблем динамічного навантаження конструкції літака привела до необхідності введення ряду гіпотез, припущень і спрощень у методи розв'язку завдань, які мають певні обмеження і погрішності. Для підтвердження та перевірки розрахункових методів проводять відповідні випробування. Значну роль тут відіграє експеримент в трьох напрямках:

- 1) дослідження динамічних характеристик конструкції поза потоком;
- 2) випробування на стендах, у першу чергу в аеродинамічних трубах (АТ);
- 3) льотні випробування.

Результатом першого напрямку є побудова розрахункової динамічної схеми конструкції [61, 62]. Випробування в аеродинамічних трубах дозволяють за допомогою динамічно подібних моделей (ДПМ) вивчити особливості аеропружних коливань, експериментально знайти розв'язки ряду проблем і уточнити результати розрахунків [63-35]. Також випробування в аеродинамічній трубі дозволяють уточнити аеродинамічні коефіцієнти та розподіл аеродинамічних навантажень по поверхні літака [48, 66, 67]. Льотні випробування дають можливість перевірити методику в цілому, інтегрально оцінити точність і вірогідність одержуваних матеріалів.

#### **1.4.1 Наземні частотні випробування літака**

Умовою коректного розв'язку задач аеропружності є вибір такої розрахункової схеми, яка б достовірно відтворювала основні динамічні характеристики конструкції, такі як частоти й форми власних коливань, коефіцієнти інерційних навантажень, узагальнені маси й декременти затухань цих коливань. Для цього використовують наземні частотні випробування (НЧВ) (рисунк 1.10) [66]. Для одержання необхідної інформації експериментальним шляхом використовуються спеціальні технічні засоби, а саме багатоканальне устаткування з автоматичною реєстрацією, яке містить апаратуру збурення й самі збудники коливань, що дозволяють задавати за часом гармонійні або східчасті сили одночасно в ряді точок конструкції, регулювати рівень і фазові зрушення сил. Додатково можуть вимірюватися крутні та згинальні моменти за допомогою тензодатчиків. Однак, датчики і апаратура для вимірювання навантажень під час льотних випробувань в даному випадку є непридатними, оскільки деформації і напруження під час НЧВ на два порядки менші, а максимальні прогини на кінцях крила складають  $10^{-4} \div 10^{-3}$  пів розмаху крила, тобто кілька міліметрів.

Збудження коливань на літаку здійснюється за допомогою силозбудників (вібраторів), що зазвичай розраховані на силу до 20 кгс. Завдяки малим величинам декрементів на основних тонах коливань більшість нижчих тонів достатньо добре викликаються при збуренні у двох симетричних точках на кінцях крила. Вимір і реєстрація сигналів датчиків переміщення, прискорення й тензодатчиків проводиться одночасно. При гармонійному збуренні всі вихідні сигнали датчиків подаються на входи блоків, що здійснювали синхронне детектування – виділення дійсних – синфазних складових (у фазі зі збуренням) і уявних – квадратурних (зміщених на  $90^\circ$  відносно збурення) компонентів коливань та виводяться на екрани контрольно-виміральної апаратури. (рисунок 1.11). Можливість вимірювання згинальних і крутних моментів з допомогою тензодатчиків в процесі визначення форм і частот власних коливань залежить від точності використовуваної тензометрії.



Рисунок 1.10 – Наземні частотні випробування планеру [66]

Визначення частот і форм власних коливань здійснюється по сигналах датчиків переміщення й прискорення. Резонансна частота відповідає умові нульовий синфазної складової, тобто  $Re\ y_k=0$  у заданій точці  $k$ . Коливання точок реєструються у вигляді напруги, що пропорційна амплітуді складових сигналів датчиків:

$$Y_k = K_k U_k ; U_k = Re U_k \cos pt + Im U_k \sin pt ;$$

$$Re U_k = \int_0^T U_k \cos pt \, dt ; Im U_k = \int_0^T U_k \sin pt \, dt , \quad (1.16)$$

де  $K_k$  – тарувальний коефіцієнт;

$T$  – час інтегрування;

$p$  – частота.

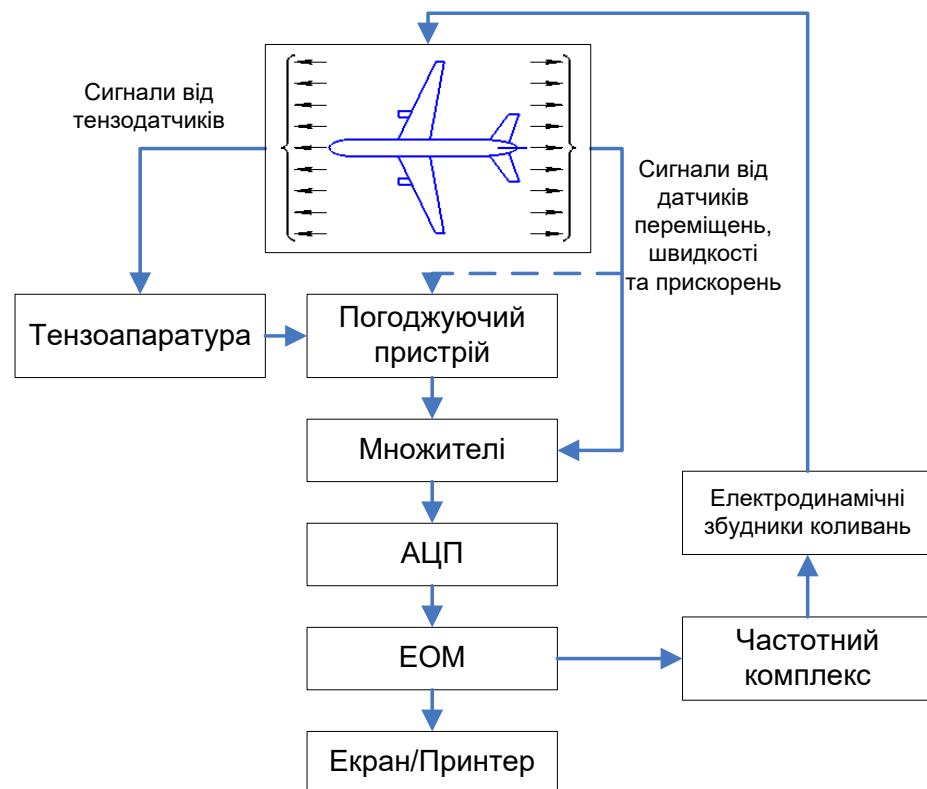


Рисунок 1.11 – Схема багатоканального обладнання для НЧВ

Розподіл амплітуд квадратурних складових основної гармоніки в точках вимірів на резонансній частоті визначає форму коливань:

$$f_k = \frac{\text{Im} U_k K_k}{\text{Im} U_n K_n}, \quad (1.17)$$

індекс «н» ставиться до величин у точці нормування (зазвичай на кінці крила).

Визначення узагальнених мас проводиться або способами механічного довантаження в точках нормування, або шляхом додавання квадратурних складових сил збурення, або по зміні уявної й дійсної складових переміщень у малому околі резонансної частоти.

Декременти коливань визначаються в перехідних процесах по зміні амплітуд послідовних коливань, а при гармонійних процесах – або по півширині резонансної кривої, або під час визначення узагальнених мас при додаванні квадратурних складових сил збурення.

Збурення коливань проводяться в декількох варіантах: симетрично, антисиметрично й окремо із правого й лівого крила. Також за потреби

вібратори можуть кріпитися до фюзеляжу, оперення, пілонів двигунів, елеронів та рулів і встановлюватися не лише вертикально (вісь  $y$ ), а і горизонтально – вздовж осей  $x$  та  $z$ , а також і під кутом. Теоретично для симетричної конструкції, якою практично є літак, достатньо одержати реакцію на збурення однією й тією ж силою в симетрично розташованих точках для того, щоб реакцію на симетричний або антисиметричний вплив від цих двох сил визначити суперпозицією отриманих реакцій, відповідно складаючи або віднімаючи їх. Справедливо й зворотне: сума реакцій на симетричний і антисиметричний вплив двох однакових сил дає реакцію на подвоєну силу, прикладену тільки в одній точці. Очевидно, що відмінність експериментальних кривих, отриманих як безпосередньо, так і за допомогою зазначених суперпозицій, може служити показником точності проведених дослідів.

Однак, як було сказано вище, існують певні неточності у вихідних даних, що використовуються при побудові розрахункової пружно масової моделі літака. Тому за результатами НЧВ здійснюється її коректування [63]:

1. Коректування динамічної схеми починається з контролю результатів, коли порівнюють матеріали розрахунків (у рамках вихідної розрахункової схеми) і експерименту по частотах і формах власних коливань. Причиною розбіжності можуть бути:

- а) неправильні вихідні дані в розрахунках, що усувається їхнім виправленням;
- б) недостатньо точне знання характеристик окремих елементів конструкції (у першу чергу жорсткісних), які в багатьох випадках можна звести до одного параметра – пружності пілона двигуна, парціальної частоти органу керування, податливості кріплення стабілізатора і т.д. Для складної схеми можуть бути відсутні деякі вихідні дані, тоді замість них використовуються експериментальні результати. Коректування проводять за розрахунковими значеннями жорсткості, наприклад пружного «нишпорення» двигунів, з використанням експериментальних значень частоти, коли в припущенні вірогідності знання інерційних характеристик, а також по формах коливань можна судити про близькість резонансних і парціальних частот;

в) можуть бути й принципові недоліки розрахункової схеми. Наприклад, для балкової схеми це – нехтування зломом осі жорсткості, виносом площини крила нагору або вниз із площини симетрії фюзеляжу, нехтування горизонтальними коливаннями крила або неврахування яких-небудь степенів свободи зосереджених вантажів (їх кріплення прийнято абсолютно жорстким).

2. Традиційне кількісне порівняння частот і якісне порівняння форм коливань (кількість вузлів, відносні напрямки прогинів частин конструкції й ступінь їх участі в коливаннях) у загальному випадку є недостатнім. Воно повинне бути доповнене кількісним порівнянням по величині наведеної маси  $m_j^0$ , яка має розмірність маси, чисельно збігається з узагальненою масою в точці нормування і є інтегральною характеристикою даної форми власних коливань ( $j$  – номер тону). Мала кількісна розбіжність між розрахунковою й експериментальною формами приводить до малої різниці між величинами їх інтегральних квадратичних характеристик з масою  $m(x,y,z)$ , тобто до близьких значень  $m_{je}^0$  і  $m_{jp}^0$  (індекс «е» – експеримент, «р» – розрахунки). При порівнянні експериментальну й розрахункову форми необхідно однаково нормувати, наприклад, до одиниці в одній і тій же точці з найбільшою амплітудою.

Метою коректування в цьому випадку є зближення результатів розрахунків і експерименту по обом параметрам  $\omega_j$  і  $m_j^0$ . Критерієм цієї близькості може служити відстань між розрахунковими й експериментальними точками, тобто величина  $\left[ (\Delta m_j^0)^2 + (\Delta \omega_j)^2 \right]$  на площині  $(m^0, \omega)$ , де  $\Delta m_j^0 = m_{jp}^0 - m_{je}^0$ ;  $\Delta \omega_j = \omega_{jp} - \omega_{je}$ .

Зручніше мінімізувати безрозмірну суму квадратів різниць відносних параметрів – величину

$$R_{m\omega}^2 = \left( h_1 \frac{\Delta m_j^0}{m_{je}^0} \right)^2 + \left( \frac{\Delta \omega}{\omega_{je}} \right)^2, \quad (1.18)$$

де введений ваговий коефіцієнт  $h_1 < 1$ , оскільки погрішність  $\sigma_\omega$  менше  $\sigma_{m0}$  (він може становити 0,1, коли  $\sigma_\omega$  на порядок менше  $\sigma_{m0}$ ). Мінімальне значення суми порядку  $(1 \div 5) \cdot 10^{-4}$  можна вважати задовільним. У тому випадку, коли мають

місце два близьких по частоті й сильно взаємодіючих тони, доцільно проводити коректування з одночасним використанням характеристик обох тонів.

3. Якщо коректування розрахунків проводиться за результатами експерименту для тонів одного типу симетрії, то критерієм правильності є перевірка для тонів іншого типу симетрії. Тобто, якщо частоти і моменти інерції скоректовані на симетричних тонах, то перевірка проводиться на антисиметричних тонах.

4. У випадку вимірювання крутних та згинальних моментів, проводиться порівняння розподілів по конструкції максимальних значень силових факторів отриманих по перехідних процесах в експерименті, з відповідним розподілом отриманим при розрахунку, в якому скоректовано значення  $\omega_j$ , і  $m_j^0$ . Показником збіжності є  $\delta_i^2$  – квадрати різниці максимальних моментів для ряду перетинів крила

$$\delta_i = \left( \frac{M_{zg.p}^{\max} - M_{zg.e}^{\max}}{M_{zg.e}^{\max}} \right)_i. \quad (1.19)$$

5. Далі необхідно порівняти розрахункові і експериментальні значення розподілених інерційних навантажень (моментів) отриманих при усталених коливаннях на власних частотах. Коректування параметрів проводиться з метою отримання мінімальної розбіжності найбільших величин  $\overline{M_j}$  (у найбільш навантажених перетинах) даного тону. Ці величини на різних тонах можуть мати максимуми в різних перетинах. Після мінімізації на кожному окремому тоні можуть реалізуватися послідовні наближення, коли трохи змінюються  $\omega_j$ , і  $m_j^0$  у межах експериментальних погрешностей. Цим і завершується коректування. Блок-схема коректування розрахункової моделі на основі НЧВ представлена на рисунку 1.12.

Одержані у НЧВ дані можуть служити матеріалом для підтвердження й перевірки розрахункової схеми, по якій обчислюють навантаження від неспокійного повітря й при посадці, визначають ресурс конструкції і т.д.



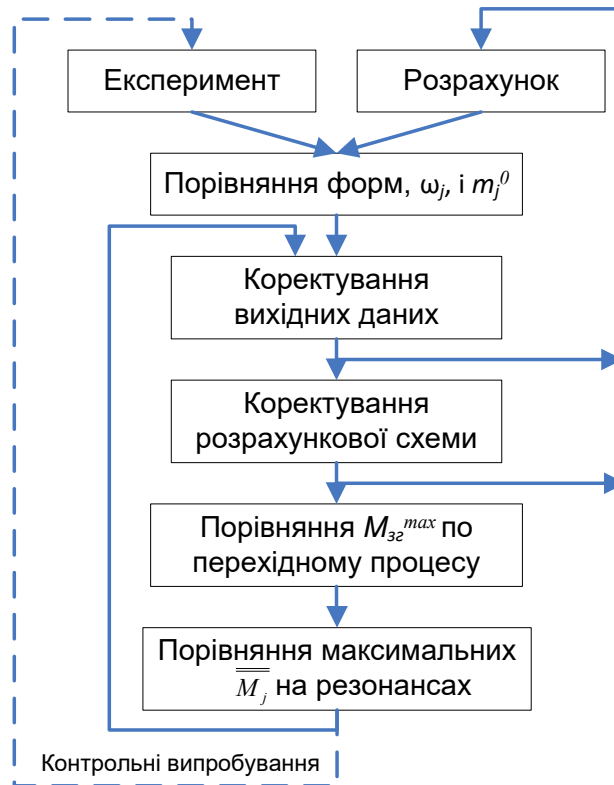


Рисунок 1.12 – Схема коректування розрахунку на основі НЧВ

#### 1.4.2 Випробування на стендах та в аеродинамічних трубах

Ще одним способом визначення динамічних характеристик конструкції літака є випробування за допомогою ДПМ, які дозволяють дослідити вплив зовнішніх збурень, в тому числі, в потоці повітря при випробуваннях в аеродинамічних трубах [69, 70]. Випробування і відповідно виготовлення ДПМ відбувається до побудови літака, що дозволяє відпрацювати потенційні динамічні характеристики конструкції на ранніх етапах проектування літака.

Найпоширенішими типами ДПМ літаків транспортної категорії, що використовують в дослідженнях в АТ малих швидкостей, є відсічні моделі, у яких пружність конструкції крила, фюзеляжу, оперення моделюють балками-лонжеронами, розташованими уздовж осей жорсткості [71]. На балці кріпляться відсіки, що створюють аеродинамічні обводи крила, фюзеляжу, оперення та передають аеродинамічні й інерційні навантаження на лонжерони. Щоб відсіки не змінювали жорсткості лонжерона, що задається відповідно до теорій подоби, кожний відсік кріпиться до лонжерона в одному перетині й не обмежує його

деформацій (рисунок 1.13). Величина погрішності відповідності динамічних характеристик ДПМ розрахунковій моделі залежить від багатьох факторів: точності схеми моделі; механічних характеристик матеріалів, з яких виготовлено модель; точності виготовлення елементів, що визначають жорсткісні характеристики конструкції, і т.п.

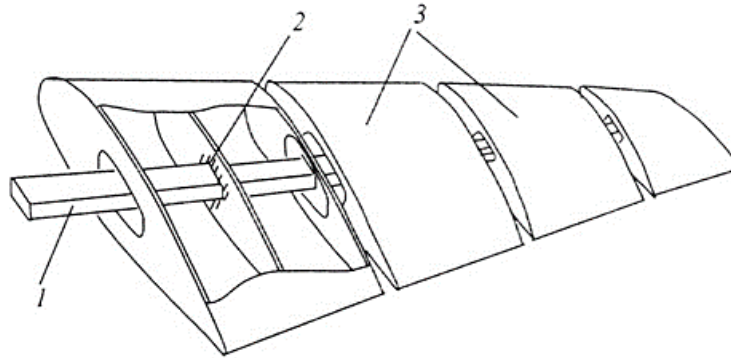


Рисунок 1.13 – Модель крила: 1 – балка-лонжерон; 2 – перетин кріплення відсіку до лонжерону; 3 – відсіки

Першочергово проводяться випробування аналогічні до НЧВ натурального літака. На них перевіряють відповідність динамічних характеристик ДПМ розрахунковій моделі, а основним критерієм є близькість розрахованих частот до частот власних коливань цієї конструкції.

Традиційним дослідженням аеродинаміки літака є випробування його моделей у АТ. Тому наступним логічним кроком є випробування ДПМ в АТ (рисунок 1.14). Ці випробування дозволяють оцінити поведінку аеропружної конструкції в потоці повітря, визначити аеродинамічне демпфування та аеродинамічну жорсткість конструкції. Крім того, можна визначити статичні навантаження при різних кутах атаки. Результати цих вимірів можна безпосередньо використовувати для порівняння з розрахунковими.

Варто відзначити, що несучі поверхні відсічних моделей, не подібні натурі, оскільки, навіть при відсутності деформацій на цих моделях між відсіками є щілини, крізь які може протікати повітря. Поверхня деформованого крила ще більш відрізняється від поверхні крила натурі, тому що через відносний зсув відсіків вона стає східчастою. Наприклад, у роботі [72] зазначено, що наявність у жорсткій моделі крила щілин, що імітують щілини

між відсіками пружного крила, не приводить до значних змін аеродинамічних характеристик (величина  $c_y^a$  зменшувалася на 4% при значній величині щілин).



Рисунок 1.14 – ДПМ літака Ан-178 в аеродинамічній трубі АТ-1

Одним з видів випробувань у АТ є експеримент з решіткою профілів. В цьому випадку, в трубі встановлюються спеціальні решітки, ґратки яких відхиляються за певним законом, чим створюють скіс потоку, який моделює пориви повітря [73]. На рисунку 1.15 показано схему таких випробувань. Можна створювати однократні, гармонійні або випадкові пориви.

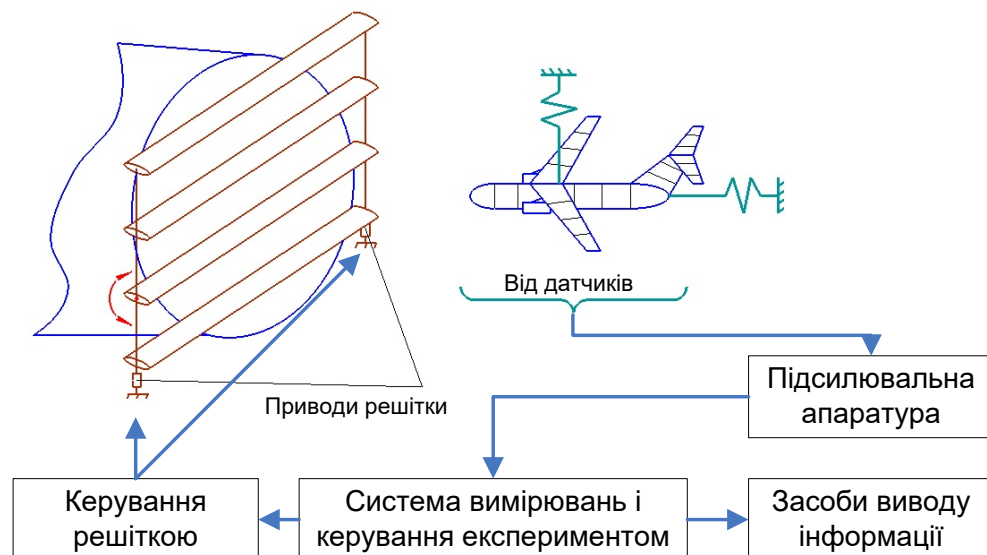


Рисунок 1.15 – Схема експерименту в АТ з решіткою профілів

Метою модельного експерименту є, як правило, одержання таких результатів, щоб згодом їх можна було перерахувати за правилами подоби на натурний літак. Однак, у даному випадку перенос результатів на натуру

утруднений через особливості експерименту, такі як наявність пружної підвіски й неоднорідність пориву за розмахом крила. Наприклад, оскільки ДПМ не може створювати підймальну силу, рівну вазі моделі, то підвіска повинна сприймати всю або частину ваги моделі, а також всю силу опору. Одночасно із цим, підвіска повинна забезпечувати свободу вертикальних і бокових переміщень, а також поворотів за кутом тангажу, ристання і крену. Оскільки, систему підвіски не вдається зробити досить м'якою, то в результаті частоти коливань моделі на підвісі становлять 0,5-1 Гц, тобто замість нульової частоти у вертикальному напрямку, яку має вільний літак, з'являється частота, що наближається до частоти першого тону згинних коливань крила ДПМ, а частота коливань по тангажу моделі без потоку виявляється вище, ніж у вільної моделі в потоці. Таким чином, у цілому подоби по рухові літака як твердого тіла в польоті одержати на ДПМ у потоці не вдається. У той же час відомо, що цей рух впливає на динамічне навантаження конструкції. Також варто враховувати, що конструкційне демпфування в ДПМ, як правило, відрізняється від того, що має реальна конструкція. Таким чином, ці особливості модельного експерименту не дозволяють перераховувати обмірювані динамічні навантаження на натурний літак і вимагають значних виправлень.

Перейдемо до поривів та навантажень, які можна отримати в такому експерименті. В роботі [31] приведений та описаний експеримент в з решіткою профілів в аеродинамічній трубі Т-103 з ДПМ СД-100. На рисунку 1.16 показана зміна за часом вертикальної складової швидкості потоку в трубі Т-103 від відхилення ґрат профілів при подачі на її гідропривід сигналу «1-cos». Криві на цьому рисунку відповідають шести різким відхиленням ґрат, вони нормовані до середнього максимуму по цих реалізаціях. В експерименті визначалися згинальні моменти  $M_{32}$  (рисунк 1.17) та перевантаження.

В результаті, було отримано, що середньоквадратична похибка при вимірах максимальних величин динамічних навантажень від однократних поривів становить 5-10%. Повторні випробування деяких моделей показали, що відхилення не перевищували 7-8% [74].

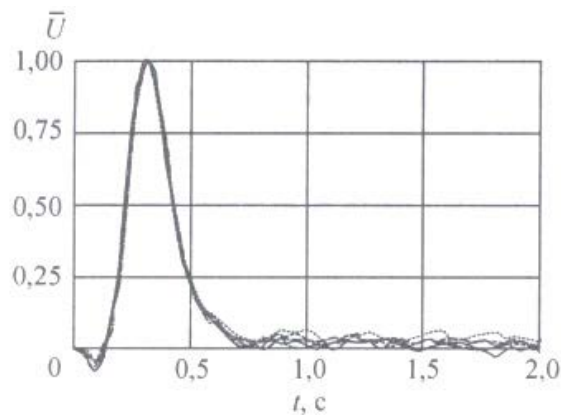


Рисунок 1.16 – Повторюваність однократних поривів типу «1-cos» [31]

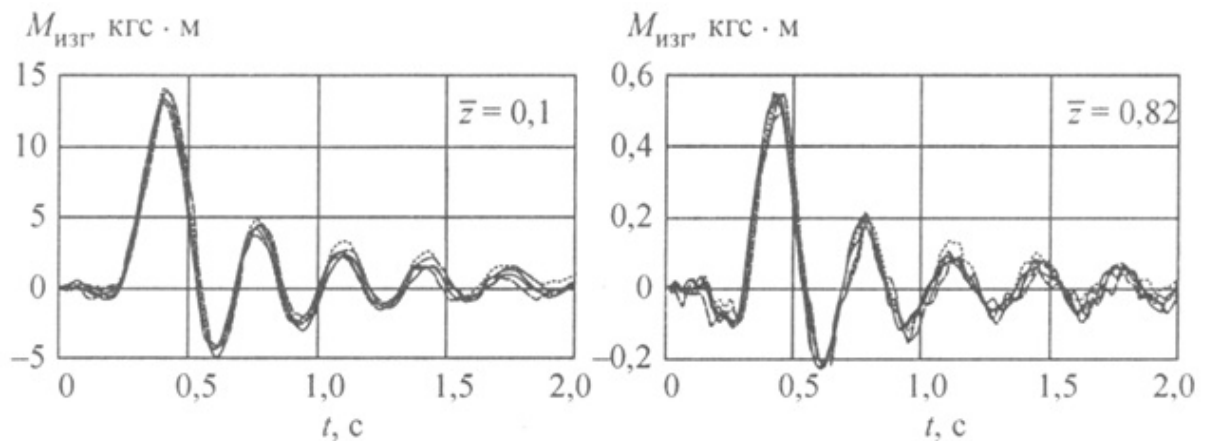


Рисунок 1.17 – Повторюваність навантажень  $M_{zg}$  при відхиленні ґратки профілів за сигналом «1-cos» [31]

**Визначення аеродинамічних характеристик в АТ.** Варто згадати і «традиційні» види випробувань в АТ: дренажні та вагові (рисунок 1.18). При вирішенні завдань визначення зовнішніх навантажень на елементи літака дренажні випробування є джерелом інформації для одержання:

- розподілених аеродинамічних характеристик – розподілів тиску по поверхні моделі літака і її перетинам;
- інтегральних аеродинамічних характеристик – коефіцієнтів аеродинамічних сил і моментів, які є визначальними при формуванні геометрії літака.

Відносне значення тиску  $\bar{p}_{ij}$  у дренажних точках на поверхні аеродинамічної моделі визначається за умови врахування величини швидкісного напору  $q_i$  в АТ що обумовлене технологією експерименту:

$$\bar{P}_{ij} = Z_0 \left( \frac{P_{ij}}{\mu q_i} \right), \quad (1.20)$$

де  $\mu$  – коефіцієнт поля потоку в робочій частині АТ.



Рисунок 1.18 – Дренажна модель в аеродинамічній трубі

Задача визначення коефіцієнтів аеродинамічних сил і моментів зводиться до чисельного інтегрування розподілу тиску  $\bar{P}_{ij}$  (1.20) по складному (замкненому) контуру отриманого для заданого перетину агрегату моделі й обчисленню у зв'язаній системі координат значень коефіцієнтів нормальної  $c_n$  і тангенціальної  $c_\tau$  складових аеродинамічної сили, коефіцієнтів поздовжнього моменту  $m_z$ , відносного положення центру тиску  $\bar{x}_d, \bar{y}_d$  для заданих поверхонь моделі літака. Для цього користуються співвідношенням:

$$c_{ya} = \int \bar{P}(\bar{x}) d\bar{x}, \quad c_{xa} = \oint \bar{P}(\bar{y}) d\bar{y}, \quad m_{zp} = \frac{1}{2} \oint \bar{P}(\bar{x}) d\bar{x} - \frac{1}{2} \oint \bar{P}(\bar{y}) d\bar{y}, \quad (1.21)$$

де  $d\bar{x}, d\bar{y}$  – безрозмірні проекції елементарних площ на хорду крила і на лінію, перпендикулярну хорді крила.

В результаті можна отримати одну з визначальних характеристик, необхідну для визначення навантажень на крило літака – відносну циркуляцію коефіцієнтів підйімальної сили за розмахом крила, яка визначається наступним чином:

$$\bar{\Gamma}(\bar{z}) = \frac{c_y(\bar{z})b(\bar{z})}{c_{ykp}b_{cp}}, \quad (1.22)$$

де  $\bar{z}$  – відносна координата перетину крила;

$c_{ykp}(\bar{z})$  – значення коефіцієнту підйімальної сили в  $\bar{z}$ -перетині крила;

$b(\bar{z})$  – хорда крила в  $\bar{z}$ -перетині за розмахом крила;

$b_{cp} = S/L$  – середня хорда крила;

$c_y$  – коефіцієнт підйимальної сили;

$i$  відносний центр тиску

$$\bar{x}_d(\bar{z}) = -\frac{m_z(\bar{z})}{c_n(\bar{z})}. \quad (1.23)$$

### 1.4.3 Льотні випробування

Для досліджень міцності конструкції, на період льотних випробувань, літак обладнують тензометричною й контрольно-записуючою апаратурою. Вимірювання згинальних моментів виконують мостовими тензометричними схемами. У польоті зазвичай фіксуються згинальні  $M_x$  та крутні  $M_z$  моменти що виникають на крилі. Додатково виконуються розрахунки навантажень для кожного з розглянутих режимів польоту по заздалегідь налагодженій розрахунковій динамічній схемі з використанням квазістаціонарної аеродинаміки й вихідних даних, отриманих на основі випробувань у трубах.

У зв'язку з тим, що в експерименті зазвичай відсутнє вимірювання самих поривів, то ніякої інформації про спектральний склад турбулентності під час польотів не отримують. Тому й розраховані, і експериментальні спектри навантажень представляють, як нормовані до одиничної площі, тобто при одній і тій же дисперсії. При розгляді впливу атмосферної турбулентності, як вже згадано вище, припускають, що він є випадковим Гаусівським процесом, для якого, як відомо, число перетинів  $N_x$  того або іншого рівня навантаження  $x$  в одиницю часу (або на одиницю шляху) відповідає наступному закону:

$$N_x = N_0 \exp(-x^2 / 2\sigma^2), \quad (1.24)$$

де  $N_0$  – число перетинів нульового рівня в одному напрямку;

$\sigma$  – середньоквадратичне відхилення процесу.

Найкраща відповідність розрахунків і експерименту спостерігається на інтегральних характеристиках. Про збіг розрахунків і експерименту можна судити не тільки по динамічних, але й по статичних навантаженнях отриманих

в горизонтальному польоті, в першу чергу по згинальних моментах крила  $M_{x Г.П.}$ . В цьому випадку навантаження визначатимуться з використанням форм власних коливань для розрахунку статичних деформацій при врахуванні впливу пружності на аеродинамічні сили, а параметри атмосферної турбулентності (швидкість, напрям та частота поривів повітря) прийняти нульовими. Таким чином можна отримати своєрідний коефіцієнт динамічності у вигляді співвідношення середньоквадратичних значень згинального моменту й перевантаження, поділеного на момент у горизонтальному польоті

$$K_D = \frac{\sigma_M}{\sigma_{II}} \frac{1}{M_{Г.П.}}. \quad (1.25)$$

Використання коефіцієнту динамічності дозволяє порівняти величину та характер навантаження агрегатів літака в умовах динамічного навантаження з статичним навантаженням при усталених маневрах.

#### 1.4.4 Перевірка адекватності розрахункової моделі та експерименту

Експериментальні дані зазвичай є показниками датчиків вимірювальної апаратури системи, записаними в процесі проведення досліджень. Дослідження динамічних характеристик літака під час НЧВ чи випробувальних польотів, а також аеродинамічних характеристик моделі літака в АТ пов'язані з отриманням і переробкою значних обсягів різних видів інформації. Кожному експерименту передуює тривалий процес підготовки досліджуваного об'єкту й апаратури до випробувань, який може супроводжуватися помилками і неточностями. Це призводить до повторної обробки експериментальних даних або і повторного проведення експерименту, що в свою чергу призводять до істотного збільшення часу проектування літака.

Загальну структуру експериментального дослідження можна представити наступною логічною схемою, що показана на рисунку 1.19 [75], де:

- $H(i)$  – робоча гіпотеза або те, що чекає дослідник від експерименту;
- $M(i)$  – варіант експериментальної моделі чи стенду, що задовольняє необхідним критеріям;



- $P(i)$  – програма експерименту;
- $L(i)$  – алгоритм обробки та обчислень експериментальних даних;
- $D(i)$  – процес формування експериментальних даних;
- $I(i)$  – інтерпретація отриманих результатів;
- $R(i)$  – критерій досягнення мети експерименту, де  $i$  – порядковий номер технологічного циклу.

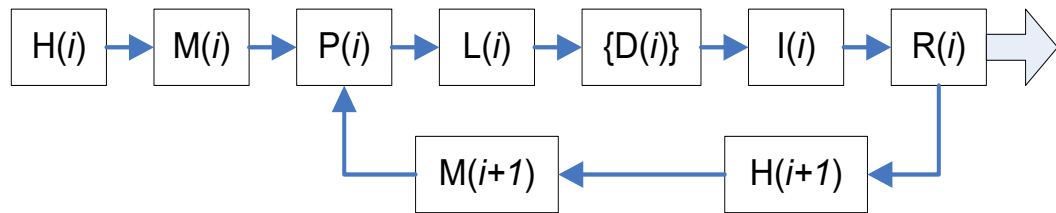


Рисунок 1.19 – Структурна схема технологічного циклу експериментальних досліджень

Суть наведеного алгоритму наступна. Спочатку формується мета експериментального дослідження (робоча гіпотеза –  $H(i)$  або передбачуваний результат), використовуючи існуючу апіорну інформацію (звіти про аналогічні дослідження; наукові статті й т.п.). Для досягнення мети експериментального дослідження проектується й виготовляється початковий варіант моделі чи стенду –  $M(i)$ . Далі складається програма експерименту –  $P(i)$ , а також визначається методика обробки експериментальних даних. Для типових експериментальних досліджень методика обробки даних зазвичай відома –  $L(i)$ . Потім проводиться сам експеримент, результатом якого є сформовані дані в стандартизованій формі  $\{D(i)\}$  – зазвичай, це таблиці та графіки, які використовуються для інтерпретації  $I(i)$  і аналізу даних, а також перевірки критерію досягнення мети  $R(i)$ . Якщо він досягнутий, тоді дані експериментальні дослідження припиняються, а якщо ні, тоді уточняється робоча гіпотеза, допрацьовується модель –  $M(i+1)$  і технологічний цикл експериментального дослідження повторюється.

Основи обробки експериментальних даних викладені в роботах [76, 77]. Нижче на прикладі вимірювань навантажень, а саме згинального моменту  $M_x$ , що діє на крило літака під час польоту, описано метод отримання довірчих

інтервалів експериментальних даних для порівняння з розрахунковими значеннями. Що в свою чергу дозволяє отримати підтвердження адекватності розрахункової моделі та експерименту (рисунок 1.20).

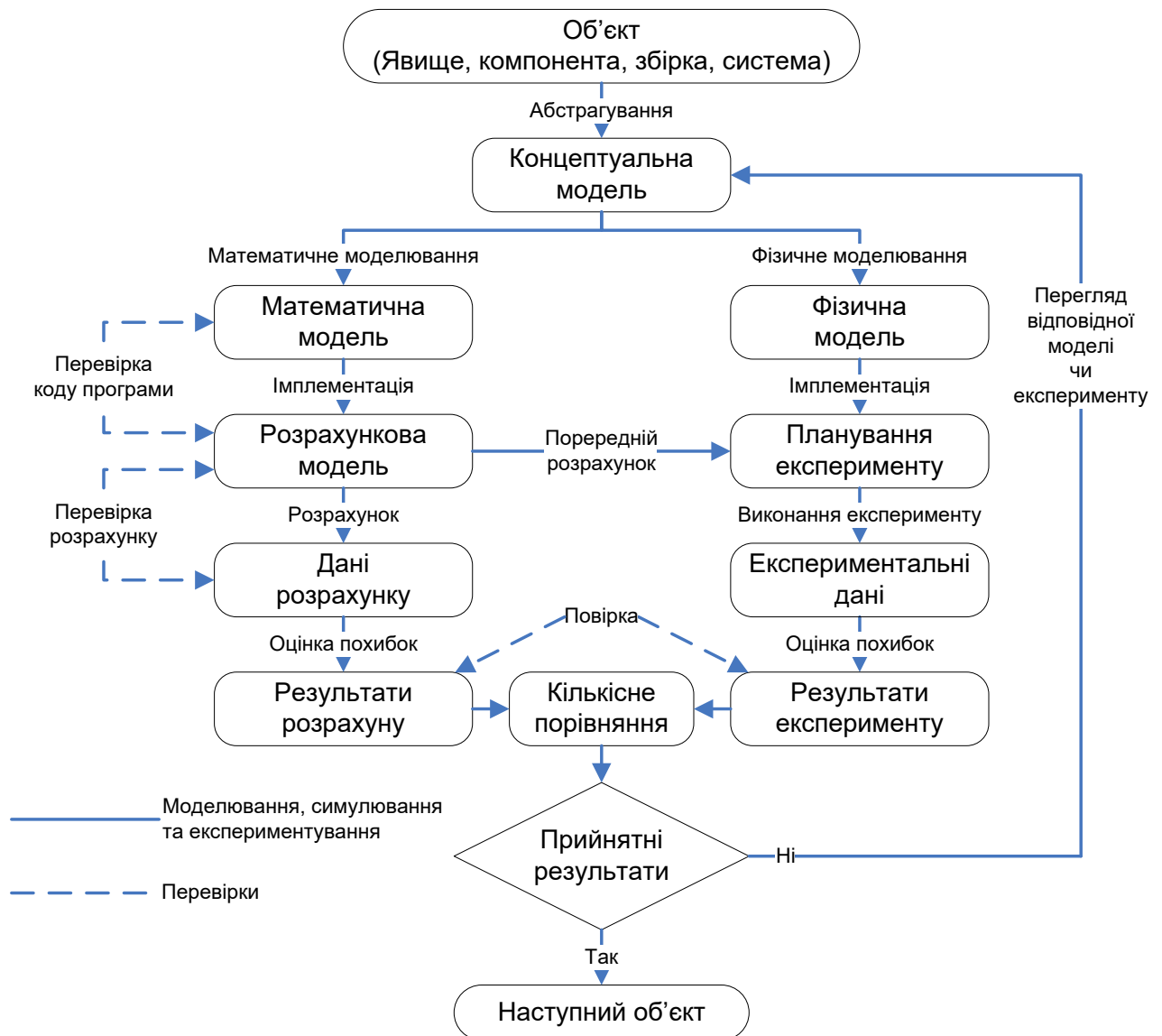


Рисунок 1.20 – Алгоритм перевірки відповідності розрахункових моделей та експериментів

Перш ніж проводити повномасштабний експеримент та обробку експериментальних даних (ЕД), необхідно переконатися в тому, що прийнята технологія проведення дослідів відтворювана. Для визначення ефективності функціонування системи обробки пропонується проводити оцінку нормованих параметрів на основі апріорно відомих (еталонних) даних навантажень. Метод перевірки припускає:

1. Зчитування ЕД і формування матриці з елементами  $M_{x_{jit}}$  значень згинального моменту в перетині  $t$  при  $i$ -ому повторі дослідів (зрізі даних запису польоту) у передбачуваному діапазоні для  $j$ -ої серії дослідів.
2. Визначення довірчого інтервалу, на підставі якого й виконується оцінка якості ЕД.
3. Пошук і виключення «некоректних» даних навантажень в перетині по ансамблю ЕД.

Для кожної серії повторних дослідів обчислюють середнє арифметичне значення функції відгуку – згинального моменту:

$$\bar{M}_{x_{jt}} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^k M_{x_{ijt}} \quad (j = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, K), \quad (1.26)$$

де  $k$  – кількість повторних дослідів, проведених при однакових умовах,  $2 < k < 9$ ,

$M_{x_{jit}}$  – значення згинального моменту в перетині  $t$  при  $i$ -ому повторі для  $j$ -ої серії дослідів;

$j$  – номер серії дослідів;

$t$  – номер перетину.

Далі обчислюється оцінка дисперсії для кожної серії повторних дослідів у точці  $t$ :

$$s_{jt}^2 = \frac{1}{k-1} \sum_{i=1}^k (M_{x_{ijt}} - \bar{M}_{x_{jt}})^2 \quad (j = 1, 2, \dots, N; t = 1, 2, \dots, K). \quad (1.27)$$

Для перевірки відтворюваності показників ЕД знаходять відношення найбільшої з оцінок дисперсії до суми всіх оцінок дисперсії:

$$G_{qt} = \frac{\max s_{jt}^2}{\sum_{j=1}^N s_{jt}^2}. \quad (1.30)$$

Цей розрахунковий критерій Кохрена відповідає довірчій імовірності  $P=0,95$  і порівнюється з табличним значенням критеріїв Кохрена  $G$  [78]. Критерій визначається по загальній кількості оцінок дисперсії  $N$  (кількість серій дослідів/записів) і числу степенів свободи  $f$  пов'язаних з кожною з них, причому

$f=k-1$ , чисельне значення яких повинне бути не менше трьох. Якщо виконується умова  $G_q < G$  то записи навантажень вважаються відтвореними, а оцінки дисперсії однорідними. Для  $N=3$  і  $f=5$ ,  $G_q < 0,707$ .

У тих випадках, коли отримано результати кількох серій з різною кількістю повторних записів, для перевірки гіпотези про однорідність дисперсій використовують критерій Бартлетта [79]. Для цього, за допомогою рівняння (1.26) для кожної серії записів обчислюють середнє арифметичне значення навантажень в відповідному перетині. Оцінку дисперсії для кожної серії повторних записів у перетині визначають із виразу (1.27). З кожною із цих оцінок зв'язане число степенів свободи  $f_{jt}=k_{jt}-1$ , при якому і розраховується середньозважена оцінка дисперсії

$$s_{ct}^2 = \left( \sum_{j=1}^N f_{jt} s_{jt}^2 \right) \left( \sum_{j=1}^N f_{jt} \right)^{-1} \quad (t=1,2,\dots,K). \quad (1.29)$$

Ввівши позначення  $f_t = \sum_{j=1}^N f_{jt}$  і допоміжний коефіцієнт [80]

$$C_t = 1 + \frac{1}{3(N-1)} \left( \sum_{j=1}^N \frac{1}{f_{jt}} - \frac{1}{f_t} \right), \quad (1.30)$$

обчислюється критерій Бартлетта [79]:

$$B_t = \frac{2,3026}{C_t} \left( f_t \lg s_{ct}^2 - \sum_{j=1}^N f_{jt} \lg s_{jt}^2 \right). \quad (1.31)$$

Перевіряється умова  $B_t \leq \chi^2_{1-\alpha}$  для рівня значимості  $p$  і числа степенів свободи  $f_t=N-1$ . Якщо умова виконується, то відтворюваність показань навантажень в перетині виконується й перетин допускається до подальшої роботи, в протилежному випадку перетин замінюється іншим. Для трьох серій вимірів значення  $\chi^2_{1-\alpha}$  становить 5,99.

Крім перевірки адекватності проводиться перевірка значимості показань навантажень, оскільки, у процесі роботи практично гарантовано з'являються «браковані» показання (рисунк 1.21). Такі дані є випадковими помилками, природа яких визначається властивостями об'єкту й вимірювального

інструмента, методами вимірювань й зовнішніми факторами. Виключення «бракованих» перетинів виконується з використанням t-статистики Стюдента

$$t = \frac{M_{x \min}^{\max} - \bar{M}_{xj}}{s}, \quad (1.32)$$

де  $M_{x \min}^{\max}$  – мінімальне або максимальне значення навантажень в групі повтору, які перевіряються на «брак»;

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^k (M_{xjt} - \bar{M}_{xj})^2}{f}} \quad \text{– стандарт (середньоквадратичне відхилення) в } j\text{-ій}$$

точці при  $i$ -ому повторі.

При мінімальному числі степенів свободи  $f=2$  і рівні значимості  $\alpha=0,05$  табличне значення  $t=4.303$ .

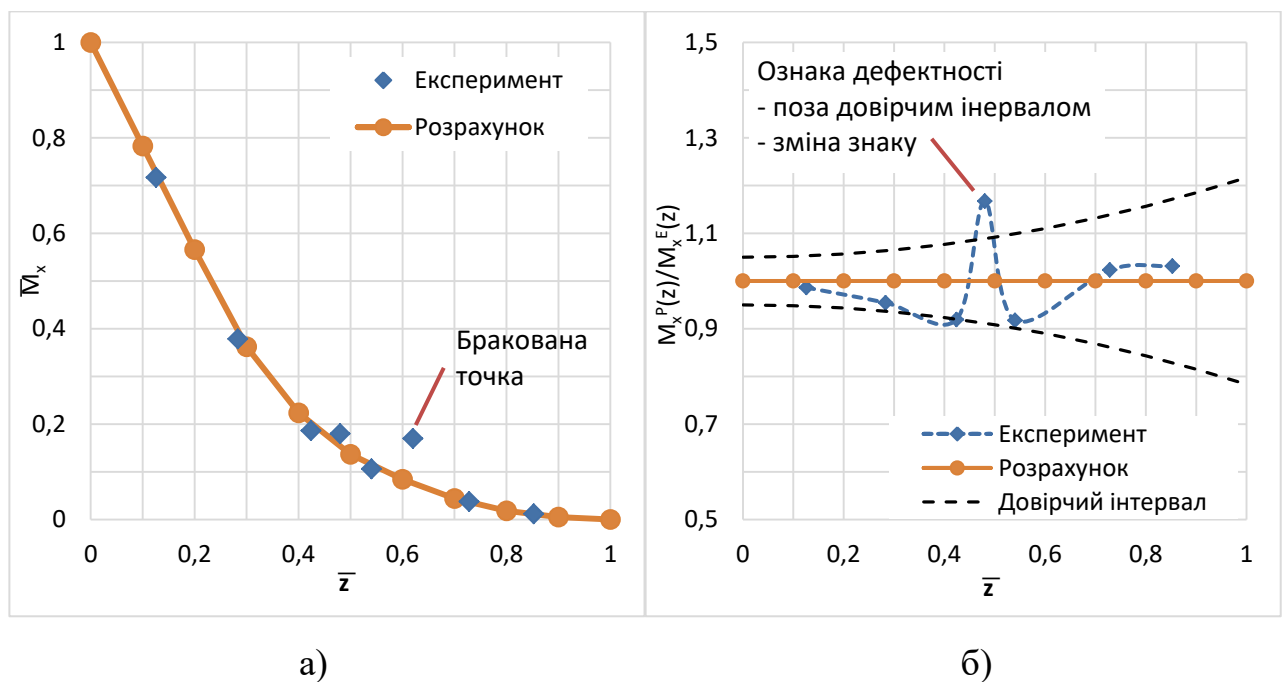


Рисунок 1.21 – Обробка експериментальних даних: а) вибраківка навантажень; б) побудова довірчого інтервалу

На практиці зустрічається ситуація коли в процесі проведення експерименту навантаження у перетині виміряти правильно не вдається, наприклад через дефектну наклейку тензорезисторів. Для вибракування такого перетину (точки) використовуються властивості, що полягають у безперервності функції розподілу навантажень:

- похідна функції розподілу навантажень в околі точки міняє свій знак на протилежний (винятки бувають, коли між сусідніми вимірюваними перетинами знаходиться масивний агрегат або працюючий двигун).
- похідна функції розподілу випадає за межі довірчого інтервалу похідних.

Якщо ці властивості характерні для значення навантаження у перетині, то можна говорити про його брак на рівні значимості  $\alpha=0,05$ .

Для побудови довірчого інтервалу визначається дисперсія коефіцієнта регресії похідних функції розподілу навантажень за розмахом

$$s_{\{b'_{jt}\}}^2 = \frac{s_{y'_t}^2}{N}, \quad (1.33)$$

де  $s_{y'_t}^2$  – дисперсія похідних функції розподілу навантажень за розмахом крила.

Довірчий інтервал (рисунок 1.21, б) визначається як:

$$\Delta b'_{jt} = \pm Et \left| \sqrt{s_{\{b'_{jt}\}}^2} \right|, \quad (1.34)$$

де  $t$  – табличне значення критерію Стюдента при числі степенів свободи з якими визначено  $s_{\{b'_{jt}\}}^2$  на рівні значимості  $\alpha=0,05$ ;

$E$  – параметр регулювання діапазону,  $E=1,0$  при  $\alpha=0,05$ ;

$\left| \sqrt{s_{\{b'_{jt}\}}^2} \right|$  – квадратична похибка коефіцієнтів регресії.

Довірчий інтервал задається верхньою й нижньою межею  $b'_{jt} + \Delta b'_{jt}$  і  $b'_{jt} - \Delta b'_{jt}$ , де  $b'_{jt}$  – базова функція розподілу навантаження за розмахом крила (рисунок 1.21, б). У якості базової функції при відсутності даних кратних випробувань використовується чисельний метод розрахунків [81, 82]. Далі виконується запис отриманих характеристик у вигляді епюр згинального моменту  $M_x$  у для заданих перетинів крила літака. Для побудови відповідних графіків виконується сплайн-апроксимація  $M_x(z)$ . Такий спосіб побудови епюр дає можливість визначати значення згинального моменту  $M_x$  у всіх заданих перетинах крила. Схема виявлення й вибракування помилок при обробці даних вимірювання навантажень під час польоту наведена на рисунку 1.22.



Рисунок 1.22 – Схема вибору та вибравовки помилок при обробці даних вимірювань навантажень під час польоту

Підводячи підсумки, можна стверджувати, що отримання гарної відповідності розрахунків навантаження літака до отриманих у льотних випробуваннях, можна досягнути лише після ретельного відпрацювання динамічної схеми, максимально можливого врахування умов, у яких проводили експерименти та використання в якості вихідних даних ряду параметрів, узятих безпосередньо з експериментів у АТ та отриманих під час НЧВ.

## 1.5 Постановка рішення наукової задачі

Проведений аналіз методів визначення навантажень літака при польоті в неспокійній атмосфері демонструє характерні недоліки існуючих статистичних, експериментальних та чисельних методів. Знаходження оптимального алгоритму оцінки зовнішнього навантаження від неспокійного повітря є актуальною задачею. При оцінці різних обчислювальних схем слід розглядати показники обчислювальної ефективності разом з показниками точності.

Таким чином для оцінки параметрів зовнішніх навантажень на крило літака при польоті в неспокійному повітрі модель навантажень повинна:

- використовувати тільки широко та всебічно перевірені математичні методи розрахунку аеродинамічних та інерційних сил на крило літака;
- мати точність розрахунку, яка співставна з точністю фізичного експерименту.

Для досягнення поставленої мети з розробки математичної моделі зовнішніх навантажень потрібно вирішити наступні задачі:

- отримати функції навантажень та сформувану нову модель навантажень, використання якої дає можливість підняти точність їх визначення;
- виявити відповідності впливу зовнішніх факторів та реакції конструкції на навантаження застосувавши методи визначення внутрішніх силових факторів, що підвищить якість та скоротить строки розробки;
- побудову та апробацію математичних моделей базувати на класичних результатах теорії пружності, розрахунку літаків на міцність, теоретичної та експериментальної аеродинаміки;
- порівняти результати натурних та модельних експериментів з теоретичними розрахунками та переконатися, що запропоновані алгоритми і процедури забезпечують прийнятну точність за існуючими вимогами до розрахунків;
- синтезувати комплексну математичну модель крила великого подовження літака транспортної категорії на базі аеродинамічних, масових та пружних моделей несучих поверхонь.



## **РОЗДІЛ 2 МОДЕЛЬ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ НА КРИЛО ПРИ ПОЛЬОТІ В НЕСПОКІЙНОМУ ПОВІТРІ**

В даному розділі проводиться опис запропонованої моделі зовнішніх навантажень на конструкцію крила літака транспортної категорії при польоті в неспокійному повітрі та представлено математичні алгоритми її роботи. Модель навантажень поєднує в собі пружно-масову та аеродинамічну моделі літака й модель поривів повітря. За основу взято пружно-масову та аеродинамічну моделі, запропоновані О.А. Кузнєцовим в роботі [31].

### **2.1 Розрахункова пружно-масова схематизація**

#### **2.1.1 Розрахункова модель планеру літака**

При проектуванні агрегатів ЛА, деталі та вузли агрегатів створюються та моделюються як складні тривимірні моделі. При розв'язанні задач міцності (в першу чергу забезпечення необхідної місцевої міцності) твердотільні моделі перетворюються у складні СЕМ які в свою чергу формують глобальні СЕМ (ГСЕМ) агрегатів та усієї конструкції ЛА. Таким чином тривимірні ГСЕМ, для аналізу напружень та аеропружності, моделюються за допомогою дискретних елементів: оболонок та стержнів. У таких випадках уточнення структурної моделі в основному обумовлюється вибором змінних структурної оптимізації та обмежень напружень, що призводить до моделей із  $10^4$ - $10^6$  степенями свободи (рисунок 2.1). Ці моделі в свою чергу потребують значних обчислювальних потужностей та часу на аналіз всіх можливих розрахункових випадків навантаження. З метою скорочення витрати цих ресурсів використовують автоматизовані методи редукції ГСЕМ до моделей балки [83].

Конструкцію крила та фюзеляжу транспортного літака можна представити як просторову ферму, утворену лонжеронами (стрингерами) і нервюрами (шпангоутами) закріплену в корені біля фюзеляжу (з'єднану центропланом з крилом). Така ферма, є статично невизначеною системою і не може бути розрахована звичайними методами будівельної механіки. Однак можна створити детальну СЕМ та розрахувати її чисельними методами, які

потребують значних обчислювальних ресурсів та погано модернізуються навіть при незначних змінах елементів конструкції. Тому для спрощення розрахунків агрегати представляють у вигляді балок, що працюють на три окремі види деформації: вертикальний та горизонтальний згин і на кручення. Для розрахунків силу, що діє на крило переносять в центр жорсткості і розбивають на 3 ( $Q_y$ ,  $M_x$ ,  $M_z$ ) або 6 ( $Q_x$ ,  $Q_y$ ,  $Q_z$ ,  $M_x$ ,  $M_y$ ,  $M_z$ ) силових факторів. Аналогічно розкладають і погонні навантаження.

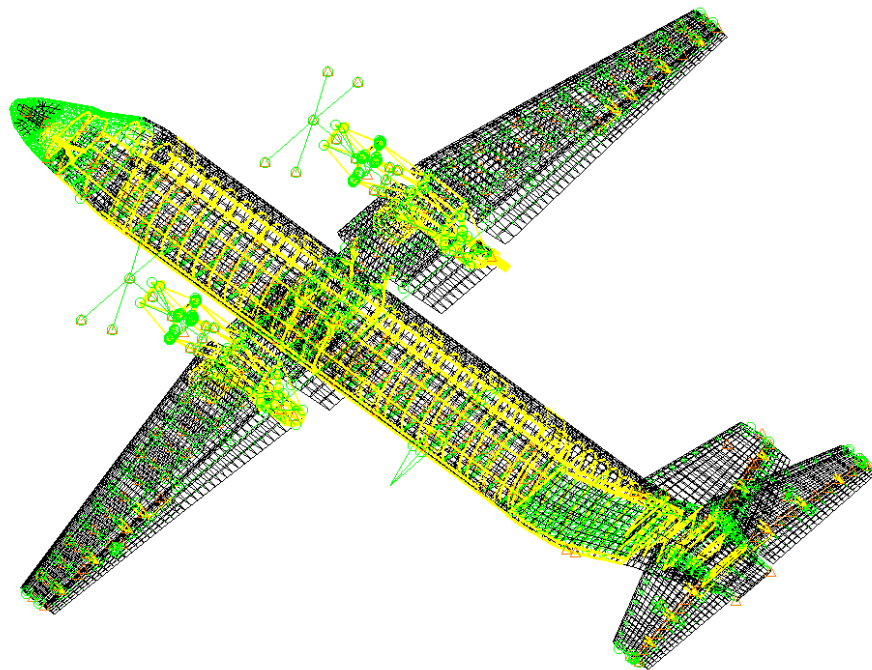


Рисунок 2.1 – СЕМ планеру літака Ан-132

На рисунку 2.2 показана схема роботи крила. Під дією вертикальної сили, крило буде вигинатися, викликаючи переміщення в вертикальній площині. На рисунку 2.3 перетин крила перемістився з положення А в положення В, маючи прогин  $f$ . Крім того, перетин крила буде закручуватися навколо деякої точки О, яку називають центром жорсткості. Центром жорсткості крила називається точка, в якій прикладена сила викликає лише поступальні переміщення перетину, але не його поворот (тобто згин крила без кручення). При крученні перетину ця точка залишається нерухомою, тобто поворот перетину буде відбуватися навколо цієї точки. В кожному перетині буде лише одна така точка. Геометричне місце центрів жорсткості називають лінією центрів жорсткості, або іншими словами – віссю жорсткості. Вісь жорсткості зазвичай виходить у

вигляді кривої лінії. Однак в розрахунках прийнято вісь жорсткості спрямляти – заміняти її прямою лінією, а у випадках різкого перелому – ломаною лінією. Якщо в крилі з ломаною віссю жорсткості прикласти силу по осі жорсткості, то вона дасть в іншому перетині не лише згин, а і кручення. Частина балки ОА (рисунок 2.3) буде сприймати лише згин, а частина АВ – згин та кручення.

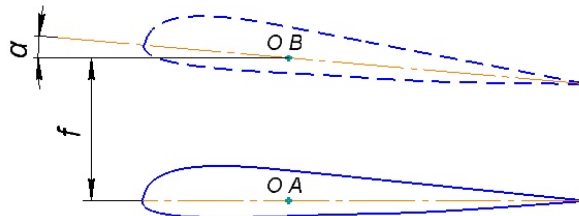


Рисунок 2.2 – Схема деформації перетину крила при дії навантаження

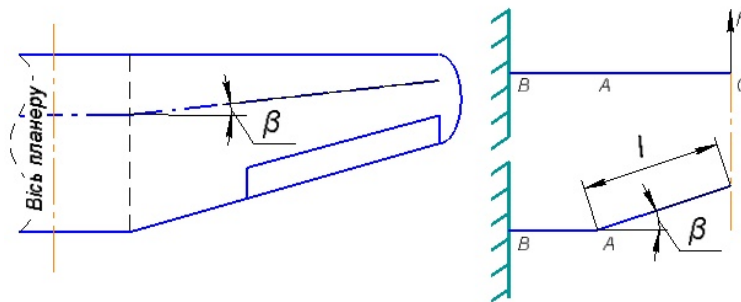


Рисунок 2.3 – Схема деформації крила при дії навантаження

### 2.1.2 Визначення осі жорсткості агрегатів

Як уже було раніше написано, при розв'язку задач аеропружності, в тому числі і визначення навантажень від неспокійного повітря [8,16] в якості розрахункової пружної схеми літака транспортної категорії (з крилом та фюзеляжем великого видовження) зазвичай використовується просторова система пружних балок [30], тобто такі частини конструкції, як крило, фюзеляж, ВО та ГО моделюються пружними балками, які мають жорсткість на згин у двох взаємно перпендикулярних площинах і на кручення, а по напрямку збігаються з осями жорсткості відповідних елементів конструкції літака (рисунок 2.4). В цьому випадку передбачається, що пружні деформації та лінійні й кутові переміщення є малими, і для опису навантаження й деформованого стану конструкції застосовується лінійна інженерна теорія вигину й кручення балок змінної жорсткості, що використовує гіпотезу плоских

перетинів. Однак виникає проблема визначення положення осі жорсткості єдиної для всього агрегату, оскільки при наявності кількох перетинів ( $n > 2$ ), власні осі жорсткості не лежатимуть на одній прямій.

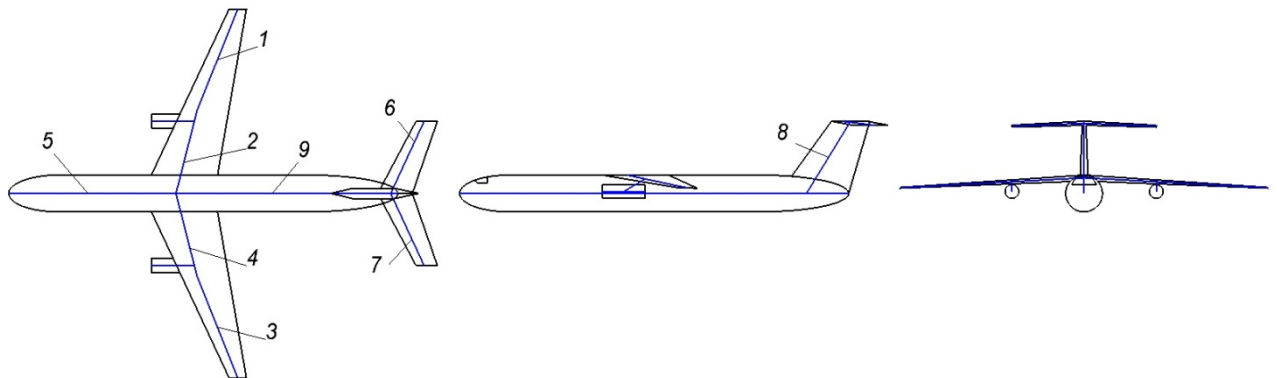


Рисунок 2.4 – Балкова схематизація конструкції

Процес редуціювання жорсткісних характеристик ГСЕМ агрегату до балки складається з трьох послідовних кроків:

- 1) в ГСЕМ визначаються опорна вісь балки (яка замінить відповідний відсік агрегату) та вузли елементів балки;
- 2) в ГСЕМ чисельно визначаються матриці жорсткості елементів балки на основі прогину при дії декількох випадків статичного навантаження;
- 3) для кожного попередньо визначеного перетину балки розраховується набір із 13 фізичних ізотропних параметрів жорсткості балки:

$$\Omega = [SC_{Ay}, SC_{Az}, SC_{By}, SC_{Bz}, J, I_1, I_2, I_{12}, N_y, N_z, A, k_y, k_z]^T. \quad (2.1)$$

Де із згаданих 13 фізичних ізотропних параметрів жорсткості перші чотири описують зміщення центру жорсткості перетину від опорної прямої (осі балки) у вузлах А і В (початок і кінець відсіку). Ці зміщення визначають пружну вісь елемента та керують поведінкою зв'язку згин-скручування балки. Решта параметрів визначаються відносно осі жорсткості відсіку: параметри жорсткості на вигин і кручення (від  $J$  до  $I_{12}$ ), розташування центроїда перерізу ( $N_y, N_z$ ), площа перетину ( $A$ ) та коефіцієнти зсуву ( $k_y, k_z$ ).

Визначення опорної осі балки є тривіальним, оскільки немає конкретних вимог щодо її розташування, хоча вона повинна бути безперервною та приблизно вирівняною з конструкцією крила (рисунок 2.5). Для кожної опорної

осі відсіку визначається локальна система координат (ЛСК)  $xuz$ , як показано на рисунку 2.6, причому вісь  $x$  вказує від вузла балки в корені розрізу до вузла в кінці. Після послідовної ідеалізації відсіків крила отримуємо спрощену балкову модель крила (рисунок 2.7).

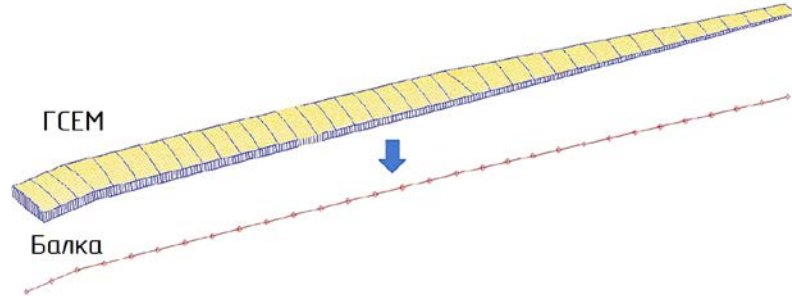


Рисунок 2.5 – Концепція редуціювання балки

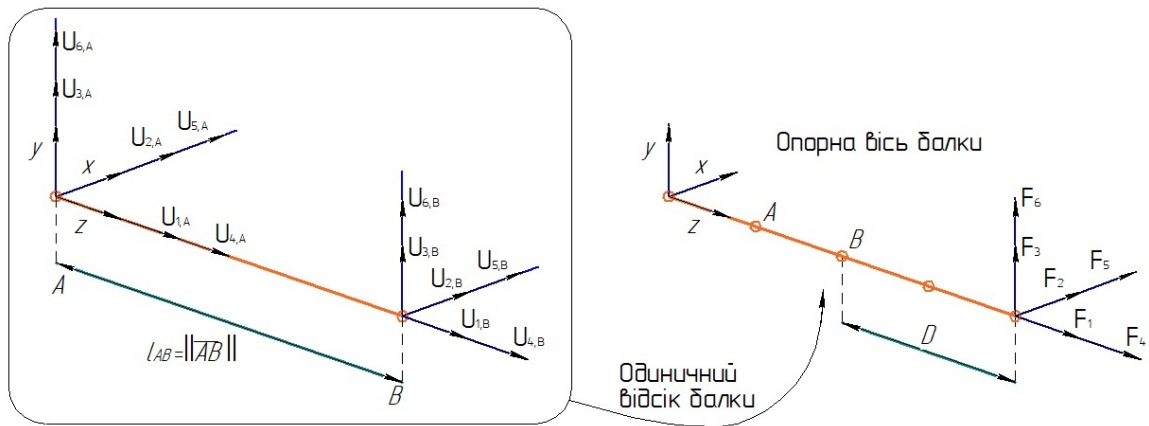


Рисунок 2.6 – Схема представлення відсіку крила

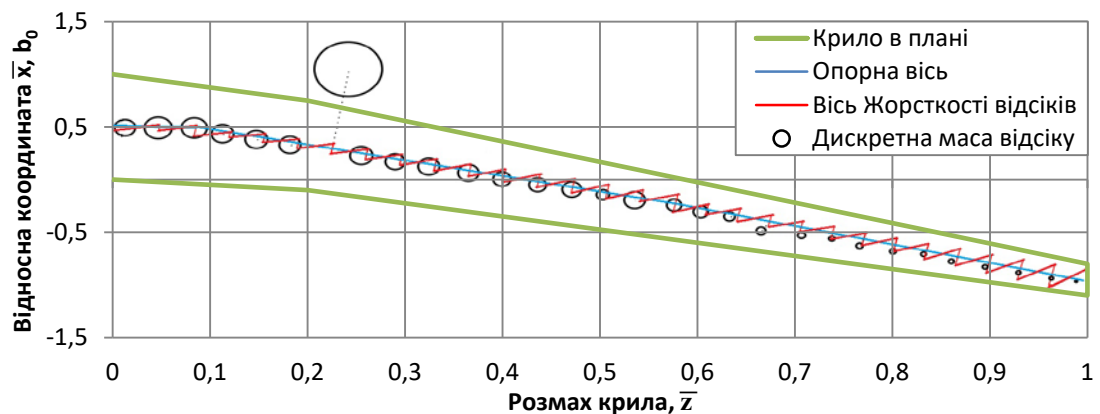


Рисунок 2.7 – Еквівалентне представлення моделі крила пружною балкою з зосередженими масами

Отримані координати локальних осей жорсткості, які формують ламану лінію, методом лінійної апроксимації приводимо до вигляду прямої або двох

прямих з спільним кінцем. При апроксимації достатньо використовувати метод найменших квадратів чи інший. Однак у випадку суттєвих випадінь координат осі жорсткості перетину  $|x_i - x_i^{EA}| \geq 0.1b$  від отриманої прямої, то при апроксимації рівняння осі жорсткості можна ввести додатковий ваговий коефіцієнт, що враховуватиме жорсткість на кручення перетинів агрегату.

Нижче показано варіанти розподілу осей жорсткості на прикладі крила транспортного літака при моделюванні осі жорсткості однією прямою (рисунки 2.8) та двома (рисунки 2.9). В розрахунках положення осі жорсткості зазвичай приймають фіксованою величиною в долях хорди (в даному випадку, це 40%). Однак, як видно з рисунку 2.8 в такому випадку виникають суттєві розбіжності між прийнятим положенням та реальним. Щоб цього уникнути варто розбити крило на кілька відсіків, хоча б на два, в перетині в якому спостерігається суттєвий злам осі жорсткості. Також варто відмітити, що на розглядуваному крилі зміна форми крила в плані (стріловидність) відбувається на відносному розмаху  $\bar{z}=0.3$ , а суттєвий злам осі жорсткості знаходиться на  $\bar{z}=0.27$ . Як видно з рисунків 2.8–2.9 моделювання осі жорсткості двома прямими більш точно відтворює реальну силову структуру крила літака.

Після цього потрібно перерахувати жорсткісні характеристики розглядуваних перетинів відносно прийнятої осі жорсткості. Для цього можна використати алгоритми описані в роботі [83].

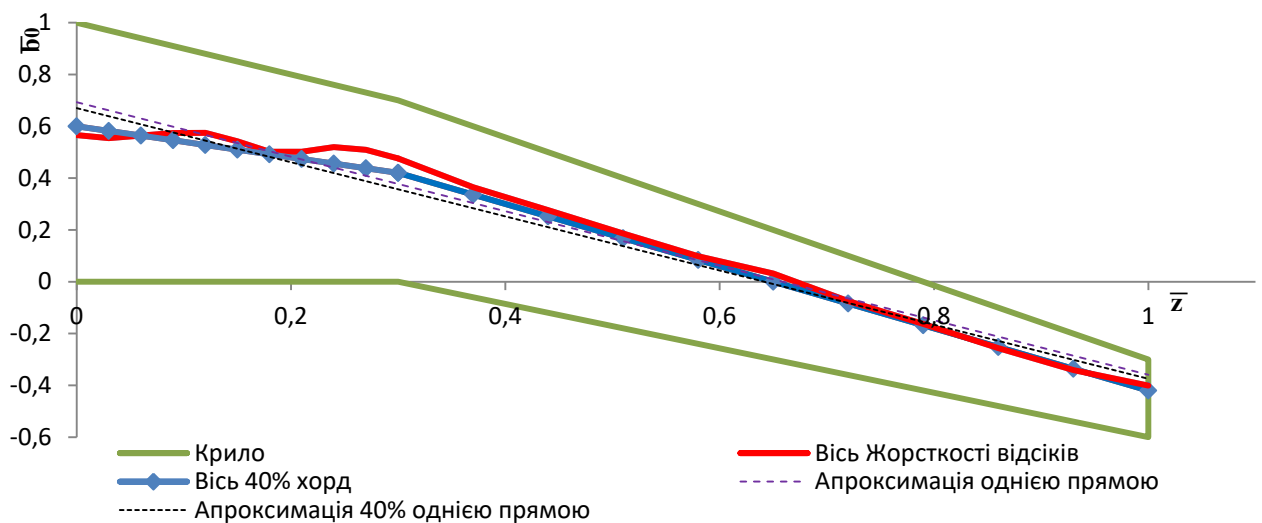


Рисунок 2.8 – Вісь жорсткості крила змодельована однією прямою

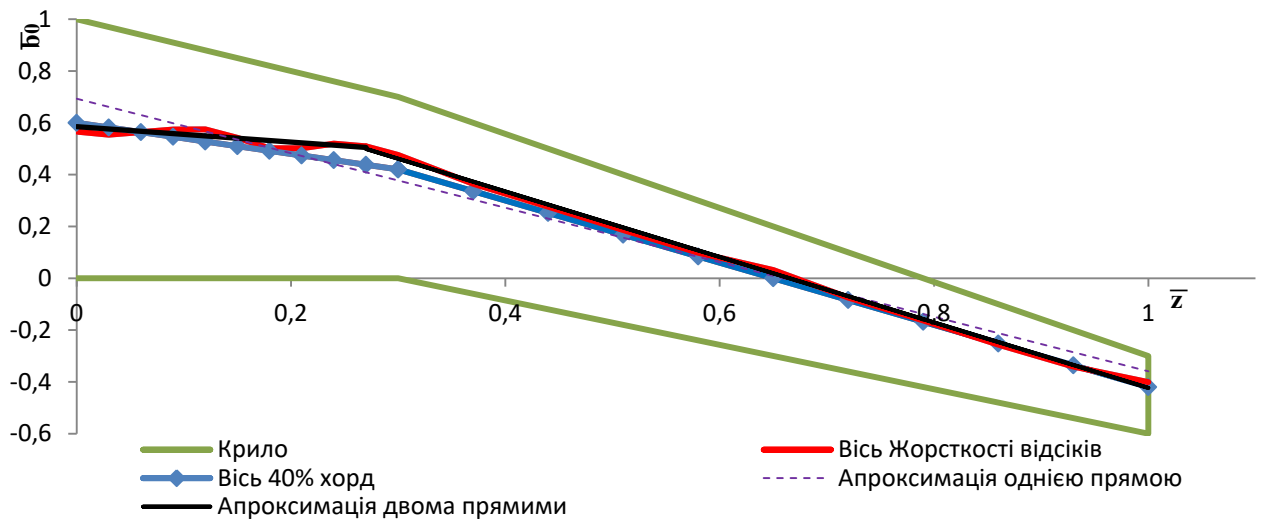


Рисунок 2.9 – Вісь жорсткості крила змодельована двома прямими

### 2.1.3 Розрахункова балкова схематизація

Для спільності викладу й з метою формалізації побудови математичної моделі літака й алгоритму введена система індексації балок, яка показано на рисунку 2.4; при цьому приймається, що приналежність до балки з номером  $k$  відзначається верхнім індексом  $k$ , взятим у дужки. Передбачається, що пружні деформації, лінійні й кутові переміщення є малими, і для опису навантаження і деформованого стану конструкції застосовується лінійна інженерна теорія вигину й кручення балок змінної жорсткості, що використовує гіпотезу плоских перетинів. При цьому завдання формулюється у векторному виді [84, 85], зокрема, вводиться вектор кутів повороту, оскільки, результуючий поворот не залежить від порядку послідовних елементарних обертань відносно координатних осей, тобто виконується властивість комутативності.

З кожною  $k$ -ою балкою зв'язується місцева система координат  $x_1^{(k)}$ ,  $x_2^{(k)}$ ,  $x_3^{(k)}$ , відносно якої визначаються переміщення й пружні деформації, а також сили  $Q$  і моменти  $M$ , що діють у перетинах конструкції (рисунок 2.10). Початок цієї системи координат міститься на початку  $k$ -ої балки, тобто там, де вона стикується з іншими елементами конструкції, причому вісь  $x_3^{(k)}$  завжди направляється по осі жорсткості в бік вільного кінця відповідної частини конструкції. Згідно із прийнятою схематизацією, поле переміщень визначається векторами переміщень точок на осі жорсткості вздовж осей  $x_1^{(k)}$ ,  $x_2^{(k)}$ ,  $x_3^{(k)}$



$$w^{(k)} = [w_1^{(k)}(x_3^{(k)}), w_2^{(k)}(x_3^{(k)}), w_3^{(k)}(x_3^{(k)})] \quad (2.2)$$

і кутів повороту перетину, перпендикулярного до осі жорсткості, навколо цих осей

$$v^{(k)} = [v_1^{(k)}(x_3^{(k)}), v_2^{(k)}(x_3^{(k)}), v_3^{(k)}(x_3^{(k)})]. \quad (2.3)$$

Силовими факторами, що діють у перетинах конструкції, є перерізуючі сили, а також згинальні та крутні моменти:

$$\begin{aligned} Q^{(k)} &= [Q_1^{(k)}(x_3^{(k)}), Q_2^{(k)}(x_3^{(k)}), Q_3^{(k)}(x_3^{(k)})], \\ M^{(k)} &= [M_1^{(k)}(x_3^{(k)}), M_2^{(k)}(x_3^{(k)}), M_3^{(k)}(x_3^{(k)})]. \end{aligned} \quad (2.4)$$

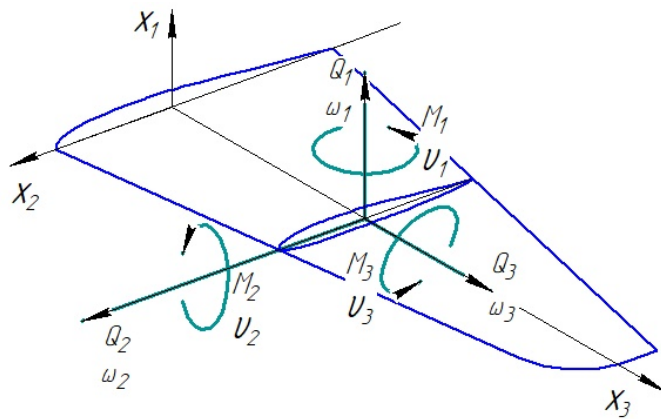


Рисунок 2.10 – Правило знаків для переміщення силових факторів

Прийнято, що додатні напрямки для переміщень і сил (рисунок 2.10) збігаються з додатними напрямками координатних осей, а для кутів і моментів – з додатними поворотами навколо осей у правій системі координат.

#### 2.1.4 Балкова схематизація конструкції літака

При побудові алгоритму розрахунків кожна балка, що схематизує конструкцію, розбивається на  $n(k)$  рівновіддалених розрахункових перетинів, у яких задаються наступні жорсткісні й інерційні характеристики.

Матриця жорсткості

$$[EI^{(k)}] = \begin{bmatrix} EI_1^{(k)}(x_3^{(k)}) & 0 & 0 \\ 0 & EI_2^{(k)}(x_3^{(k)}) & 0 \\ 0 & 0 & EI_3^{(k)}(x_3^{(k)}) \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$

Елементи матриці жорсткості  $EI_i^{(k)}$  описують жорсткості балки на вигин ( $i=1, 2$ ) і кручення ( $i=3$ ).



Погонна (на одиницю довжини) маса  $k$ -ої балки  $m^{(k)}(x_3^{(k)})$ .

Матриця масових моментів інерції перетинів, перпендикулярних осі жорсткості

$$[I^{(k)}] = \begin{bmatrix} I_1^{(k)}(x_3^{(k)}) & 0 & 0 \\ 0 & I_2^{(k)}(x_3^{(k)}) & 0 \\ 0 & 0 & I_3^{(k)}(x_3^{(k)}) \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

Слід зазначити, що індекс  $i=1, 2, 3$  в елементах  $EI_i^{(k)}$  і  $I_i^{(k)}$  а також у компонентах вектору моментів  $M_i^{(k)}$  відповідає індексу осі  $x_i^{(k)}$ , навколо якої відбувається поворот перетину, перпендикулярного осі жорсткості, при відповідному виді деформації.

Також, вводиться вектор, що задає в кожному перетині положення центру мас перетину відносно осі жорсткості

$$\sigma^{(k)} = [\sigma_1^{(k)}(x_3^{(k)}), \sigma_2^{(k)}(x_3^{(k)}), 0]. \quad (2.7)$$

Стикування всіх балок, що моделюють окремі частини конструкції літака, наприклад заклинення крила або ГО відносно фюзеляжу, є пружним й задається матрицею податливості в місцевій системі координат, пов'язаній з балкою, яка з'єднується з іншими елементами конструкції. Через пружність заклинення  $k$ -ої балки відносно точки закріплення вона одержує переміщення як тверде тіло. Ці переміщення описуються векторами  $w_0^{(k)}, \vartheta_0^{(k)}$ , що задають відносні лінійні й кутові переміщення початку  $k$ -ої балки.

Матриця податливості закріплення може бути записана в блочному виді:

$$[G^{(k)}] = \begin{bmatrix} [G_{11}^{(k)}] & [G_{12}^{(k)}] \\ [G_{21}^{(k)}] & [G_{22}^{(k)}] \end{bmatrix}. \quad (2.8)$$

Тоді відносні переміщення  $w_0^{(k)}, \vartheta_0^{(k)}$  визначаються наступним чином:

$$\begin{bmatrix} w_0^{(k)} \\ \vartheta_0^{(k)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [G_{11}^{(k)}] & [G_{12}^{(k)}] \\ [G_{21}^{(k)}] & [G_{22}^{(k)}] \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_0^{(k)} \\ M_0^{(k)} \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Очевидно, що матриця  $[G^{(k)}]$  є симетричною, тобто  $[G^{(k)}] = [G^{(k)}]^T$ , звідси випливає, що достатньо задавати тільки нижню або верхню трикутну частину матриці.

Передбачається, що літак може мати ряд пружно підвішених об'єктів, які схематизуються зосередженими вантажами й можуть кріпитися до будь-якої частини конструкції літака (рисунок 2.11). До таких об'єктів відносяться винесені на пілонах двигуни, стійки шасі, підвісні баки, контейнери й ін. Центр мас таких об'єктів може бути довільно винесений у просторі відносно точки кріплення, під якою розуміється найближчий до фізичного вузла кріплення розрахунковий перетин балки.

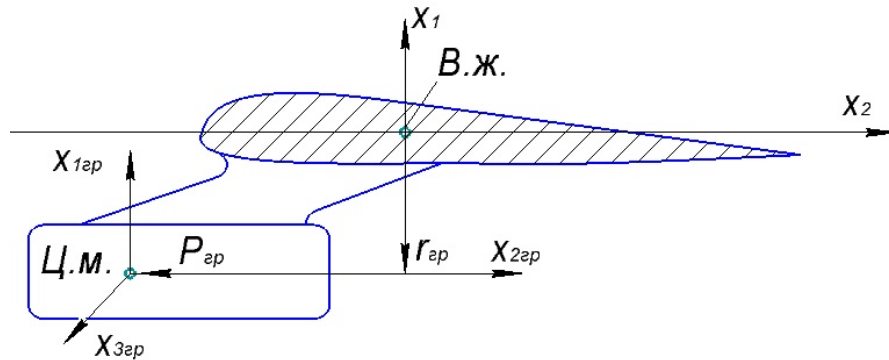


Рисунок 2.11 – Схематизація зосередженого вантажу

Приналежність до таких об'єктів відзначається нижнім індексом «гр», верхній індекс визначає номер вантажу. З кожним вантажем, що має порядковий номер  $i$ , зв'язана система координат  $x_{1гр}^{(i)}$ ,  $x_{2гр}^{(i)}$ ,  $x_{3гр}^{(i)}$ , початок якої збігається із центром мас (Ц.м.) відповідного вантажу. Згідно зі зробленими припущеннями ця система координат сполучена з головними центральними осями інерції вантажу й за напрямком осей. Для всіх вантажів вона збігається з напрямком осей системи координат, зв'язаної із хвостовою частиною фюзеляжу. Переміщення вантажу визначаються векторами  $w_{гр}^{(k)}$ ,  $v_{гр}^{(k)}$ , відносно системи координат, зв'язаної з вантажем у недеформованому стані.

Інерційні властивості зосереджених вантажів задаються масою вантажу  $m_{гр}^{(i)}$  і матрицею моментів інерції вантажу

$$[I_{гр}^{(k)}] = \begin{bmatrix} I_{1гр}^{(i)} & 0 & 0 \\ 0 & I_{2гр}^{(i)} & 0 \\ 0 & 0 & I_{3гр}^{(i)} \end{bmatrix}. \quad (2.10)$$

Діагональні елементи ( $k=1, 2, 3$ ) визначають моменти інерції  $i$ -го вантажу відносно осей  $x_{kгр}^{(i)}$ .

Пружність підвіски вантажів задається матрицею податливості  $[G_{\text{гр}}^{(i)}]$  у системі координат, зв'язаною з  $i$ -м вантажем, а пружні переміщення вантажу відносно точки кріплення визначаються виразом, аналогічним до (2.9).

У рамках прийнятої схематизації отримуємо наступний опис геометрії літака й положення підвішених об'єктів. Для кожної балки, що моделює конструкцію літака, вказується її довжина  $l^{(k)}$ . Напрямок в просторі крила, ГО і ВО традиційно визначаються кутами стріловидності по осі жорсткості  $\chi_{\text{кр}}$ ,  $\chi_{\text{го}}$ ,  $\chi_{\text{во}}$  кутами заклинення  $\phi_{\text{кр}}$ ,  $\phi_{\text{го}}$  кутами поперечного  $V - \psi_{\text{кр}}$ ,  $\psi_{\text{го}}$ . У випадку крила ці кути задаються для кожної балки, що схематизує крило, що дозволяє для крила в цілому моделювати злам осі жорсткості. ГО може бути або на фюзеляжі, або на ВО. Усі балки, що моделюють конструкцію літака, можуть бути рознесені в просторі одна відносно одної, наприклад, крило у низькоплана або високоплана. У цьому випадку має місце наступна фізична інтерпретація стикування балок чи кріплення підвішених об'єктів. Балка, що прикріплюється, або об'єкт, що підвішується, з'єднуються із точкою кріплення за допомогою невагомої абсолютно твердої балки, через яку в точку кріплення передаються сили й моменти з боку підвішених об'єктів; одночасно ці об'єкти одержують переміщення, що складається з переносного переміщення кінця сполучної балки внаслідок переміщення точки кріплення й відносного переміщення внаслідок пружності системи підвіски об'єкта або пружності закріплення балки.

Положення в просторі балок, що моделюють конструкцію, а також підвішених об'єктів визначається вектором, початок якого перебуває в точці кріплення, а кінець – на початку системи координат, пов'язаної з балкою або підвішеним об'єктом. Цей вектор зручно задавати у вигляді суми векторів  $\mathbf{r}$  і  $\mathbf{p}$ , причому компоненти вектора  $\mathbf{r}$  задаються в системі координат, зв'язаної з балкою, до якої проводиться кріплення, а компоненти вектора  $\mathbf{p}$  – у системі координат, зв'язаній з підвішеним об'єктом.

Останнім часом основним методом для розрахунків міцності конструкцій став метод скінченних елементів (МСЕ). Відповідно до цього методу конструкцію літака представляють у вигляді дуже великої кількості простих

елементів. За рахунок цього досягається висока точність відтворення конструкції й зберігається можливість наскрізних розрахунків динамічних навантажень і статичної міцності. Однак серйозними складнощами застосування МСЕ є розв'язок проблеми власних значень для матриць із величезними порядками (сотні тисяч) для знаходження форм і частот власних коливань конструкції. Іншими труднощами є передача аеродинамічних навантажень, одержуваних, як правило, на плоских несучих поверхнях, на об'ємне тіло ЛА, що змодельоване за допомогою МСЕ. Деякою мірою виходом із цієї ситуації служить *комбінована схема* (рисунок 1.6), що характеризується тим, що на скінченні елементи розбивають тільки досить складні, нерегулярні частини конструкції [46]. Насамперед, це стосується центрального відсіку фюзеляжу з кореневим трикутником крила, пілонами двигунів і т.п. а регулярні частини конструкції (консолі крила, оперення, фюзеляж) як і раніше моделюють балками або пластинами. Такий підхід дозволяє, з одного боку, зберегти високу точність відтворення ряду основних і складних частин конструкції, а з іншого – значно зменшити обсяг числового матеріалу й порядок системи розв'язуваних рівнянь. При цьому зберігається традиційний зв'язок «плоскої» аеродинаміки з балковими або пластинними моделями.

### 2.1.5 Рівняння коливань конструкції літака

Рівняння коливань конструкції літака й граничні умови записані нижче у векторному виді, у зв'язку із чим сформулюємо ряд попередніх положень.

Як відомо, момент  $\mathbf{M}$  сили  $\mathbf{Q}$ , точка прикладення якої визначається вектор-радіусом  $\mathbf{r}$ , а також вектор переміщень  $\mathbf{w}$  кінця вектора  $\mathbf{r}$  при повороті його на кут  $\vartheta$  виражаються у вигляді відповідних векторних добутків

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{Q}, \quad \mathbf{w} = \mathbf{r} \times \boldsymbol{\vartheta}. \quad (2.11)$$

Вираз (2.11) можна записати, використовуючи матричні операції. Для цього вектору  $\mathbf{r}$  ставиться у відповідність матриця  $[\tilde{\mathbf{r}}]$ , яка має такий вигляд

$$[\tilde{\mathbf{r}}] = \begin{bmatrix} 0 & -r_3 & r_2 \\ r_3 & 0 & -r_1 \\ -r_2 & r_1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Тоді векторні добутки, що входять в (2.11), можна замінити добутком матриці на вектор

$$\mathbf{M} = [\tilde{\mathbf{r}}]\mathbf{Q}, \quad \mathbf{w} = [\tilde{\mathbf{r}}] \times \mathcal{G}. \quad (2.13)$$

Відзначимо, що матриця  $[\tilde{\mathbf{r}}]$  є кососиметричною, тобто

$$[\tilde{\mathbf{r}}]^T = -[\tilde{\mathbf{r}}]. \quad (2.14)$$

Перерахунок сил і моментів від однієї системи координат до іншої, наприклад сил і моментів у центрі мас зосереджених вантажів до відповідних точок кріплення, виконується в такий спосіб:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{(j)} \\ \mathbf{M}^{(j)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^{(i)} & 0 \\ B^{(i)} & A^{(i)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{Q}^{(i)} \\ \mathbf{M}^{(i)} \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Переміщення й кути повороту перераховуються у зворотному напрямку, тобто від точок кріплення до відповідних балок і підвішених об'єктів:

$$\begin{bmatrix} w^{(i)} \\ \mathcal{G}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A^{(i)}]^T & [B^{(i)}]^T \\ 0 & [A^{(i)}]^T \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} w^{(j)} \\ \mathcal{G}^{(j)} \end{bmatrix}. \quad (2.16)$$

У формулах (2.15) і (2.16) матриця  $[B^{(i)}]$  визначається в такий спосіб:

$$[B^{(i)}] = [A^{(i)}][\tilde{\mathbf{p}}^{(i)}] + [\tilde{\mathbf{r}}^{(i)}][A^{(i)}]. \quad (2.17)$$

Матриця  $[A^{(i)}]$  є матрицею напрямних косинусів системи координат  $x_1^{(i)}, x_2^{(i)}, x_3^{(i)}$  щодо системи  $x_1^{(j)}, x_2^{(j)}, x_3^{(j)}$ . Наприклад, для систем координат крила й хвостової частини фюзеляжу  $[A^{(2)}]$  має вигляд

$$[A^{(2)}] = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \psi & -\cos \varphi \sin \psi \sin \chi - \sin \varphi \cos \psi & \cos \varphi \sin \psi \cos \chi - \sin \varphi \sin \psi \\ \sin \psi & \cos \psi \sin \chi & -\cos \psi \cos \chi \\ \sin \varphi \cos \psi & \cos \varphi \cos \chi - \sin \varphi \sin \psi \sin \chi & \cos \varphi \sin \chi - \sin \varphi \sin \psi \cos \chi \end{bmatrix}. \quad (2.18)$$

Матриці  $[\tilde{\mathbf{r}}]$  і  $[\tilde{\mathbf{p}}]$  відповідають векторам  $\mathbf{r}$  і  $\mathbf{p}$ , що задають положення  $i$ -го підвішеного об'єкта або  $i$ -ої балки відносно точки кріплення  $\xi_i$ , що перебуває на  $j$ -й балці.

Рівняння коливань частин конструкції записуються у вигляді наступної системи диференціальних рівнянь:

переміщення й кути повороту перетинів

$$\frac{\partial \mathbf{w}^{(i)}}{\partial x_3} = [\dot{l}_3]^T \mathcal{G}^{(i)}, \quad \frac{\partial \mathcal{G}^{(i)}}{\partial x_3} = [EI]^{-1} \mathbf{M}^{(i)}; \quad (2.19)$$

згинальні й крутні моменти, поперечні сили,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{M}^{(i)}}{\partial x_3} &= -[\ddot{l}_3] \mathbf{Q}^{(i)} - \boldsymbol{\mu}^{(i)} - \mathbf{m}_{air}^{(i)} + \sum_l \delta(x_3 - \xi_l^{(i)}) \mathbf{N}_l^{(i)}, \\ \frac{\partial \mathbf{Q}^{(i)}}{\partial x_3} &= -\mathbf{q}^{(i)} - \mathbf{p}_{air}^{(i)} + \sum_l \delta(x_3 - \xi_l^{(i)}) \mathbf{R}_l^{(i)}; \end{aligned} \quad (2.20)$$

розподілені інерційні сили й моменти

$$\begin{aligned} \mathbf{q}^{(i)} &= m^{(i)} \frac{\partial^2 \mathbf{w}^{(i)}}{\partial t^2} + m^{(i)} [\ddot{\sigma}^{(i)}]^T \frac{\partial^2 \mathcal{G}^{(i)}}{\partial t^2}, \\ \boldsymbol{\mu}^{(i)} &= m^{(i)} [\ddot{\sigma}^{(i)}]^T \frac{\partial^2 \mathbf{w}^{(i)}}{\partial t^2} + [I^{(i)}]^T \frac{\partial^2 \mathcal{G}^{(i)}}{\partial t^2}; \end{aligned} \quad (2.21)$$

тут  $\dot{l}_3$  – одиничний вектор, спрямований по осі  $x_3^{(i)}$  і  $\sum_l$  позначає підсумовування по всіх точках кріплення, наявних на  $l$ -ій балці.

Аеродинамічні сили  $\mathbf{p}_{air}^{(i)}$  і моменти  $\mathbf{m}_{air}^{(i)}$  залежать від місцевих кутів атаки, що виникають при коливаннях конструкції і її русі як твердого тіла й від зовнішнього впливу (наприклад, поривів неспокійного повітря).

Вектори  $\mathbf{R}_l^{(i)}$  і  $\mathbf{N}_l^{(i)}$  являють собою зосереджені сили і моменти, які діють у точках кріплення  $\xi_l^{(i)}$  з боку підвішених об'єктів або інших балок. Ці вектори визначаються по формулах (2.20).

Рівняння руху для підвішених об'єктів, які моделюються зосередженими вантажами, мають вигляд:

переміщення й кути повороту

$$\begin{bmatrix} \mathbf{w}_{гр}^{(i)} \\ \mathcal{G}_{гр}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_{п.гр}^{(i)} \\ \mathcal{G}_{п.гр}^{(i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{гр11}^{(i)} \\ G_{гр21}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{гр12}^{(i)} \\ G_{гр22}^{(i)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_{гр}^{(i)} \\ M_{гр}^{(i)} \end{bmatrix}; \quad (2.22)$$

інерційні сили й моменти

$$\mathbf{Q}_{гр}^{(i)} = m_{гр}^{(i)} \frac{\partial^2 \mathbf{w}_{гр}^{(i)}}{\partial t^2}, \quad \mathbf{M}_{гр}^{(i)} = [I_{гр}^{(i)}] \frac{\partial^2 \mathcal{G}_{гр}^{(i)}}{\partial t^2}. \quad (2.23)$$

Переносні переміщення й кути повороту  $\mathcal{G}_{\text{п.гр}}^{(i)}$ , які підвішений об'єкт робить внаслідок руху точки кріплення, визначаються по формулах (2.16).

При розв'язанні системи рівнянь (2.19)-(2.21) необхідно задовольнити наступним граничним умовам:

а) на вільних кінцях балок перерізуючі сили, згинальні і крутні моменти становлять:

$$\mathbf{Q}^{(i)}(l^{(i)}) = 0, \mathbf{M}^{(i)}(l^{(i)}) = 0; \quad (2.24)$$

б) на початку кожної балки (тобто при  $x_3^{(i)}=0$ ) переміщення й кути повороту становлять:

$$\mathbf{w}^{(i)}(0,t) = \mathbf{w}_{\text{п}}^{(i)} + \mathbf{w}_0^{(i)}, \mathcal{G}^{(i)}(0,t) = \mathcal{G}_{\text{п}}^{(i)} + \mathcal{G}_0^{(i)}. \quad (2.25)$$

Переносні лінійні й кутові переміщення початку  $i$ -ої балки  $\mathbf{w}_{\text{п}}^{(i)}$  і  $\mathcal{G}_{\text{п}}^{(i)}$ , викликані рухом точки кріплення, визначаються по формулі (2.16), а відносні переміщення  $\mathbf{w}_0^{(i)}$  і  $\mathcal{G}_0^{(i)}$  – по формулі (2.14).

Задача про динамічне навантаження літака зазвичай вирішується в приростах до горизонтального польоту, тому початкові умови мають вигляд:

$$\mathbf{w}^{(i)}(x_3,0) = 0, \left. \frac{\partial \mathbf{w}^{(i)}}{\partial t} \right|_{t=0} = 0; \mathcal{G}^{(i)}(x_3,0) = 0, \left. \frac{\partial \mathcal{G}^{(i)}}{\partial t} \right|_{t=0} = 0. \quad (2.26)$$

Далі перейдено від системи координат у позначеннях  $x_1, x_2, x_3$  до системи  $x, y, z$ , де вісь  $x$  спрямована назад, вісь  $y$  – нагору, вісь  $z$  – уздовж балки, зокрема, уздовж правого напівкрила.

При розв'язку задачі про коливання конструкції будемо шукати лінійні  $y(z,t)$  і кутові  $v(z,t)$  переміщення у вигляді ряду добутків форм власних коливань  $f_i(z)$  і  $\varphi_i(z)$  (залежних тільки від положення розглянутого перетину) на узагальнені координати  $q_i(t)$ , що залежать тільки від часу,

$$y(z,t) = \sum_{i=1}^N f_i(z)q_i(t), \quad \mathcal{G}(z,t) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(z)q_i(t), \quad (2.27)$$

де  $N$  – число тонів власних коливань.

В  $N$  крім тонів пружних коливань входять тони коливань літака як твердого тіла, що мають наступний вид у глобальній ортогональній системі координат з початком у центрі мас літака (рисунок 2.13).

Для симетричного руху:

$i = 1$  – вертикальне переміщення уздовж осі  $y$ ;

$i = 2$  – горизонтальне переміщення уздовж осі  $x$ ;

$i = 3$  – поворот літака навколо осі  $z$ ;

для антисиметричного руху:

$i = 1$  – бічне переміщення уздовж осі  $z$ ;

$i = 2$  – поворот літака навколо осі  $y$ ;

$i = 3$  – поворот літака навколо осі  $x$ .

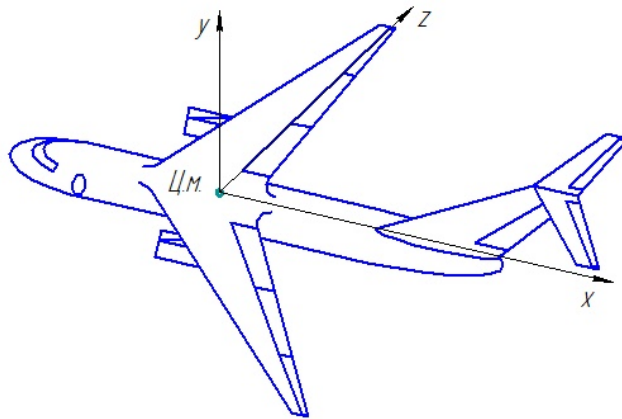


Рисунок 2.13 – Осі координат

### 2.1.6 Форми й частоти власних коливань конструкції літака

Форми й частоти власних коливань визначаються для літака й підвішених об'єктів, розглянутих як єдина пружна система. Відповідні рівняння одержують із системи рівнянь (2.19)-(2.23) для випадку вільних коливань (тобто при  $\mathbf{p}_{air}^{(i)}$  і  $\mathbf{m}_{air}^{(i)}$  дорівнюють нулю), приймаючи

$$\begin{aligned} \mathbf{w}^{(j)} &= \mathbf{f}^{(j)}(x_3)e^{ipt}, \quad \mathcal{G}^{(j)} = \varphi^{(j)}(x_3)e^{ipt}, \\ \mathbf{w}_{\text{гр}}^{(j)} &= \mathbf{f}_{\text{гр}}^{(j)}e^{ipt}, \quad \mathcal{G}_{\text{гр}}^{(j)} = \mathcal{G}_{\text{гр}}^{(j)}e^{ipt}. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Для побудови методу розрахунків форм і частот власних коливань диференціальні рівняння (2.15)-(2.21) перетворюються до інтегральних рівнянь. Це досягається шляхом інтегрування рівнянь по незалежній змінній  $x_3$  із



урахуванням граничних умов. У підсумку для кожної балки, що моделює конструкцію літака, одержуємо систему інтегральних рівнянь:

$$\begin{aligned}\varphi^{(j)}(x_3) &= \varphi_{\Pi}^{(j)} + [G_{21}^{(j)}] \mathbf{Q}^{(j)}(0) + [G_{22}^{(j)}] \mathbf{M}^{(j)}(0) + \int_0^{x_3} [EI^{(j)}]^{-1} \mathbf{M}^{(j)} dx_3, \\ \mathbf{f}^{(j)}(x_3) &= \mathbf{f}_{\Pi}^{(j)} + [G_{11}^{(j)}] \mathbf{Q}^{(j)}(0) + [G_{22}^{(j)}] \mathbf{M}^{(j)}(0) + [\tilde{I}_3]^{-1} \int_0^{x_3} \varphi^{(j)} dx_3, \\ \mathbf{Q}^{(j)}(x_3) &= \int_{x_3}^{l^{(j)}} q^{(j)} dx_3 + \sum_i \theta(\xi_i^{(j)} - x_3) \mathbf{R}_i^{(j)}, \\ \mathbf{M}^{(j)}(x_3) &= \int_{x_3}^{l^{(j)}} (\boldsymbol{\mu}^{(j)} dx_3 + [\tilde{I}_3] \mathbf{Q}^{(j)}) dx_3 + \sum_i \theta(\xi_i^{(j)} - x_3) \mathbf{N}_i^{(j)}.\end{aligned}\quad (2.29)$$

Тут розподілені інерційні сили й моменти мають вигляд

$$\begin{aligned}\mathbf{q}^{(j)}(x_3) &= p^2 (m^{(j)} \mathbf{f}^{(j)} + m^{(j)} [\tilde{\sigma}^{(j)}]^T \varphi^{(j)}), \\ \boldsymbol{\mu}^{(j)}(x_3) &= p^2 (m^{(j)} [\tilde{\sigma}^{(j)}]^T \mathbf{f}^{(j)} + [I^{(j)}]^T \varphi^{(j)}).\end{aligned}\quad (2.30)$$

Функція  $\theta(x)$  визначається в такий спосіб:

$$\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{при } x \geq 0 \\ 0 & \text{при } x \leq 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

Рівняння для підвішених об'єктів, які моделюються зосередженими вантажами, мають вигляд

$$\begin{bmatrix} f_{zp}^{(i)} \\ \phi_{zp}^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{n,zp}^{(i)} \\ \phi_{n,zp}^{(i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{zp11}^{(i)} \\ G_{zp21}^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{zp12}^{(i)} \\ G_{zp22}^{(i)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Q_{zp}^{(i)} \\ M_{zp}^{(i)} \end{bmatrix}. \quad (2.32)$$

Для розрахунків форм і частот власних коливань сукупність систем інтегральних рівнянь (2.30) і алгебраїчних рівнянь (2.32) представляються в операторному вигляді

$$\mathbf{u} = \lambda \mathbf{L} \mathbf{u}, \quad (2.33)$$

де  $\lambda = p^2$ , а вектор – стовпець  $\mathbf{u}$  містить у собі вектори  $\varphi^{(k)}$  і  $\mathbf{f}^{(k)}$  для всіх балок, що моделюють конструкцію літака, та вектори  $\varphi_{\text{гп}}^{(i)}$  і  $\mathbf{f}_{\text{гп}}^{(i)}$  для всіх зосереджених вантажів, тобто

$$\mathbf{u}^T = (\mathbf{f}^{(1)}, \varphi^{(1)}, \dots, \mathbf{f}^{(k)}, \varphi^{(k)}, \dots, \varphi_{zp}^{(i)}, \mathbf{f}_{zp}^{(i)}, \dots). \quad (2.34)$$

Власні функції оператора  $\mathbf{L}$  у рівнянні (2.33) і власні числа  $\lambda$  визначають форми й частоти власних коливань  $i$ -го тону конструкції. У просторі функцій  $\mathbf{u}_i$  вводиться скалярний добуток

$$(\mathbf{u}_i + \mathbf{u}_j) = \sum_k \int_0^{l^{(j)}} (\mathbf{q}_i^{(k)} \mathbf{f}_i^{(k)} + \mu_i^{(k)} \varphi_i^{(k)}) dx_3 + \sum_{\text{гр}} (\mathbf{Q}_{\text{гр}i} f_{\text{гр}j} + \mathbf{M}_{\text{гр}i} \varphi_{\text{гр}j}). \quad (2.35)$$

Власні функції  $\mathbf{u}_i$  задовольняють умовам ортогональності

$$(u_i, u_j) = \begin{cases} 0 & \text{при } i \neq j, \\ c_{ii} & \text{при } i = j. \end{cases} \quad (2.36)$$

Можна показати, що оператор є самосполученим, тобто

$$(Lu_i, u_j) = (u_i, Lu_j). \quad (2.37)$$

Форми й частоти власних коливань, тобто розв'язки рівняння (2.33), визначаються методом послідовних наближень із ортогоналізацією на кожному кроці ітераційного процесу до всіх раніше визначених тонів, тобто  $(m+1)$ -е наближення для  $j$ -ого тону шукається у вигляді

$$u_j^{(m+1)} = (p_j^{(m+1)})^2 \left( LU_j^{(m)} + \sum_{i=1}^{j-1} C_{ji} u_i \right). \quad (2.38)$$

Коефіцієнти  $C_{ji}$  визначаються з умови ортогональності

$$(u_j^{(m+1)}, u_i) = 0 \quad (2.39)$$

і дорівнюють

$$C_{ji} = - \frac{(Lu_j^{(m+1)}, u_i)}{(u_i, u_i)}. \quad (2.40)$$

Власні числа визначаються при цьому з умови нормування переміщення в якій-небудь точці конструкції, наприклад, нормування вертикального прогину кінця крила до одиниці.

$$(p_j^{(m+1)})^2 = \frac{1}{(f_{1j}^{(1)}(l^{(1)}))^{(m+1)}}. \quad (2.41)$$

При визначенні форм і частот власних коливань необхідно задовольнити умову самоврівноваженості літака при вільних коливаннях, що еквівалентно рівності нулю узагальненої роботи всіх інерційних сил на віртуальних

переміщеннях літака як твердого тіла. Це досягається ортогоналізацією послідовних наближень в (2.36) до так званих нульових тонів, що відповідають шести степеням свободи літака як твердого тіла. Нульові тони можуть бути визначені наступним способом. В початку системи координат, пов'язаної із хвостовою частиною фюзеляжу, по черзі задаються одиничні переміщення й кути повороту літака відносно координатних осей. Кутові й лінійні переміщення всіх частин конструкції визначаються по рівняннях (2.30)-(2.33), де матриці  $[EI^{(j)}]^{-1}$ ,  $[G^{(i)}]$ ,  $[G_{гр}^{(j)}]$  приймаються рівними нулю, тобто літак вважається абсолютно жорстким. Після взаємної ортогоналізації, отримані форми нульових тонів описують переміщення й кути повороту відносно глобальної системи координат  $x_{uz}$ , зв'язаної із центром мас літака.

При наявності в літака площини симетрії форми й частоти власних коливань розпадаються на симетричні й антисиметричні, які можна визначати незалежно, враховуючи в розрахунках тільки одну половину літака. Для цього необхідно задавати в (2.37) та (2.38) або симетричні, або антисиметричні початкові наближення, а ортогоналізацію наближень виконувати до відповідних нульових тонів. Контроль збіжності послідовних наближень здійснюється як по частотах, так і по формах коливань у ряді обраних точок.

Однак, у методу послідовних наближень виникають труднощі при визначенні тонів із близькими частотами, оскільки, збіжність ітераційного процесу для  $i$ -ого тону на  $k$ -ій ітерації характеризується вираженням  $(p_i / p_{i+1})^{k/2}$ , і коли це співвідношення близьке до одиниці, потрібні сотні й тисячі ітерацій, а через помилки округлення на ЕОМ процес обчислень може й не сходитися. Тому для впевненості в одержанні кінцевого результату пропонується використовувати метод Ланцоша, підкріплений методом одночасних ітерацій у підпросторі власних векторів. Ці методи, були запрограмовані Івантеевым В.И. і Стеба М.А. [45]. Вони набагато прискорюють збіжність ітераційного процесу у вигляді  $(p_i / p_{m+1})^k$ , де  $m$ — номер вищого тону, визначеного в розрахунках форм власних коливань. Тому, якщо взяти в якості  $m$  число, приблизно у два рази

більше, ніж необхідно для розрахунків навантажень, можна гарантувати, що результати розв'язку будуть якісними. Крім того, цей метод працює на ЕОМ більш ніж на порядок швидше, ніж метод послідовних наближень.

Для згинальних коливань точні значення частот виходять із розв'язку рівняння

$$ch\alpha_i \cos \alpha_i + 1 = 0, \quad (2.42)$$

де частота  $i$ -ого тону  $p_i$  [Гц] пов'язана з коренем цього рівняння  $\alpha_i$  співвідношенням

$$p_i = \left( \frac{\alpha_i}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m} \frac{1}{2\pi}}, \quad (2.43)$$

де  $l$  – довжина балки;

$EI$  – жорсткість балки на згин;

$m$  – погонна маса балки.

Для крутильних коливань частоти знаходять із кореня простого рівняння

$$\cos \alpha_i = 0, \quad (2.44)$$

так що

$$p_j = \frac{i}{4l} \sqrt{\frac{GI_p}{I_m}}, \quad i = 1, 3, 5, \dots, \quad (2.45)$$

де  $GI_p$  – жорсткість балки на кручення;

$I_m$  – погонний момент інерції.

Точні значення частот згину вільної балки знаходять із коренів рівняння

$$ch\alpha_i \cos \alpha_i - 1 = 0, \quad (2.46)$$

де, як і для консольної балки,

$$p_i = \left( \frac{\alpha_i}{l} \right)^2 \sqrt{\frac{EI}{m} \frac{1}{2\pi}}, \quad (2.47)$$

Наприклад, в роботі [31] розглянуто частоти згинальних і крутильних коливань консольно закріпленої балки одиничної довжини, з одиничними погонними жорсткостями і масами, отримані методом послідовних наближень і методом Ланцоша, і приведено відомі для такої балки точні розв'язки [86]. На

рисунку 2.14, а) показано відмінність розрахованих частот від точних значень, де для зручності порівняння точки з'єднані лініями. Видно, що відмінності ростуть із ростом номера тону, причому для частот згину ці відмінності трохи більші, ніж для частот кручення. Для балки з вільними кінцями були також проведені оцінки впливу числа перетинів на обчислювані частоти при згині балки. Результати розрахунків наведено на рисунку 2.14, б), де показані відмінності розрахованих частот від точних значень. Можна відзначити, що метод послідовних наближень дає більші відмінності, ніж метод Ланцоша, при цьому перший метод трохи завищує частоти, тоді як другий приводить до менших значень. Розрахунки, проведені з інтегруванням методом Сімпсона, дали відмінності, в 2-5 раз менші, ніж тільки що розглянуті. Приблизно таке ж зменшення помилки виходить при збільшенні числа перетинів з 20 до 40 при інтегруванні методом трапецій [31].

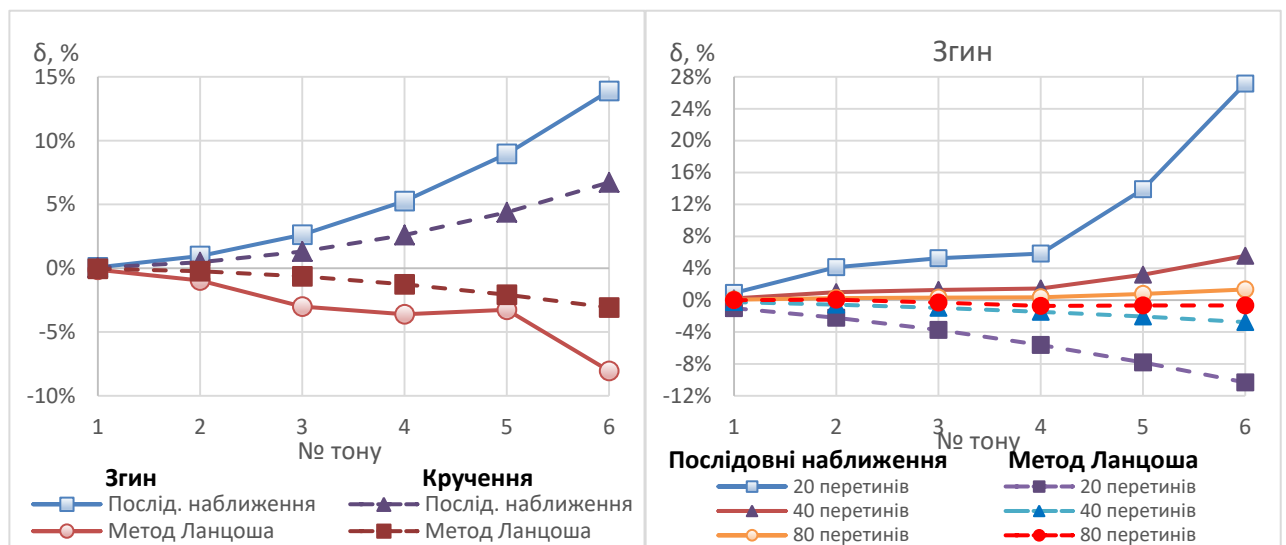


Рисунок 2.14 – Відмінності розрахованих частот від точних значень: а) консольна балка, б) вільна балка

Як правило, при практичних розрахунках власних спільних коливань усієї конструкції літака становлять інтерес нижчі тони. Одержання форм із більшим числом вузлів (наприклад, чотири-п'ять вузлів на напівкрилі), потрібно рідко. Тому при одному-двох вузлах по довжині тієї чи іншої балки (крила, фюзеляжу) можна очікувати, що помилка в розрахунках частот власних коливань усієї конструкції тільки через метод розрахунків не перевищить

0,5%-1%. Таким чином, на практиці цілком припустимо використовувати інтегрування по трапеціях, залишаючи метод Сімпсона для контролю, а для прискорення рахунку на ЕОМ застосовувати метод Ланцоша.

Слід відзначити один з підходів, коли в розрахунках динамічної реакції заздалегідь призначають число парціальних тонів коливань кожної частини конструкції. Наприклад, три тони вертикального згину крила, два тони його кручення, по одному тону вертикального вигину фюзеляжу й горизонтального оперення і т.д. Обчислені форми парціальних коливань потім стикують один з одним і в результаті для літака в цілому виходить система форм, що включає задані тони. Такий підхід дозволяє, при заданому обмеженні на загальне число тонів (зазвичай до 15-20), врахувати головні частини коливань. Але, в той самий час, немає ніякої впевненості, що пропущені тони в розглянутому діапазоні частот не вплинуть на динамічну реакцію конструкції.

## **2.2 Аеродинамічна модель**

Для розв'язку задачі визначення навантажень на крило літака, потрібне знання розподілених по поверхні зовнішніх аеродинамічних сил, що залежать від місцевих кутів атаки. Існують різні способи зв'язку кутів атаки й аеродинамічних сил. Зазвичай застосовують два основні підходи: обтікання приймають квазістаціонарним, або нестаціонарним [5]. У першому підході вважають, що сили залежать тільки від розподілу кутів атаки (динамічної кривизни) у конкретний момент часу й не залежать від передісторії руху. У нестаціонарному підході враховують передісторію, зокрема, при різкій зміні кута атаки аеродинамічна сила встановлюється не відразу, а існує певний перехідний процес, що залежить від швидкості польоту  $V$  (числа Маха). Таким чином, аеродинамічні сили для динамічного аналізу, створюються як безпосередньо швидкістю пориву, так і реакцією літака.

Згідно з вимогами Норм льотної придатності [38] потрібно показати вплив нестаціонарних аеродинамічних сил на навантаження. У нестаціонарному аналізі це може бути досягнуто в частотній або часовій області застосуванням осциляторних або показових несучих функцій

(oscillatory or indicial lift functions), відповідно. Осциляторні (коливні) несучі функції (oscillatory lift functions), обумовлені швидкістю пориву або реакцією літака, залежать від параметра скороченої частоти  $k$ . Максимальна скорочена частота, використовувана в генерації нестационарної аеродинаміки, повинна включати найвищу частоту збудження від пориву й найвищу частоту розглянутої конструкції. Час запізнювання, що відтворює ефект поступового проникнення літака в область пориву, потрібно враховувати в розрахунках наростання підйімальної сили від швидкості пориву.

Нижче розглянуто кілька основних методів визначення аеродинамічних характеристик, сил та моментів, що використовуються при аеропружному аналізі конструкції літака.

### **2.2.1 Метод стаціонарних вихорів**

Даний метод широко використовують для розрахунків аеродинамічних характеристик на дозвукових швидкостях польоту при розв'язку різних завдань аеропружності. Він застосовний і для визначення аеродинамічних навантажень у рамках гіпотези квазістаціонарності. Крило й горизонтальне оперення моделюють тонкими плоскими несучими поверхнями, паралельними площині зв'язаної системи координат (рисунок 2.15). При цьому поверхні не обов'язково лежать в одній площині, крім того, вони можуть мати поперечне  $V$ . Фюзеляж і двигуни на пілонах замінюють тонкими хрестоподібними поверхнями. Базові поверхні розбивають на ряд аеродинамічних панелей, у кожній з яких на  $1/4$  хорди панелі розташовують підковоподібний вихор, а на  $3/4$  хорди панелі – контрольну точку.

У контрольних точках задають кути нахилу панелей відносно набігаючого потоку, що утворені:

- деформаціями крила й оперення по формах власних коливань;
- швидкостями точок поверхні крила й оперення, викликаними рухом за формами власних коливань;
- відхиленнями поверхонь керування;

- геометричною й аеродинамічною куткою крила й оперення з урахуванням ненульових кутів заклинення відносно фюзеляжу;
- вертикальним або горизонтальним поривом.

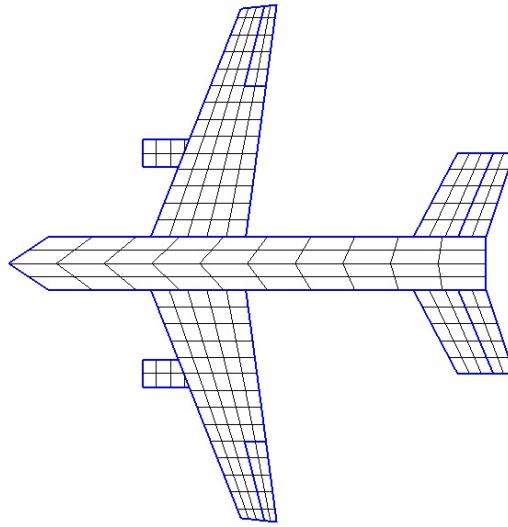


Рисунок 2.15. Аеродинамічна розрахункова схема

Циркуляцію кожного вихору  $\Gamma_j$  розраховують так, щоб кути атаки в контрольних точках, індуковані всієї системою вихорів, дорівнювали кутам нахилу аеродинамічних панелей  $a_i$ .

У результаті завдання зводиться до розв'язку системи рівнянь:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} \Gamma_j = a_i \quad (i=1,2,\dots,n) \quad (2.48)$$

де  $a_{ij}$  – місцевий кут атаки, індукований у  $i$ -й контрольній точці  $j$ -м вихором одиничної інтенсивності;

$n$  – число панелей на всій розрахунковій схемі.

Коефіцієнти  $a_{ij}$  обчислюють за допомогою формул Біо-Савара для поля швидкостей, індукованого вихровим відрізком, а вплив числа  $M$  враховують, застосовуючи перетворення Прандтля-Глауерта.

Середні перепади тиску  $\Delta p_i$ , що діють на  $i$ -ту панель із хордою  $b_i$  знаходять після розв'язку системи рівнянь (2.48):

$$\Delta p_i = \frac{\rho V \Gamma_i}{b_i} \quad (2.49)$$



Проінтегрувавши перепади тисків по відповідних до хорд несучих поверхнях, одержуємо погонні сили  $p_a$  й погонні моменти  $m_a$  відносно відповідних осей жорсткості балок, після чого задачу про навантаження конструкції вирішуємо так само, як описано нижче для методу циркуляцій.

### 2.2.2 Метод циркуляцій.

Серед застосовуваних методів визначення аеродинамічних навантажень найбільш простим методом є метод циркуляцій, у якому прийнята гіпотеза плоских перетинів, що не враховує аеродинамічну інтерференцію між перетинами.

Для балки крила зі стріловидністю  $\chi$  маємо наступні наближені вирази для погонної сили  $p_a$  й погонного крутного моменту  $m_a$ , що діють у перетині, перпендикулярному до осі жорсткості:

$$\begin{aligned} p_a &= c_{y \text{ сеч}}^a b_{\text{кр}} \frac{\rho V^2}{2} \left[ a + b_{\text{кр}} \left( \frac{3}{4} - \bar{\xi} \right) \frac{\bar{g}}{V} \right], \\ m_a &= p_a b_{\text{кр}} (\bar{\xi} - \bar{x}_a) - \frac{\pi k_M}{8} \frac{\rho V}{2} b_{\text{кр}}^3 \dot{g} \cos \chi, \end{aligned} \quad (2.50)$$

де  $c_{y \text{ сеч}}^a$  — похідна коефіцієнту підйимальної сили перетину крила за кутом атаки  $\alpha$ ;

$\rho$  — густина повітря;

$V$  — швидкість потоку;

$\bar{x}_a$  і  $\bar{\xi}$  — відстані від носка профілю до центру тиску й до осі жорсткості, віднесені до місцевої хорди  $b_{\text{кр}}$ ;

$k_M$  — коефіцієнт, що враховує вплив стискальності повітря.

Приймаємо, що

$$c_{y \text{ сеч}}^a b_{\text{кр}} = c_{y \text{ кр}}^a b_{\text{ср.кр}} \Gamma_{\text{кр}}(z), \quad (2.51)$$

де  $c_{y \text{ кр}}^a$  — похідна коефіцієнта підйимальної сили крила по кутові атаки;

$\Gamma_{\text{кр}}(z)$  — циркуляція по плоскому крилу при даному числі  $M$ ;

$b_{\text{ср.кр}} = S_{\text{кр}} / 2l_{\text{кр}}$  – середня хорда крила;

$l_{\text{кр}}$  – довжина балки крила;

$S_{\text{кр}}$  – площа крила, до якої віднесені аеродинамічні коефіцієнти.

У даному методі величину  $c_{y\text{кр}}^a$ , циркуляцію  $\Gamma_{\text{кр}}(z)$  і положення центру тиску  $\bar{x}_a(z)$  по крилу отримують або розрахунками аеродинаміки крила, або за розподілами тисків, що отримують при випробуваннях в АТ.

Місцевий кут атаки при коливаннях визначаємо по формулі

$$a = \vartheta \cos \chi - \frac{\partial y}{\partial z} \sin \chi - \frac{1}{V} \frac{\partial y}{\partial t}. \quad (2.52)$$

Враховуючи (2.27), маємо

$$a = \sum_{i=1}^N \left[ \left( \varphi_i \cos \chi - \frac{\partial f_i}{\partial z} \sin \chi \right) q_i - \frac{f_i \dot{q}_i}{V} \right]. \quad (2.53)$$

Підстановка цього кута у формули для аеродинамічних навантажень (2.50) дає  $N$  виразів для розподілу сил, утворених кожною формою власних коливань і залежних від  $q_i(t)$ , і стільки ж виразів для швидкості переміщень, що залежать від  $\dot{q}_i(t)$ :

$$p_a = \sum_{i=1}^N (\tilde{p}_i \dot{q}_i + \bar{p}_i q_i); \quad m_a = \sum_{i=1}^N (\tilde{m}_i \dot{q}_i + \bar{m}_i q_i); \quad (2.54)$$

Тут

$$\begin{aligned} \tilde{p}_i &= -\frac{1}{2} c_{y\text{кр}}^\alpha \rho V b_{\text{ср.кр}} \Gamma_{\text{кр}} \bar{f}_i; \quad \bar{p}_i = \frac{1}{2} c_{y\text{кр}}^\alpha \rho V^2 b_{\text{ср.кр}} \Gamma_{\text{кр}} \theta_i; \\ \tilde{m}_i &= -\tilde{p}_i a_2 b_{\text{кр}} - \frac{\pi k_M}{16} \rho V b_{\text{кр}}^3 \varphi_i \cos \chi; \quad \bar{m}_i = \bar{p}_i a_2 b_{\text{кр}}, \end{aligned} \quad (2.55)$$

де  $\bar{f}_i = f_i - a_1 b_{\text{кр}} \varphi_i$  – форма переміщення в точці 3/4 хорди;

$\theta_i = \varphi_i \cos \chi - \frac{df_i}{dz} \sin \chi$  – форма кута повороту перетину по потоку;

$a_1 b_{\text{кр}} = \left( \frac{3}{4} - \bar{\xi} \right) b_{\text{кр}}$  – відстань від осі жорсткості до 3/4 хорди;

$a_2 b_{\text{кр}} = (\bar{\xi} - \bar{x}_a) b_{\text{кр}}$  – відстань від осі жорсткості до центру тиску.

Погонні аеродинамічні навантаження, що діють на ГО, визначаємо так само, як для крила, але з урахуванням скошу потоку за крилом  $\varepsilon$  і коефіцієнту гальмування потоку в районі ГО  $k_{z.o}$ .

Скіс потоку за крилом створює додатковий кут атаки на ГО:

$$\varepsilon = -\varepsilon^\alpha \frac{Y_{кр}(t - \tau)}{\frac{1}{2} c_{yкр}^\alpha \rho V^2 S_{кр}}, \quad (2.56)$$

де  $\varepsilon^\alpha$  – похідна кута скошу потоку оперення по куту атаки;

$\tau = L_{z.o} / V$  – запізнювання скошу потоку на оперенні;

$L_{z.o}$  – відстань між фокусом крила і фокусом ГО.

Підіймальну силу крила в момент часу  $t - \tau$  розкладемо в ряд Тейлора по  $\tau$  і знехтуємо членами, починаючи з  $\tau^2$ :

$$Y_{кр}(t - \tau) \approx Y_{кр}(t) - \tau \dot{Y}_{кр}(t) = \sum_{i=1}^N (A_i \dot{q}_i + B_i q_i), \quad (2.57)$$

$$A_i = 2 \left( \int_0^{l_{кр}} \tilde{p}_{кр i} dz - \tau \int_0^{l_{кр}} \bar{p}_{кр i} dz \right); \quad B_i = 2 \int_0^{l_{кр}} \bar{p}_{кр i} dz. \quad (2.58)$$

Таким чином погонні аеродинамічні навантаження, що діють на ГО при коливаннях, мають вигляд

$$p_{z.o a} = \sum_{i=1}^N (\tilde{p}_{z.o i} \dot{q}_i + \bar{p}_{z.o i} q_i), \quad m_{z.o a} = \sum_{i=1}^N (\tilde{m}_{z.o i} \dot{q}_i + \bar{m}_{z.o i} q_i). \quad (2.59)$$

$$\text{Тут} \quad \tilde{p}_{z.o i} = -\frac{1}{2} c_{y z.o}^\alpha \rho V \sqrt{k_{z.o}} b_{cp.z.o} \Gamma_{z.o} \bar{f}_{z.o i};$$

$$\bar{p}_{z.o i} = \frac{1}{2} c_{y z.o}^\alpha \rho V^2 k_{z.o} b_{cp.z.o} \Gamma_{z.o} \bar{\theta}_{z.o i};$$

$$\tilde{m}_{z.o i} = -\tilde{p}_{z.o i} a_1 b_{z.o} - \frac{\pi k_M}{16} \rho V \sqrt{k_{z.o}} b_{z.o}^3 \varphi_{z.o i} \cos \chi_{z.o};$$

$$\bar{f}_{z.o i} = f_{z.o i} - a_1 b_{z.o i} \varphi_{z.o i} + \frac{2 \varepsilon^\alpha A_i \sqrt{k_{z.o}}}{c_{yкр}^\alpha \rho V S_{кр}};$$

$$\bar{\theta}_{z.o i} = -\frac{df_{z.o i}}{dz_{z.o}} \sin \chi_{z.o} + \varphi_{z.o i} \cos \chi_{z.o} - \frac{2 \varepsilon^\alpha B_i}{c_{yкр}^\alpha \rho V^2 S_{кр}}, \quad (2.60)$$

де  $b_{cp.z.o} = \frac{S_{z.o}}{2l_{z.o}}$  – середня геометрична хорда ГО;

$l_{z.o}$  – довжина балки ГО;

$S_{z.o}$  – площа ГО, до якої віднесена похідна  $c_{yz.o}^\alpha$ .

Погонні аеродинамічні сили й моменти, що діють на ВО, визначають так само, як і для ГО – за формулами (2.60), у яких усі дані приведені до ВО.

Аналіз в роботі [31] показує, що аеродинамічними силами на фюзеляжі при вертикальному русі найчастіше можна знехтувати, оскільки, вони набагато менші за сили на крилі й ГО. Але при бічному (антисиметричному русі) сили на фюзеляжі стають одного порядку з силами на ВО, і їх необхідно враховувати.

Погонні бічні аеродинамічні сили й крутні моменти, що діють на фюзеляж при місцевому куті ковзання  $\beta$ , визначають по наступних формулах:

$$p_{\phi a} = c_{z\phi}^\beta \beta d_\phi \frac{\rho V^2}{2} \Gamma_\phi(x);$$

$$m_{\phi a} = -p_{\phi a} y_\phi(x), \quad (2.61)$$

де  $c_{z\phi}^\beta$  – похідна коефіцієнту бічної сили фюзеляжу по куту ковзання й віднесена до  $S_\phi$  – площі бічної проекції фюзеляжу;

$y_\phi$  – координата центру тиску відносно осі жорсткості фюзеляжу;

$\Gamma_\phi(x)$  – циркуляція по бічній проекції фюзеляжу при даному числі М;

$d_\phi$  – середній діаметр фюзеляжу.

Бокові переміщення фюзеляжу, так само як і в (2.27), можна представити у вигляді

$$z_\phi(x, t) = \sum_{i=1}^N f_{\phi i}(x) q_i(t). \quad (2.62)$$

Тоді місцевий кут ковзання

$$\beta = \sum_{i=1}^N \left( \frac{df_{\phi i} q_i}{dx} - \frac{f_{\phi i} \dot{q}_i}{V} \right), \quad (2.63)$$

де  $f_{\phi i}$  – форма переміщення (згину) фюзеляжу в бічному напрямку.

Так само як і для крила, підстановка цього кута  $\beta$  у формулі для аеродинамічних навантажень дає наступні вирази для розподілу сил і крутних моментів по фюзеляжу:

$$p_{\phi a} = \sum_{i=1}^N (\tilde{p}_{\phi i} + \bar{p}_{\phi i} q_i); \quad m_{\phi a} = \sum_{i=1}^N (\tilde{m}_{\phi i} \dot{q}_i + \bar{m}_{\phi i} q_i), \quad (2.64)$$

де

$$\begin{aligned} \tilde{p}_{\phi i} &= -c_{z\phi}^{\beta} d_{\phi} \frac{\rho V}{2} \Gamma_{\phi} d_{\phi i}; \quad \bar{p}_{\phi i} = c_{z\phi}^{\beta} d_{\phi} \frac{\rho V^2}{2} \Gamma_{\phi} \frac{df_{\phi i}}{dx}; \\ \tilde{m}_{\phi i} &= -\tilde{p}_{\phi i} y_{\phi}(x); \quad \bar{m}_{\phi i} = -\bar{p}_{\phi i} y_{\phi}(x). \end{aligned} \quad (2.65)$$

Дія пориву неспокійного повітря зводиться до зміни вектору швидкості потоку, що обтікає літак, яка викликає появу додаткових місцевих кутів атаки й ковзання. При малих швидкостях пориву в порівнянні з  $V$  маємо:

$$\alpha = U / V; \quad \beta = W / V, \quad (2.66)$$

де  $U$  – вертикальна складова пориву;

$W$  – горизонтальна (бічна) складова пориву.

Погонні аеродинамічні сили  $p_U$  й моменти  $m_U$  від одиничного вертикального пориву знаходять за формулами, аналогічними до (2.55) і (2.59), нехтуючи для простоти зміною пориву уздовж хорди.

Для крила маємо

$$p_U = \frac{1}{2} c_{y_{кр}}^{\alpha} \rho V b_{cr.кр} \Gamma_{кр}; \quad m_U = p_U a_2 b_{кр}. \quad (2.67)$$

Для ГО:

$$p_{z.o.U} = \frac{1}{2} c_{y_{z.o}}^{\alpha} \rho V \sqrt{k_{z.o}} b_{cr.z.o} \Gamma_{z.o} (1 - \varepsilon^{\alpha}); \quad m_{z.o.U} = p_{z.o.U} a_2 b_{z.o}. \quad (2.68)$$

Слід враховувати, що порив приходить на ГО із запізненням  $\tau$  і, отже, треба використовувати в розрахунках величину  $U(t - \tau)$ .

Аеродинамічні навантаження на ВО при дії одиничного горизонтального пориву визначають по тільки що наведеній формулі (2.68), але із заміною індексів  $U$  на  $W$  і «Г.О» на «В. О».

Відповідно, для фюзеляжу одиничний бічний порив дає погонні навантаження

$$p_{\phi W} = c_{z\phi}^\beta d_\phi \frac{\rho V}{2} \Gamma_\phi, \quad m_{\phi W} = -p_{\phi W} y_\phi(x). \quad (2.69)$$

Усі наведені формули аеродинамічних сил від пориву виведені в припущенні, що розглянута частина конструкції входить у порив миттєво. У квазістаціонарній постановці для стріловидного літака можна врахувати й поступовість входу, наприклад, вважаючи, що перетин несучої поверхні охоплюється поривом у момент входу носика профілю або чверті хорди.

Метод циркуляцій є застосовним й до розрахунків статичних навантажень у горизонтальному польоті, і сил, що виникають при відхиленні на кут  $\delta$  аеродинамічних поверхонь на крилі (закрилки, елерони, елевони) і ГО (стабілізатор, руль висоти). Якщо відомий розподіл аеродинамічних сил – циркуляції  $\Gamma_\delta(z)$  і положення центрів тиску  $\bar{x}_{D\delta}$ , то навантаження при відхиленні поверхні на одиничний кут визначають у такий спосіб:

$$p_\delta = C_y^\delta \Gamma_\delta \frac{\rho V^2}{2} b_{cp}, \quad m_\delta = p_\delta \bar{x}_{D\delta} b_{cp}, \quad (2.70)$$

де  $C_y^\delta$  – похідна коефіцієнта підйімальної сили крила або ГО по куту відхилення відповідної поверхні керування (для ГО слід враховувати гальмування потоку на оперенні  $k_{z.o}$ ).

Розподіл навантажень, пов'язаних з геометричною круткою крила й ГО, одержують із експерименту, або з аеродинамічних розрахунків, або приблизно по формулах (2.50), у яких замість кута атаки  $\alpha$  задають місцеві кути крутки й приймають  $\mathcal{A} = 0$ .

### 2.2.3 Метод нестационарних вихорів

Нестационарні аеродинамічні сили визначають в частотній області, або в часовій. При розрахунках динамічних навантажень найчастіше доцільно вирішувати проблему саме в часовій області, тому що з однієї сторони існує ряд завдань, де потрібно безпосередньо визначати реакцію літака за часом. З іншого

боку, аеродинамічні навантаження при довільних числах Струхаля можуть бути отримані на основі перехідних функцій за допомогою інтеграла Фур'є.

Розв'язку у часовій області віддається перевага і тоді, коли на літаку є нелінійна система автоматичного керування (обмеження на кути й швидкості відхилення органів керування). У цьому випадку розв'язання у частотній області ускладнене, або взагалі не застосовне. Тому доводиться виконувати пряме чисельне інтегрування рівнянь за часом, використовуючи нестационарні сили, отримані в часовій області. Ці сили визначають методом нестационарних вихорів, розробленим С.М. Білоцерківським [87]. Коротко ідея методу полягає в наступному. Як і в методі стаціонарних вихорів, усі несучі поверхні розбивають на елементарні панелі, з однією різницею – відстань уздовж потоку між панелями, що лежать одна за одною, повинна бути однаковою ( $\Delta x$ ). Нехай у якийсь момент часу через стрибкоподібну зміну кута атаки  $\alpha(x,z)$  на крилі виникла система приєднаних вихорів. Цій системі відповідає система вільних вихорів, яка зноситься по потоці і, по теоремі Гельмгольца, утворює систему замкнених вихрових рамок. У результаті від них утворюється змінна за часом система скосів. Для забезпечення умов непротікання в системі контрольних точок на крилі в кожний наступний момент повинна утворюватися додаткова система приєднаних вихорів, що створює додаткову систему вільних вихорів, що буде зноситися і так далі.

Розрахунок аеродинамічних навантажень полягає у визначенні напруженостей приєднаних нестационарних вихорів у кожний розрахунковий момент часу з умов непротікання в контрольних точках на несучих поверхнях з урахуванням усієї системи дискретних вихорів, що виникли в попередні моменти часу. При дискретному чисельному розв'язку за часом із кроком  $\Delta t = \Delta x / V$  математична задача зводиться до розв'язку наступної системи матричних рівнянь:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_1 \Delta \Gamma_i &= \mathbf{F} - \sum_{k=1}^{i-1} \mathbf{A}_{i-k+1} \Delta \Gamma_k \\ \Gamma_1 &= \Delta \Gamma_1 \quad \Gamma_i = \Delta \Gamma_{i-1} + \Delta \Gamma_i \quad (i=1,2,\dots,n) \end{aligned} \quad (2.71)$$

де  $\Gamma_i$  – вектор інтенсивностей приєднаних вихорів у момент  $\tau_i$ ;

$n$  – загальна кількість за часом;

$F$  – визначає граничні умови для кожної аеродинамічної задачі при заданому розподілі місцевих кутів атаки по несучих поверхнях літака;

$A_i$  – матриці аеродинамічних скосів, індукованих вихорами одиничної інтенсивності в момент  $\tau_i$ .

Є два підходи до розв'язку рівнянь (2.71). Перший, більш оццадливий за часом, полягає в заданні ряду правих частин у вигляді конкретних змін кутів атаки за розмахом несучих поверхонь, наприклад, кутів від деформацій і швидкостей деформацій по тому або іншому тону. При цьому розв'язують невелику кількість задач, яка дорівнює подвоєному числу тонів коливань, плюс задачі при поступовому вході в різко обмежений порив і відхиленні органів керування. Зазвичай ця кількість не перевищує трьох-п'яти десятків. У відповідності із другим підходом, циркуляції вихорів розраховують, виходячи з почергового відхилення кожної з панелей на одиничний кут атаки. А оскільки кількість панелей становить кілька сотень, то час розв'язку системи рівнянь більш, ніж на порядок більший, ніж при першому підході. Але перевага другого підходу полягає в тому, що один раз знайшовши зміни циркуляцій за часом, можна розраховувати динамічні навантаження для різних ваг і завантажень літака, змінювати режим польоту (швидкість, висоту при  $M=\text{const}$ ) і т.д. Тобто другий підхід дозволяє розпаралелити завдання, тому що визначення циркуляцій залежить тільки від геометрії літака й числа  $M$ .

І в тому, і в іншому підході після обчислення циркуляцій, знаходять для кожного моменту часу перепади тисків на кожній панелі за формулою (2.49) і, інтегруючи їх у кожному перетині по хорді, одержують перехідні функції погонних аеродинамічних сил і моментів.

### 2.3 Визначення навантажень від неспокійного повітря

Знаючи форми власних коливань і застосувавши ту чи іншу аеродинамічну теорію можна отримати рівняння руху, виходячи з рівнянь



Лагранжа II роду. При квазістаціонарному підході отримаємо наступне матричне рівняння відносно вектору узагальнених координат  $\mathbf{q}$  [31, 5]:

$$\mathbf{C}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{H}\mathbf{q} + \mathbf{B}\mathbf{q} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{R}_U U(t) + \mathbf{R}_\delta \delta(t), \quad (2.72)$$

де  $\mathbf{C}$  – діагональна матриця узагальнених мас  $c_{ii}$ ;

$\mathbf{D}$  – матриця аеродинамічного демпфування;

$\mathbf{H}$  – матриця, що характеризує конструкційне демпфування;

$\mathbf{B}$  – матриця аеродинамічної жорсткості;

$\mathbf{K}$  – матриця жорсткості конструкції;

$\mathbf{R}_U$  – вектор, що представляє роботу зовнішніх сил від поривів;

$\mathbf{R}_\delta$  – вектор, що представляє роботу зовнішніх сил від відхилення поверхонь керування.

Коефіцієнти матриці  $\mathbf{D}$  представляють роботу аеродинамічних сил одного тону (див. формули (2.55) на віртуальних переміщеннях іншого тону:

$$d_{ij} = -\sum_n \int_0^{\ln} (\tilde{p}_{aj} f_i + \tilde{m}_{aj} \phi_i) dz_n \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (2.73)$$

Діагональна матриця  $\mathbf{H}$  характеризує конструкційне демпфування

$$h_{ii} = \delta_i p_i c_{ii} / \pi, \quad (2.74)$$

де  $\delta_i$  – логарифмічний декремент коливань по  $i$ -ому тону;

$p_i$  – частота коливань по  $i$ -ому тону.

Аналогічно коефіцієнти матриці аеродинамічної жорсткості  $\mathbf{B}$  мають вигляд

$$b_{ij} = -\sum_n \int_0^{\ln} (\bar{p}_{aj} f_i + \bar{m}_{aj} \phi_i) dz_n \quad (i = 1, 2, \dots, N). \quad (2.75)$$

Матриця  $\mathbf{K}$  складається з однієї діагоналі, що відповідає жорсткості конструкції:

$$k_{ii} = p_i^2 c_{ii}. \quad (2.76)$$

В коефіцієнтах  $d_{ij}$  і  $b_{ij}$  знак  $\sum_n$  позначає підсумовування по всіх балках,

на які діє аеродинамічне навантаження.

Вектор праних частин  $\mathbf{R}_U$  представляє роботу зовнішніх сил від пориву на віртуальних переміщеннях кожного тону. Зокрема, при миттєвому вході у вертикальний порив  $U(t)$

$$r_{Ui} = \sum_n \int_0^{\ln} (p_U f_i + m_U \phi_i) dz_n, \quad (2.77)$$

де  $p_U$  і  $m_U$  – погонні сили й моменти, визначені відповідно до формул (2.65) для крила й (2.66) для ГО. При цьому слід враховувати, що ГО входить у порив із запізненням  $\tau = L_{z.o} / V$ .

Якщо під час руху поверхня керування відхиляється на кут  $\delta(t)$ , то

$$r_{\delta i} = \int_0^{\ln} (p_{\delta} f_i + m_{\delta} \phi_i) dz_n. \quad (2.78)$$

При використанні нестационарної аеродинаміки коефіцієнти матриць  $\mathbf{B}$  і  $\mathbf{D}$  вже не є постійними, а залежать від часу і коливань літака, тобто від  $q$  і  $\dot{q}$ .

Пояснимо це на прикладі однієї панелі. При ступінчастій зміні кутів атаки несучої поверхні за заданим законом, (наприклад, по  $f_j(x, z)$  – формі власних коливань  $j$ -ого тону) на всіх панелях виникнуть приєднані вихори, інтенсивність яких буде змінюватися за часом відповідно до розв'язку рівняння (2.71). Як наслідок, на розглянутій панелі виникне нестационарний перепад тисків  $\Delta \bar{p}_{j \text{ смун}}^{(k)}(t)$ , який при дозвуковому потоці буде досягати стаціонарного значення тільки при  $t \rightarrow \infty$ . Якщо ж зміна кутів атаки панелей відбувається за законом

$$\alpha(x, z, t) = f_j(x, z) q_j(t), \quad (2.79)$$

то перехідна функція перепаду тиску на панелі буде змінюватися за часом відповідно до інтеграла Дюамеля за законом

$$p_j^{(k)}(t) = \Delta p_{j \text{ смун}}^{(k)}(0) q_j(t) + \int_0^t \frac{d \Delta p_{j \text{ смун}}^{(k)}(t - \tau)}{d(t - \tau)} q_j(\tau) d\tau. \quad (2.80)$$

Згадаємо, що коефіцієнти матриць  $\mathbf{B}$  і  $\mathbf{D}$  визначалися як робота аеродинамічних сил одного тону на віртуальних переміщеннях іншого тону. У

нестационарному випадку замість отриманих по (2.75) і (2.73) алгебраїчних виразах  $b_{ij}q_j(t)$  і  $b_{ij}\dot{q}_j(t)$  маємо

$$\sum_k \bar{p}_j^{(k)}(t) f_i^{(k)} + \sum_k \tilde{p}_j^{(k)}(t) f_i^{(k)}, \quad (2.81)$$

де  $\bar{p}_j^{(k)}$ ,  $\tilde{p}_j^{(k)}$  – перехідні функції перепаду тиску при ступінчатій зміні місцевих кутів атаки, що відповідають формі  $j$ -ого тону й швидкості переміщень по  $j$ -ому тону в контрольній точці непротікання  $k$ -ої панелі;

$\sum_k$  – підсумовування по всіх панелях;

$f_i^{(k)}$  – форма власних коливань  $i$ -ого тону в точці 1/4 хорди  $k$ -ої панелі.

Вирази, аналогічні (2.80), одержують і для входу в різко-обмежений порив  $U(t)$  і при ступінчатому відхиленні поверхонь керування  $\delta(t)$ .

Підставляючи в (2.81) вираз для перехідних функцій перепадів тиску у вигляді (2.80), замість диференціальних рівнянь (2.72) одержимо інтегро-диференціальні матричні рівняння аеропружності в часовій області при врахуванні ефектів нестационарності [81].

$$\begin{aligned} & \mathbf{C}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D}^*(0)\dot{\mathbf{q}} + \int_0^t \frac{d\mathbf{D}^*(t-\tau)}{d(t-\tau)} \dot{\mathbf{q}}(\tau) d\tau + \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}^*(0)\mathbf{q} + \int_0^t \frac{d\mathbf{B}^*(t-\tau)}{d(t-\tau)} \mathbf{q}(\tau) d\tau + \\ & + \mathbf{K}\mathbf{q} = \int_0^t \frac{d\mathbf{R}_U^*(t-\tau)}{d(t-\tau)} U(\tau) d\tau + \mathbf{R}_\delta^*(0)\delta(t) + \int_0^t \frac{d\mathbf{R}_\delta^*(t-\tau)}{d(t-\tau)} \delta(\tau) d\tau. \end{aligned} \quad (2.82)$$

Тут матриці  $\mathbf{D}^*(t)$ ,  $\mathbf{B}^*(t)$  і вектор  $\mathbf{R}^*(t)$  відповідають значенням перехідних функцій при ступінчастій зміні кінематичних параметрів.

При наявності на літаку систем поліпшення стійкості або систем зниження навантажень рівняння (2.82) доповнюють оператором  $\mathbf{L}(q, \delta)$ , що описує роботу систем автоматичного керування.

Зазвичай літак перебуває, до впливу поривів повітря, в статичному положенні – у горизонтальному польоті, так що задача визначення динамічних навантажень вирішується у приростах. У цьому випадку початкові умови для розв'язку рівнянь руху (2.72) і (2.82) у часовій області – нульові, тобто

$$q = 0 \text{ і } \dot{q} = 0 \text{ при } t = 0. \quad (2.83)$$

Оскільки матриця  $\mathbf{C}$  при використанні ортогональних форм коливань є діагональною матрицею узагальнених мас, то рівняння розв'язують відносно старшої похідної. Поділивши кожен з рядків рівнянь на відповідний коефіцієнт  $c_{ii}$  і перенісши всі члени з молодшими похідними у праві частини рівнянь, одержимо систему рівнянь, зручну для інтегрування,

$$\begin{aligned} \dot{x}_i = & -\frac{1}{c_{ii}} \sum_{j=1}^N [d_{ij}^*(0)x_j + b_{ij}^*(0)q_j + \\ & + \int_0^t \left( \frac{d(d_{ij}^*(t-\tau))}{d(t-\tau)} x_j(\tau) + \int_0^t \frac{d(b_{ij}^*(t-\tau))}{d(t-\tau)} q_j(\tau) \right) d\tau] - \\ & - (\delta_i p_i / \pi) x_i - p_i^2 q_i + \int_0^t \frac{d(r_{Ui}^*(t-\tau))}{d(t-\tau)} U(\tau) d\tau + \mathbf{R}_\delta^*(0) \delta(t) + \\ & + \int_0^t \frac{d\mathbf{R}_\delta^*(t-\tau)}{d(t-\tau)} \delta(\tau) d\tau, \quad \dot{q}_i = x_i, \quad i = 1, 2, \dots, N. \end{aligned} \quad (2.84)$$

Таким чином, задача визначення динамічного навантаження зведена до задачі Коші у вигляді (2.84) при початкових умовах (2.83).

Розв'язок такої задачі Коші роблять чисельним інтегруванням методом Рунге-Кутта, Адамса й ін. У результаті одержують залежності узагальнених координат і їх похідних за часом.

Постає питання: як при цьому знайти динамічні навантаження й, зокрема, динамічний згинальний момент  $M_{32}$ ?

Існують, принаймні, два методи:

- 1) за деформаціями;
- 2) за розподіленими силами.

Пояснимо їхню суть на простому прикладі згинних коливань балки.

Вираз для  $M_{32}$  у перетині  $z$  можна представити у двох видах:

$$M_{32} = EI(z)y(z,t)'' \quad (2.85)$$

або

$$M_{32} = \int_z^l dz \int_z^l p(z,t) dz, \quad (2.86)$$

де  $EI$  – жорсткість на згин;

$l$  – довжина балки;

$p(z, t)$  – розподілене по балці навантаження, що діє в момент  $t$ .

Ці два вирази дають те саме значення тільки у випадку нескінченного числа тонів коливань  $N$ , прийнятого при розкладанні переміщень у ряд по власних формах. Якщо число тонів  $N$  скінченне, то подвійне диференціювання переміщення  $y$  по  $z$  виключає з розрахунку переміщення літака як твердого тіла, тоді як в  $p(z, t)$  входять розподілені інерційні й аеродинамічні сили, що утворюються при коливаннях по власних тонах, у тому числі й по тонах руху літака як твердого тіла.

У результаті, щоб одержати ту саму точність у визначенні динамічних навантажень по деформаціях, необхідно враховувати набагато більше число тонів, ніж при способі розрахунків за розподіленими силами [85]. Тому останньому способу, як правило, слід віддавати перевагу. У квазістаціонарному випадку погонне навантаження представимо у вигляді

$$p(z, t) = p_{aer} + p_{іннер} = \sum_{i=1}^N [\bar{p}_{ai} q_i(t) + \tilde{p}_{ai} \dot{q}_i(t) + \bar{\bar{p}}_i \ddot{q}_i(t)] + p_u U(t) + p_\delta \delta(t), \quad (2.87)$$

де

$$\bar{\bar{p}}_i = -m(f_j + \sigma \phi_i). \quad (2.88)$$

Згинальний момент матиме вигляд

$$\begin{aligned} M_{sz}(z, x) &= \int_z^l dz \int_z^l \left\{ \sum_{i=1}^N [\bar{p}_{ai} q_i(t) + \tilde{p}_{ai} \dot{q}_i(t) + \bar{\bar{p}}_i \ddot{q}_i(t)] + p_u U(t) + p_\delta \delta(t) \right\} dz = \\ &= \sum_{i=1}^N [\bar{M}_i(z) q_i(t) + \tilde{M}_i(z) \dot{q}_i(t) + \bar{\bar{M}}_i(z) \ddot{q}_i(t)] + M_U(z) U(t) + M_\delta(z) \delta(t), \end{aligned} \quad (2.89)$$

де

$$\begin{aligned} \bar{M}_i(z) &= \int_z^l dz \int_z^l \bar{p}_{ai} dz; \quad \tilde{M}_i(z) = \int_z^l dz \int_z^l \tilde{p}_{ai} dz; \\ \bar{\bar{M}}_i(z) &= \int_z^l dz \int_z^l \bar{\bar{p}}_i dz; \quad M_U(z) = \int_z^l dz \int_z^l p_u dz; \\ M_\delta(z) &= \int_z^l dz \int_z^l p_\delta dz. \end{aligned} \quad (2.90)$$

Таким чином, в загальному випадку, будь-яке динамічне навантаження, чи то поперечну силу, згинальний або крутний момент, лінійне або кутове прискорення, а також переміщення й швидкість можна обчислювати по єдиній формулі

$$P(z, t) = \sum_{i=1}^N \left[ \bar{P}_i(z) q_i(t) + \tilde{P}_i(z) \dot{q}_i(t) + \overline{\bar{P}}_i(z) \ddot{q}_i(t) \right] + P_U(z) U(t) + P_\delta(z) \delta(t). \quad (2.91)$$

Наприклад, лінійне прискорення матиме вигляд

$$\ddot{y}(z, t) = \sum_{i=1}^N [f_i(z) \ddot{q}(t)]. \quad (2.92)$$

Розглянемо тепер, як визначати динамічні навантаження, зокрема згинальний момент, по методу розподілених сил при нестационарній аеродинаміці. Очевидно, що погонні навантаження, що утворюють цей момент повинні бути розраховані з урахуванням запізнювання утворення аеродинамічних сил. Так що коефіцієнти навантаження в (2.89) для згинального моменту отримують із використанням інтеграла Дюамеля наступний вигляд:

$$\bar{M}_{3z}(z, t) = \sum_{i=1}^N \left( \bar{M}_i(z, q_i) + \tilde{M}_i(z, \dot{q}_i) + \overline{\bar{M}}_i(z, \ddot{q}_i(t)) \right) + M_U(z, U) + M_\delta(z, \delta), \quad (2.93)$$

де

$$\begin{aligned} \bar{M}_i(z, q_i) &= \int_z^l dz \int_z^l \left( \bar{p}_{i\text{смyn}}(0) q_i(t) + \int_0^t \frac{d\bar{p}_{i\text{смyn}}(t-\tau)}{d(t-\tau)} q_i(\tau) d\tau \right) dz, \\ \tilde{M}_i(z, q_i) &= \int_z^l dz \int_z^l \left( \tilde{p}_{i\text{смyn}}(0) \dot{q}_i(t) + \int_0^t \frac{d\tilde{p}_{i\text{смyn}}(t-\tau)}{d(t-\tau)} \dot{q}_i(\tau) d\tau \right) dz, \\ M_U(z, U) &= \int_z^l dz \int_z^l \left( \int_0^t \frac{dp_U(t-\tau)}{d(t-\tau)} U(\tau) d\tau \right) dz, \\ M_\delta(z, \delta) &= \int_z^l dz \int_z^l \left( \int_0^t \frac{dp_\delta(t-\tau)}{d(t-\tau)} \delta(\tau) d\tau \right) dz. \end{aligned} \quad (2.94)$$

В (2.94) вирази  $\bar{p}_{i\text{смyn}}$  і  $\tilde{p}_{i\text{смyn}}$  представляють погонні навантаження, отримані інтегруванням по хорді перепадів тисків при ступінчатій зміні кутів атаки за формою й швидкості переміщення по  $i$ -ому тону. Те ж саме стосується і виразу  $p_U(t)$ , що відповідає входу літака в різко-обмежений порив.

У загальному випадку будь-яке динамічне навантаження при врахуванні нестационарності можна обчислювати по єдиній формулі, що аналогічна (2.91), де замість добутків узагальнених координат на коефіцієнти навантажень підставляють відповідні інтеграли Дюамеля, типу (2.94):

$$P(z, t) = \sum_{i=1}^N \left( \bar{P}_i(z, q_i) + \tilde{P}_i(z, \dot{q}_i) + \overline{\bar{P}}_i(z, \ddot{q}_i(t)) \right) + P_U(z, U) + P_\delta(z, \delta). \quad (2.95)$$

Варто відзначити, що якщо літак симетричний, то, у зв'язку з лінійністю задачі, зовнішній вплив, зокрема вплив пориву, можна розкласти на симетричну й антисиметричну частини. Відповідно, можна виділити симетричну й антисиметричну задачу, які можна вирішувати окремо, а потім за допомогою суперпозиції знайти шуканий збурений рух літака.

## 2.4 Навантаження в горизонтальному польоті

Для аналізу міцності конструкції особливий інтерес представляють сумарні навантаження, тобто навантаження у вихідному режимі горизонтального польоту плюс прирости динамічних навантажень, викликані зовнішніми впливами.

Визначення навантажень на агрегати конструкції літака при горизонтальному усталеному польоті на теперішній час не є визначальною проблемою. Існує значна кількість методів, які враховують аеропружні характеристики літака [67, 75, 81, 82, 89, 90]. Для цього достатньо знати характеристики статичної пружності конструкції (жорсткість, масу) та розподіл аеродинамічних коефіцієнтів по поверхні ЛА.

При розрахунках навантажень у горизонтальному польоті можна використати метод, що полягає в розкладанні пружних статичних деформацій у ряд по формах власних коливань. Це дозволить раціонально використовувати ряд результатів, отриманих при розрахунках динамічного навантаження, і полегшить організацію єдиного комплексу програм. Аеродинамічні сили визначаються із урахуванням пружних деформацій, що викликають перерозподіл цих сил на несучих поверхнях, а також з врахуванням тяги двигунів та геометричної крутки крила й ГО.

Прийmemo, що літак у горизонтальному польоті врівноважений відхиленням руля висоти на балансувальний кут  $\delta_{\delta}$ . Рівняння рівноваги для пружного літака, що перебуває в режимі горизонтального усталеного польоту, може бути отримано на основі рівняння (2.72), приймаючи матриці **D** і **H** рівними нулю й вилучаючи з інших матриць і стовпців коефіцієнти, що відповідають за переміщення літака уздовж осі  $x$ . [5]

Прийнявши в якості невідомих кут  $\delta_{\delta}$ , кут атаки  $\alpha_{z.n.}$  і узагальнені координати, тобто вектор

$$q^T = |\delta_{\delta} \alpha_{z.n.} q_4 \dots q_N|, \quad (2.96)$$

і враховуючи, що підймальна сила дорівнює вазі літака, маємо

$$\mathbf{C} \mathbf{g}_{г.п.} + \mathbf{B}_{г.п.} \mathbf{q}_{г.п.} = \mathbf{S} + \mathbf{R}_{ст}, \quad (2.97)$$

де

$$\mathbf{g}_{г.п.}^T = |g \ 0 \ 0 \dots 0|, \quad (2.98)$$

$g$  – прискорення сили тяжіння.

Матрицю **B**<sub>г.п.</sub> формуємо на основі матриці **B** для симетричного випадку динамічного навантаження шляхом заміни в **B** першого стовпця на **R** і додаванням з матрицею **K**

$$\mathbf{B}_{г.п.} = \begin{bmatrix} -r_1 & b_{13} & b_{14} & \dots & b_{1N} \\ -r_3 & b_{33} & b_{34} & \dots & b_{3N} \\ -r_4 & b_{43} & b_{44} + p_4^2 & \dots & b_{4N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ -r_N & b_{N3} & b_{N4} & \dots & b_{NN} + p_N^2 \end{bmatrix}; \quad (2.99)$$

$$r_i = 2 \int_0^{l_{z.o.}} (p_B^{\delta} f_i + m_B^{\delta} \phi_i) dz_{z.o.} \quad (i = 1, 3, \dots, N); \quad (2.100)$$

де  $p_B^{\delta}$ ,  $m_B^{\delta}$  – розподілені аеродинамічні сила й момент при відхиленні руля висоти на одиничний кут.

Стовпець **S** зв'язаний з погонними силою  $p^{\varphi}$  і моментом  $m^{\varphi}$  від геометричної крутки крила й горизонтального оперення:



$$s_i = \sum_k \int_0^{l_k} (p^\varphi f_i + m^\varphi \varphi_i) dz_k \quad (i = 1, 3, \dots, N); \quad (2.101)$$

$\sum_k$  позначає підсумовування по балках, що моделюють крило і ГО.

Стовпець  $\mathbf{R}_{\text{ст}}$  містить узагальнені сили, викликані статично відхиленими аеродинамічними поверхнями на крилі або ГО

$$r_{\text{ст} i} = \sum_s \int_0^{l_s} (p^\delta f_i + m^\delta \varphi_i) dz_s \quad (i = 1, 3, \dots, N); \quad (2.102)$$

а  $\sum_s$  позначає підсумовування по всім відхиленим аеродинамічним поверхням.

Розв'язок системи рівнянь (2.97) одержуємо шляхом використання оберненої матриці  $\mathbf{B}_{\text{г.п.}}$

$$\mathbf{q}_{\text{г.п.}} = \mathbf{B}_{\text{г.п.}}^{-1} (-\mathbf{C} \mathbf{g}_{\text{г.п.}} + \mathbf{S} + \mathbf{R}_{\text{ст}}). \quad (2.103)$$

Статичні навантаження горизонтального польоту, так як і в випадку розрахунку динамічного навантаження, визначаємо через коефіцієнти навантажень

$$P_{\text{з.п.}} = \sum_{i=3}^N \bar{P}_i(z) q_{i \text{ з.п.}} + \bar{\bar{P}}_i(z) g + P^\varphi + \sum_s P_s^\delta(z) \delta, \quad (2.104)$$

де  $P^\varphi$  – коефіцієнт навантаження, викликаний геометричною круткою;

$P_s^\delta$  – коефіцієнти навантаження, що відповідають одиничним відхиленням аеродинамічних поверхонь на крилі і ГО.

## 2.5 Висновки по розділу 2

В розділі 2 проведено аналіз математичних моделей зовнішніх навантажень на конструкцію крила літака транспортної категорії при польоті в неспокійному повітрі та представлено математичні алгоритми їхньої роботи.

Розглянуто:

- 1) метод балкової пружно-масової схематизації конструкції літака;
- 2) метод стаціонарних вихорів;
- 3) метод нестаціонарних вихорів;
- 4) метод циркуляцій.

Отримані результати показали, що існує досить простий та точний метод визначення навантажень на агрегати літака в тому числі і на крило при польоті в неспокійному повітрі:

1. При модальному аналізі конструкції на ЕОМ слід застосовувати метод Ланцоша з інтегруванням по трапеції, залишаючи метод Сімпсона для контролю.
2. Для врахування нестационарних аеродинамічних сил доцільно використовувати метод нестационарних вихорів з визначенням цих сил у часовій області шляхом прямого інтегрування рівнянь за часом.
3. Визначати динамічні навантаження за розподіленими силами, так як цей метод дозволяє враховувати менше тонів для забезпечення прийнятної точності розрахунків.
4. Для визначення навантажень у горизонтальному польоті використовується метод, заснований на розкладанні пружних статичних деформацій у ряд по формах власних коливань. В цьому випадку класичні методи визначення статичних навантажень на агрегати літака будуть використовуватися для перевірки побудови розрахункових пружно-масових та аеродинамічних моделей.
5. Запропоновано спосіб визначення осей жорсткості складних просторових агрегатів літака при балковій пружно-масовій схематизації конструкції, що дозволяє створювати досить прості моделі необхідні для розв'язання задач аеропружності та визначення зовнішніх навантажень на конструкцію літака.

## РОЗДІЛ 3 ОРГАНІЗАЦІЯ МЕТОДИЧНОГО, ІНФОРМАЦІЙНОГО, ПРОГРАМНОГО І ТЕХНІЧНОГО ЗАБЕЗПЕЧЕННЯ

В даному розділі описана структура та принцип роботи комп'ютерно-інтегровного методу розрахунку навантажень на літак при польоті в неспокійному повітрі на прикладі відповідної комп'ютерної програми. Наведено перелік вхідних та вихідних даних.

### 3.1 Структура методу

Алгоритм розрахунку навантажень під час польоту в неспокійному повітрі, що лежить в основі запропонованого комп'ютерно-інтегровного методу, був вивчений в дослідженні [6] і представлений на рисунку 3. 1.

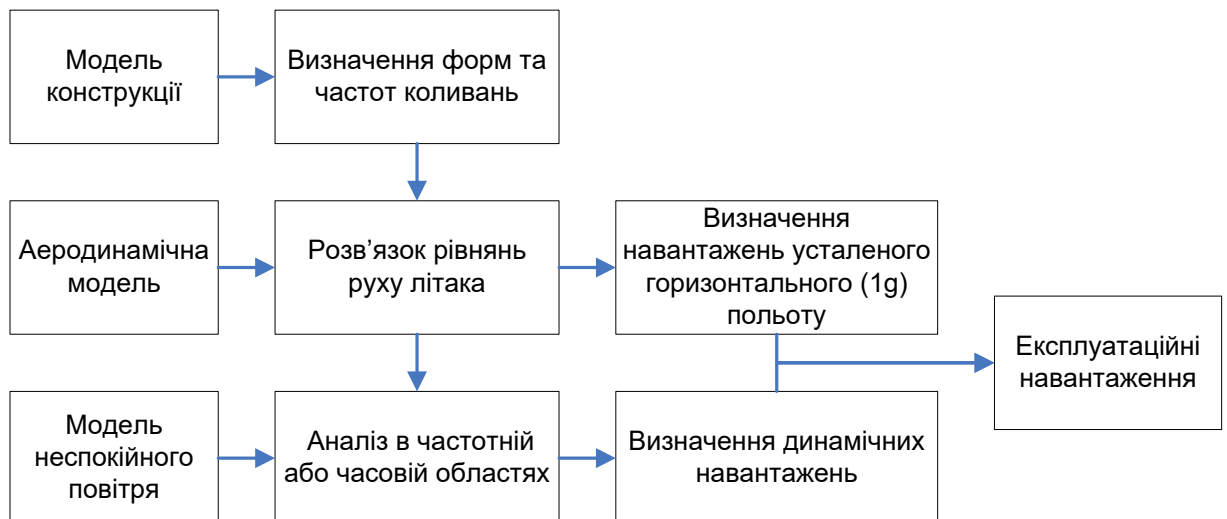


Рисунок 3.1 – Алгоритм розрахунку зовнішніх навантажень на літак під час польоту в неспокійному повітрі

Метод (програма) розрахунку динамічного навантаження літака при польоті в неспокійному повітрі розділений на керуючі підпрограми і окремі сегменти (рисунок 3.2), названі по імені головних підпрограм, які загружаються на розрахунок послідовно, змінюючи одна одну в оперативній пам'яті ЕОМ:

- FORMS – сегмент, що розраховує форми і частоти власних коливань;
- COEF – сегмент, в якому визначаються коефіцієнти інерційних і аеродинамічних навантажень, формуються матриці коефіцієнтів рівнянь руху, обчислюються навантаження в горизонтальному польоті.

- GUST – сегмент, призначений для розрахунку динамічного навантаження при впливі дискретних поривів неспокійного повітря.
  - HT – сегмент, що обчислює динамічні навантаження при польоті в безперервній атмосферній турбулентності.
  - LDIS – сегмент, в якому визначається миттєва картина динамічного навантаження всього літака чи будь-якої його частини в момент часу, коли будь-яке із заданих навантажень досягає максимального значення.
- Обмін інформацією здійснюється через спільні блоки (COMMON) сегментів вищого рівня ієрархії завантаження.

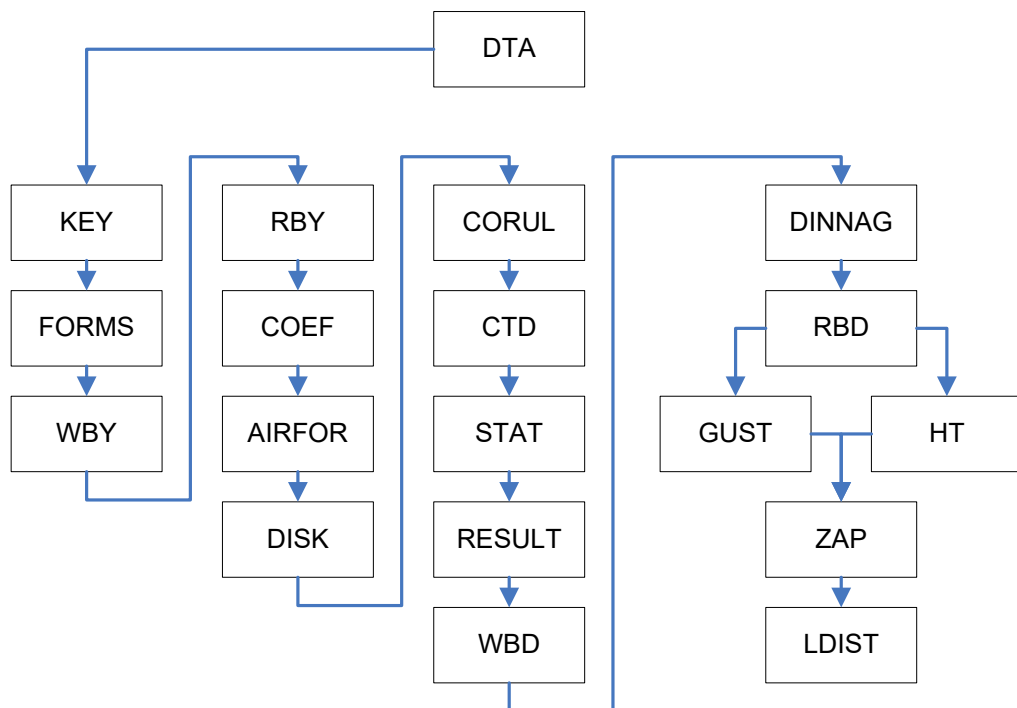


Рисунок 3.2 – Розширена структура програми

Функціональне призначення сегментів, вказаних на рисунку 3.2, крім вже описаних вище, полягає а наступному. DTA – головна керуюча програма, сегменти KEY і DINNAG несуть також функції керування; сегмент WBY записує у файл форми власних коливань літака, отримані в результаті роботи сегменту FORMS, а сегмент RBY зчитує ці форми. Описаний вище сегмент COEF несе суттєві керуючі функції і викликає:

- сегмент AIRFOR для обчислення коефіцієнтів рівнянь руху і їхніх правих частин і коефіцієнтів навантажень при коливаннях по кожному тоні;

- сегмент CORUL для розрахунку коефіцієнтів навантажень від відхилення рулів і інших поверхонь керування;
- сегмент CTD для врахування впливу тяги двигунів на навантаження літака;
- сегмент STAT для обчислення статичних навантажень;
- сегмент RESULT для об'єднання результатів роботи всіх цих сегментів.

Сегмент DISK призначений для запису коефіцієнтів навантажень в окремий файл. Ці коефіцієнти є вхідними даними для роботи сегменту LDIST. З допомогою сегменту WBD здійснюється запис у файл матриць коефіцієнтів [B] і [D], а сегмент RBD здійснює зчитування цієї інформації. Робота сегменту ZAP також зв'язана з записом результатів у файли, в тому числі інформації про узагальнені координати і їхні похідні, що необхідні сегменту LDIST.

В якості основного методу розрахунку аеродинамічних навантажень використовується метод заданих циркуляцій. Це пов'язано з організаційною структурою та ієрархією підрозділів ДП «АНТОНОВ». Підрозділ, що займається розрахунком зовнішніх навантажень відноситься до структури «міцності», а підрозділ, що визначає аеродинамічні характеристики відноситься до структури «аеродинаміка». Однак, за необхідністю в роботу може бути включений сегмент LOADF, що обчислює аеродинамічні сили методом дискретних вихорів.

### **3.2 Вхідна інформація**

Вихідні дані літака складаються у відповідності з прийнятою схематизацією, коли основна конструкція подається у вигляді тринадцяти (дев'ять основних) пружних балок (рисунок 3.3). При цьому кожне напівкрило розбивається на дві частини (балки №1 і №2 для правої половини і №3 і №4 для лівої), а в якості точки розбиття приймається точка суттєвого зламу осі жорсткості, наприклад поворотний вузол на крилі змінної геометрії, а при відсутності таких – середина напівкрила. Всі балки в свою чергу розбиваються на NS перерізів (від 2 до 11), відлік яких йде від стику балок до вільного кінця відповідної частини конструкції.

Такі характеристики всього літака, як положення центру мас, розташування середньої аеродинамічної хорди (САХ) і ін., визначаються в правій системі координат з віссю  $y$ , спрямованою вгору, віссю  $x$  – по будівельній горизонталі фюзеляжу і початком в першому перерізі хвостової балки. Ця ж балка №9 є базовою для відліку можливих виносів крила і оперення.

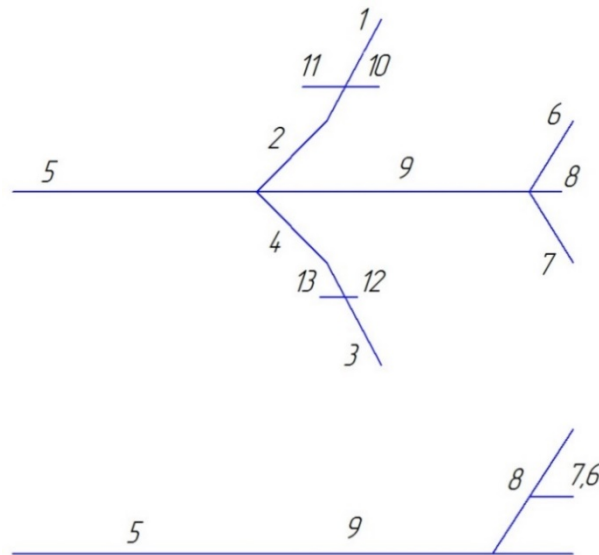


Рисунок 3.3 – Розрахункова схематизація літака

Геометричні і інерційні характеристики для кожної балки задаються у зв'язаній правій системі координат.

Крім дев'яти основних балок при схематизації конструкції вводяться ще балки, які моделюють різноманітні підвісні вантажі.

В стандартних випадках, коли літак має симетричну конструкцію, має бути передбачено ввід необхідних даних тільки для правих половин крила і горизонтального оперення (ГО). Якщо літак асиметричний (різна кількість підвішених вантажів під кожним з крил; різні жорсткості пілонів лівого і правого двигуна і т.п.), то всі геометричні, жорсткісні, інерційні і аеродинамічні дані потрібно вводити як для правої, так і для лівої половин літака.

Для розрахунку навантажень потрібно достатньо великий об'єм різноманітних вихідних даних  $\sim 1000$  чисел.

#### Сегмент FORMS

FORMS – сегмент, що розраховує форми і частоти власних коливань.

Потрібно вказати наступні параметри:

ISYM – змінна, що задає вид розраховуваних власних коливань: 1 – симетричні коливання; 2 – антисиметричні коливання; 3 – коливання асиметричного літака;

LEFT – характеристика симетрії конструкції;

NT – кількість тонів власних пружних коливань літака ( $1 \leq NT \leq 12$ );

NR – кількість підвішених об'єктів, що моделюються пружними балками (зазвичай:  $0 \leq NR \leq 4$ );

NGR – кількість зосереджених вантажів (зазвичай:  $0 \leq NGR \leq 6$ );

NVO – номер перерізу хвостової частини фюзеляжу, до якої кріпиться вертикальне оперення (ВО);

KGO, NGO – номер балки і номер її перерізу, до якого кріпиться ГО, при KGO = 9 – кріплення до хвостової частини фюзеляжу, а при KGO = 8 – до ВО;

EPS – відносна точність з якою розраховуються форми власних пружних коливань;

NS(J) – кількість перерізів на які розбивається J-та балка ( $2 \leq NS \leq 11$ );

HL(J) – довжина J-ої балки;

HIVO – кут стріловидності вертикального оперення (балка №8);

HI, AL, FI – кути стріловидності, заклинення і поперечного V центральної частини крила (балка №2 і 4);

HI1, AL1, FI1 – ті ж кути кінцевої частини крила (балка №1 і 3);

HI2, AL2, FI2 – ті ж кути ГО (балка №6 і 7);

Для уникнення введення великої кількості нулів, потрібно передбачити спеціальні масиви керуючих символів введення:

IE – жорсткостей;

IA – моментів інерції перерізів

ISG – компонентів вектору, що задає положення центру мас в перерізі;

IRP – векторів, що задають геометрію кріплення балки;

ISP – матриць податливості в вузлах кріплення балок.

Введення жорсткісних і інерційних характеристик балок здійснюється у відповідності з інформаційними масивами IE, IA, ISG:

EI – масив, що містить жорсткості балок:

K=1 – жорсткість на згин, що викликає переміщення по осі  $x_2$ ,

K=2 – жорсткість на згин, що викликає переміщення по осі  $x_1$ ,

K=3 – жорсткість на кручення навколо осі  $x_3$ ;

AI – масив, що містить моменти інерції перерізів балок:

K=1 – момент інерції перерізу відносно осі  $x_1$ ,

K=2 – момент інерції перерізу відносно осі  $x_2$ ,

K=3 – момент інерції перерізу відносно осі  $x_3$ ;

AM – масив, що містить погонні маси балок,

SG – масив, що містить компоненти вектора, що задає в кожному перерізі положення центру мас відносно осі жорсткості:

K=1 – компонента вектору по осі  $x_1$ ;

K=2 – компонента вектору по осі  $x_2$ .

Вводяться дані для підвішених зосереджених вантажів:

IWG(J), NWG(J) – номер балки і перерізу, на яких прикріплений вантаж;

IRG – масив, що описує характер закріплення вантажу;

AMG(J), AIG(J) – маса і моменти інерції вантажу відносно трьох осей;

RGR, PGR – масиви компонентів векторів, що задають розташування центру мас зосередженого вантажу відносно точки кріплення.

#### Сегмент COEF

COEF – сегмент, в якому визначаються коефіцієнти інерційних і аеродинамічних навантажень, формуються матриці коефіцієнтів рівнянь руху, обчислюються навантаження в горизонтальному польоті.

Потрібно вказати наступні параметри:

SG – параметр, що визначає метод розрахунку аеродинамічних сил, де: 1 – метод заданих циркуляцій; 2 – метод дискретних вихорів; 3 – метод нестационарних вихорів;

NYT – кількість тонів пружних коливань, що враховуються при розрахунку навантажень ( $1 \leq NYT \leq 40$ , зазвичай достатньо до 30);

NAG – кількість визначуваних навантажень ( $1 \leq NAG \leq 30$ );



$KDP=1$  – врахування конструкційного демпфування;

NUK, NUG – визначають кількість відхилюваних поверхонь керування на крилі і ГО відповідно.

Для розрахунку погонних аеродинамічних сил і моментів методом заданих циркуляцій необхідно ввести наступні дані:

GKR – циркуляції за розмахом крила;

GGO – циркуляції по ГО;

BKR, BGO – хорди крила, ГО, перпендикулярні до осі жорсткості;

XBK, XBG – відстань від осей жорсткості крила, ГО до носиків профілів, віднесених до місцевих хорд;

XDK, XDG – розташування центрів тиску по крилу, ГО в долях місцевих хорд.

Якщо використовується метод дискретних вихорів або нестационарних вихорів, то здійснюється зчитування тільки двох імен файлів NFA1 і NFA2, в які сегментом LOADF занесені погонні аеродинамічні сили і моменти.

Далі йдуть параметри польоту і основні геометричні характеристики:

V – істинна швидкість польоту;

HВ – висота польоту;

CYAC, CYK, CYG – похідні коефіцієнтів підйимальної сили за кутом атаки для літака в цілому  $C_{y_c}^a$ , для крила  $C_{y_{кр}}^a$  і для ГО  $C_{y_{го}}^a$ . Величини CYAC і CYK віднесені до площі крила, а CYG – до площі ГО;

BSK, BSG – середні хорди крила і ГО, перпендикулярні до осей жорсткості;

LGO – відстань від фокуса крила до фокуса ГО;

KM – коефіцієнт, що враховує вплив стисливості на характеристики профілю;

KGO – коефіцієнт гальмування потоку в зоні ГО;

EAL – похідна кута скосу біля оперення по куту атаки;

WV, WS – істинні швидкості вертикального і бокового поривів;

QM – максимальний швидкісний напір в горизонтальному польоті;

QMM – граничний швидкісний напір;

FM – максимальне число M в горизонтальному польоті;

FMM – граничне число M;

Якщо випадок навантаження не симетричний, то вводяться дані по ВО (балка №8) і фюзеляжу (балки №5 і №9), де:

GVO – циркуляція за розмахом ВО;

BVO – хорди ВО, перпендикулярні до осі жорсткості;

XBV – відстань від осі жорсткості до носиків профілів ВО, віднесена до місцевих хорд;

XDV – положення центрів тиску за розмахом ВО, в долях хорди;

GFF – функція розподілу бокової сили за довжиною фюзеляжу;

XDF – відстань від вертикалі осі жорсткості до центрів тиску фюзеляжу у відповідності з правилами знаків для осей носової і хвостової балок;

CZV – похідна коефіцієнта бокової сили ВО по куту ковзання в радіанах, віднесена до площі вертикального оперення;

BSV – середня хорда ВО, перпендикулярна до осі жорсткості;

CZF – похідна коефіцієнту бокової сили фюзеляжу по куту ковзання, віднесена до добутку середнього діаметру фюзеляжу на довжину фюзеляжу.

TET – масив логарифмічних декрементів для кожного тону пружних коливань конструкції;

Та інформація про шукані навантаження та кінематичні параметри конструкції:

MIK(1, J) – індекс балки для якої потрібно визначити навантаження чи параметр;

MIK(2, J) – номер перерізу балки;

MIK(3, J) – тип навантаження чи параметр:

1 – поперечна сила  $Q_1$ ;

2 – поперечна сила  $Q_2$ ;

3 – сила  $Q_3$ ;

4 – згинальний момент  $M_1$ ;

5 – згинальний момент  $M_2$ ;

6 – крутний момент  $M_3$ ;

7 – прискорення  $\ddot{\omega}_1$ ;

- 8 – прискорення  $\ddot{\omega}_2$ ;
- 9 – прискорення  $\ddot{\omega}_3$ ;
- 10 – кутове прискорення  $\ddot{\vartheta}_1$ ;
- 11 – кутове прискорення  $\ddot{\vartheta}_2$ ;
- 12 – кутове прискорення  $\ddot{\vartheta}_3$ ;
- 13 – швидкість  $\dot{\omega}_1$ ;
- 14 – швидкість  $\dot{\omega}_2$ ;
- 15 – швидкість  $\dot{\omega}_3$ ;
- 16 – кутова швидкість  $\dot{\vartheta}_1$ ;
- 17 – кутова швидкість  $\dot{\vartheta}_2$ ;
- 18 – кутова швидкість  $\dot{\vartheta}_3$ ;
- 19 – переміщення  $\omega_1$ ;
- 20 – переміщення  $\omega_2$ ;
- 21 – переміщення  $\omega_3$ ;
- 22 – кутове переміщення  $\vartheta_1$ ;
- 23 – кутове переміщення  $\vartheta_2$ ;
- 24 – кутове переміщення  $\vartheta_3$ .

В дослідницьких цілях можна передбачити, що порив може мати деякий вид розподілу за розмахом несучих поверхонь.

$$W(z, t) = \bar{W}(z)f(t) \quad (3.1)$$

Таким чином, ввід функції розподілу пориву по крилу і ГО розділяється на ввід  $W1$  – вертикальних складових, а по фюзеляжу і ВО –  $W2$  – горизонтальних складових.

Для розрахунку статичних навантажень для сегменту CORUL вводять інформацію про статично відхиленні поверхні на крилі і ГО:

CYKD(CYGD) – похідна коефіцієнту підіймальної сили крила (ГО) по куту відхилення розглядуваної поверхні керування, віднесена до площі крила (ГО);

DKH(DGH) – кут відхилення розглядуваної поверхні керування на крилі (ГО);

GDK(GGOD) – циркуляція за розмахом крила (ГО) при відхиленні відповідної поверхні;

XKD(XDGD) – розташування центрів тиску за розмахом крила (ГО) при відхиленні відповідної поверхні в долях місцевих хорд.

При врахуванні тяги двигунів для сегменту CTD вводиться:

CX – коефіцієнт аеродинамічного опору на розглядуваному режимі польоту;

IWT(J) і NWT(J) – номер балки і її перерізу до якого прикріплений двигун з номером J;

RTD і PTD – масив, що містить компоненти векторів, що задають розташування точки прикладення сили тяги двигуна;

BTD(J) – співвідношення тяги двигуна до сумарної тяги всіх двигунів.

#### Сегмент GUST

Сегмент GUST призначений для розрахунку динамічного навантаження при впливі дискретних поривів неспокійного повітря.

INORM – змінна, що вказує як обчислити максимальне значення інтенсивності пориву: прирівнюючи до нормованого значення перевантаження  $n_y^e(\delta)$  перевантаження в центрі мас жорсткого чи пружного літака;

ALG – ділянка наростання інтенсивності пориву;

DT – крок інтегрування за часом;

TKON – кінцевий час інтегрування;

FK – час наростання пориву.

#### Сегмент HT

Сегмент HT обчислює динамічні навантаження при польоті в безперервній атмосферній турбулентності.

JINT – вказує як обчислити інтеграли за частотою, методом трапецій, методом Ланцоша чи методом Сімпсона;

TL – масштаб турбулентності;

WN – масив значень частот, що утворюють потрібні інтервали в розглядуваному діапазоні частот;

DWN – масив кроків за частотою в кожному з інтервалів.

### Сегмент LDIST

Сегмент LDIST призначений для розрахунків погонних сил і моментів і інтегралів від них для будь-якої частини конструкції чи для літака в цілому, як при дії однократних поривів, так і від навантаження від безперервної турбулентності.

### Сегмент LOADF

Сегмент LOADF призначений для розрахунку погонних аеродинамічних сил і моментів, що діють на крило і ГО при заданих законах розподілу місцевих кутів атаки. Сегмент є автономним модулем, для роботи якого необхідна інформація про пружно-масову схему і форми власних коливань, що готується сегментом FORMS програми.

Розрахункова схема представлена сукупністю базових плоских несучих поверхонь (панелей), що паралельні площині  $xz$  зв'язаної системи координат. Початок координат цієї системи розташований в носі фюзеляжу, а вісь  $x$  спрямована по осі фюзеляжу вниз по потоку. Напрямок решти осей визначається так само, як і в звичайній зв'язаній системі координат, тобто вісь  $y$  – вгору, а вісь  $z$  – по правому напівкрилу. Форма базових панелей крила і оперення співпадає з їхньою формою в плані. Відстань від базових панелей до площини  $xz$  повинна відображати розташування крила і оперення відносно осі фюзеляжу. При симетрії літака відносно площини  $xu$  розрахункова схема описує тільки праву його частину. Аеродинамічні поверхні, що відхиляються, в розрахунковій схемі представляють ділянками базових панелей, розташування і розміри яких відповідають невідхиленим поверхням.

Кожна базова панель складається з трапецієвидних ділянок – зон. Розбиття базових панелей на зони здійснюється наступним чином (рисунки 3.4): через точки зламів передньої і задньої крайок базових панелей і через бокові межі ділянок, що відповідають поверхням керування, проводяться площини, що паралельні площині  $xu$ . Лінії, утворені перетином цих площин з базовими панелями, разом з лініями, що утворюють шарнірні осі поверхонь, що відхиляються, розбивають базові плоскі несучі поверхні на зони.

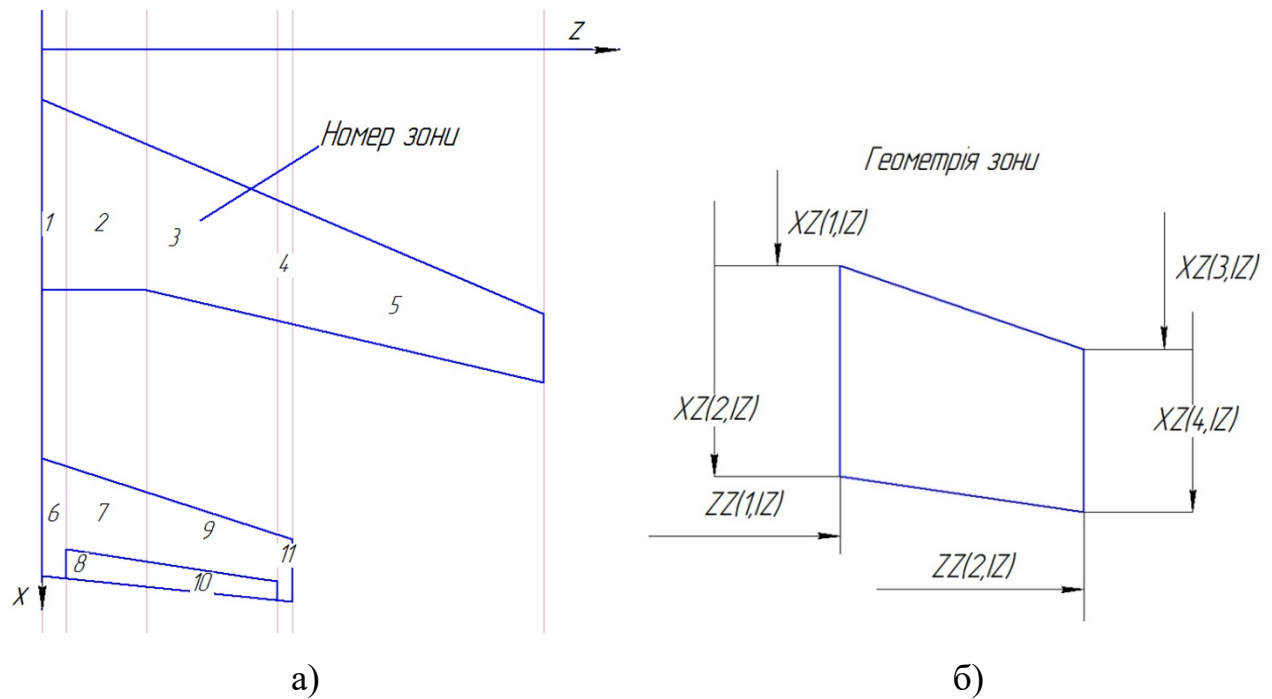


Рисунок 3.4 – Розрахункова схема несучих поверхонь літака: а) схема розбиття на зони; б) геометрія зони

Розбиття кожної зони на панелі виконується програмою на основі відомої рівномірної схеми. Для цього необхідно для кожної зони задати число панелей в зоні по осі  $z$  і по осі  $x$ . Зони розташовані одна за одною по осі  $x$ , повинні мати однакове число панелей, що лежать одна за одною по осі  $x$ .

### 3.3 Вихідна інформація

#### Сегмент FORMS

Для крила, фюзеляжу і ГО величини  $W1$  і  $W2$  означають форми вертикальних і горизонтальних переміщень в кожному перерізі балки, а  $W3$  – зміщення всієї балки вздовж осі жорсткості. Значення  $F3$  відповідає формі кута закручування відносно осі жорсткості для кожного перерізу, а  $F2$  і  $F1$  – форми кута повороту перерізу від згину в вертикальному і горизонтальному напрямках. Для зосереджених вантажів:  $W1$ ,  $W2$ ,  $W3$  – значення вертикальних, бокових і поздовжніх переміщень центру мас вантажу відповідно,  $F1$ ,  $F2$ ,  $F3$  – значення кутів закручування відносно поздовжньої, поперечної і вертикальної осей вантажу, відповідно.

## Сегмент COEF

Виводить: обчислені для вихідного (горизонтального) режиму польоту кут атаки і кут відхилення поверхні, що здійснює балансування літака, а також величини навантажень; обчислені матриці коефіцієнтів рівнянь руху і праві частини рівнянь від впливу пориву на крило і на ГО, а також значення правих частин рівнянь рівноваги літака від крутки, від одиничних кутів відхилення поверхонь керування, від тяги двигуна.

Крім того, виводяться коефіцієнти навантажень:

AKW, AGW – від пориву на крило і оперення;

AKK, AKG – від крутки крила та ГО;

AKD, AGD – від керуючих поверхонь на одиничний кут;

ATD – від тяги двигунів.

## Сегмент GUST

Для основного варіанту виводиться зміна навантажень за часом. При цьому виводяться значення прискорень в центрі мас літака UCG, а також значення тих навантажень в яких в масиві МІК поставлено мінус перед номером перерізу, тобто коли  $MIK(3, J) < 0$ . Після виводу змін навантажень за часом також записуються їх екстремальні прирости FMAX і FMIN і моменти часу TMAX і TMIN коли досягаються ці екстремуми.

Якщо заданий розрахунок перевантаження в центрі тяжіння жорсткого тіла, то записується UCG – вертикальне прискорення в центрі мас літака, який розглядається як жорстке тіло.

В кінці приводиться максимальне значення прискорення і час коли воно досягається.

Далі записується DELTA – таблиця приростів навантажень від динамічної дії однократного пориву та дві матриці  $(HF+DELTA)F$  і  $(HF-DELTA)F$ , по діагоналях яких стоять  $P^p$  – розрахункові значення навантажень  $(P_{гп} + \Delta P^e)f$  і  $(P_{гп} - \Delta P^e)f$ . Недіагональні елементи  $i$ -ого рядка кожної матриці відповідають значенням решти навантажень, коли  $i$ -те навантаження досягло свого

розрахункового значення  $P^p$ . На цьому вихідна інформація сегменту GUST закінчується.

#### Сегмент НТ

Найбільш об'ємний масив даних буде виведено, тоді коли в функції частоти при  $MIK(2, J) < 0$  дійсні і уявні складові передаточних функцій навантажень, а при  $MIK(3, J) < 0$  будуть виведені і їхні модулі MOD, а також середньоквадратичні значення навантажень як інтеграли в функції верхньої межі – SUM. При цьому по частоті друкуватимуться також значення спектральної щільності пориву SW, модуль передаточної функції прискорення в центрі мас літака і його середньоквадратичного значення UCGSUM.

Після закінчення розрахунків в заданому частотному діапазоні для зручності побудови передавальних функцій вказуються максимуми їхніх модулів і відповідні їм частоти.

Також для кожного навантаження видається його середньоквадратичне значення SIGMA, число перетинів нульового рівня на одиницю шляху NO. Всі ці значення відповідають середньоквадратичній величині пориву WV(Ws), що введена в сегменті COEF.

Виконується обчислення нормованих інтенсивностей турбулентності WHT.DIN, що приймаються для розрахунку експлуатаційних навантажень.

Далі друкується інформація, аналогічно описаній в сегменті GUST.

#### Сегмент LDIST

Вихідною інформацією служать розрахункові значення аеродинамічних і інерційних навантажень, а також їхніх сум.

Для кожного варіанту розрахунку у окремий файл спочатку записуються імена файлів, що використовувалися при роботі, і основні характеристики режиму польоту, такі як VIND – індикаторна швидкість, H – висота польоту і MCM – маса літака, а також вся введена інформація до цього варіанту. Далі для кожного завдання друкується рядок з його номером NZ; номером балки; N1 і N2 – початковим і кінцевим номером перерізу, для діапазону яких будуть



виводитися епюри розрахункових навантажень; значенням МПК даного навантаження і її експлуатаційний приріст.

Далі в залежності від завдання слідує аеродинамічні, інерційні навантаження або їхні суми, визначені у зв'язаній з розглядуваною балкою системою координат. Для кожної осі видаються інтеграли погонних сил  $F$  (поперечні сили) та інтеграли  $M$  від погонних моментів, що діють відносно відповідних осей.

Якщо задано розрахунок навантажень на зосереджені вантажі, то видаються сили і моменти в осях, що зв'язані з кожним вантажем з початком в його центрі мас, а також друкуються стрибки сил і моментів від цих вантажів в перерізах кріплення балок, причому ці стрибки визначаються вже в системі координат, що зв'язана з балкою.

### **3.4 Висновки по розділу 3**

В розділі 3 запропоновано вирішення задач методичного, інформаційного програмного забезпечення методу розрахунків навантажень на крило літака при польоті в неспокійному повітрі. Отримані результати показали, що:

1. Розроблені вимоги до структури та організації розрахунку зовнішніх навантажень на крило дозволили створити ланцюг логічних моделей взаємодії програмних засобів.
2. Проведено класифікацію інформаційного забезпечення розрахунку навантажень.
3. Розроблено вимоги до структури та організації вхідних та вихідних даних необхідних для визначення навантажень при польоті в неспокійному повітрі.
4. Розроблено структуру обчислювального середовища розрахунку зовнішніх навантажень на крило літака.

## **РОЗДІЛ 4. РЕЗУЛЬТАТИ РОЗРАХУНКІВ ЗОВНІШНІХ НАВАНТАЖЕНЬ НА КРИЛО ЛІТАКА ПРИ ПОЛЬОТІ В НЕСПОКІЙНОМУ ПОВІТРІ**

Даний розділ містить результати математичного моделювання, натурного та числового експериментів, які дозволили проаналізувати достовірність запропонованої моделі зовнішніх навантажень.

### **4.1 Порівняння методів ДНВ та IMAD**

Перш за все, при проектуванні літака необхідно визначити основні складові навантажень, що діють на конструкцію крила літака. Для крила це розподіл поперечної сили, крутного та згинального моментів та вертикального перевантаження по розмаху крила. Під час дослідження необхідно визначити навантаження на конструкцію крила літака та порівняти існуючі методи визначення навантажень, що виникають при польоті в неспокійному повітрі. Таким чином, першочергово визначено різницю між результатами розрахунку навантажень від безперервної турбулентності на пружне крило літака транспортної категорії методами ДНВ та IMAD. Детальне порівняння цих методів, як програмних засобів наведено у таблиці Б.1 додатку Б.

Розрахунки проведено для моделі перспективного регіонального турбореактивного літака (РТЛ-148). Частково результати розрахунків та порівняння цих методів наведено в роботі [8]. Для того, щоб порівняти методи ДНВ та IMAD була розроблена однакова для обох методів модель конструкції літака. В обох методах модель конструкції літака задана просторовою балковою схематизацією. Розрахунки проведено для трьох варіантів корисного навантаження та для умов навантаження відповідно до норм льотної придатності [38]. Основні дані моделей літальних апаратів наведені в таблиці 4.1. Вигляд аеродинамічної моделі та балкової пружно-масової моделі РТЛ-148, побудованої в IMAD, показано на рисунках 4.1 і 4.2.

У ДНВ основна конструкція літака моделюється дев'ятьма пружними балками. Кожне напівкрило і фюзеляж моделюються двома балками, тому їх вісь жорсткості може бути зі зломом. Всі балки, в свою чергу, рівномірно

діляться на кілька секцій (від 2 до 11), які відраховуються від стику балок до вільного кінця відповідної конструкції. Також до балок крила можна підвішувати додаткові вантажні та силові установки.

Таблиця 4.1 – Властивості розрахункових моделей РТЛ-148

Модель літака	Е	А	В
Характеристики літака			
Маса літака $G$ , кг	26270	35270	43700
Маса палива, кг	1100	1100	9530
Маса вантажу, кг	0	9000	9000
Площа крила, м <sup>2</sup>	87,3		
Розмах крила, м	28,9		
Середня аеродинамічна хорда (САХ), м	3,40		
Розташування центру мас літака, % САХ	0,287	0,332	0,306
Відстань від площини симетрії літака (ПСЛ) до осі двигуна, м	4,2		
Частота 9-ого тону власних коливань конструкції			
ДНВ, Гц	14,04	13,42	12,05
ІМАД, Гц	10,43	10,25	10,00
Параметри польоту			
Швидкість польоту, $V_c$ (Індикаторна), м/с	152,76		
Число Маха	0,81		
Висота польоту, м	8930		

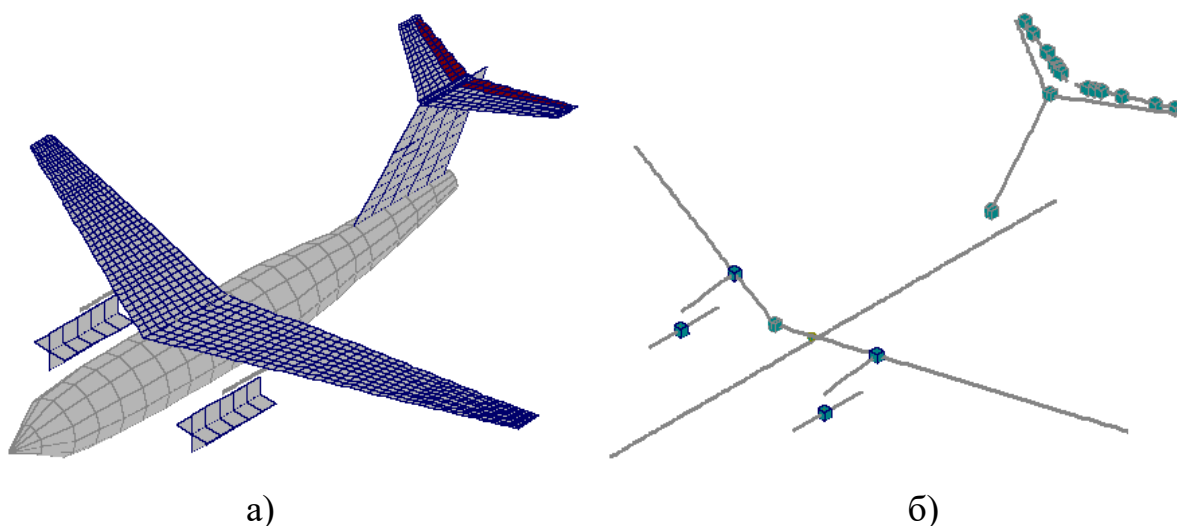


Рисунок 4.1 – Розрахункова модель РТЛ-148: а) аеродинамічна модель;  
б) пружно-масова модель

Важливою частиною обох методів є розрахунок форм і частот коливань пружного літака і підвішених об'єктів, які розглядаються як одна система.

Форми і частоти коливань літака (максимум 11 тонів для ДНВ) визначаються за допомогою ДНВ шляхом вирішення загальної системи інтегральних і лінійних рівнянь методом послідовної підстановки. Особливістю методу є те, що за наявності підвішених об'єктів на кожному кроці ітераційного процесу додатково розв'язується система рівнянь для визначення сил і моментів реакції у вузлах кріплення. Збіжність методу контролюється як частотами, так і амплітудами форм коливань у ряді вибраних точок. Тони коливань літального апарату за допомогою IMAD визначаються на основі часткових тонів підконструкцій за допомогою спеціального алгоритму модального синтезу [44, 45]. Обмеження на кількість тонів в IMAD немає, але, як правило, достатньо врахувати в розрахунках  $25 \div 30$  тонів. Це може спричинити деякі відмінності у визначенні форм і частот тонів власних коливань, тому в даному дослідженні враховувалися лише перші 9 тонів.

Для визначення аеродинамічних сил і коефіцієнтів ДНВ використовує метод циркуляції [31], який не враховує аеродинамічні перешкоди між ділянками. Величина циркуляції та її розподіл по поверхні літака визначається за допомогою стороннього програмного забезпечення або за результатами випробувань в аеродинамічних трубах. Головною відмінністю IMAD є можливість самостійного розрахунку аеродинамічних коефіцієнтів і сил. Тому також необхідно описати геометрію зовнішніх поверхонь літального апарату. Для фюзеляжу використовується тілесна аеродинамічна модель, для гондол – плоска аеродинаміка, для всіх інших агрегатів – крилеві аеродинамічні моделі. Більш детально використовувані аеродинамічні поверхні описані у розділах 1 та 2. Ці ж аеродинамічні поверхні були використані для формування аеродинамічної та геометричної моделей літака. Для визначення аеродинамічних коефіцієнтів і сил за допомогою IMAD використовувався метод DLM/CPM, який був описаний у розділі 1.

При визначенні навантажень в горизонтальному польоті балансування літака виконується відхиленням руля висоти на горизонтальному оперенні на кут, який визначається з рішення рівнянь рівноваги літака.

Після отримання узагальнених аеродинамічних сил і коефіцієнтів для визначення навантажень проводиться спектральний аналіз у частотній області з подальшим отриманням середньоквадратичних значень.

Нижче на рисунку 4.2 наведено максимальні розрахункові значення поперечної сили  $Q_y$ , згинального  $M_x$ , та крутного  $M_z$  моментів за розмахом крила при динамічному навантаженні під час польоту в безперервній турбулентності для всіх моделей літака. Максимальні розрахункові вертикальні перевантаження  $n_y$  показані на рисунку 4.2, а). У таблиці 4.2 наведено додатній і від'ємний напрями дії силових факторів, наведених на рисунку 4.2. У таблиці 4.3 наведено максимальні розрахункові значення вертикального та бокового перевантажень у центрі мас силової установки.

Таблиця 4.2 – Напрямок дії силових факторів

Силовий фактор	Позначення	"+"	"-"
Поперечна сила	$Q_y$	вгору	вниз
Згинальний момент	$M_x$	згин вгору	згин донизу
Крутний момент	$M_z$	на кабрування	на пікірування
Вертикальне перевантаження	$n_y$	вниз	вгору

З рисунку 4.2, а) та рисунку 4.2, б), перш за все, видно, що при більшій польотній масі літака, також більші абсолютні значення  $Q_y$  та  $M_x$ . Однак на рисунку 4.2.б показано, що для  $M_z$  при більшій масі літака значення менші. Також добре помітний різкий стрибок значень навантаження в місці розташування двигуна. Як видно з рисунку 4.2, а) в області розмаху крила  $\bar{z}$  понад 0,4÷0,5 IMAD демонструє вищі значення поперечної сили, ніж ДНВ. Однак у корневих перетинах це змінюється. Рисунок 4.2, б) демонструє подібну тенденцію. Слід зазначити, що хоча маса моделі А ( $G = 35270\text{kg}$ ) знаходиться майже посередині між двома іншими моделями (Е і В), значення навантажень майже наближаються, а іноді й перевищують значення  $Q_y$  важчої моделі В.

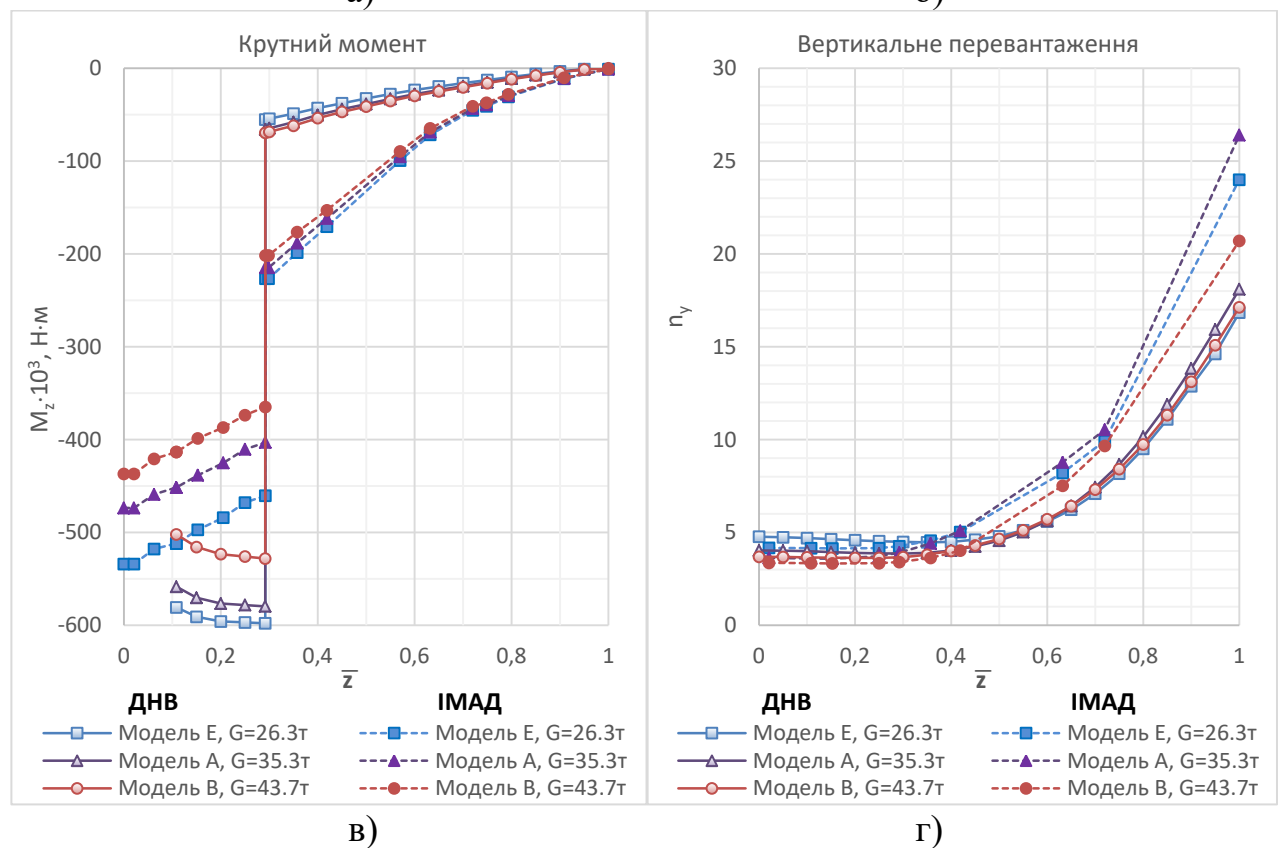
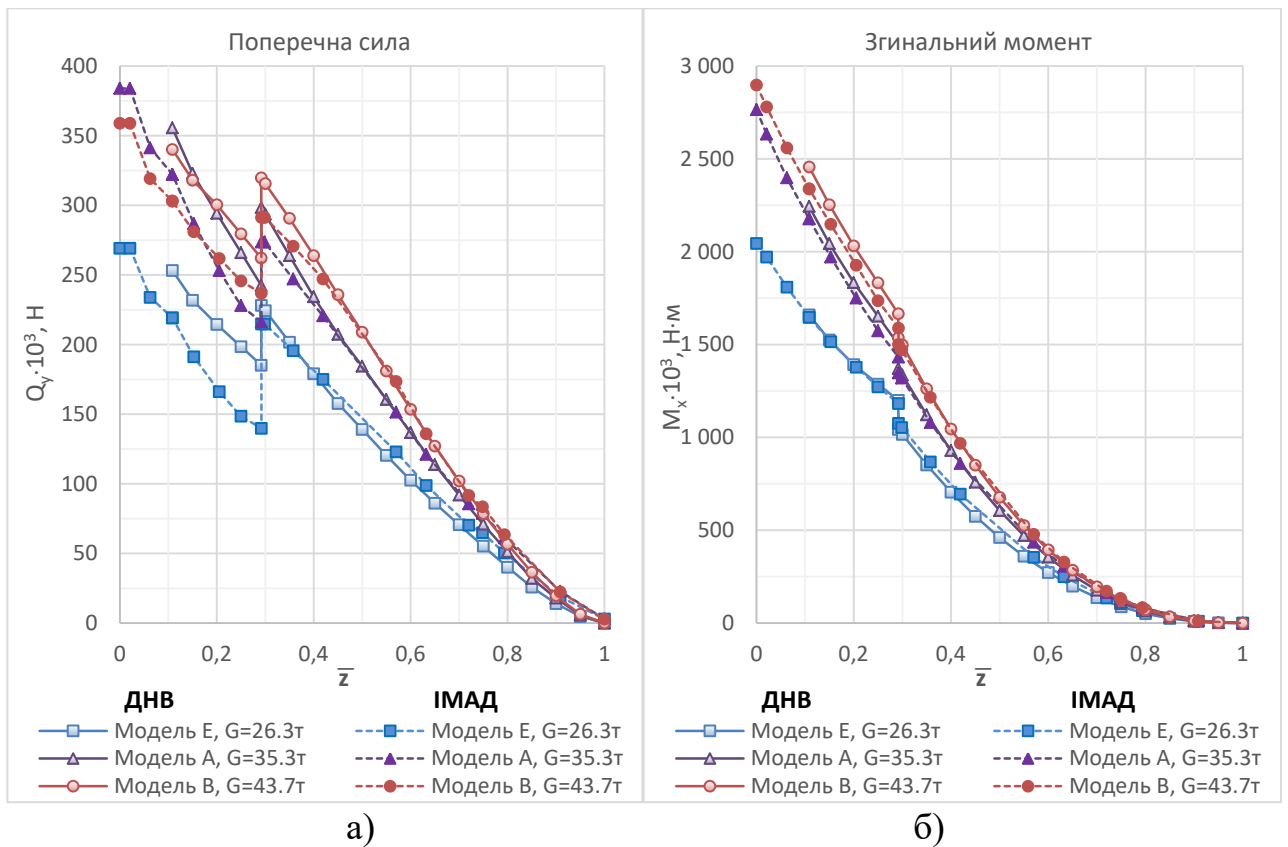


Рисунок 4.2 – Розподіл максимальних навантажень за розмахом крила  $\bar{z}$ :

а) поперечна сила  $Q_y$ ; б) згинальний момент  $M_x$ ; в) крутний момент  $M_z$ ;

г) вертикальне перевантаження  $n_y$ .

Таблиця 4.3 – Максимальне розрахункове вертикальне і бокове перевантаження в центрі ваги силової установки в залежності від маси літака

Model		E	A	B
Mass, kg	Method	26270	35270	43700
$n_{y\ MAX}^e$	ДНВ	6,31	5,14	5,21
	IMAD	4,38	3,81	3,63
$n_{z\ MAX}^e$	ДНВ	2,36	2,89	2,46
	IMAD	2,1	2,4	2,61

Рисунок 4.2.в демонструє суттєву різницю між результатами методів IMAD і ДНВ. Абсолютні значення крутного моменту, розраховані за допомогою IMAD, починаючи з кінця крила, послідовно (без урахування різкого стрибка в місці розташування силової установки) зростають по всьому розмаху консолі крила, зі значно більшим градієнтом, ніж значення крутного моменту, які розраховуються за допомогою ДНВ. Значення «стрибка» для ДНВ і IMAD відрізняються в  $2\div 2,5$  рази.

Максимальні значення вертикальних перевантажень, як видно з рисунку 4.2, г), значно зростають на кінці крила, а при розгляді моделі А ( $G = 35270\text{kg}$ ) досягають найбільших значень. Однак у корневих зонах крила більш важких моделей значення перевантажень менші. Також IMAD у корневих перетинах показує нижчі значення, але починаючи з діапазону  $0,3\div 0,4$  вищі значення, ніж ДНВ.

Результати цього порівняння показують, що значення навантажень від безперервної турбулентності, розраховані за допомогою IMAD, відрізняються від значень, розрахованих за допомогою ДНВ. Найбільша різниця значень поперечної сили  $Q_y$  спостерігається при масі літака  $G = 26270\text{kg}$ . Вона становить від 16 до 33% на кореневій частині крила (від фюзеляжу до силової установки), коли більші значення отримано за допомогою методу ДНВ. При інших масах літака різниця значень  $Q_y$  не перевищує  $10\div 16\%$ . Цікаві результати були отримані при визначенні згинального моменту  $M_x$ . Найбільша різниця у значеннях отримана при максимальній масі літака  $G = 43700\text{kg}$  і

становить до 5%. Слід зазначити, що суттєва різниця у визначенні значень  $Q_y$  і  $M_x$  отримана на кінці крила, де вона становить понад 15%, хоча абсолютні значення досить малі.

Значна різниця у значеннях, особливо, на кінці крила пояснюється відмінностями у визначенні характеру обтікання поверхні літака, а саме врахуванням перетікання повітря від нижньої поверхні крила до верхньої, яка утворює кінцеві індуктивні вихори. Таким чином, хоча результати розрахунку навантаження досить схожі, оскільки масово-інерційні характеристики були визначені однаково для обох методів, суттєва відмінність полягає головним чином у використанні різних методів визначення аеродинамічних навантажень. Метод циркуляцій, який використовується в ДНВ [31], не дозволяє врахувати всі випадки обтікання поверхні літака, однак для конкретних випадків, для яких розраховуються необхідні циркуляції, можна досягти високої точності розрахунку навантаження. Панельні чисельні методи, які використовуються в IMAD, допускають високу варіативність випадків розрахунку, але в цьому випадку, виникає проблема перевірки правильності аеродинамічних коефіцієнтів, які розраховуються цим методом. Оскільки як було написано вище, панельні методи аеродинаміки сьогодні дещо поступаються за точністю нелінійним методам CFD або випробуванням у АТ.

Неочікувані значні відмінності в розподілі значень крутного моменту по розмаху крила (рисунок 4.2.в) вказують на згадану вище різницю в прогнозуванні аеродинамічних сил та їх розподілі на поверхні крила за допомогою обох методів. Таким чином, при приблизно однакових значеннях поперечної сили для відповідних польотних мас літального апарату існує різниця в 2,5÷4 рази у значеннях моменту кореневої зони крила. Ці результати в першу чергу свідчать про те, що положення центру тиску в цих ділянках крила різне. У разі використання методу IMAD розрахунковий центр тиску у відповідних перерізах цієї частини крила розташований далі від осі жорсткості крила, ніж у випадку заданих циркуляцій у методі ДНВ. Подібна ситуація спостерігається і з розташуванням центру тиску на кореневій частині крила, але



тут також необхідно враховувати вплив силової установки, яка створює різкий стрибок значень крутного моменту в місці розташування двигуна. У кореневій частині крила характер зміни розподілу величин крутного моменту відрізняється від характеру розподілу на торцевій зоні крила. У випадку IMAD крутний момент зростає по розмаху крил майже лінійно. А у випадку з ДНВ значення крутного моменту майже не змінюється, а навіть трохи зменшується. Це вказує на різний розгляд інтерференції між крилом і фюзеляжем обома методами. Оскільки метод ДНВ використовує дані про особливості обтікання поверхні літака, отримані іншими методами, такими як випробування в аеродинамічній трубі та чисельний панельний метод [48], ці дані можна вважати більш точними.

Згаданий раніше різкий стрибок значень навантажень у місці розташування двигуна на рисунку 4.2, а) і рисунку 4.2, в) є різним, як для різних мас літака, так і для обраних методів розрахунку навантаження. Хоча маса силової установки у всіх випадках однакова. Це пояснюється тим, що на двигун додатково впливає вертикальне перевантаження. Максимальне значення вертикального перевантаження в центрі ваги двигуна вище в ДНВ, приблизно на 35÷44% відносно IMAD, але у формулі (1.12) для розрахунку експлуатаційного навантаження RMS збільшення використовується динамічне навантаження, яке також сильно залежить від форми власних коливань літака. Оскільки в розрахунках були враховані лише перші 9 тонів, це могло спричинити деякі відмінності в результатах розрахунків. Цей ефект потребує подальшого вивчення. На рисунку 4.2, б) різкий стрибок майже такий же, тому що в даному випадку він визначається крутним моментом на валу турбіни реактивного двигуна.

Також слід зазначити, що в зоні центроплану, при масі літака 35 270 кг, значення  $Q_y$  перевищують значення при масі 43 700 кг (рисунок 4.2, а). Це можна пояснити так: головна відмінність між цими двома моделями полягає в тому, що додаткова маса палива розміщена в консолях крила і мало впливає на верхню фюзеляжну частину крила. При меншій масі літака все це призводить

до більшого перевантаження в центрі ваги літака і частково в кореневій частині крила, як показано на рисунку 4.2, в), і, відповідно, при однаковій масі цієї частини літака призводить до більшого значення динамічного навантаження.

Додатково проведено обчислення навантажень на крило при дискретному пориві, де отримано дещо нижчі (до 5%) навантаження в порівнянні з умовами безперервної турбулентності (рисунки Б.1–Б.3 додатку Б).

Отже, таким чином, ми порівняли два методи (ДНВ та IMAD), спрямовані на визначення зовнішніх навантажень на конструкцію літака від ефектів динамічного відгуку. За результатами, можна зробити висновок, що в цілому значення навантажень, розрахованих за допомогою IMAD, нижчі, ніж значення, розраховані за допомогою ДНВ, за винятком значень крутного моменту на торцевих частинах крила. Основні відмінності в результатах зумовлені використанням різних методів опису аеродинамічних поверхонь літака та методів визначення аеродинамічних навантажень. Таким чином, використання IMAD дозволяє знизити вимоги до міцності конструкції крила літака, що призведе до зменшення маси крила, але потім також збільшить ризик руйнування конструкції під час випробувань або в польоті. Крім того, IMAD дозволяє створювати більш складні конструкції літака і самостійно розраховувати аеродинамічні сили, що діють на поверхню літака. Можливість самостійного розрахунку аеродинамічних сил робить більш привабливим використання методу IMAD у випадках, коли необхідно проаналізувати значну кількість розрахункових випадків. Використання методу ДНВ є більш привабливим, з точки зору забезпечення безпеки та міцності конструкції літака, а також для випадків, коли відомі точні значення розподілу аеродинамічних сил на поверхні літака, так звана, – циркуляція. Таким чином, можна дати наступну рекомендацію: розрахунок навантажень під час польоту в умовах атмосферної турбулентності проводити за допомогою IMAD. Потім отримані навантаження в критичних точках розрахункової зони польоту можна підтвердити та перевірити за допомогою методу ДНВ. Огинаючи зовнішніх навантажень,

отримані обома методами, можна надалі використовувати для проектування конструкції літака.

## 4.2 Порівняння аеродинамічних методів

Оскільки, як було визначено вище, існує значна залежність розрахованих навантажень на крило літака від використовуваних аеродинамічних методів, то постає питання вибору найбільш коректного та точного методу визначення аеродинамічних сил та моментів.

Першочергово визначено різницю в результатах розрахунку навантажень на пружне крило літака транспортної категорії, при польоті в умовах безперервної турбулентності, обчислених використовуючи різні методи математичного моделювання обтікання літака [3, 13], та нижче наведено в більш повному варіанті. Розглянуто методи: дипольної решітки (DLM), панельний (Panel), дипольної решітки та постійних тисків (DLM/CPM), вихрових рамок (VFM).

Розрахунки проведено для моделі регіонального турбореактивного літака (РТЛ-148) та моделі регіонального турбогвинтового літака (РГЛ-140). Характеристики моделей наведені в таблиці 4.4. Підконструкції літака змодельовані наступними типами аеродинамічних моделей:

	РТЛ-148	РГЛ-140
Фюзеляж	— тілесна	тілесна
Крило, ГО, ВО	— крилева	крилева
Двигуни	— площинна	—

Зовнішній вигляд розрахункових аеродинамічних моделей РТЛ-148 та РГЛ-140 наведений на рисунку 4.3, а) та рисунку 4.3, б) відповідно.

Предметом аналізу є навантаження, що діють на крило літка при польоті в безперервній турбулентності, отримані при використанні різних аеродинамічних методів, тобто:

- Поперечна сила  $Q_y$ , та її розподіл за розмахом крила;
- Згинальний момент  $M_x$ , та його розподіл за розмахом крила.

Розрахунки навантажень виконано для умов польоту та безперервної турбулентності, передбачених вимогами норм льотної придатності [38], при польоті в крейсерському режимі зі швидкістю  $V_c$ .

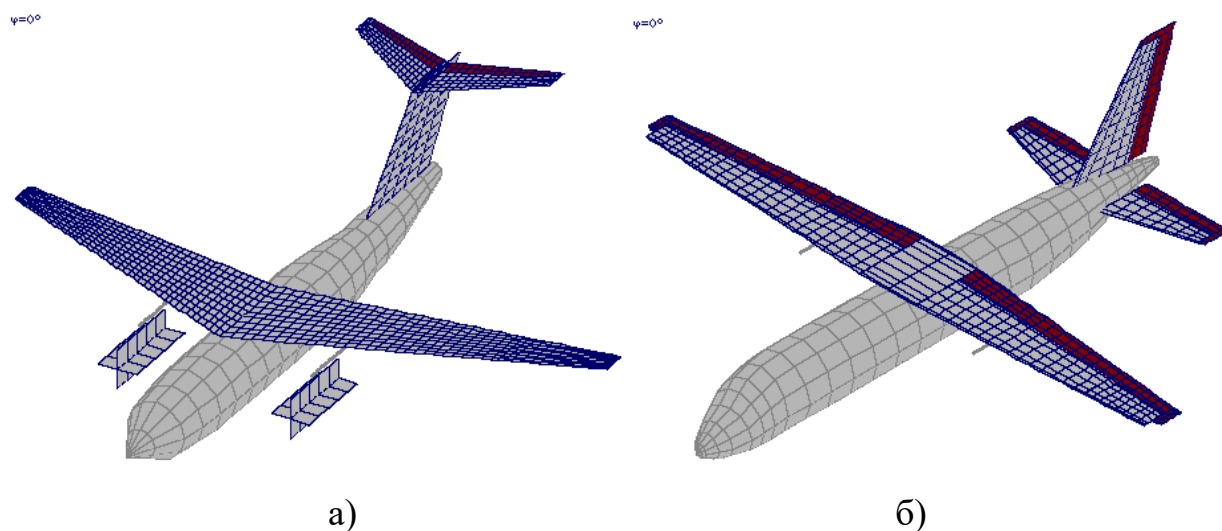


Рисунок 4.3 – Розрахункові моделі: а) аеродинамічна модель РТЛ-148;  
б) аеродинамічна модель РГЛ-140

Таблиця 4.4 – Параметри розрахункових моделей

Параметр	РТЛ-148	РГЛ-140
<b>Характеристики літака</b>		
Маса літака, кг	36422	19098
Площа крила, м <sup>2</sup>	87,3	55
Розмах крила, м	28,7	23,6
САХ, м	3,395	2,387
Розташування центру мас, %, САХ	35,44	35,85
Максимальна частота 25-го тону коливань		
симетричний, Гц	41,91	77,82
антисиметричний, Гц	32,35	77,76
<b>Параметри польоту</b>		
Швидкість		
земна, км/год	862,5	788
істинна, км/год	530	550
Число Маха	0,8	0,7
Висота, м	10000	6900
<b>Параметри атмосфери</b>		
Масштаб турбулентності, м	762	762
Середньоквадратична швидкість пориву, м/с	25,02	25,923

Результати розрахунків для моделі РТЛ-148 показані на рисунках 4.4–4.5.  
Результати розрахунків для моделі РГЛ-140 показані на рисунках 4.6–4.7.

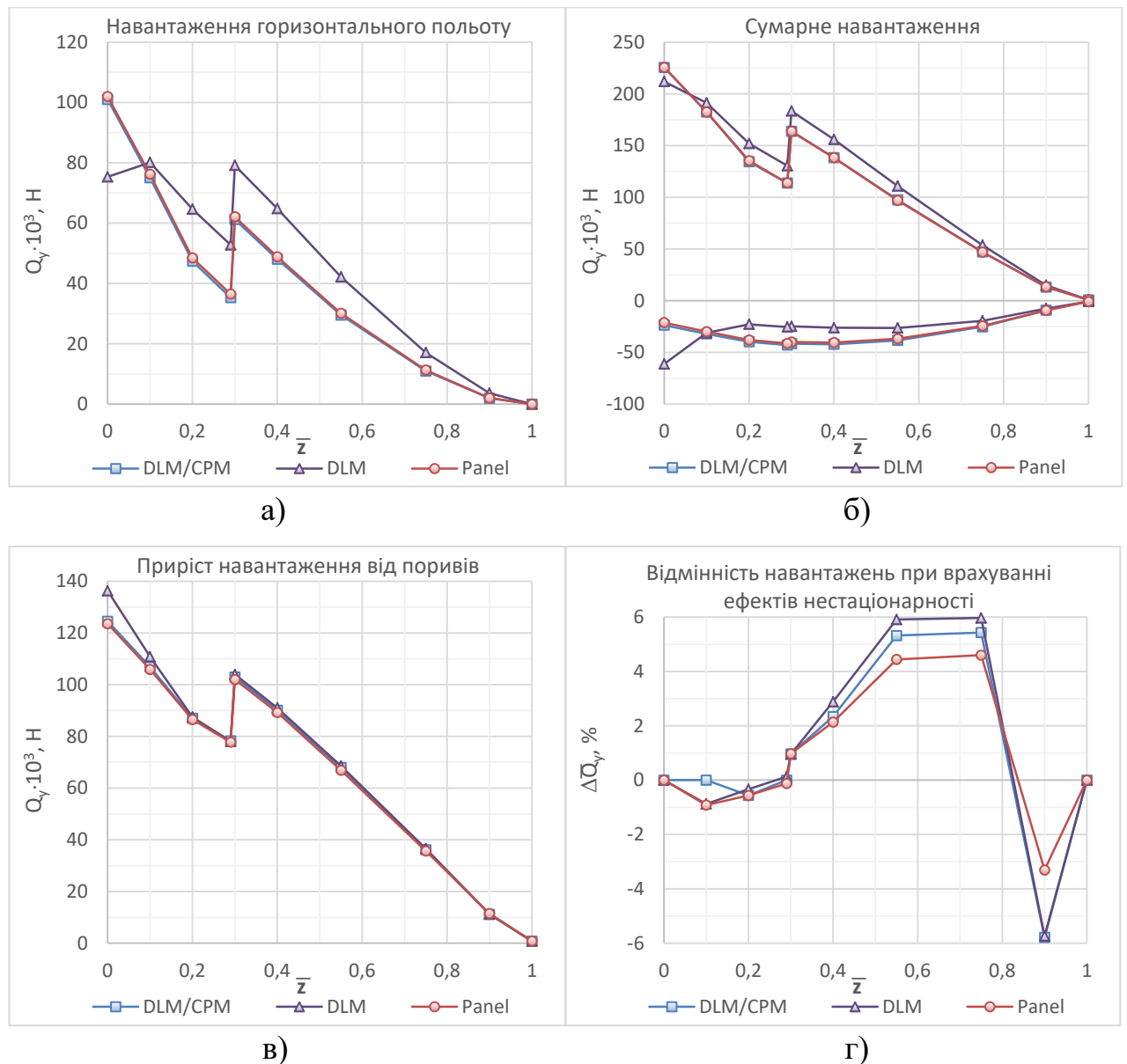


Рисунок 4.4 – Розподіл поперечної сили  $Q_y$  за розмахом крила РТЛ-148 у залежності від використовуваного панельного методу: а) при горизонтальному польоті; б) сумарне значення поперечної сили при урахуванні нестационарності; в) середньоквадратичний приріст з урахуванням нестационарності; г) різниця середньоквадратичного приросту навантажень при врахуванні нестационарності відносно стаціонарного підходу

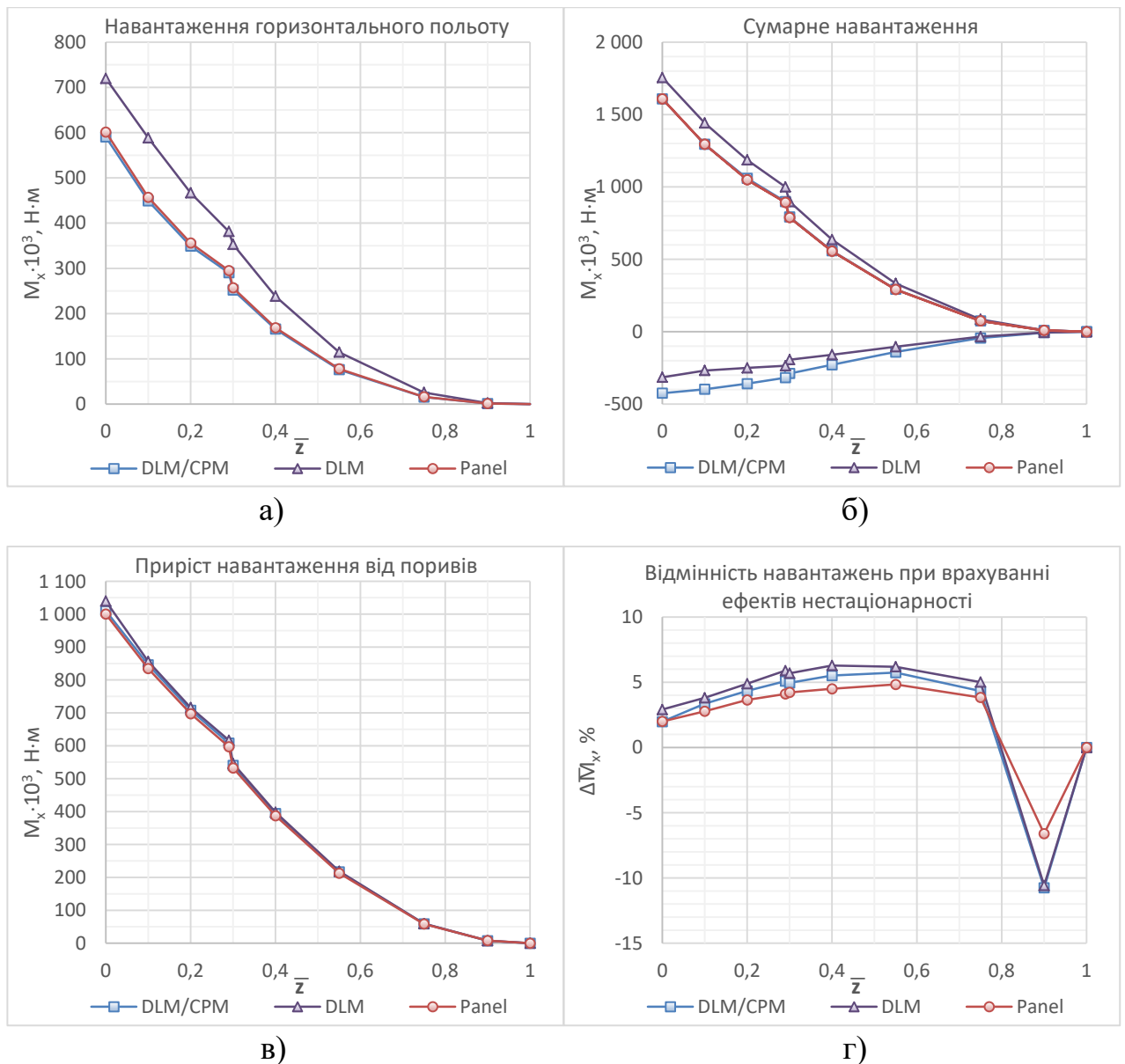


Рисунок 4.5 – Розподіл згинального моменту  $M_x$  за розмахом крила РТЛ-148 у залежності від використовуваного панельного методу: а) при горизонтальному польоті; б) сумарне значення згинального моменту при урахуванні нестационарності; в) середньоквадратичний приріст з урахуванням нестационарності; г) різниця середньоквадратичного приросту навантажень при врахуванні нестационарності відносно стаціонарного підходу

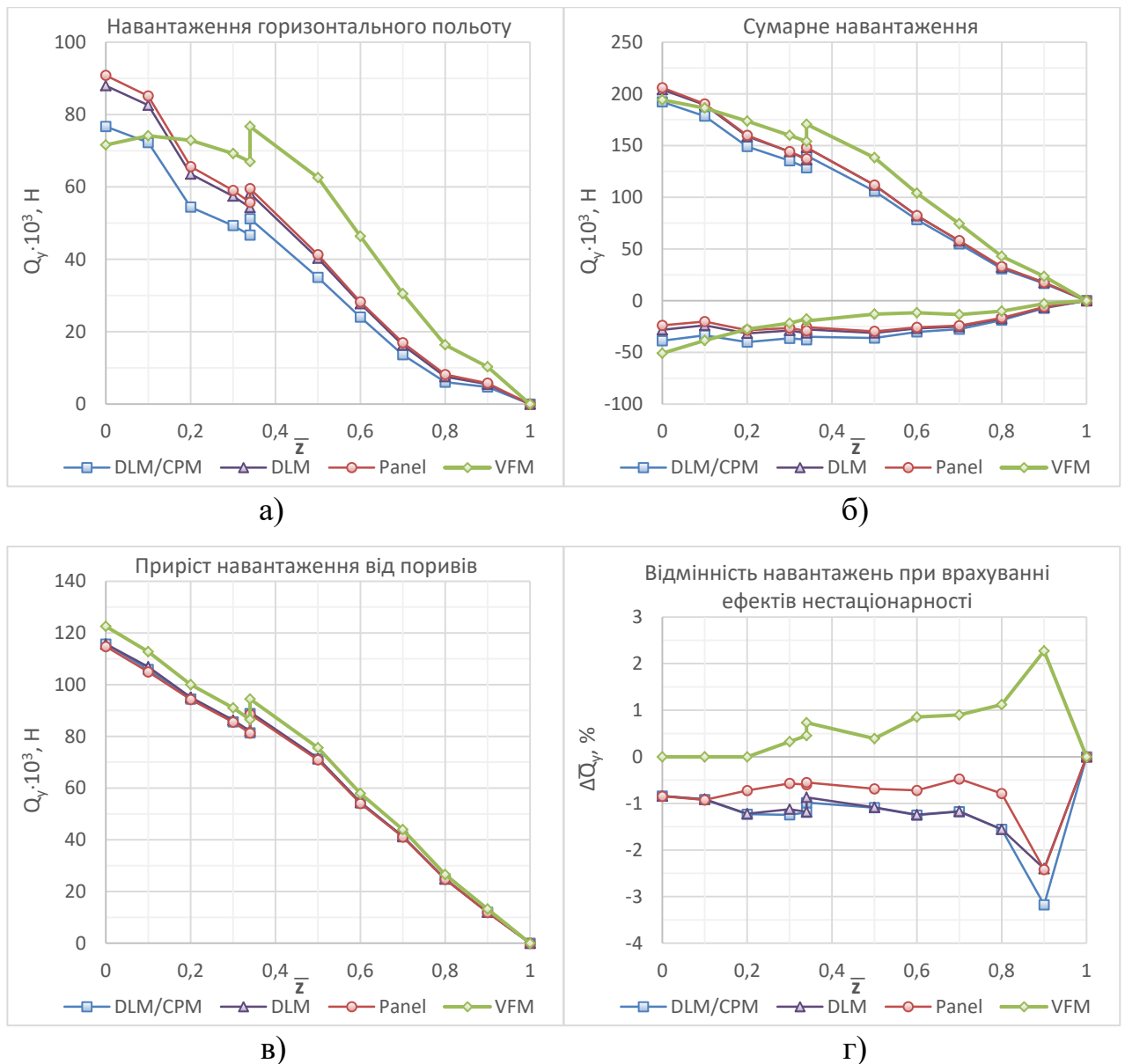


Рисунок 4.6 – Розподіл поперечної сили  $Q_y$  за розмахом крила РГЛ-140 у залежності від використовуваного панельного методу: а) при горизонтальному польоті; б) сумарне значення поперечної сили при урахуванні нестационарності; в) середньоквадратичний приріст з урахуванням нестационарності; г) різниця середньоквадратичного приросту навантажень при врахуванні нестационарності відносно стаціонарного підходу

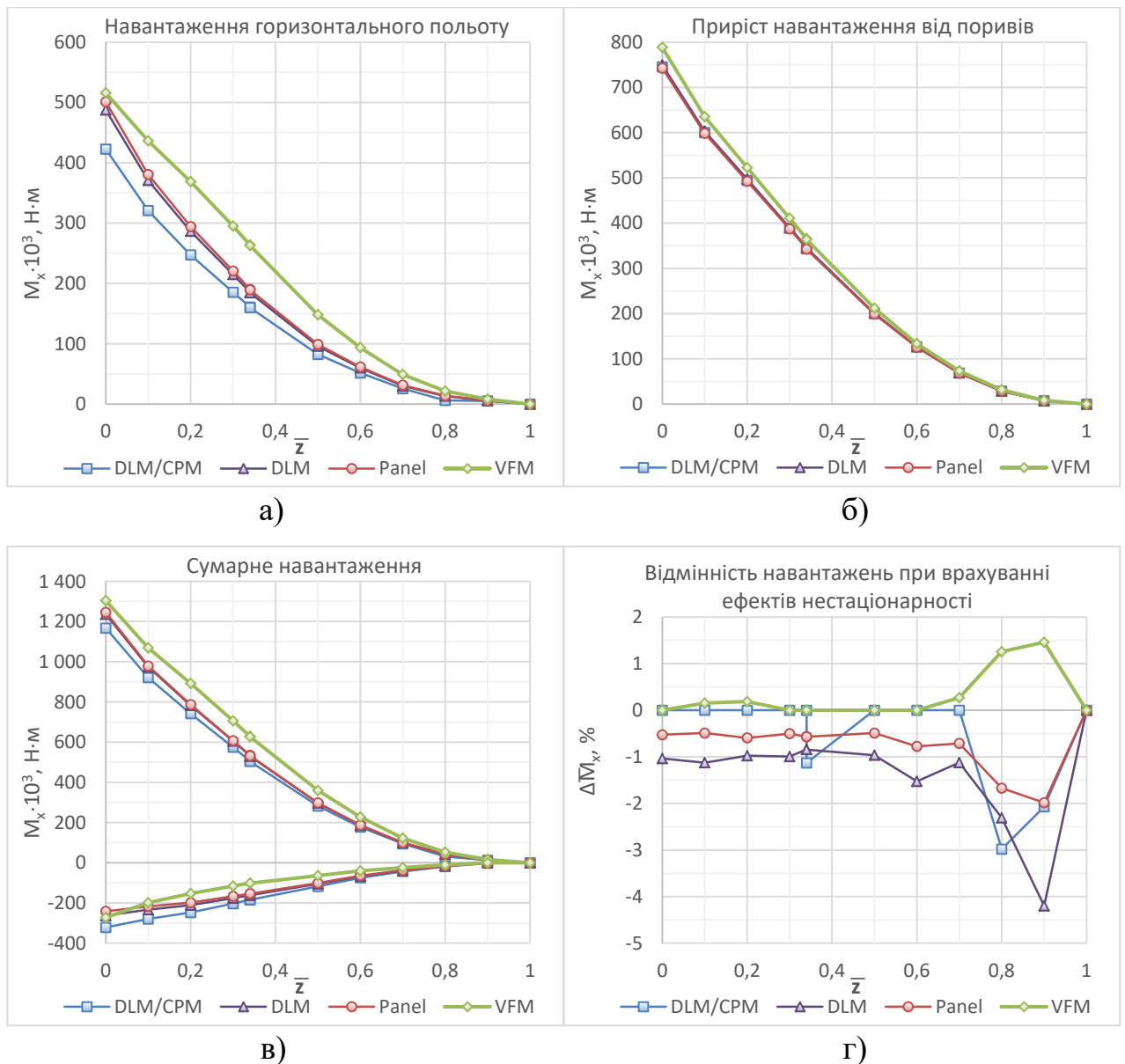


Рисунок 4.7 – Розподіл згинального моменту  $M_x$  за розмахом крила РГЛ-140 у залежності від використовуваного панельного методу: а) при горизонтальному польоті; б) сумарне значення згинального моменту при урахуванні нестационарності; в) середньоквадратичний приріст з урахуванням нестационарності; г) різниця середньоквадратичного приросту навантажень при врахуванні нестационарності відносно стаціонарного підходу

Як видно з рисунків 4.4–4.7, в кореневій частині крила отриману малу (до 1%) різницю між значеннями приросту навантажень, яка зростає при наближенні до кінця крила.

Для РТЛ-148 урахування ефектів нестационарності призводить до збільшення значень згинального моменту  $M_x$  в зоні розмаху крила  $\bar{z} = 0 - 0,7$ :



Метод	RMS	Горизонтальний збалансований політ	Сумарне максимальне	Сумарне мінімальне
DLM/CPM	2 – 6%	1 – 2%	2 – 4%	5 – 10%
DLM	3 – 6,5%	0 – 1%	2 – 4%	10 – 20%
Panel	2 – 5%	0,7 – 1%	1,5 – 4%	4 – 9%

Значення поперечної сили  $Q_y$  збільшуються на:

Метод	RMS	Горизонтальний збалансований політ	Сумарне максимальне	Сумарне мінімальне
DLM/CPM	-1 – 5,5%	1 – 2%	-0,5 – 5,5%	2 – 7%
DLM	-1 – 6%	-1 – 2%	0 – 6%	-6 – 14%
Panel	-1 – 4%	0 – 1,5%	-1 – 3%	-5 – 7%

Для РТЛ-148 розрахунок згинального моменту  $M_x$  за допомогою DLM/CPM в порівнянні з іншими методами, як при урахуванні ефектів нестационарності так і при квазістационарному підході, показує менші значення, в межах розмаху крила  $\bar{z} = 0,1 – 0,7$  на:

Метод	RMS	Горизонтальний збалансований політ	Сумарне максимальне	Сумарне мінімальне
DLM	1 – 3%	20 – 60%	9 – 14%	-22 – 37%
Panel	-2 – -1%	1,5 – 3%	-1 – 0%	-5 – -3%

Значення поперечної сили  $Q_y$  відповідно менші на:

Метод	RMS	Горизонтальний збалансований політ	Сумарне максимальне	Сумарне мінімальне
DLM	1 – 9%	9 – 55%	5 – 16%	-45 – -3%
Panel	-2 – -1%	1,5 – 3%	0 – 2%	-10 – -3%

В кореновому перерізі крила для DLM значення поперечної сили  $Q_y$  при горизонтальному польоті на 23-25% нижчі ніж для інших методів.

При використанні VFM для моделі РТЛ-148 не вдалося отримати значень навантажень при горизонтальному польоті та від турбулентності, оскільки для цього методу ефективність руля висоти виявилася недостатньою і модель літака залишилася незбалансованою.

Для РГЛ-140 урахування ефектів нестационарності призводить до збільшення значень згинального моменту  $M_x$  в зоні розмаху крила  $\bar{z} = 0 – 0,7$ :

Метод	RMS	Горизонтальний збалансований політ	Сумарне максимальне	Сумарне мінімальне
DLM/CPM	-1 – 0%	-0,1 – 0%	-0,6 – 0%	-2 – 0%
DLM	-1,5 – -1%	-1 – 0%	-1 – -0,7%	-3 – -2%
Panel	-1 – -0,5%	-0,2 – 0%	-0,5 – 0%	-1,5 – -0,6%
VFM	0 – 0,3%	-1,5 – -1%	-1 – -0,3%	2 – 3%

Значення поперечної сили  $Q_y$  збільшуються на:

Метод	RMS	Горизонтальний збалансований політ	Сумарне максимальне	Сумарне мінімальне
DLM/CPM	-2 – -1%	-1 – 0%	-1 – -0,5%	-4 – -2%
DLM	-2 – -1%	-1 – 0%	-1 – 0%	-4 – -2%
Panel	-1 – -0,5%	-0,5 – 0%	-1 – 0%	-4 – -1,5%
VFM	0 – 1%	-0,3 – 0%	0 – 0,6%	0,5 – 5%

Дані розрахунки та дослідження [3, 13] показали, що врахування ефектів нестационарної аеродинаміки призводить до зміни значень приростів навантажень від поривів повітря (до 2% у кореневих перетинах крила і до 10% у кінцевих перетинах). На високих швидкостях (понад 0,75 Маха) навантаження зменшуються, а на менших, навпаки – зростають (до 3% в кореневих перерізах крила і до 20% в кінцевих перерізах). Найбільша різниця спостерігається при використанні DLM, а найменша при використанні Panel. Величина приросту навантаження від турбулентності для усіх розглянутих методів практично однакова. Визначено, що навантаження у горизонтальному збалансованому польоті суттєво залежать від використовуваного методу визначення аеродинамічних сил та моментів. Застосування DLM/CPM дає найменші значення, а найбільші – VFM, хоча у кореневих перерізах отримано значне зниження значень поперечної сили, що пояснюється відмінностями у алгоритмах врахування інтерференції крил і фюзеляжу.

#### 4.3 Визначення необхідної кількості тонів коливань

Наступним кроком є визначення впливу кількості розглядуваних форм та частот власних коливань конструкції літака. При обчисленні навантажень, що виникають при польоті в неспокійному повітрі, а особливо у випадку

безперервної турбулентності значну роль відіграє кількість обчислюваних тонів власних коливань конструкції літака, оскільки вони визначають характер динамічної реакції конструкції літака на вплив зовнішніх збуджуючих чинників. Дане дослідження проведено в роботах [5, 12] та нижче наводиться в доповненому варіанті.

Щоб забезпечити необхідну точність обчислення динамічних навантажень на конструкцію літака, потрібно врахувати достатню кількість тонів власних коливань конструкції. Зазвичай, при проектуванні літаків транспортної категорії, враховують всі суттєві тони до частоти 40-60 Гц [31], або, просто, всі тони до частоти 20-60 Гц. В певних випадках, які пов'язані з відмовними ситуаціями (дисбаланс двигуна), досліджують значно більший діапазон частот (до 300 Гц) [91], але тоді тривалість модального аналізу буде досить значною, що є неприйнятним при необхідності розгляду сотень, або і тисяч розрахункових випадків навантаження сучасного літака. Тому, потрібно зменшити кількість обчислюваних тонів до такої, при якій врахування додаткових тонів не приведе до зміни результату чи буде в межах похибки. Якщо, до розрахунку приймати послідовно всі тони коливань конструкції, то знайти їх оптимальну кількість можна схожим чином до визначення сіткової збіжності [92, 93]. Наприклад, детально розглянемо один розрахунковий випадок, але будемо змінювати кількість обчислюваних тонів, до тих пір поки не знайдемо їх оптимальну кількість. За потреби, навантаження, в критичних розрахункових випадках, можна уточнити врахувавши значно більшу кількість тонів.

Для перевірки цієї гіпотези, на прикладі моделі літака РТЛ-148 (рисунок 4.3, а), обчислено та порівняно навантаження на крило, при польоті в умовах безперервної турбулентності, по чергово обчислюючи по 5, 10, 20 та 40 перших симетричних та антисиметричних тонів, при всіх інших незмінних розрахункових умовах. Зовнішній вигляд розрахункових аеродинамічної та пружно-масової моделей РТЛ-148 наведений на рисунку 4.8, а) та рисунку 4.8, б) відповідно.

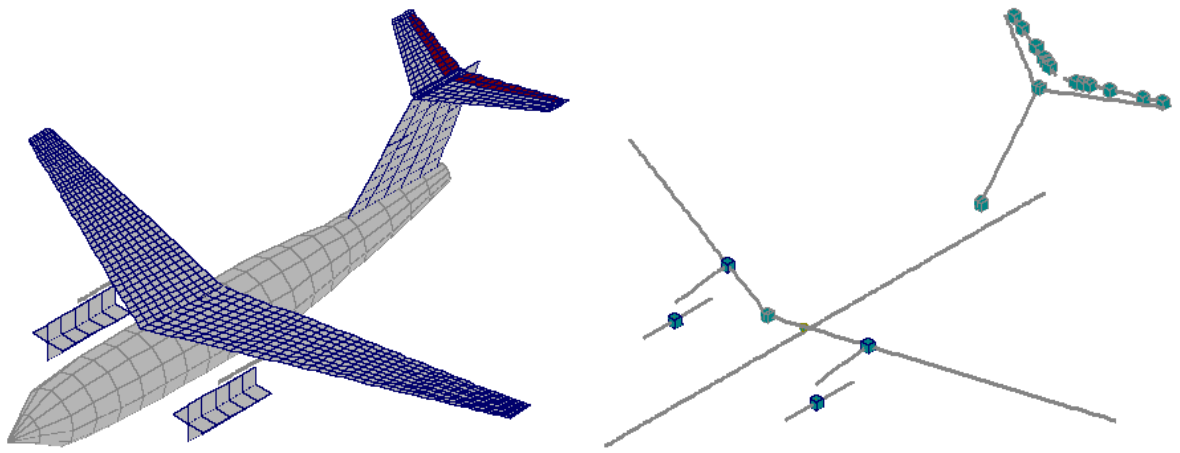


Рисунок 4.8 – Розрахункова модель РТЛ-148: а) аеродинамічна модель;  
б) пружно-масова модель

На рисунках 4.9–4.11 зображено відносний розподіл за розмахом крила навантажень, обчислених для умов горизонтального польоту зі швидкістю  $V_{C_{in}}=550$  км/год, на висоті 8930 м, в залежності від кількості розглядуваних тонів. В таблиці 4.9 наведено частоти відповідного найвищого (5-ого, 10-ого і т.д.) тону для симетричного та антисиметричного спектрів. В таблиці 4.10 наведені значення максимального та мінімального перевантаження в центрі мас літака в залежності від кількості розглядуваних тонів.

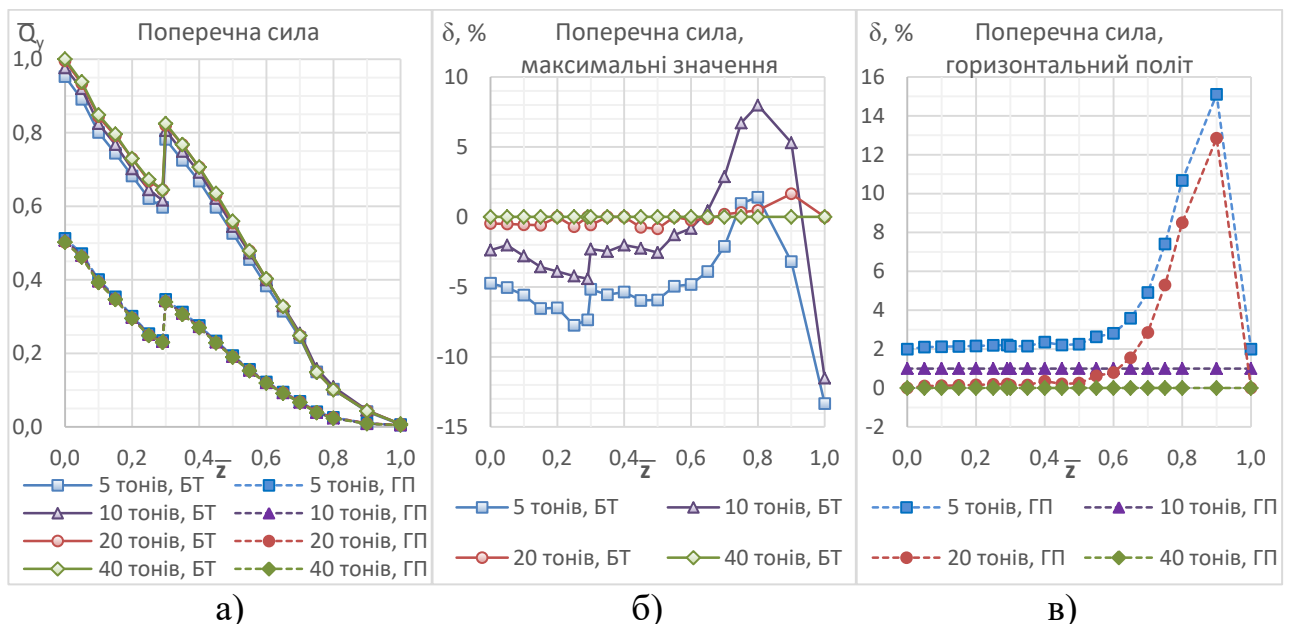


Рисунок 4.9 – Розподіл поперечної сили  $Q_y$  за розмахом крила та відносна різниця значень поперечної сили в залежності від кількості розглянутих частот і форм власних коливань: а) розподіл поперечної сили  $Q_y$ ; б) різниця від поривів безперервної турбулентності; в) різниця в горизонтальному усталеному польоті

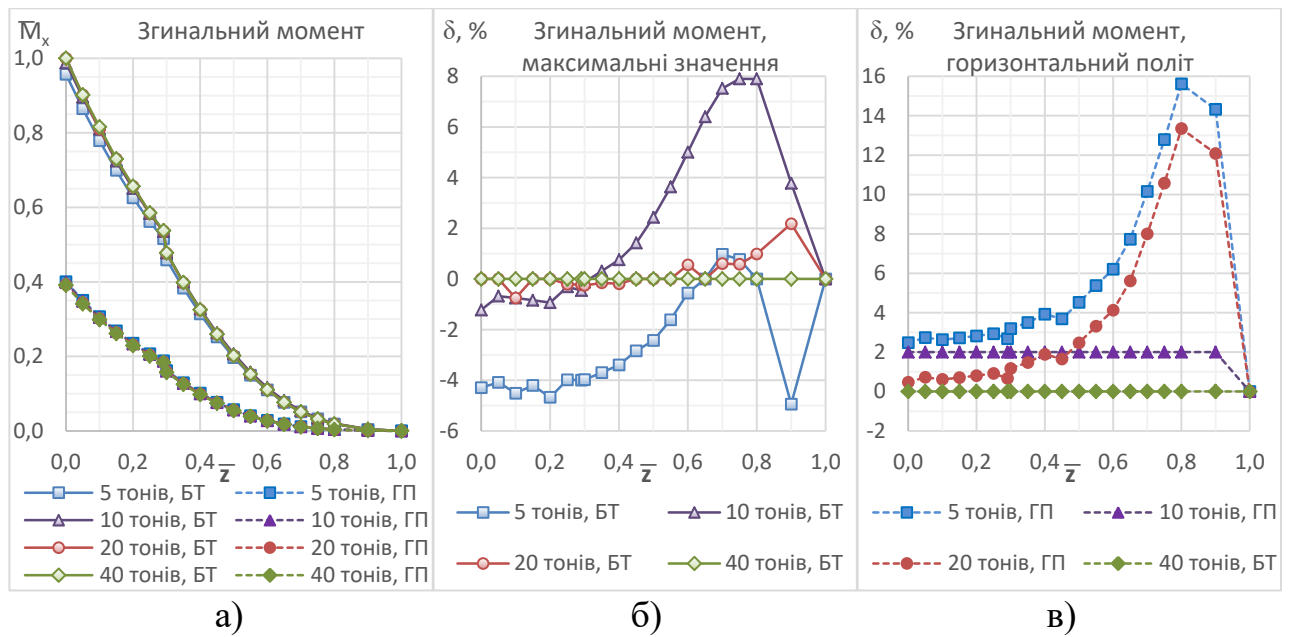


Рисунок 4.10 – Розподіл згинального моменту  $M_x$  за розмахом крила та відносна різниця значень згинального моменту в залежності від кількості розглянутих частот і форм власних коливань: а) розподіл згинального моменту  $M_x$ ; б) різниця від поривів безперервної турбулентності; в) різниця в горизонтальному усталеному польоті

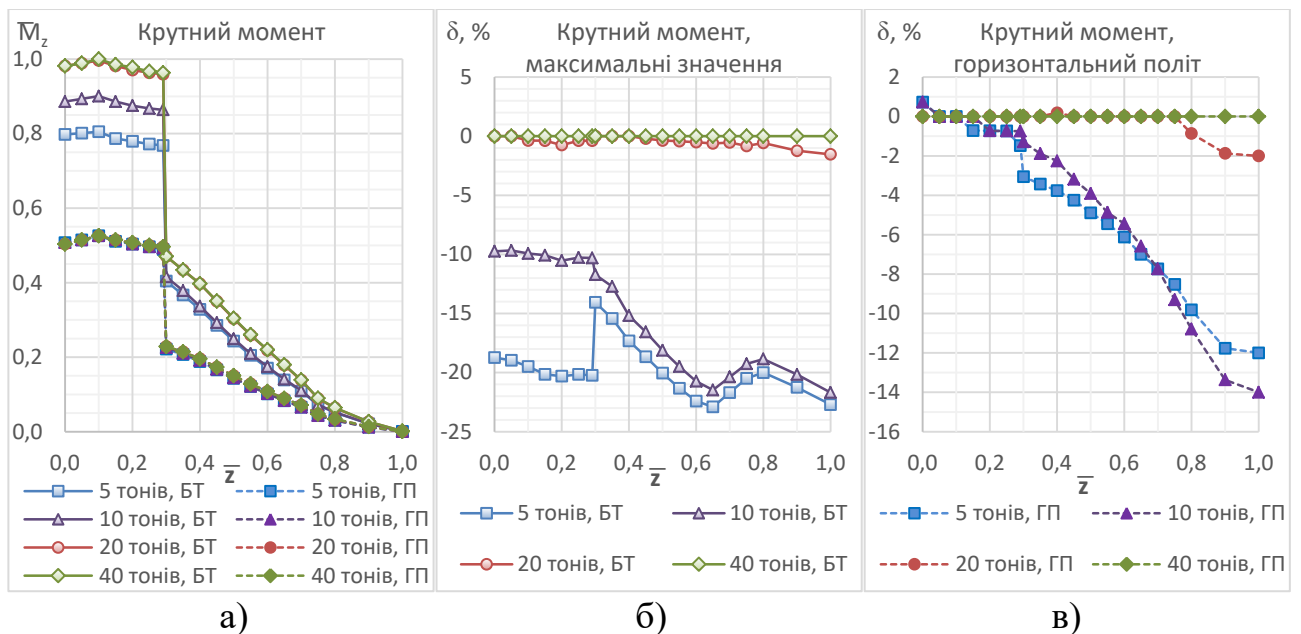


Рисунок 4.11 – Розподіл крутного моменту  $M_z$  за розмахом крила та відносна різниця значень крутного моменту в залежності від кількості розглянутих частот і форм власних коливань: а) розподіл крутного моменту  $M_z$ ; б) різниця від поривів безперервної турбулентності; в) різниця в горизонтальному усталеному польоті

Таблиця 4.9 – Частоти тонів РТЛ-148

Кількість тонів	Максимальна частота тону, Гц	
	Симетричні	Антисиметричні
5	2,452	2,652
10	8,897	6
20	28,51	31,72
40	103,2	104,5

Таблиця 4.10 – Перевантаження в центрі мас РТЛ-148

Кількість тонів	Максимальні перевантаження			
	5	10	20	40
$n_{y \max}^{\text{ЦМ}}$	2,04	2,07	2,093	2,095
$n_{y \min}^{\text{ЦМ}}$	-0,04	-0,07	-0,094	-0,095

На основі проведених обчислень, можна зробити висновок, що при збільшенні кількості розглядуваних тонів власних коливань конструкції літака, максимальні значення – зростають. Найбільша різниця спостерігається при визначенні крутного моменту крила  $M_z$ , що свідчить про значний вклад та кількість крутильних коливань в діапазоні між п'ятим та сороковим тонами [5]. При збільшенні кількості тонів з 20 до 40 – приріст величини силового фактору не перевищує 0,5% для вертикального перевантаження, та не перевищує 0,1% для поперечної сили  $Q_y$  та моментів  $M_z$  та  $M_x$ . При тому, що найвищі частоти 20-ого тону становлять 28,51 Гц та 31,72 Гц, а 40-ого – 103,2 Гц та 104,5 Гц для симетричного та антисиметричного спектрів відповідно. Таким чином, в наступних розрахунках, доцільно враховувати лише 20 перших тонів коливань, що дозволить зменшити час обчислень майже в 4 рази, з несуттєвою втратою точності, в порівнянні випадком врахування 40 тонів, що для наших науково-пошукових цілей не критично.

#### 4.4 Вплив режиму польоту на навантаження

Далі визначено навантаження при польоті в умовах безперервної турбулентності на різних режимах (висота, швидкість) [5, 12]. Обчислення також здійснювалися на прикладі моделі літака РТЛ-148 (рисунок 4.8). На рисунках 4.12–4.14 зображено відносний розподіл за розмахом крила навантажень та відносна різниця цих значень, обчислених для умов польоту на

висоті 8930 м зі швидкостями:  $V_{B\text{ін}}=500$  км/год ( $M_B=0,73$ ),  $V_{C\text{ін}}=550$  км/год ( $M_C=0,81$ ) та  $M_D=0,85$  ( $V_{D\text{ін}}=577$  км/год). В таблиці 4.11 наведені значення максимального та мінімального перевантаження в центрі мас літака в залежності від швидкості польоту. Як видно з рисунків 4.12–4.14 максимальні навантаження від поривів досягаються при найбільшій швидкості, хоча навантаження при горизонтальному польоті найменші (крім поперечної сили в кореневій частині крила та крутного моменту). Варто відзначити, що на швидкості  $V_C$  кінцева частина консолі крила більш навантажена ( $Q_y$  та  $M_x$ ), хоча абсолютні значення навантажень в цій зоні незначні.

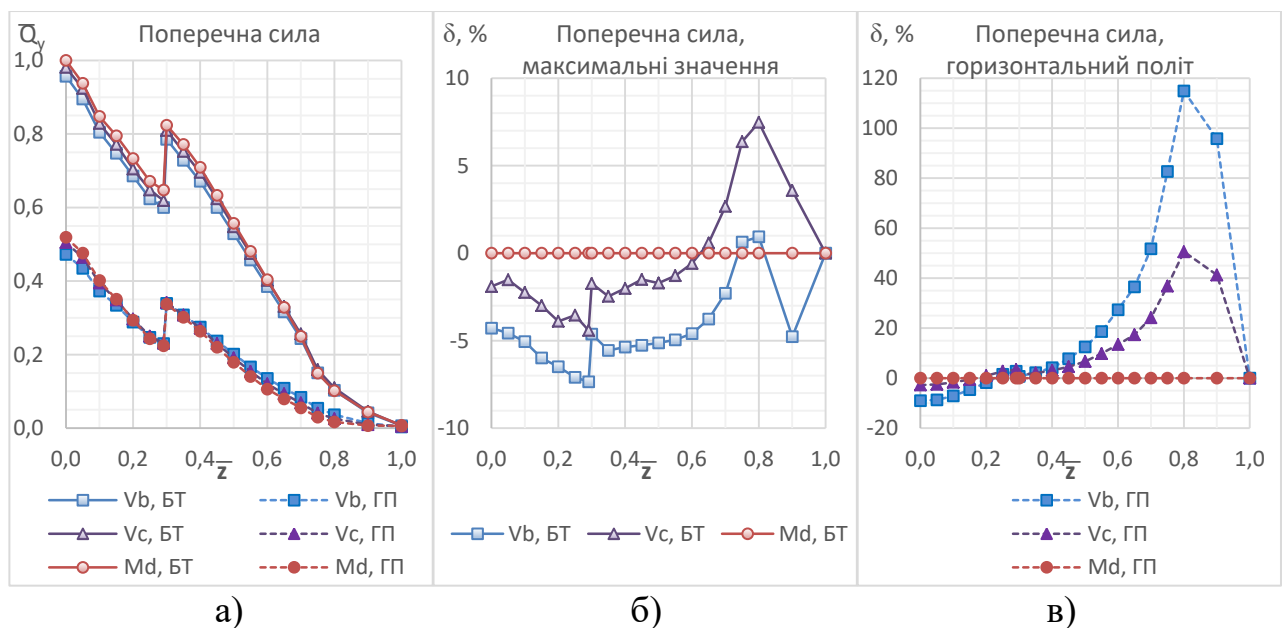


Рисунок 4.12 – Розподіл поперечної сили  $Q_y$  за розмахом крила та відносна різниця значень поперечної сили в залежності від швидкості польоту:

а) розподіл поперечної сили  $Q_y$ ; б) різниця від поривів безперервної турбулентності; в) різниця в горизонтальному усталеному польоті

Таблиця 4.11 – Перевантаження в центрі мас РТЛ-148 з залежності від швидкості польоту

	Максимальні перевантаження		
Швидкість польоту	$V_B = 500 \text{ km/h}$	$V_C = 550 \text{ km/h}$	$M_D = 0,85$
$n_{y\text{ max}}^{\text{цм}}$	1,97	2,09	2,17
$n_{y\text{ min}}^{\text{цм}}$	0,03	-0,09	-0,17

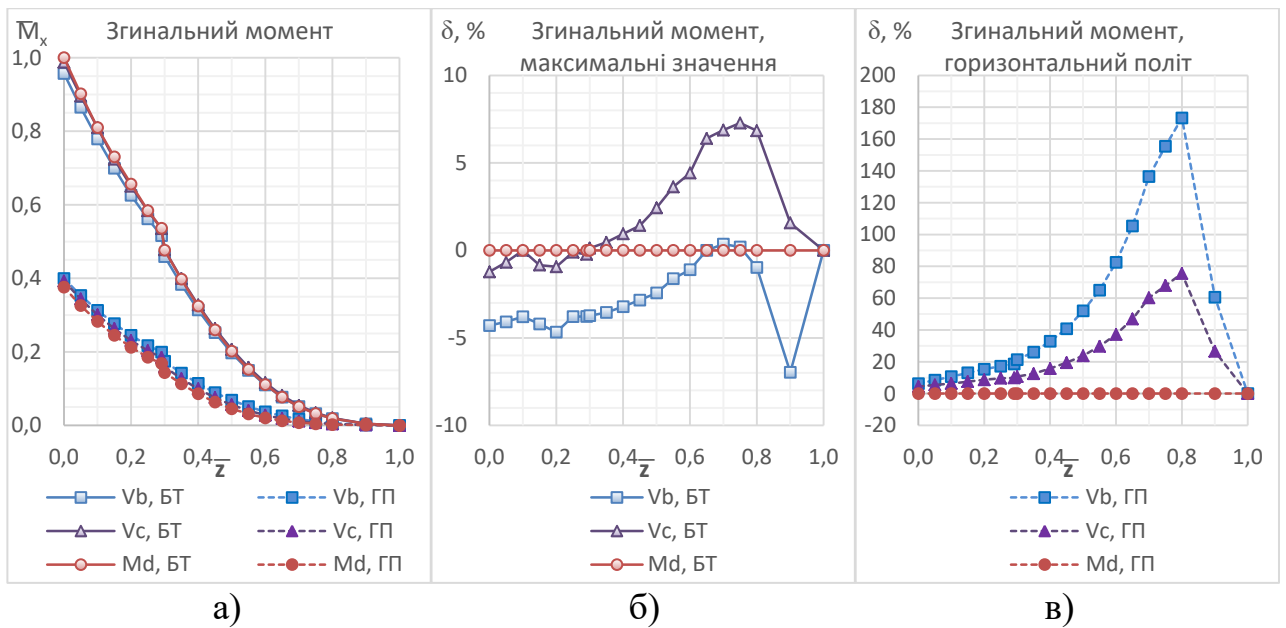


Рисунок 4.13 – Розподіл згинального моменту  $M_x$  за розмахом крила та відносна різниця значень згинального моменту в залежності від швидкості польоту: а) розподіл згинального моменту  $M_x$ ; б) різниця від поривів безперервної турбулентності; в) різниця в горизонтальному усталеному польоті

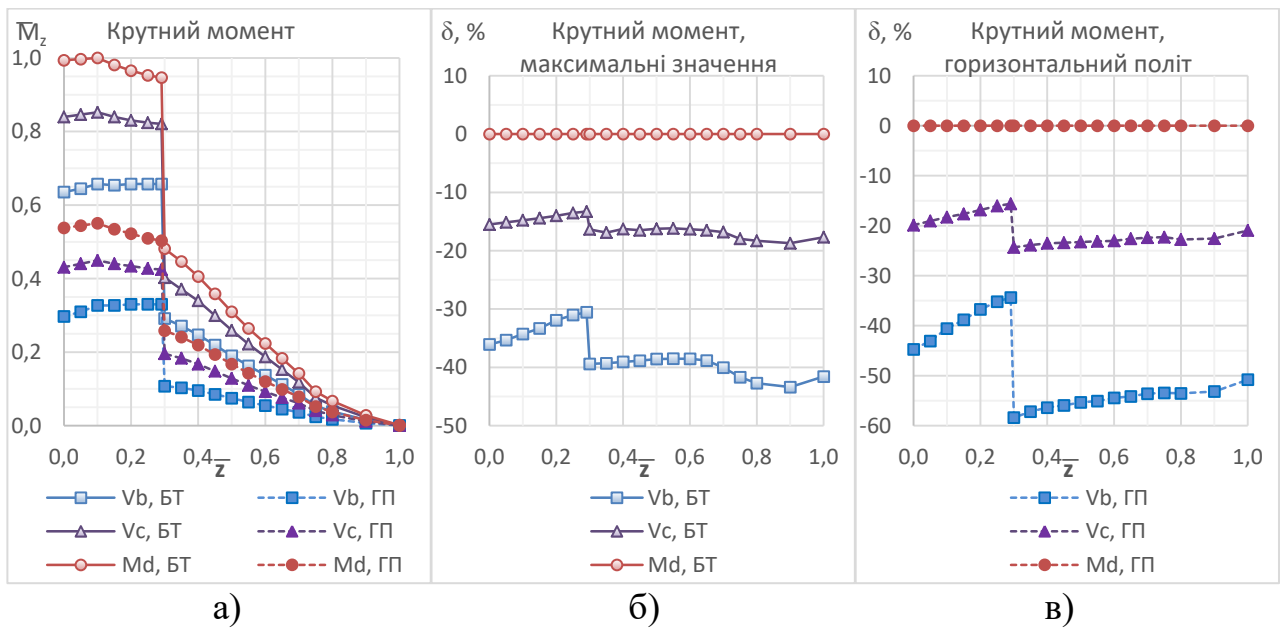


Рисунок 4.14 – Розподіл крутного моменту  $M_z$  за розмахом крила та відносна різниця значень крутного моменту в залежності від швидкості польоту: а) розподіл крутного моменту  $M_z$ ; б) різниця від поривів безперервної турбулентності; в) різниця в горизонтальному усталеному польоті

Наступним кроком обчислено навантаження, що діють на крило при польоті в умовах безперервної турбулентності, з однаковою швидкістю



$V_{C\text{ін}}=550$  км/год, але на різних висотах. Розглянуто чотири висоти: 0, 3000, 6000 та 8930 м [5, 12]. Висота 8930 м обрана такою, оскільки на ній швидкість  $V_{C\text{ін}}$  співпадає з  $M_C=0,8$ . Це означає, що при подальшому збільшенні висоти діятиме обмеження швидкості за числом Маха, крім того, в цьому випадку зменшуватиметься індикаторна швидкість польоту та відповідно – швидкісний напір, а також зменшиться експлуатаційна швидкість пориву  $U_\sigma$  (1.11). На рисунках 4.15–4.17 зображено відносний розподіл за розмахом крила отриманих навантажень та відносна різниця значень цих навантажень.

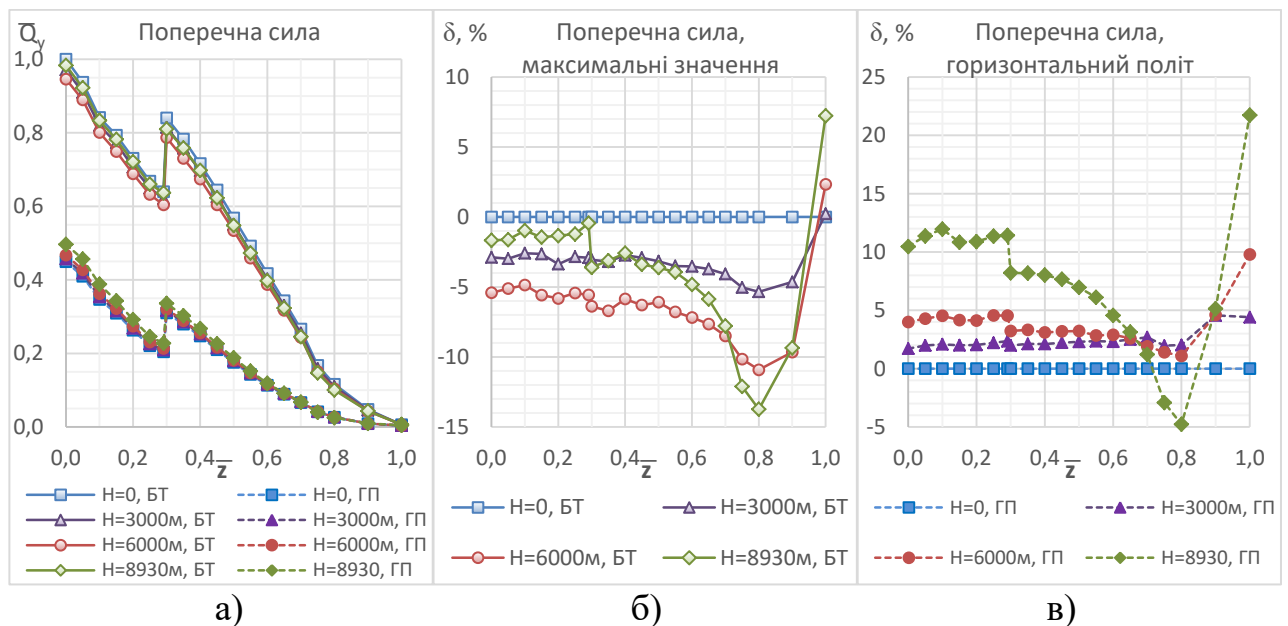


Рисунок 4.15 – Розподіл поперечної сили  $Q_y$  за розмахом крила та відносна різниця значень поперечної сили в залежності від висоти польоту:

а) розподіл поперечної сили  $Q_y$ ; б) різниця від поривів безперервної турбулентності; в) різниця в горизонтальному усталеному польоті

Отже, максимальні значення поперечної сили  $Q_y$  та згинального моменту  $M_x$  отримано при польоті на мінімальній висоті  $H=0$ , з висотою вони зменшуються, але при подальшому збільшенні висоти польоту ( $H=8930$  м) та наближенні до максимального значення числа Маха ( $M_C=0,8$ ) вони почали зростати. Максимальні значення крутного моменту  $M_z$  отримано на найбільшій висоті, як в умовах турбулентності, так і при збалансованому горизонтальному польоті. Оскільки, з ростом числа Маха змінюється картина обтікання профілю крила – центр тиску крила зміщується назад, ближче до осі жорсткості і момент

від двигуна стає некомпенсованим. При горизонтальному польоті зі збільшенням висоти навантаження також зростають. [5, 12]

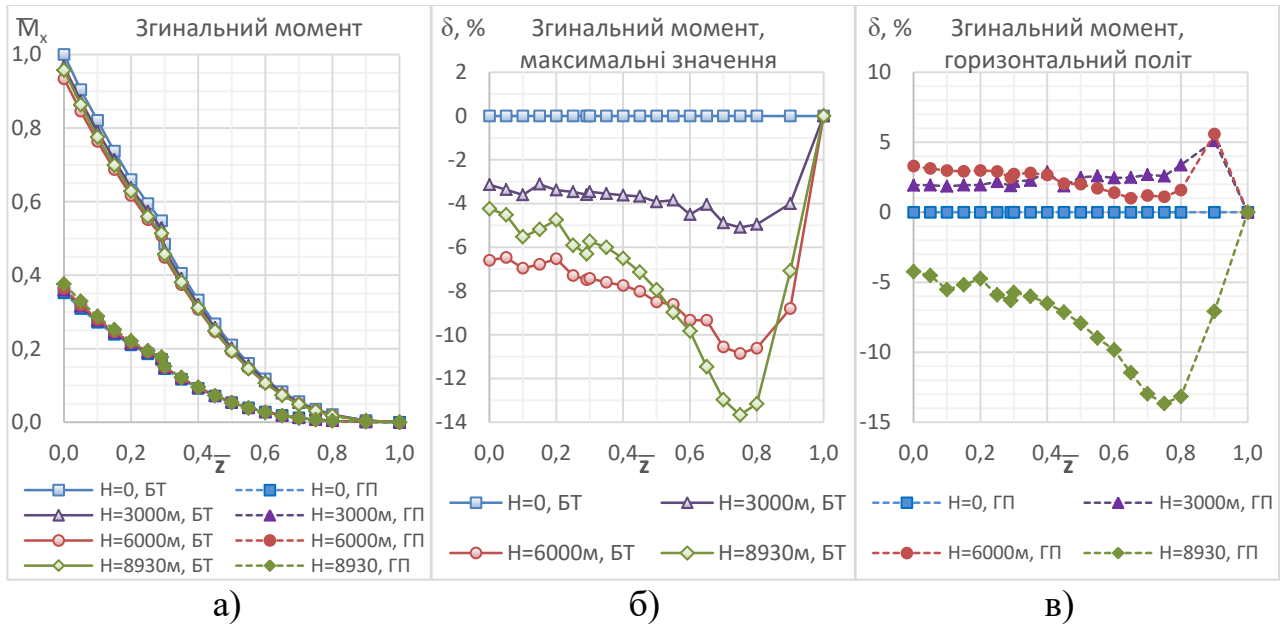


Рисунок 4.16 – Розподіл згинального моменту  $M_x$  за розмахом крила та відносна різниця значень згинального моменту в залежності від висоти польоту: а) розподіл згинального моменту  $M_x$ ; б) різниця від поривів безперервної турбулентності; в) різниця в горизонтальному усталеному польоті

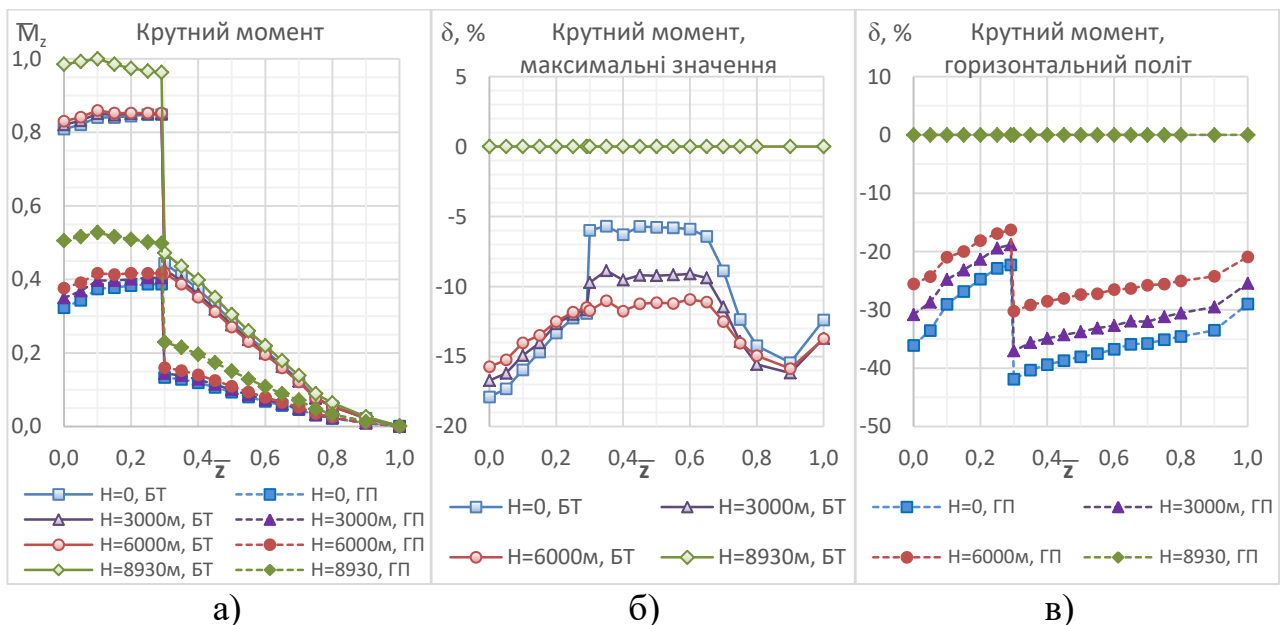


Рисунок 4.17 – Розподіл крутного моменту  $M_z$  за розмахом крила та відносна різниця значень крутного моменту в залежності від висоти польоту: а) розподіл крутного моменту  $M_z$ ; б) різниця від поривів безперервної турбулентності; в) різниця в горизонтальному усталеному польоті

Проведені дослідження показали, що для обчислення навантажень на літак при польоті в неспокійному повітрі першочергово потрібно розглянути наступні режими польоту: мінімальну висоту, де отримані найбільші навантаження та висоти на яких досягається максимальне число Маха  $M_C$ , де отримано максимальні значення крутного моменту; та основні швидкості (розрахункову швидкість при максимальній інтенсивності пориву  $V_B$ , розрахункову крейсерську швидкість  $V_C$  та розрахункову швидкість пікірування  $V_D$ ) для яких діють спеціальні критерії пориву [38].

#### 4.5 Динамічна реакція літака

Коливання механічної системи, як зазначено в роботі [15], в тому числі і літака, є небажаною проблемою через її небезпечний відмовний вплив на конструкцію системи. Це може бути, як підвищення втоми конструкції (зниження ресурсу), так і небезпечні руйнування внаслідок резонансу. Щоб запобігти цьому, необхідно з'ясувати, за яких обставин виникає резонанс, та намагатися уникати відповідних умов експлуатації (наприклад, певного діапазону обертів двигуна чи швидкості польоту). Для цього, в роботі [15] визначено форми та частоти власних коливань для кількох конфігурацій регіонального транспортного літака РТЛ-178 (рисунок 4.18). Розглянуто три варіанти корисного навантаження (0, 5000 кг та 18000 кг) та три варіанти заправки паливом (0, 31% та 100%), загалом 9 конфігурацій. Конструкція літака змодельована за допомогою пружно-балкової схематизації. Вантаж змодельовано зосередженими масами рівномірно розподіленими вздовж вантажної підлоги фюзеляжу, а паливо – шляхом відповідної зміни погонних мас крила та погонних моментів інерції. Розглянуто по 100 симетричних (до частоти 310-360 Гц) та антисиметричних (до 200-225 Гц) тонів для кожної конфігурації літака.

Визначено, що при збільшенні маси крила та фюзеляжу знижуються частоти власних коливань конструкції для кожного відповідного тону. Більш суттєвий вплив має зміна маси крила, оскільки крило має меншу жорсткість та є більш чутливим до розподілу маси конструкції. При кількості палива 100% та

31% частота відповідного симетричного тону приблизно на 10% та 5% нижча, ніж при 0% палива, а для антисиметричних тонів на 9,5% та 4% відповідно. При наявності вантажу масою 5000 кг чи 18000 кг, частоти знижуються відповідно на 1,5% і 3,5%, для симетричних тонів та на 1,5% і 3% для антисиметричних, в порівнянні з пустим літаком.

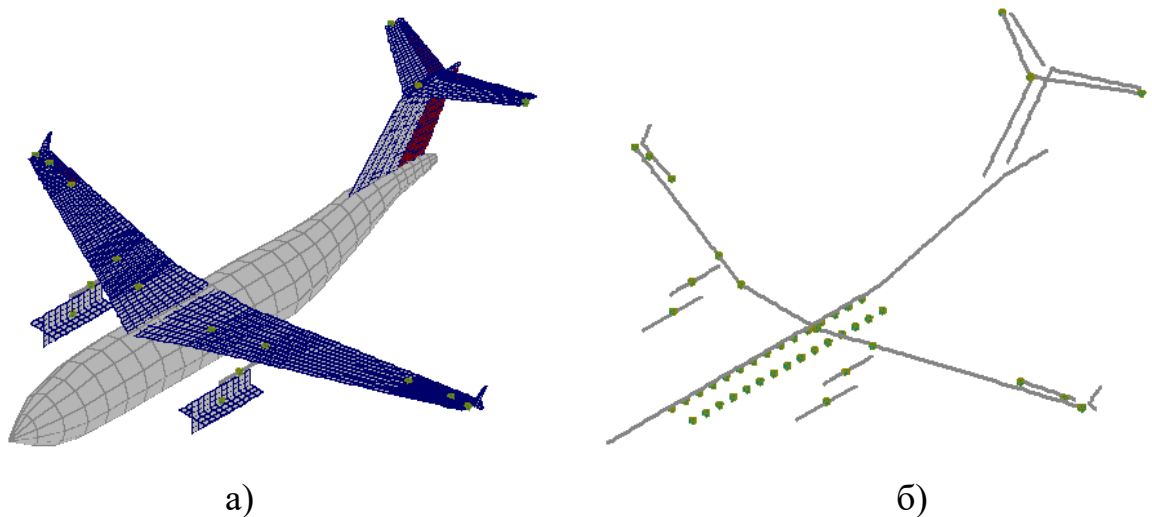


Рисунок 4.18 – Розрахункова модель РТЛ-178: а) аеродинамічна модель;  
б) пружно-масова модель

Далі було визначено вплив жорсткості конструкції на частоти власних коливань літака на прикладі моделі з 31% палива та 5000 кг корисного вантажу. Для цього змінювалася жорсткість консолі крила на 20% та 40% від початкової. Отримано, що при зменшенні жорсткості, частота коливань також зменшується (таблиця 4.12). Зниження жорсткості має певний негативний вплив – це збільшення деформацій та відповідно амплітуд коливань. Також збільшується кількість тонів та резонансних частот в діапазоні умов експлуатації.

Таблиця 4.12 – Залежність частоти власних коливань від жорсткості конструкції

Жорсткість	Зміна частоти:	
	Симетричний спектр	Антисиметричний спектр
60%	-9%	-8%
80%	-4%	-3,5%
100%	0	0
120%	+3,5%	+3%
140%	+6,5%	+6,5%

Варто відзначити, що в звичайних умовах достатньо розглядати тони до частоти 30-40 Гц [5, 12], але бувають випадки, коли необхідно враховувати і значно більшу частоту. Наприклад, при відриві лопатки вентилятора турбореактивного двигуна, виникає дисбаланс, що збуджує відповідні коливальні рухи, які можуть викликати резонанс. Тому потрібно розглянути та врахувати частоти близькі до частоти обертання ротора вентилятора.

Додатково розглянуто навантаження та перевантаження, що виникають на крилі літака РТЛ-178, згаданого вище, з корисним навантаженням 5000 кг та заправкою 2650 кг палива (31%), при: горизонтальному польоті; дисбалансі двигуна спричиненого відривом лопатки вентилятора на режимі авторотації ( $N_p=1400$  об/хв) та максимальному крейсерському режимі ( $N_p=5800$  об/хв); та польоті в неспокійному повітрі (дискретний порив та безперервна турбулентність). Для врахування реакції від дисбалансу було розглянуто по 65 симетричних (до частоти 160 Гц) та антисиметричних (до 117 Гц) тонів коливань. Обчислення навантажень виконувалися для умов горизонтального польоту на висоті  $H=9000$  м зі швидкістю  $V_c=540$  км/год.

Найбільші значення навантажень (рисунок 4.19), а саме: згинального моменту  $M_x$  та поперечної сили  $Q_y$  отримано в умовах безперервної турбулентності, крутного моменту  $M_z$  – в умовах дискретного пориву (на кінцевій частині крила) та турбулентності (в кореневій частині). Однак навантаження від дисбалансу більш тривалі та тому мають значний вплив на втомну міцність планеру літака. Найбільші вертикальні перевантаження  $n_y$  на крилі виникають при дисбалансі двигуна (рисунок 4.20). Значні значення бокового перевантаження  $n_z$  в центрі мас пілону двигуна, отримані в умовах дисбалансу двигуна, свідчать про наявність форм зі значною амплітудою в цій зоні крила та пілону, а також про близькість частот обертання вентилятора та власних коливань конструкції літака (бокові коливання пілону). Якщо виключити цей тон з розрахунку (що неприпустимо), то значення  $n_z$  зменшиться в три рази, при незначному зниженні значень всіх інших силових

факторів. Це свідчить, що цей тон є істотним для визначення динамічної реакції літака на зовнішні збурення.

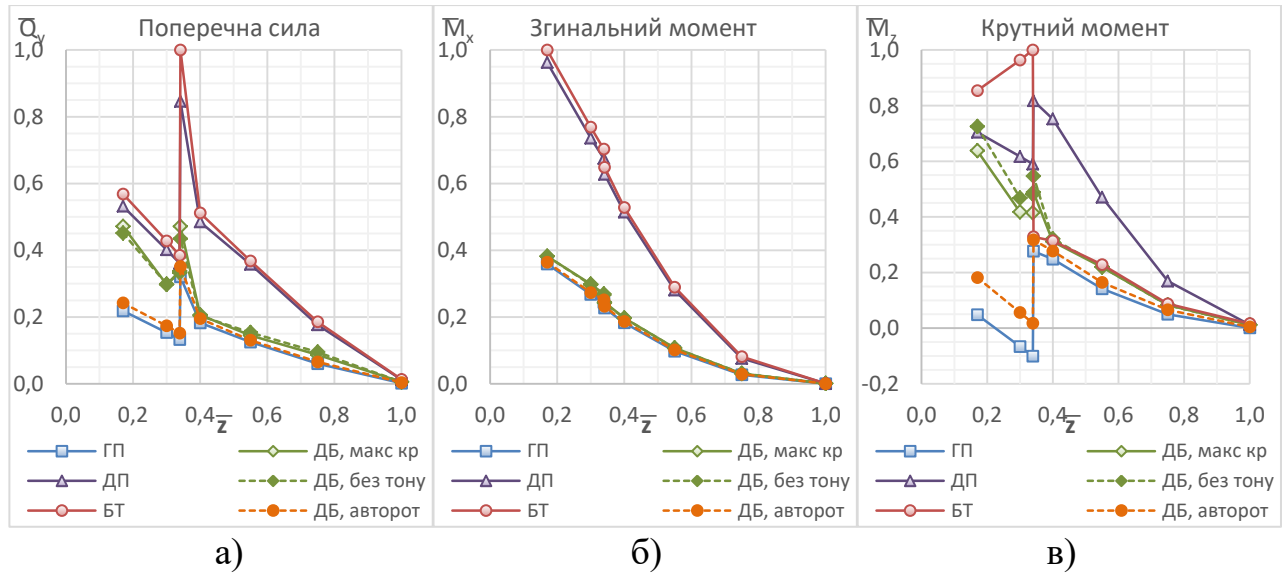


Рисунок 4.19 – Розподіл навантажень за розмахом крила: а) розподіл поперечної сили  $Q_y$ ; б) розподіл згинального моменту  $M_x$ ; в) розподіл крутного моменту  $M_z$

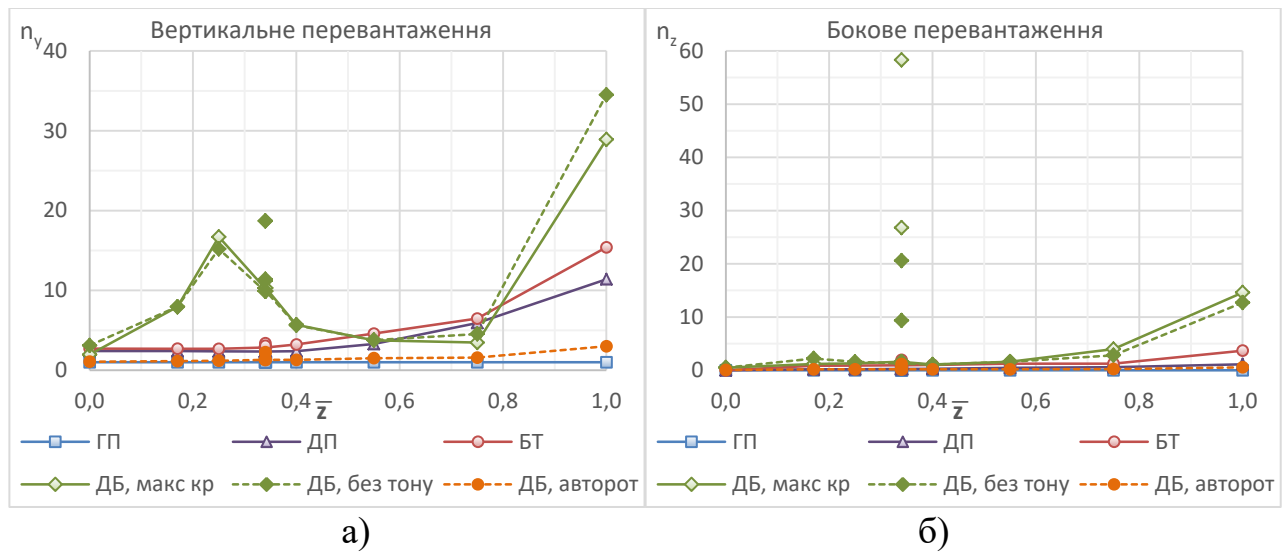


Рисунок 4.20 – Розподіл перевантажень за розмахом крила: а) вертикальних  $n_y$ ; б) бокових  $n_z$

Таким чином, показано, що забезпечення необхідної міцності конструкції літака потребує розв'язання задач аеропружності. Умовою коректного розв'язання даної задачі є вибір такої розрахункової схеми, яка б достатньо повно відображала динамічні характеристики конструкції. Для цього потрібно визначити та врахувати усі істотні частоти та тони коливань конструкції літака.

## 4.6 Експериментальна оцінка навантаженості конструкції ЛА

### 4.6.1 Наземні частотні випробування

НЧВ є однією з найбільш важливих процедур випробувань при сертифікації літака. За допомогою НЧВ можна визначити розподіл жорсткості, власні частоти, форми коливань і структурне демпфування кожного компонента літака, які необхідні для аналізу флатеру та аналізу динамічних навантажень [94]. Тому на базі ДП «АНТОНОВ» було проведено НЧВ турбореактивного транспортного літака Ан-178 відповідно до програми [95]. Автор цієї дисертаційної роботи приймав безпосередню участь у випробуваннях у складі комплексної бригади фахівців та займався первинною обробкою результатів вимірювань при визначенні форм та частот власних коливань конструкції [96-98].

Методика проведення НЧВ літака відповідає методиці ЦАГІ, що викладена у РДК [99]. Під час випробувань було використано наступне обладнання:

- частотний комплекс «PRODERA» (рисунок 4.21, а);
- електродинамічні збудники (ЕДЗ) типу 20JE20/С для збудження коливань агрегатів планеру літака (рисунок 4.21, б);
- п'єзоелектричні датчики віброприскорень типу АНС-114-03.



Рисунок 4.21 – Експериментальне обладнання для НЧВ літака Ан-178:

а) частотний комплекс «PRODERA»; б) ЕДЗ типу 20JE20/С.



Під час випробувань визначалися модальні характеристики планеру та аеродинамічного збудника коливань (АЗК) у складі літака Ан-178. На рисунках 4.22–4.23 частково представлено форми власних коливань агрегатів. Отримані форми порівнювалися з розрахунковими (рисунки 4.24–4.25), отриманими при модальному аналізі математичної моделі літака в конфігурації для НЧВ (відсутнє паливо у крилі та частина агрегатів). Слід підкреслити, що такі результати одержано, після цілого ряду уточнень вихідних даних, коректування прийнятих схем і повторних розрахунків, за описаною у п.1.4.1 методикою, так як спочатку в деяких випадках спостерігалися істотні розбіжності між експериментальними даними й обчисленнями.

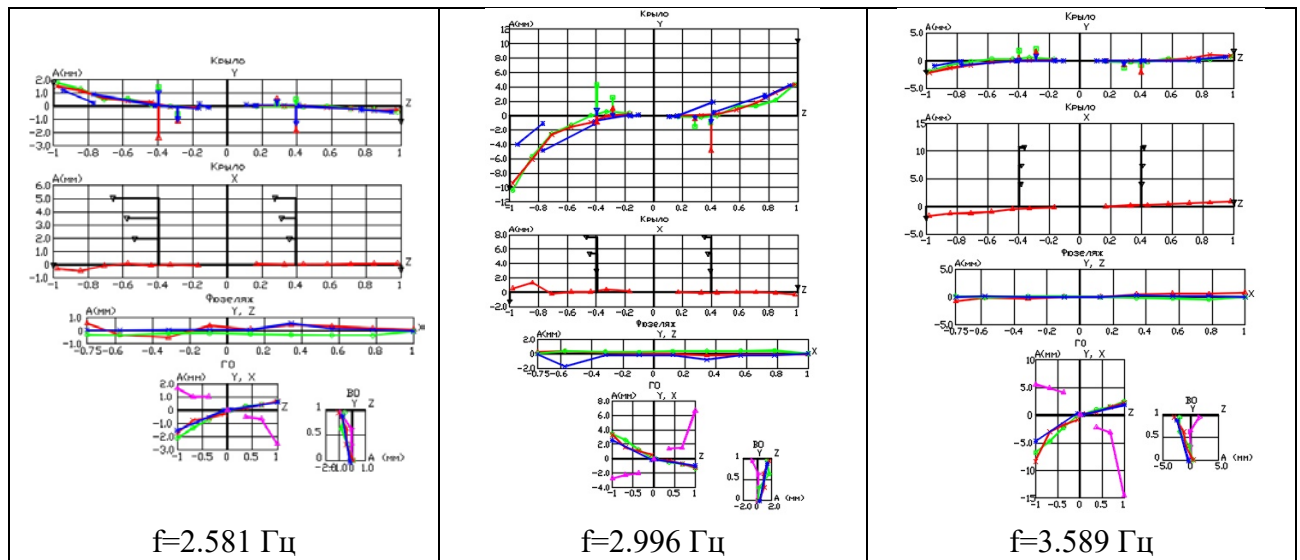


Рисунок 4.22 – Експериментальні антисиметричні форми коливань літака Ан-

178

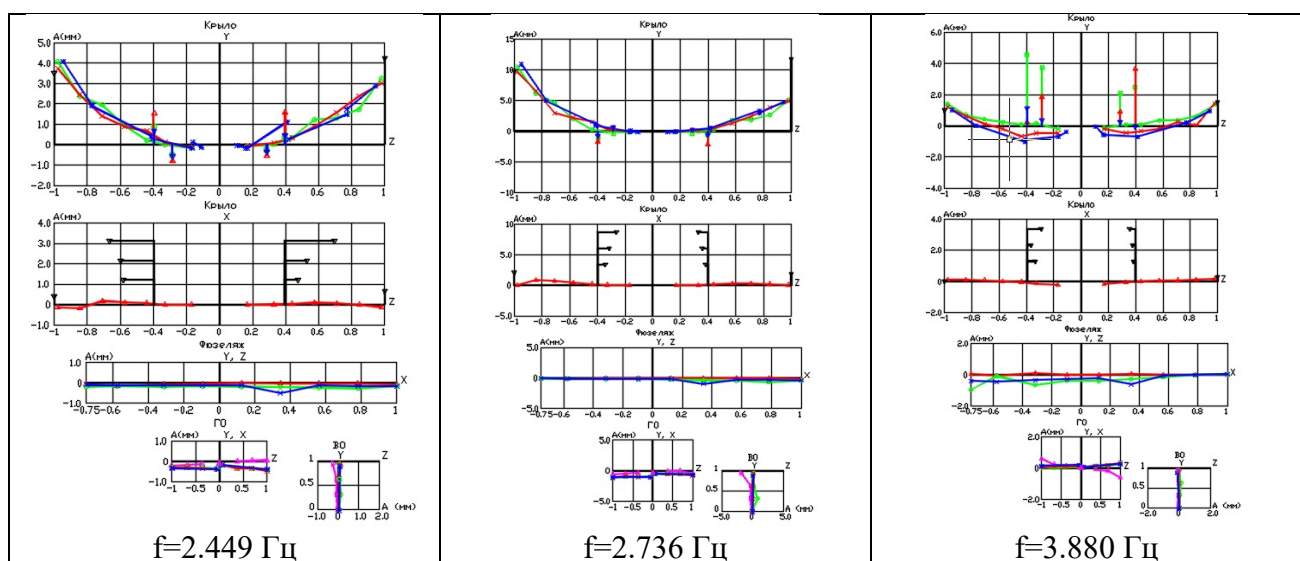


Рисунок 4.23 – Експериментальні симетричні форми коливань літака Ан-178



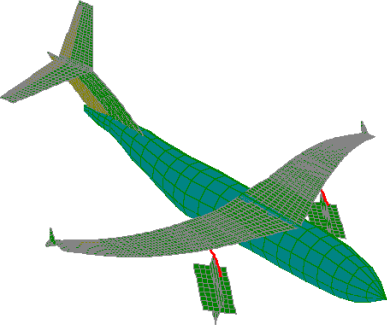
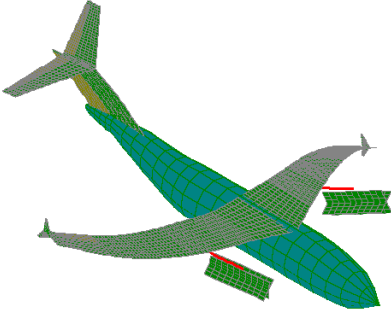
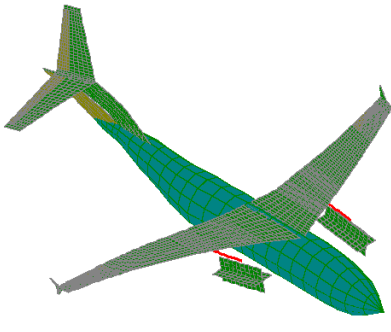
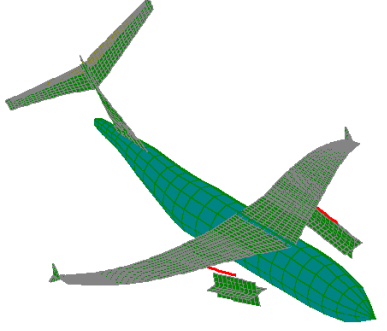
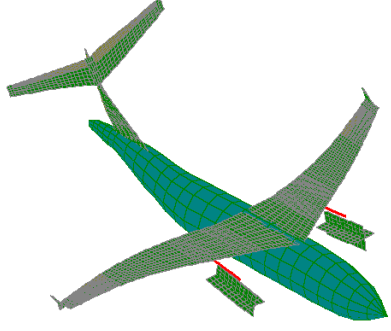
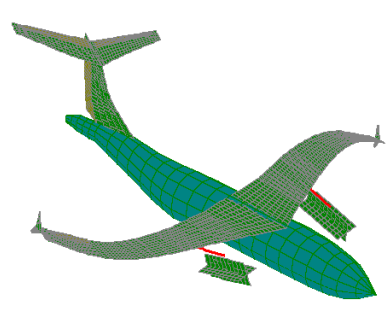
Антисиметричні тони		
		
Тон №1, $f=2.5631$ Гц	Тон №2, $f=3.0123$ Гц	Тон №3, $f=3.409$ Гц
		
Тон №4, $f=4.4514$ Гц	Тон №5, $f=6.28$ Гц	Тон №6, $f=5.3651$ Гц

Рисунок 4.24 – Розрахункові антисиметричні форми коливань літака Ан-178


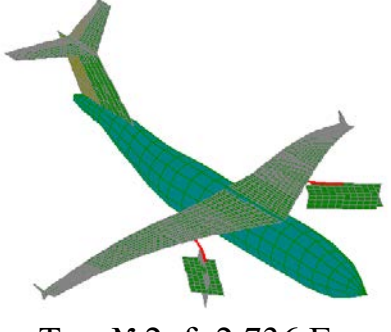
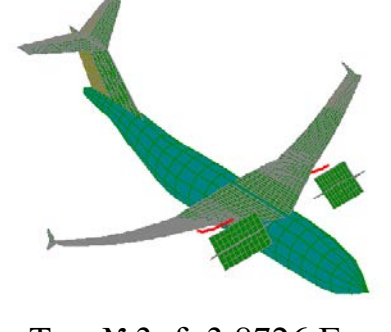
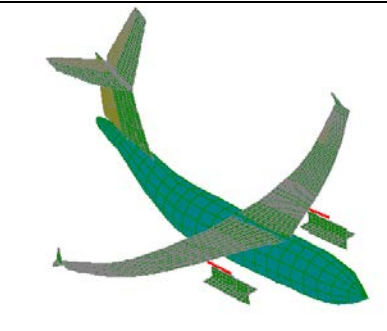
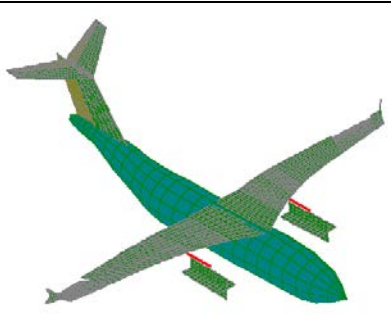
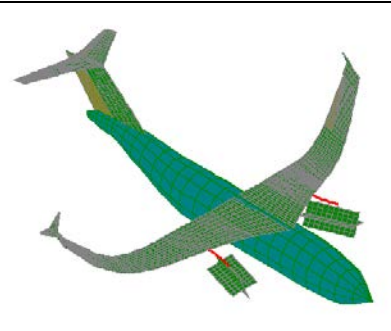
Симетричні тони		
		
Тон №1, $f=2.4285$ Гц	Тон №2, $f=2.736$ Гц	Тон №3, $f=3.8726$ Гц
		
Тон №4, $f=5.6043$ Гц	Тон №5, $f=7.4351$ Гц	Тон №6, $f=7.6689$ Гц

Рисунок 4.25 – Розрахункові симетричні форми коливань літака Ан-178

Як видно з таблиці 4.13 та таблиці 4.14, розрахункові та експериментальні форми власних коливань конструкції літака Ан-178 для відповідних тонів досить близькі і не відрізняються більше, ніж на 2,5%, при рекомендованих у

нормативних документах 5% [38]. Це свідчить про високу достовірність моделювання динамічної реакції запропонованої у даній роботі математичної моделі літака.

Таблиця 4.13 – Антисиметричні форми коливань літака Ан-178 [98]

№	Назва форми коливань	Частота експериментальна, Гц	Частота розрахункова, Гц	Різниця, %
1.	Антисиметричні горизонтальні коливання СУ 1-го тону	2,581	2,5631	0,70
2.	Антисиметричне кручення крила 1-ого тону	2,996	3,0123	-0,54
3.	Вигин кіля 1-ого тону	3,589	3,409	
4.	Кручення кіля 1-ого тону	4,538	4,4514	1,94
5.	Антисиметричний вертикальний вигин крила 1-ого тону	6,219	6,28	-0,97
6.	Антисиметричні горизонтальні коливання стабілізатору	5,459	5,3651	1,75
7.	Антисиметричні горизонтальні коливання крила і фюзеляжу ("Ножниці")	5,799	5,9376	-2,33
8.	Горизонтальний вигин фюзеляжу 1-ого тону	9,410	9,6177	-2,16
9.	Антисиметричний вертикальний вигин крила 2-ого тону	10,880	11,106	-2,03
10.	Антисиметричний вертикальний вигин стабілізатору 1-ого тону	11,040	11,28	-2,13
11.	Антисиметричний горизонтальний вигин крила 1-ого тону	14,993	14,652	2,33
12.	Антисиметричний вертикальний вигин крила 3-ого тону	17,520 лів 17,344 пр	17,352	0,97 -0,05
13.	Кручення фюзеляжу 1-ого тону	18,750	18,999	-1,31
14.	Антисиметричне кручення крила 2-ого тону	20,800 лів 20,550 пр	20,595	1,00 -0,21
15.	Антисиметричний вертикальний вигин стабілізатору 2-ого тону	27,670	27,969	-1,07

Таблиця 4.14 – Симетричні форми коливань літака Ан-178 [98]

№	Назва форми коливань	Частота експериментальна, Гц	Частота розрахункова, Гц	Різниця, %
1.	Симетричні горизонтальні коливання СУ 1-го тону	2,449	2,4285	0,84
2.	Симетричний вертикальний вигин крила 1-ого тону	2,736	2,736	0
3.	Симетричне кручення крила 1-ого тону	3,880	3,8726	0,19
4.	Вертикальний вигин фюзеляжу 1-ого тону	5,466	5,6043	<b>-2,47</b>
5.	Симетричний вертикальний вигин крила 2-ого тону	7,290	7,4351	-1,95
6.	Симетричний горизонтальний вигин крила 1-ого тону	7,770	7,6689	1,32
7.	Симетричні горизонтальні коливання СУ 1-го тону	8,715	8,9325	-2,44
8.	Симетричний вертикальний вигин стабілізатору 1-ого тону	11,720	11,55	1,47
9.	Симетричний вигин крила 3-ого тону	16,970 пр 17,360 лів	17,384	-2,38 пр -0,13 лів
10.	Симетричне кручення крила 2-ого тону	20,560 пр 20,800 лів	20,824	-1,27 -0,12
11.	Симетричне кручення крила 3-ого тону	31,299 пр 31,619 лів	31,19	0,35 1,38
12.	Симетричний вертикальний вигин стабілізатору 2-ого тону	37,350	37,127	0,60
13.	Симетричне кручення стабілізатору 1-ого тону	34,340	33,525 35,02	<b>2,43</b> -1,94

#### 4.6.2 Льотні випробування

Не менш важливим підтвердженням розрахункових моделей та навантажень є порівняння з навантаженнями виміряними в польоті в умовах атмосферної турбулентності. Для цього розглянуто та здійснено пошук режимів Розглянуто режими усталеного прямолінійного руху, в яких політ в неспокійному повітрі призводив до зміни перевантаження в центрі мас літака на величину не меншу ніж  $\Delta n_{y_{ц.м.}}^{\max} \geq 0.2$  (помірна бовтанка). Такі умови польоту у випробувальних польотах не спостерігалися (рисунок 4.26) [100]. Це свідчить про те, що під час цих випробувальних польотів літак не стикався з умовами



відповідають досягнутим в польоті. Як видно з рисунку 4.27 різниця між значеннями поперечної сили  $M_x$  та крутного моменту  $M_z$  становить 2% та 5% відповідно, а відхилення від довірчого інтервалу експериментальних даних не перевищує 1%, що свідчить про коректне визначення розподілу тисків по поверхні крила. Це означає, що метод визначення аеродинамічних навантажень (DLM/CPM) вибраний правильно та його можна використовувати для розрахунку навантажень на крило при польоті в неспокійному повітрі. Крім того, відповідно, підвищується точність прогнозування ресурсу планеру літака до 8% в порівнянні зі згаданими раніше 20%, що дозволяє забезпечити необхідну втомну міцність конструкції.

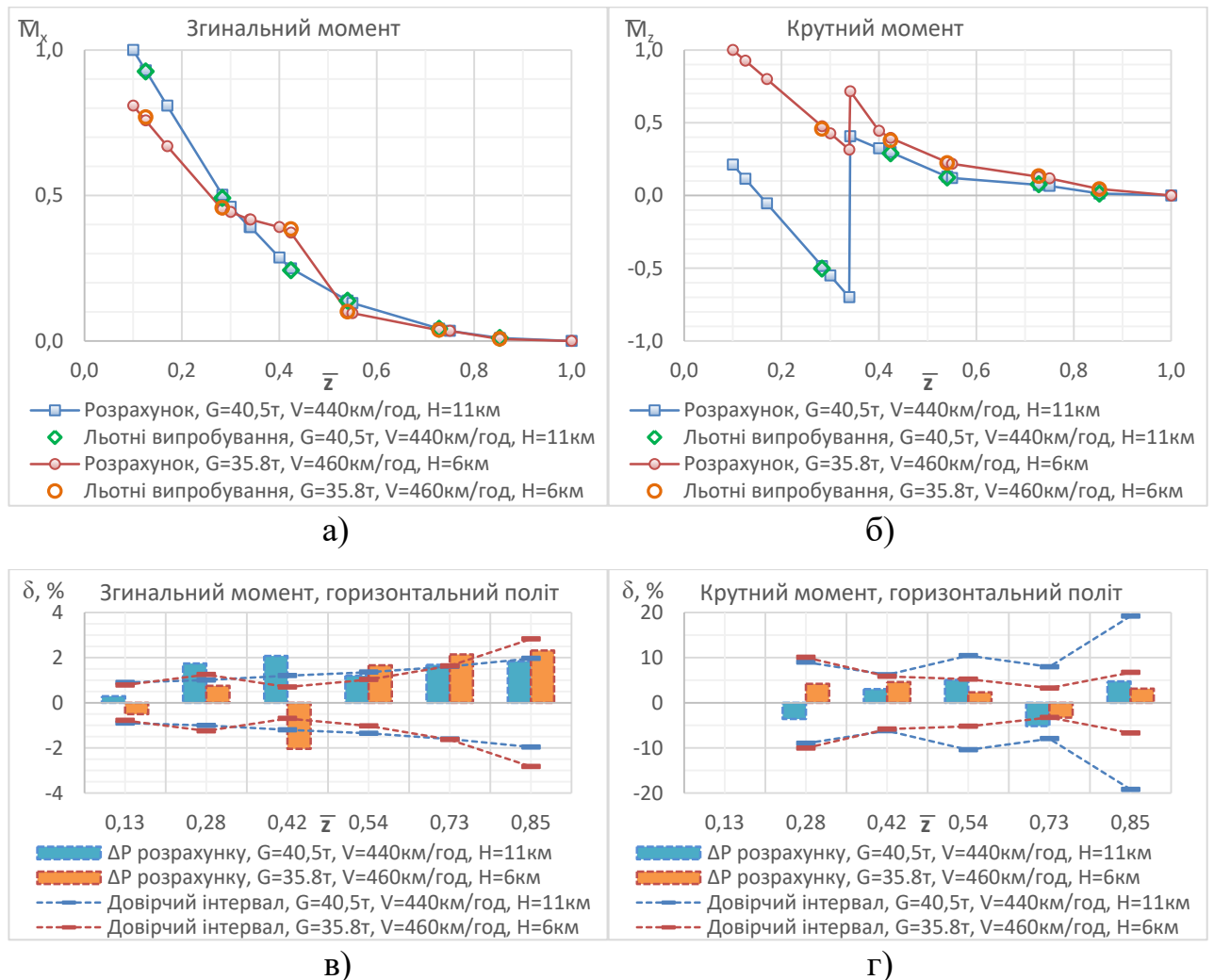


Рисунок 4.27 – Порівняння навантажень на крило при горизонтальному усталеному польоті: а) розподіл згинального моменту  $M_x$ ; б) розподіл крутного моменту  $M_z$ ; в) різниця між розрахунком та експериментом для  $M_x$ ; г) різниця між розрахунком та експериментом для  $M_z$

#### 4.7 Висновки по розділу 4

Проведені дослідження показали:

1. Значення навантажень, розрахованих за допомогою IMAD, нижчі, ніж значення, розраховані за допомогою ДНВ, за винятком значень крутного моменту на торцевих частинах крила. Основні відмінності в результатах зумовлені використанням різних методів опису аеродинамічних поверхонь літака та методів визначення аеродинамічних навантажень.

2. Врахування ефектів нестационарної аеродинаміки призводить до зміни значень приростів навантажень від поривів повітря (до 2% у корневих перетинах крила і до 10% у кінцевих перетинах). На високих швидкостях (понад 0,75 Маха) навантаження зменшуються, а на менших – зростають. Найбільша різниця спостерігається при використанні методу дипольної решітки (DLM), а найменша при використанні панельного методу (Panel). Величина приросту навантаження від турбулентності для усіх розглянутих методів практично однакова.

3. Навантаження у горизонтальному збалансованому польоті суттєво залежать від використовуваного методу визначення аеродинамічних сил та моментів. Визначено, що DLM/CPM показує найменші значення, а найбільші – VFM, хоча у корневих перерізах отриманні значне зниження значень поперечної сили, що пояснюється відмінностями у алгоритмах врахуванням інтерференції крил і фюзеляжу.

4. Максимальні значення навантажень при збільшенні кількості обчислюваних тонів та форм коливань зростають. При збільшенні кількості тонів з 20 до 40 – приріст величини силового актору не перевищує 0,5% для вертикального перевантаження та не перевищує 0,1% для поперечної сили  $Q_y$  та моментів  $M_z$  та  $M_x$ . При тому, що найвища частота коливань зросла майже у 3,5 рази (з 30 до 104 Гц).

5. При визначенні навантажень на крило літака при польоті в неспокійному повітрі необхідно розглянути наступні режими польоту: мінімальну висоту, де отримані найвищі навантаження та висоти на яких

досягається максимальне число Маха  $M_C$ , де отримано значний крутний момент. Та основні швидкості (розрахункову швидкість при максимальній інтенсивності пориву  $V_B$ , розрахункову крейсерську швидкість  $V_C$  та розрахункову швидкість пікірування  $V_D$ ) для яких діють спеціальні критерії пориву.

6. Найбільші перевантаження на крилі виникають при дисбалансі двигуна, але значення навантажень значно нижчі, ніж навантаження від турбулентного повітря.

7. Наземні частотні випробування є показовою перевіркою правильності побудови пружно-масової моделі літака і є невід'ємною складовою досліджень явищ аеропружності. Отримано високу достовірність (до 2,5%) визначення частот власних коливань конструкції, що підтверджено НЧВ реального літака.

8. Проведено порівняння навантажень на крило в горизонтальному усталеному польоті отриманих при льотних випробуваннях транспортного літака з отриманими при розрахунках з використанням запропонованої моделі навантажень. Похибка обчислення навантажень не перевищує 2%, що свідчить про достовірність запропонованої моделі навантажень. Також, це дозволяє з більшою точністю забезпечити втомну міцність конструкції літака та підвищити точність визначення ресурсу конструкції до 8%.

## ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

Ця робота зосереджена на крилах турбореактивного літака, однак методи, описані тут, також можуть бути застосовані до інших типів літаків з великим видовженням крила або для визначення навантаження, що діє на фюзеляж і хвостове оперення літака. В роботі сформульована та вирішена актуальна наукова задача – розроблена математична модель зовнішніх навантажень літака при польоті в неспокійному повітрі. Таким чином, відповідно до поставленої мети та завдань в дисертації отримано такі результати:

1. Проведено огляд і аналіз сучасних вимог до визначення навантажень на крило літаків транспортної категорії при польоті в неспокійному повітрі та визначено основні моделі атмосферної турбулентності.

2. Сформульовано алгоритм визначення та побудови осі жорсткості складного просторового агрегату, що дозволяє створити пружно-масову модель конструкції літака транспортної категорії, необхідну для розв'язання задач аеропружності та визначення зовнішніх навантажень на конструкцію літака.

3. Розроблено математичну модель зовнішніх навантажень на крило літака при польоті в неспокійному повітрі та мінімізовано різницю між результатами чисельного рішення з урахуванням ефектів нестационарної аеродинаміки та результатами експерименту. В запропонованій моделі навантажень:

- Конструкція літака моделюється за допомогою балкової пружно-масової схематизації з подальшим уточненням заданого розподілу мас і жорсткостей на основі даних НЧВ.
- При модальному аналізі конструкції на ЕОМ застосовано метод Ланцоша.
- Аеродинамічні сили та моменти визначаються за допомогою методу нестационарних вихорів, а саме – панельно-вихрового методу дипольної решітки та постійних дисків (DLM/CPM) та при врахуванні ефектів нестационарності. При цьому нестационарні аеродинамічні сили визначаються у часовій області шляхом прямого інтегрування рівнянь за часом.



- Динамічні навантаження визначаються за розподіленими силами, так як цей метод дозволяє враховувати менше тонів для забезпечення прийнятної точності розрахунків.
- Навантаження у горизонтальному польоті визначаються методом, заснованим на розкладанні пружних статичних деформацій у ряд по формах власних коливань. В цьому випадку класичні методи визначення навантажень на агрегати літака в горизонтальному польоті будуть використовуватися для перевірки побудови розрахункових пружно-масових та аеродинамічних моделей.

4. Запропонований метод забезпечений алгоритмами та доведений до інженерного використання. З його допомогою отримані зовнішні навантаження на крило використано при проектуванні крил літака Ан-178. Також проведено порівняння з методами, що використовувалися для визначення навантажень на інші літаки ДП «АНТОНОВ» (Ан-140, Ан-148).

5. Визначено вплив ефектів нестационарності на навантаження крила літака при дискретних поривах та безперервній турбулентності. Також визначено критичні випадки навантаження крила літака при польоті в турбулентному повітрі.

6. Показано можливість застосування запропонованих моделей літака та навантажень для вирішення задач динамічного навантаження агрегатів на прикладі аналізу дисбалансу двигуна.

7. Результати дисертаційної роботи впроваджені на ДП «АНТОНОВ», що підтверджено відповідним актом.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Писаренко Г. С. Опір матеріалів: Підручник / Г. С. Писаренко, О. Л. Квітка, Е. С. Уманський. – Київ: Вища школа, 2004. – 655 с. – (2-ге вид., допов. і переробл.).
2. Бондар Ю. І. Расчетно-экспериментальный метод определения внешних нагрузок на крыло самолета с учетом статической аэроупругости : дис. канд. техн. наук : 05.07.02 / Бондар Ю. І. – Київ, 2015. – 171 с.
3. Гевко Б.А. Методи визначення аеродинамічних навантажень під час польоту у безперервній турбулентності / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Механіка гіроскопічних систем. – 2019. – №38. – С. 60–69.
4. Bisplinghoff R. L. Aeroelasticity / R. L. Bisplinghoff, H. Ashley, R. L. Halfman. – New York: Dover Publications. inc, 1996. – 880 с.
5. Гевко Б.А. Вплив режиму польоту на величину навантажень від неспокійного повітря / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Механіка гіроскопічних систем. – 2021. – №42. – С. 117–127.
6. Гевко Б.А. Алгоритм визначення навантажень при польоті в неспокійному повітрі / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 9-10 груд. 2019р.: тези допов. – Київ, 2019. – С.7.
7. Hu J. Improved Quasi-Steady Aerodynamic Model with the Consideration of Wake Capture / J. Hu, H. Xuan, Y. Yu, J. Zhang. // AIAA Journal. – 2020. – №58(5). – С. 2339–2346.
8. Friedewald D. Quasi-steady doublet-lattice correction for aerodynamic gust response prediction in attached and separated transonic flow / D. Friedewald, R. Thormann, C. Kaiser, J. Nitzsche. // CEAS Aeronaut J. – 2018. – №9. – С. 53–66.
9. Bird H. J. A. Unsteady lifting-line theory and the influence of wake vorticity on aerodynamic loads / H. J. A. Bird, K. Ramesh. // Theor. Comput. Fluid Dyn. – 2021. – №35. – С. 609–631.

10. Haddadpour H. Evaluation of quasi-steady aerodynamic modeling for flutter prediction of aircraft wings in incompressible flow / H. Haddadpour, R. D. Firouz-Abadi. // *Thin-Walled Structures*. – 2006. – №44(9). – С. 931–936.
11. Hevko B. Comparison of two methods to calculate external loads at flight in continuous turbulence/ B. Hevko, Y. Bondar // *Aviation*. – 2022. – №26(3).– С. 160–168.
12. Гевко Б.А. Особливості навантаження крила літака при польоті в турбулентному повітрі / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // *Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 2-го груд. 2020р.:тези допов.* – Київ, 2020. – С.17–19.
13. Hevko B. Turbulence loads on the wing of the turbojet airplane / B. Hevko, Y. Bondar // *XIII international students and young scientists conference "Intelligence. Integration. Reliability"*. 9-го груд. 2020р.:тези допов. – Київ, 2020. – С.7–8.
14. Hevko B. Dynamic response of an elastic aircraft / B. Hevko, Y. Bondar // *XIV international students and young scientists conference "Intelligence. Integration. Reliability"*. 7-го груд. 2021р.:тези допов. – Київ, 2021. – С. 14–15.
15. Гевко Б.А. Модальний аналіз конструкції літака / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар, А.А. Чуприна // *Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 1-го груд. 2021р.:тези допов.* – Київ, 2021. – С. 3–5.
16. Гевко Б.А. Вісь жорсткості агрегатів транспортного літака / Б.А. Гевко // *Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 7-го груд. 2022р.:тези допов.* – Київ, 2022. – С.11–13.
17. Kim T. -U. Reliability analysis of composite wing subjected to gust loads / T. -U. Kim, I. H. Hwang. // *Composite Structures*. – 2004. – №66(1-4). – С. 527–531.

18. Generation of correlated stress time histories from continuous turbulence Power Spectral Density for fatigue analysis of aircraft structures / [T. Reytier, C. Bes, P. Marechal та ін.]. // International Journal of Fatigue. – 2012. – №42. – С. 147–152.
19. Фомичев П. А. Соотношение между интегральными повторяемостями амплитуд и максимумов перегрузки при полете в турбулентной атмосфере / П. А. Фомичев, Н. А. Лавро, С. В. Вакуленко. // Научный вестник МГТУ ГА. – 2014. – №199. – С. 101–107.
20. Model Predictive Control for Gust Load Alleviation / [H.-G. Giessler, M. Kopf, P. Varutti та ін.]. // IFAC Proceedings. – 2012. – №45(17). – С. 27–32.
21. Tang B. Aeroelastic scaling laws for gust load alleviation control system / B. Tang, Z. Wu, C. Yang. // Chinese Journal of Aeronautics. – 2016. – №29(1). – С. 76–90.
22. Certification Specifications and Acceptable Means of Compliance for Large Aeroplanes CS-25. Amendment 27 [Электронный ресурс] // European Union Aviation Safety Agency. – 2021. – Режим доступа до ресурсу: <https://www.easa.europa.eu/en/document-library/easy-access-rules/easy-access-rules-large-aeroplanes-cs-25>.
23. Rodden W. P. MSC/NASTRAN Aeroelastic Analysis User's Guide / W. P. Rodden, E. H. Johnson. – Los Angeles: The MacNeal-Schwendler Corp, 1994.
24. ZAERO Version 9.3 Theoretical Manual [Электронный ресурс] // ZONA Technology Inc.. – 2017. – Режим доступа до ресурсу: [https://www.zonatech.com/Documentation/ZAERO%209.3\\_THEO\\_Full\\_Electronic.pdf](https://www.zonatech.com/Documentation/ZAERO%209.3_THEO_Full_Electronic.pdf).
25. Karpel M. Dynamic Response of Aeroservoelastic Systems to Gust Excitation / M. Karpel, B. Moulin, P. C. Chen. // Journal of Aircraft. – 2005. – №42(5). – С. 1264–1272.

26. Lone M. Impact of spanwise non-uniform discrete gusts on civil aircraft loads / M. Lone, G. Dussart. // *The Aeronautical Journal*. – 2019. – №123(1259). – С. 93–120.
27. Yang Y. Aeroelastic dynamic response of elastic aircraft with consideration of two-dimensional discrete gust excitation / Y. Yang, Ch. Yang, Zh. Wu. // *Chin J Aeronaut*. – 2019. – №33(4). – С. 1228–1241.
28. Программа расчета динамического нагружения самолета при полете в беспокойном воздухе / [В. И. Ивантеев, О. А. Кузнецов, В. И. Емельянов та ін.]. – Москва: ЦАГИ, 1980. – 44 с. – (РДК). – (т. III. кн. 1. вип. 7).
29. Ивантеев В. И. Интерактивное многодисциплинное проектирование летательных аппаратов. Руководство пользователя. Версия 10.6 / В. И. Ивантеев, Т. В. Снисаренко, В. Д. Чубань. – Москва: ЦАГИ, 2004.
30. Wright J. R. Introduction to aircraft aeroelasticity and loads / J. R. Wright, J. E. Cooper. – Chichester: John Wiley & Sons, 2008.
31. Кузнецов О. А. Динамические нагрузки на самолет / О. А. Кузнецов. – Москва: Издательство физико-математической литературы (Физматлит), 2008. – 264 с.
32. Joint Aviation Requirements. JAR-25 Large Aeroplanes. Amendment 91/1 – Cheltenham: Joint Aviation Authorities, 1991. – (Civil Aviation Authorities).
33. STANAG 4671 (Edition 1) - Unmanned Aerial Vehicles Systems Airworthiness Requirements (USAR) [Электронный ресурс] // 2009 – Режим доступа до ресурсу: <https://archives.defense.gouv.fr/content/download/552731/9407958/file/4671ed01.pdf>.
34. AEP-4671. Unmanned Aerial Vehicles Systems Airworthiness Requirements (USAR), 2019. – 262 с. – (NATO Standard). – (Allied Engineering Publication).
35. Certification Specifications for Very Light Aeroplanes CS-VLA [Электронный ресурс] // European Union Aviation Safety Agency. – 2009. –

- Режим доступа до ресурсу: <https://www.easa.europa.eu/en/document-library/certification-specifications/cs-vla-amendment-1>.
36. 14 CFR Part 23 – Airworthiness Standards: Normal Category Airplanes (FAR-23) [Электронный ресурс] // Federal Aviation Administration. – 2016. – Режим доступа до ресурсу: <https://www.ecfr.gov/current/title-14/chapter-I/subchapter-C/part-23>.
  37. Авиационные правила. Часть 23. Нормы летной годности гражданских легких самолетов [Электронный ресурс] // МЕЖГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ. – 2014. – Режим доступа до ресурсу: [https://avia.gov.ua/wp-content/uploads/2017/02/Aviatsijni-pravila\\_23.pdf](https://avia.gov.ua/wp-content/uploads/2017/02/Aviatsijni-pravila_23.pdf).
  38. Easy Access Rules for Large Aeroplanes (CS25) (Amendment 26) [Электронный ресурс] // EASA. – 2023. – Режим доступа до ресурсу: <https://www.easa.europa.eu/en/downloads/129018/en>.
  39. Авиационные правила. Часть 25. Нормы летной годности самолетов транспортной категории [Электронный ресурс] // МЕЖГОСУДАРСТВЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ КОМИТЕТ. – 2014. – Режим доступа до ресурсу: [https://avia.gov.ua/wp-content/uploads/2017/02/Aviatsijni-pravila\\_25.pdf](https://avia.gov.ua/wp-content/uploads/2017/02/Aviatsijni-pravila_25.pdf).
  40. 14 CFR Part 25 – Airworthiness Standards: Transport Category Airplanes (FAR-25) [Электронный ресурс] // Federal Aviation Administration. – 2023. – Режим доступа до ресурсу: <https://www.ecfr.gov/current/title-14/chapter-I/subchapter-C/part-25?toc=1>.
  41. DOT/FAA/AR-99/62. Studies of Time-Phased Vertical and Lateral Gusts: Development of Multiaxis One-Minus-Cosine Gust Model [Электронный ресурс] // Federal Aviation Administration. – 1999. – Режим доступа до ресурсу: <http://www.tc.faa.gov/its/worldpac/techrpt/ar99-62.pdf>.
  42. Hoblit F. M. Gust Loads on Aircraft: Concepts and Applications / Hoblit., 1988. – 306 с. – (AIAA education series).

43. Von Karman T. Progress in the Statistical Theory of Turbulence / T. Von Karman. // Proceedings of the National Academy of Sciences. – 1948. – №34(11). – С. 530–539.
44. Ивантеев В. И. Интерактивное многодисциплинное проектирование летательных аппаратов. Версия 10.6 / В. И. Ивантеев, Т. В. Снисаренко, В. Д. Чубань. – Москва, 2004.
45. Ивантеев В. И. Методы расчета собственных форм и частот колебаний самолета на основе интегральных уравнений движения / В. И. Ивантеев, М. А. Стеба. // Труды ЦАГИ. – 1988. – №2405. –С. 22–35.
46. Ивантеев В.И. Некоторые вопросы построения упруго-массовых схем самолета с использованием метода конечных элементов. / В. И. Ивантеев, В. Д. Чубань. // Труды ЦАГИ. – 1988. – №2405. –С. 36–48.
47. Евсеев Д. Д. Алгоритм расчета матриц податливости конструкций летательных аппаратов методом подконструкций применительно к задачам аэроупругости / Д. Д. Евсеев, А. А. Рыбаков. // Ученые записки ЦАГИ. – 1981. – №XII(5). – С. 139–142.
48. Bondar Y. I. Method of reducing design aerodynamic characteristics to the results of drain tests of a transport category aircraft model / Bondar. // Vestnik of the samara state aerospace university. – 2014. – №1(43). – С. 22–29.
49. Woodward F. A. An improved method for the aerodynamic analysis of wing-body-tail configurations in subsonic and supersonic flow. Part 2: Computer program description / Woodward. – Bellevue: Aerorhysics Research Corporation, 1973. – 320 с. – (NASA Contractor Report – 2228)
50. Чубань В. Д. Метод расчета флаттера Т-образного оперения, учитывающий влияние угла атаки и угла установки стабилизатора на критические параметры флаттера / В. Д. Чубань. // Ученые записки ЦАГИ. – 2004. – №XXXV(3-4). – С. 90–99.
51. Singh N. Oscillating thin wings in inviscid incompressible flow / N. Singh, S. Aikat, B. C. Basu. // Aeronautical Journal. – 1989. – №93(927). – С. 272–277.

52. Albano E. A doublet-lattice method for calculating lift distribution on oscillating surfaces in subsonic flow / E. Albano, W. P. Rodden. // *AIAA Journal*. – 1969. – №7(2). – С. 279–285.
53. Appa K. Constant pressure panel method for supersonic unsteady airload analysis / Appa. // *J. Aircraft*. – 1987. – №24 (10). – С. 696–702.
54. Chuban, V.D. Numerical simulation of flutter validated by flight-test data for TU-204 aircraft / V. D.Chuban, V. I. Ivanteyev, B. J. Chudayev, E. P. Avdeyev. // *Computers and Structures*. – 2002. – №80. – С. 2551–2563.
55. Voss G. Investigation on flutter stability of the DLR-F19/SACCON configuration / G. Voss, D. Schaefer, C. Vidy. // *Aerosp. Sci. Technol.* – 2019. – №93(105320). – С. 1–11.
56. UAV aerodynamic design involving genetic algorithm and artificial neural network for wing preliminary computation / [A. Boutemedjet, M. Samardžić, L. Rebhi та ін.]. // *Aerosp. Sci. Technol.* – 2018. – №84. – С. 464–483.
57. Guimarães-Neto A. B. Control-point-placement method for the aerodynamic correction of the vortex- and the doublet-lattice methods / A. B. Guimarães-Neto, R. G. A. da Silva, P. Paglione. // *Aerospace Science and Technology*. – 2014. – №37. – С. 117–129.
58. Mahran M. Aero-elastic characteristics of tapered plate wings / M. Mahran, H. Negm, A. El-Sabbagh. // *Finite Elements in Analysis and Design*. – 2015. – №94. – С. 24–32.
59. Marqui C. R. A reduced order state space model for aeroelastic analysis in time domain / C. R. Marqui, D. D. Bueno, L. C. S. Goes, P. J. P. Gonçalves. // *Journal of Fluids and Structures*. – 2017. – №69. – С. 428–440.
60. Murua J. Applications of the unsteady vortex-lattice method in aircraft aeroelasticity and flight dynamics / J. Murua, R. Palacios, J. M. R. Graham. // *Progress in Aerospace Sciences*. – 2012. – №55. – С. 46–72.
61. Airbus Beluga XL State-of-the-art Techniques to Perform a Ground Vibration Test Campaign of a Large Aircraft [Електронний ресурс] / [C. Stephan, P.



- Lubrina, J. Sinske та ін.] // IFASD. – 2019. – Режим доступу до ресурсу: <https://hal.science/hal-02339579/document>.
62. AIRBUS A350 XWB GVT - State of the art techniques to perform a faster and better GVT Campaign [Електронний ресурс] / [P. Lubrina, S. Giclais, C. Stéphan та ін.] // IMAC. – 2014. – Режим доступу до ресурсу: <https://onera.hal.science/hal-01059708/file/DADS13032.1394803171.pdf>.
  63. Кузнецов О. А. Опыт корректирования расчетной динамической схемы по результатам резонансных испытаний / О. А. Кузнецов, В. И. Смыслов. // Ученые записки ЦАГИ. – 1979. – №10(6). – С. 99–112.
  64. Integrated Numerical and Experimental Investigations of the Active/Passive Aeroelastic Concepts on the European Research Aeroelastic Model EuRAM / S.Kuzmina, F. Ishmuratov, M. Zichenkov, V. Chedrik. // ASDJournal. – 2011. – №2(2). – С. 31–51.
  65. Tang D. Experimental Aeroelastic Models Design and Wind Tunnel Testing for Correlation with New Theory / D. Tang, E. H. Dowell. // Aerospace. – 2016. – №3(2)12. – С. 1–25.
  66. Murphy P. C. Nonlinear Unsteady Aerodynamic Modeling Using Wind-Tunnel and Computational Data / P. C. Murphy, V. Klein, N. T. Frink. // Journal of Aircraft. – 2017. – №54:2. – С. 659–683.
  67. Бондар Ю. И. Влияние эффектов статической аэроупругости на перераспределение аэродинамической нагрузки по стреловидному крылу упругого самолета / Ю. И. Бондар // Гіротехнології, навігація, керування рухом: VIII Між-нар. наук-техн. конф. – Київ: НТУУ «КПІ», 2011. – С. 96–104.
  68. Dealing with Complexity through Advanced Control Techniques / [P. Bidaud, L. Burlion, H. De Plinval та ін.]. // Aerospace Lab Journal. – 2016. – №12(13). – С. 1–18.

69. Stenfelt G. Design and construction of aeroelastic wind tunnel models / G. Stenfelt, U. Ringertz. // The Aeronautical Journal. – 2015. – №119(1222). – С. 1585–1599.
70. Model Updating and Aeroelastic Correlation of a Scaled Wind Tunnel Model for Active Flutter Suppression Test / D.Di Leone, F. Lo Balbo, A. De Gaspari, S. Ricci. // Aerospace. – 2021. – №8(11)334. – С. 1–25.
71. On the Design of Aeroelastically Scaled Models of High Aspect-Ratio Wings / [F. Afonso, M. Coelho, J. Vale та ін.]. // Aerospace. – 2020. – №7(11)166. – С. 1–18.
72. Альхимович Н. В. О флаттере крыла при большой дозвуковой скорости полета / Н. В. Альхимович, Я. М. Пархомовский, Л. С. Попов. // Труды ЦАГИ. – 1948.
73. Осьминин Р. И. Некоторые особенности исследования нагружения динамически подобных моделей порывами неспокойного воздуха / Р. И. Осьминин. // Труды ЦАГИ. – 1992. – №2481.
74. Исследования нагрузок, действующих на самолет при полете в неспокойном воздухе / В. И. Лыщинский, Н. Н. Корчемкин, О. А. Кузнецов, В. М. Чижов. // Труды ЦАГИ. – 1964.
75. Бондарь Ю. И. Математическая модель крыла упругого самолета и влияние ее параметров на внешние нагрузки, полученные с учетом эффектов статической аэроупругости / Ю. И. Бондарь. // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. унта им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – 2012. – №53. – С. 144–151.
76. Амелкина М. А. Системное математическое обеспечение обработки эксперимента / М. А. Амелкина, Ю. М. Вышинков // Третье Всесоюзное совещание «Экспериментальные методы и аппаратура для исследования турбулентности» / М. А. Амелкина, Ю. М. Вышинков. – Новосибирск, 1980. – (Збірник доповідей). – С. 193–188.

77. Бородецкий М. Д. Программное обеспечение АСНП ИТПМ. Вторичная обработка результатов аэродинамического эксперимента / М. Д. Бородецкий, С. И. Шпак, А. М. Харитонов. – Москва: Высшая школа, 1980. – 240 с.
78. Горват А. А. Методи обробки експериментальних даних з використанням MS Excel: Навчальний посібник / А. А. Горват, О. О. Молнар, В. В. Мінькович. – Ужгород: УжНУ “Говерла”, 2019. – 160 с.
79. Ліхоузова Т. А. Теорія імовірностей та математична статистика / Т. А. Ліхоузова. – Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2018. – 341 с. – (Електронне мережне навчальне видання).
80. Himmelblau D. M. Process Analysis by Statistical / D. M. Himmelblau. – New York. London. Sydney. Toronto: John Wiley & Sons, 1970. – С. 474.
81. Бондар Ю. І. Технології розрахунків зовнішніх навантажень на несучі поверхні літака / Ю. І. Бондар, В. В. Сухов. // Механіка гіроскопічних систем. – 2010. – №21. – С. 141–150.
82. Бондар Ю. І. Прилади та інженерні технології визначення зовнішніх навантажень на несучі поверхні літака / Ю. І. Бондар, В. П. Зінченко // Приладобудування 2010, стан та перспективи: IX Між-нар. наук-техн. конф. – Київ: НТУУ «КПІ», 2010. – С. 112.
83. Stodieck O. Slender-Wing Beam Reduction Method for Gradient-Based Aeroelastic Design Optimization / O. Stodieck, J. E. Cooper, S. A. Neild, M. N. Lowenberg, L. Iorga// AIAA Journal. – 2018. – №26(3).– С. 1–17.
84. Лурье А. И. Аналитическая динамика / А. И. Лурье. – Москва: Физматгиз, 1961. – 824 с.
85. Ляховенко И. А. К вопросу определения динамического нагружения упругой балки / И. А. Ляховенко. // Труды ЦАГИ. – 2002. – №2658.
86. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле / П. Тимошенко. – Москва: Физматгиз, 1967.

87. Белоцерковский С. М. Крыло в нестационарном потоке газа / С. М. Белоцерковский, Б. К. Скрипач, В. Г. Табачников. – Москва: Наука, 1971.
88. Карклэ П. Г. Аэродинамика, динамика полета и прочность / П. Г. Карклэ. – Москва: Машиностроение, 2002. – (Теоретические основы аэроупругости. Энциклопедия.). – (Том IV; кн. 1).
89. Бондарь Ю. И. Средства и методы расчета нагрузок на несущие поверхности летательного аппарата с учетом эффектов статической аэроупругости на дозвуковых скоростях полета / Ю. И. Бондарь, В. П. Зинченко. // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии: сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – 2009. – №44. – С. 13–20.
90. Бондар Ю. И. Комплекс программ расчета нагрузок на крыло сложной пространственной конфигурации с учетом эффектов статической аэроупругости / Ю. И. Бондар, В. П. Зинченко // Гіротехнології, навігація, керування рухом: VII Між-нар. наук-техн. конф. – Київ: НТУУ «КПІ», 2009. – С. 132–138.
91. Basutkar A. Frequency Analysis of Aircraft Wing Using FEM / A. Basutkar, K. Baruah, S. K. Kudari. – Singapore: Springer, 2020. – 527–533 с. – (Recent Trends in Mechanical Engineering). – (Lecture Notes in Mechanical Engineering).
92. Kwaśniewski L. Application of grid convergence index in FE computation / Kwaśniewski. // Bulletin of the Polish Academy of Sciences. Technical Sciences. – 2013. – №61(1). – С. 123–128.
93. Salas M. D. Some observations on grid convergence / M. D. Salas. // Computers & fluids. – 2006. – №35. – С. 688–692.
94. Santhosh K. N. Finite Element Analysis and Vibration Testing of a Simple Replicate Beam-Type Aircraft Wing with and without Secondary Structure Attached / K. N. Santhosh, Y. Yihun, M. L. Hamid. // Int J Aeronautics Aerospace Res.. – 2015. – №2(3). – С. 27–38.

95. Программа сертификационных наземных частотных испытаний планера и органов управления самолета Ан-178-100Р №001 с двигателями Д-436-148ФМ – Київ: ДП «Антонов», 2021. – 19 с. – (Программа испытаний; № 178.00.166.187ПР).
96. Аэродинамический возбудитель колебаний (АВК) Выписка из Технического отчета ГП «Антонов» № 178.00.253.067.Д1-22 «Наземные частотные испытания АВК в составе самолета Ан-178 №001» – Київ: ДП «Антонов», 2022. – 14 с. – (Выписка; № 178.00.163.264.ВО).
97. «Наземные частотные испытания АВК в составе самолета Ан-178 №001 – Київ: ДП «Антонов», 2022. – 114 с. – (Технический отчет; № 178.00.253.067.Д1-22).
98. Наземные частотные испытания опытного самолета Ан-178 №001 – Київ: ДП «Антонов», 2020. – 210 с. – (Технический отчет; № 178.00.253.011.Д1-15).
99. Руководство для конструкторов по проектированию самолетов – Москва: ЦАГИ, 1993. – (Руководство для конструкторов по проектированию самолетов Т. III, кн.2, вып. 6).
100. Самолет Ан-178 №001. Летные испытания. Достигнутые параметры полета – Київ: ДП «Антонов», 2019. – 14 с. – (Техническая справка; № 178.00.141.019.Д15).
101. Самолет Ан-178 №001. Инженерный анализ нагруженности агрегатов самолета на этапе предварительных летных испытаний – Київ: ДП «Антонов», 2017. – (Инженерный анализ; № 178.00.141.015.Д15).

## Додаток А

### Перелік публікацій здобувача

*Публікації, в яких представлені основні наукові результати дисертації:*

Стаття у періодичному науковому виданні, проіндексованому у базах даних Web of Science Core Collection та Scopus:

1. Hevko B. Comparison of two methods to calculate external loads at flight in continuous turbulence/ B. Hevko, Y. Bondar // Aviation. – 2022. – №26(3).– С. 160–168. ISSN 1648-7788. DOI: [doi.org/10.3846/aviation.2022.17788](https://doi.org/10.3846/aviation.2022.17788) (Scopus, Q4)

Статті у наукових виданнях, включених на дату опублікування до переліку наукових фахових видань України:

2. Гевко Б.А. Методи визначення аеродинамічних навантажень під час польоту у безперервній турбулентності / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Механіка гіроскопічних систем. – 2019. – №38.– С. 60–69. ISSN 0203-3771. DOI: [doi.org/10.20535/0203-3771382019202992](https://doi.org/10.20535/0203-3771382019202992) (Фахове видання)

3. Гевко Б.А. Вплив режиму польоту на величину навантажень від неспокійного повітря / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Механіка гіроскопічних систем. – 2021. – №42.– С. 117–127. ISSN 0203-3771. DOI: [doi.org/10.20535/0203-3771422021268893](https://doi.org/10.20535/0203-3771422021268893) (Фахове видання, “Б”)

*Публікації, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:*

4. Гевко Б.А. Алгоритм визначення навантажень при польоті в неспокійному повітрі / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 9-10 груд. 2019р.:тези допов. – Київ, 2019. – С.7.

5. Гевко Б.А. Особливості навантаження крила літака при польоті в турбулентному повітрі / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар // Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 2-го груд. 2020р.:тези допов. – Київ, 2020. – С.17–19.

6. Hevko B. Turbulence loads on the wing of the turbojet airplane / B. Hevko, Y. Bondar // XIII international students and young scientists conference "Intelligence. Integration. Reliability". 9-го груд. 2020р.:тези допов. – Київ, 2020. – С.7–8.

7. Гевко Б.А. Модальний аналіз конструкції літака / Б.А. Гевко, Ю.І. Бондар, А.А. Чуприна // Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 1-го груд. 2021р.:тези допов. – Київ, 2021. – С. 3–5.

8. Hevko B. Dynamic response of an elastic aircraft / B. Hevko, Y. Bondar // XIV international students and young scientists conference "Intelligence. Integration. Reliability". 7-го груд. 2021р.:тези допов. – Київ, 2021. – С. 14–15.

9. Гевко Б.А. Вісь жорсткості агрегатів транспортного літака / Б.А. Гевко // Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку: наук.-практ. конф., 7-го груд. 2022р.:тези допов. – Київ, 2022. – С.11–13.

## Додаток Б

### Порівняння IMAD та ДНВ

В таблиці Б.1 наведено порівняльну характеристику програм ДНВ та IMAD, що використовуються ДП «АНТОНОВ» для визначення навантажень, що діють на крило літака при польоті в неспокійному повітрі.

Таблиця Б.1 – Порівняння ДНВ та IMAD

Критерій	ДНВ	IMAD
Інтерфейс	Введення даних здійснюється за допомогою таблиць Excel	Власний, всі дії виконуються в середовищі IMAD
Візуалізація	Відсутня	3Д візуалізація заданої геометрії ЛА, графіки заданого розподілу масово-інерційних характеристик, графіки обчислених навантажень.
<b>Пружно-масова модель</b>		
Опис конструкції ЛА	Балочна схематизація, планер описується дев'ятьма балками: Фюзеляж - 2 балки Консолі крил - по 2 балки ГО - 2 балки (ліва, права консоль) ВО - 1 балка	Балочна схематизація. Елементи планеру задаються як ієрархічна структура, елементами якої є підконструкції (частини крила, рулі, відсіки фюзеляжу, і т.д.)
Опис балок	До 11 рівновіддалених перерізів на одній балці	Розбивка балок може бути довільною.
Симетрія	При симетрії описується лише одна сторона (права)	При симетрії описується лише одна сторона (права)
К-сть двигунів, підвішених вантажів	4 - у вигляді пружних балок 6 - у вигляді зосереджених вантажів	Довільна
<b>Аеродинамічна модель</b>		
Метод розрахунку аеродинамічних сил	- заданих циркуляцій; - дискретних вихорів (передбачений у коді ДНВ, але через Excel відсутня можливість ним скористатися)	- дипольної решітки; - дипольної решітки та постійних тисків; - вихрової решітки; - панельний високого порядку.
Моделювання аеродинамічних поверхонь	Задається циркуляція в кожному перерізі балок.	Використовуються тілесні, крилові та площинні аеродинамічні поверхні, що розбиваються на панелі, можна задати розподіл цих панелей незалежно від розподілу перерізів балок, але в межах однієї підконструкції
Балансування ЛА	Аеродинамічне, за рахунок відхилення руля висоти	Аеродинамічне, за рахунок відхилення руля висоти



Кінець таблиці Б.1

Критерій	ДНВ	IMAD
Можливість розрахунків	- Дискретний порив; - Безперервна турбулентність	- Дискретний порив; - Безперервна турбулентність
Тип потоку	- Стаціонарний	- Нестационарний; - Стаціонарний
Розрахункові умови		Для безперервної турбулентності лише в межах АП-25 та FAR-25. При спробі задати швидкості відмінні від $V_c$ та $V_d$ – помилка.
Відхилення аеродинамічних поверхонь, зміна тяги двигунів.	Відсутнє	Можна додатково задати відхилення елеронів та руля напрямку. Потребує додаткового опису і задання системи керування.
<b>Результати розрахунків</b>		
Кількість тонів пружних коливань	До 12	До 50, можливо і більше, але тоді суттєво зростає час розрахунків, а значення навантажень при 25 та при 50 тонах відрізняються не більше ніж на 0,1-0,2%.
Вихідні дані:	Обчислюються та виводяться у таблиці одночасно.	Вивід результатів здійснюється вибірково, шляхом розміщення спеціальних "датчиків" в потрібних точках при описі конструкції ЛА. За один раз розраховуються лише 10-20 силових факторів, тому доводиться запускати розрахунок кілька разів.
Крило	$Q_y, M_x, M_z, n_y$	Всі складові силових факторів та перевантажень: $Q_x, Q_y, Q_z, M_x, M_y, M_z, n_x, n_y, n_z$
Фюзеляж	$Q_y, M_z, n_y$	
Оперення	-	
Двигуни	$n_y, n_z$	
Центр мас	$n_y$	
<b>Значення навантажень</b>	Для крила Ан-148	Для крила Ан-148
Дискретний порив	$M_z$ до двигуна більший до 30%, а після – навпаки менший на 60%÷70%	$Q_y$ менший до 14% $M_x$ менший до 7%
Безперервна турбулентність	Різниця значень аналогічна з дискретним поривом.	Абсолютні значення навантажень від дискретного пориву на кілька відсотків більші на закінцівках крила, а від безперервної турбулентності більші в межах 4% в зоні 0÷0,7-0,9 розмаху.

Нижче на рисунках Б.1–Б.3 наведено порівняння значень навантажень на крило літака при польоті в неспокійному повітрі, обчислених за допомогою ДНВ та IMAD.

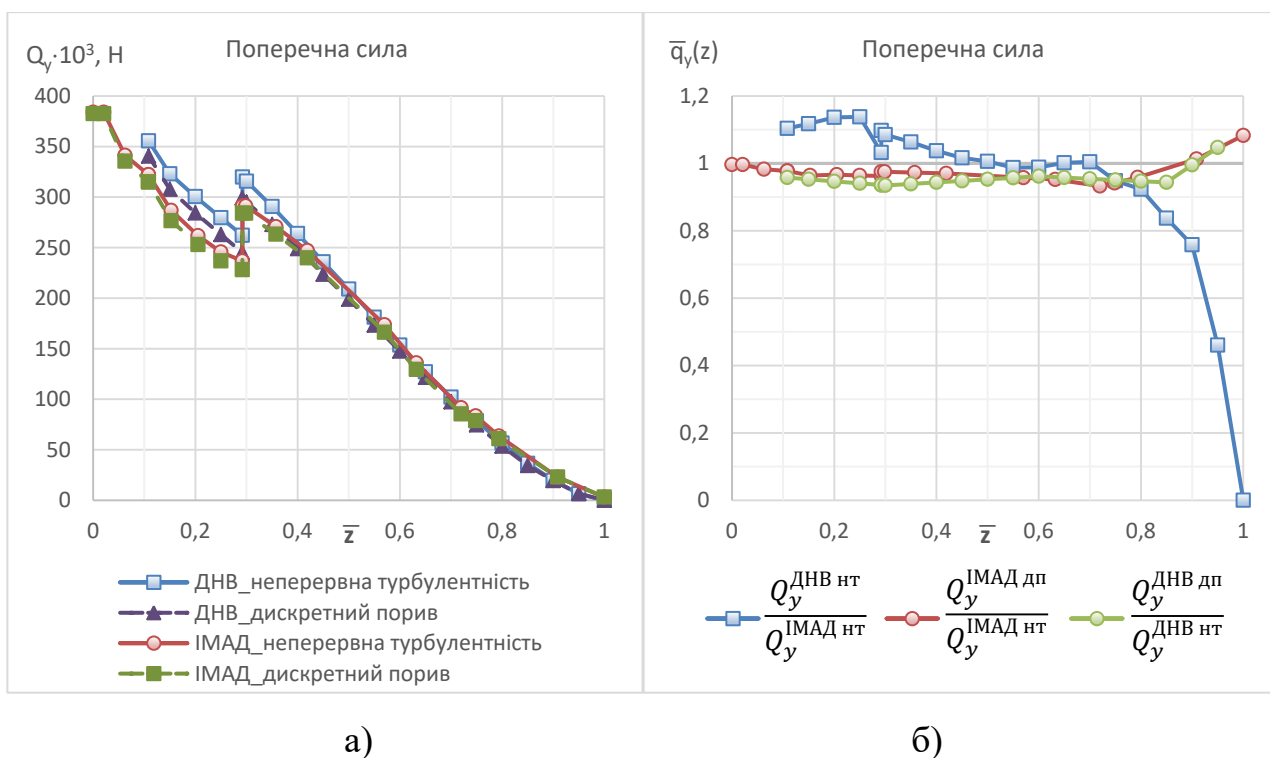


Рисунок Б.1 – Порівняння обвідних обчислених поперечних сил  $Q_y$  на крило літака: а) абсолютні значення; б) відносне порівняння

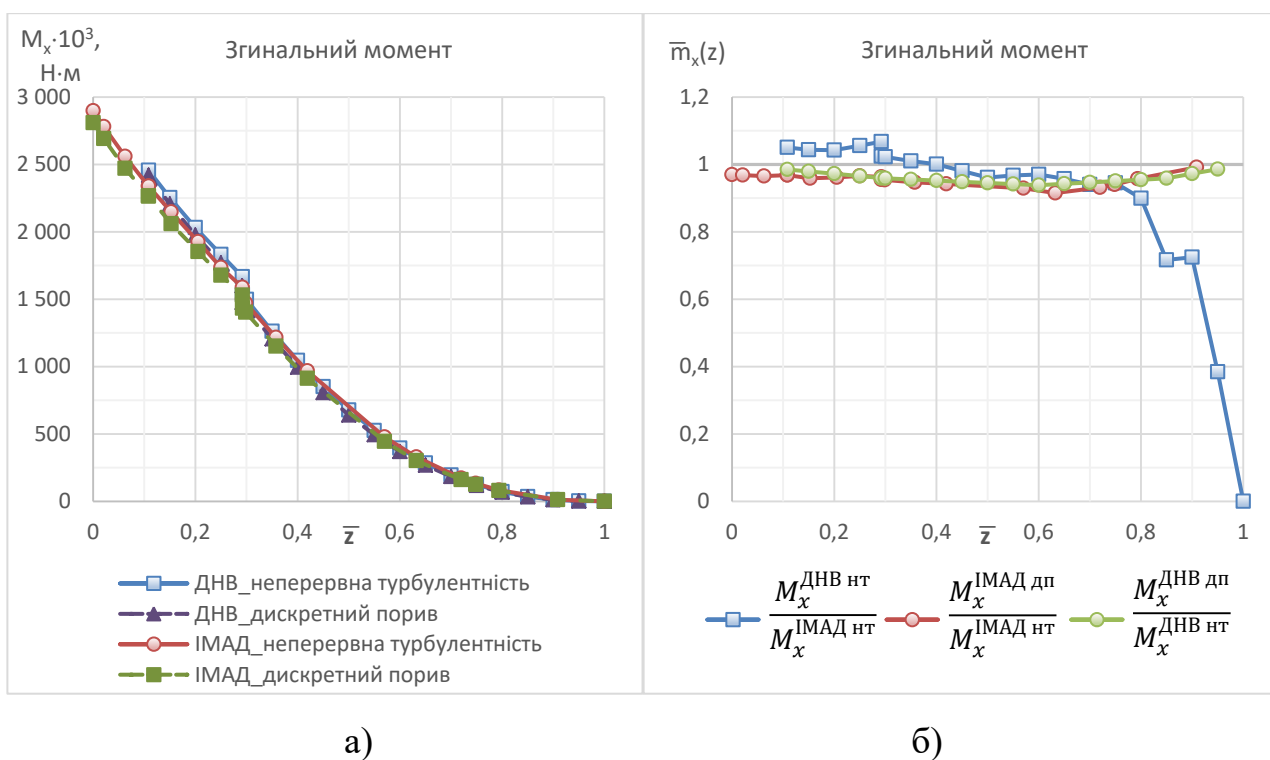
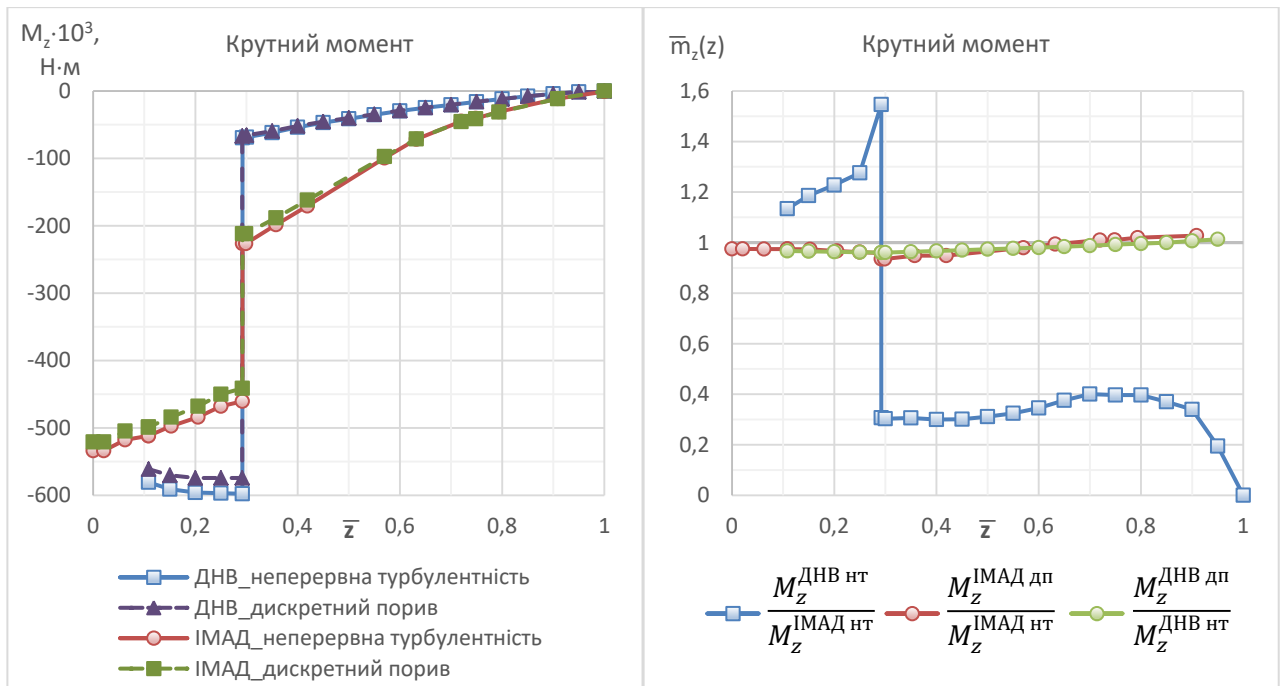


Рисунок Б.2 – Порівняння обвідних обчислених згинальних моментів  $M_x$  на крило літака: а) абсолютні значення; б) відносне порівняння



а)

б)

Рисунок Б.3 – Порівняння обвідних обчислених крутних моментів  $M_z$  на крило літака: а) абсолютні значення; б) відносне порівняння

## Додаток В

### Акт впровадження на ДП «АНТОНОВ»



**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Головний конструктор з міцності  
ДП «АНТОНОВ»

Секретар НТР ДП «АНТОНОВ»  
Кандидат технічних наук

**Олександр СЕМЕНЕЦЬ**

« 14 » 09 2023 р.

#### АКТ

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Гевка Богдана Андрійовича

на тему «Модель зовнішніх навантажень на пружне крило літака транспортної  
категорії при польоті в неспокійному повітрі»

Науково-технічна комісія у складі начальника відділу В.А. Знови, начальника сектору Т.М. Фрідрік, начальника сектору Д.М. Пайдасі та провідного конструктора В.В. Мітраховіча склала даний Акт про те, що на ДП «АНТОНОВ» впроваджено наступні результати дисертаційної роботи:

1. Метод побудови пружно-масових балкових моделей літака для розрахунків зовнішніх навантажень, в тому числі з урахуванням ефектів аеропружності.
2. Методику розрахунку навантажень на крило літака при польоті в неспокійному повітрі, що відповідає закордонним вимогам норм льотної придатності CS-25 та FAR-25.
3. Алгоритм обробки та аналізу навантажень на крило літака виміряних під час польоту.

Впровадження вказаних технологій дозволило:

1. Підвищити точність визначення форм та частот власних коливань конструкції літака до 2,5%.
2. На 6% скоротити час розрахунку навантажень від поривів та безперервної турбулентності.
3. Зменшити до 2% різницю між обчисленими та досягнутими у льотних випробуваннях навантаженнями на крило літака.

Комісія відзначає, що матеріали розрахунків та досліджень, отриманих з допомогою запропонованих у дисертаційній роботі нових наукових методів та моделей, були використані при міцнісних дослідженнях літака Ан-178 на етапах проектування і доводки, а також використовуються при проектуванні перспективних літаків.

Комісія відзначає високий науковий рівень виконаних робіт і вважає, що реалізовані методи і алгоритми слугують вирішенню важливої науково-технічної задачі, що має практичне значення для забезпечення міцності конструкції крила при створенні перспективних зразків авіаційної техніки.

Начальник РДВ-1

*В. Зноба*  
14.08.23

**Валерій ЗНОВА**

Начальник сектору 70141

*Т. Фрідрік*  
14.09.2023

**Тетяна ФРІДРІК**

Начальник сектору 70163

*Д. Пайдасі*  
14.09.2023

**Дмитро ПАЙДАСІ**

Провідний конструктор

*В. Мітраховіч*  
14.09.2023

**Володимир МІТРАХОВІЧ**