

**ВІДГУК**  
офіційного опонента на дисертаційну роботу  
Мазурика Романа Володимировича  
на тему «**Метод базових та згладжувальних рішень для аналізу статичної деформації геометрично-нелінійних одновимірних систем**»,  
представлену на здобуття ступеня доктора філософії  
в галузі знань 11 Математика та статистика  
за спеціальністю 113 Прикладна математика

**Актуальність теми дисертації.** При формулюванні задач про пружне деформування твердих тіл, як правило, враховують два основні типи нелінійності, відомі як фізична і геометрична. Урахування обох типів нелінійності суттєво ускладнює побудову розв'язків відповідних задач конвенційними методами. Відтак, зазвичай такі задачі розв'язують з використанням методів лінеаризації, які передбачають певні ітераційні процеси уточнення розв'язку. Однак, використання такого підходу виявляється не завжди ефективним. Зокрема, для довгих гнучких систем у процесі ітераційної побудови розв'язку сама геометрія тіла стає іншою, а відтак змінюються внутрішня система векторів і координат, що спричинює зміну фіктивних компонент зовнішнього навантаження та впливає на вигляд ключових диференціальних рівнянь. Тому постає необхідність розроблення нових нетривіальних розрахункових схем і алгоритмів для підвищення ефективності методів розв'язування нелінійних задач деформування.

Актуальність проблематики окреслюється також визначним прикладним значенням такого класу задач, результати яких використовуються, зокрема, для проектних розрахунків гнучких медичних приладів (наприклад, ендоскопів), розбірних деформованих будівельних конструкцій (палаток, манежів, куполів та ін.), різноманітного спортивного обладнання (жердин, ракеток тощо), вантових мостових чи підвісних конструкцій і т.д. Крім того, геометрично-нелінійний аналіз застосовний для геометричного моделювання, де гостро стоїть потреба адекватності симульованих комп'ютером процесів деформування та руху на основі нелінійних початково-крайових задач для диференційних рівнянь деформування балок чи гнучких ниток. Слід також зауважити, що спеціально розроблені віртуальні застосунки часто переважають за точністю і швидкодією комерційні програми, створені для аналізу реальних тіл, що доволі широко відображені у сучасній науковій літературі. Проте, більшість розробок мають доволі вузьке застосування і не підкріплена достатніми тестовими перевірками.

Переважна більшість розроблених числових методик ґрунтуються на використанні методу скінчених елементів, який передбачає мінімізацію енергії деформації для заздалегідь выбраних залежностей деформування всередині кожного окремого елемента, і невідомих значень переміщень вузлових точок. Очевидно, що побудовані у такий спосіб функції, не цілком адекватно моделюють реальні диференційні залежності між фізичними і геометричними параметрами нелінійних задач. Відтак вони часто проявляють деякі небажані наслідки, наприклад, «запирання» (локінг), що проявляється при розв'язанні задач, де окрім згинальної деформації, враховано деформації розтягу чи зрізу. Крім того, існуючі підходи залежать від вибору початкового положення системи, яке зазвичай є невідомим і вимагає реконструкції, наприклад, при моніторингу стану протяжних конструкцій.

У дисертаційній роботі розроблено метод, який відкриває можливість здійснення розрахунків довгих гнучких тіл, не зважаючи на початкове положення системи та послабленими обмеженнями на уточнення параметрів системи. Розглянуто дві геометрично-нелінійні моделі довгих гнучких тіл – балки та гнучкої нитки, і запропоновано комбіновані методи їх застосування.

**Оцінка обґрунтованості наукових результатів дисертації, їх достовірності та новизни.** Наукова новизна результатів дисертаційного дослідження полягає в наступному.

Запропоновано використовувати розривні елементи, між якими існує початкова неузгодженість (розриви) за кінематичними та силовими параметрами. Ця неузгодженість ліквідується за допомогою певних поправок. Цей метод названо методом базових розривних рішень (БРР) та згладжувальних рішень (ЗР). Для кожного елемента використовується власна локальна система координат, відносно якої шукається ЗР. В такій інтерпретації метод є новим варіантом відомого коротаційного підходу. Проте, на відміну від існуючих методів, де локальна система координат є частково прямолінійною, автор уперше розглядає БРР як криволінійну ділянку (елемент кола чи гвинтової лінії). На відміну від існуючих методів, БРР є розривним і дає змогу використання довільної початкової геометрії. Процедура уточнення є динамічною і корегується коефіцієнтом уточнення, що враховує збіжність чи розбіжність результатів на двох послідовних ітераціях, демонструючи велику швидкість збіжності, де кількість необхідних ітерацій є на порядки менше, ніж при використанні відомих методах.

У доповнення до відомого точного аналітичного розв'язку для канату (ланцюгової лінії), де враховується лише навантаження вздовж однієї координатної осі і не враховується його видовження, вперше запропоновано альтернативний аналітичний розв'язок диференційних рівнянь четвертого порядку для дефор-

мування гнучкої нитки. Його побудовано як суму БРР як ділянки кола та ЗР. Цей розв'язок дає змогу точного врахування довільного видовження нитки, а також розглядати дію зовнішнього навантаження в двох напрямках. Розв'язок подано у вигляді, зручному для застосування у методі початкових параметрів.

Побудовано аналітичний розв'язок диференційних рівнянь шостого порядку для деформування балки як суму БРР для ділянки кола та ЗР у вигляді, зручному для застосування у методі початкових параметрів. Додатково, для майже прямих ділянок (кут дуги кола не перевищує  $2^\circ$ ), отримано розвинення цих розв'язків в ряди Тейлора для забезпечення збіжності комп'ютерного ітераційного процесу.

Запропоновано підхід до комбінованого спряження гнучкої нитки та балки, коли внутрішня частина тіла моделюється як гнучка нитка, а біля границь використовується модель балки. Даний підхід дає змогу зменшити кількість елементів та підвищити ефективність розрахунків.

Запропоновано базовий розв'язок для просторового елемента у вигляді гвинтової лінії, в якому всі геометричні параметри однозначно пов'язані з системою базисних глобальних моментів та характеристиками жорсткості перерізу, що дає хорошу точність розв'язків навіть без використання ЗР.

Отже, у дисертаційній роботі поставлене наукове завдання виконано повністю, а здобувач повною мірою оволодів методологією наукової діяльності.

**Оцінка змісту дисертації, її завершеність та дотримання принципів академічної доброчесності.** За своїм змістом дисертаційна робота здобувача Мазурика Р.В. повністю відповідає Стандарту вищої освіти зі спеціальності 113 Прикладна математика та напрямкам досліджень відповідно до освітньої програми 46343 Прикладна математика.

Дисертаційна робота є завершеною науковою працею і свідчить про наявність особистого внеску здобувача у науковий напрям математичного моделювання гнучких ниток та геометрично-нелінійних балок.

Дисертація складається зі вступу, чотирьох розділів, висновків, списку літератури та додатків. Загальний обсяг дисертації 211 сторінок.

У *вступі* наведено загальні характеристики роботи, сформульовано її мету та завдання, запропоновано методи дослідження, наведено наукову та практичну новизну отриманих результатів. Також наведено відомості про публікації та апробацію результатів роботи, наведено інформацію про зв'язок дослідження з програмами в рамках науково-дослідної роботи.

У *першому розділі* розглянуто задачу про деформування довгих гнучких тіл. Описано стан вивчення проблеми математичного моделювання балок і гнучких ниток, використання балкових спайнів і кількісного поняття естетич-

ної міри кривої. Висвітлено різні підходи до моделювання просторових систем, зокрема, за допомогою гвинтової лінії. Особливу увагу приділено коротаційній постановці задачі моделювання. Проаналізовано тенденції розвитку методу початкових параметрів та методу скінченних елементів. Продемонстровано широку сферу застосування даного типу задач.

У другому розділі розглянуто задачі моделювання плоских та просторових систем з гнучких ниток. Запропоновано новий метод базових та згладжувальних розв'язків, що не залежить від вибору початкової геометрії. Для порівняння наведено популярний метод стрільби, який за певних умов не може забезпечувати збіжність результатів і бути основою розрахункових алгоритмів. Ефективність застосування методу базових та згладжувальних розв'язків порівняно з відомими в літературі для типових прикладів. Встановлено, що цей метод потребує на порядок менше розрахункових елементів у порівнянні з іншими методами.

Третій розділ стосується розроблення методу базових та згладжувальних розв'язків для вивчення деформування геометрично-нелінійних балок з прикладами розрахунку. Вперше запропоновано застосування комбінованої системи з балок та гнучких ниток, коли в зоні опор, контактів, чи дії зосереджених сил, застосовуються балкові елементи, а для решти – гнучкі нитки. Показано, що метод базових та згладжувальних розв'язків можна застосовувати для задач геометричного моделювання.

У четвертому розділі узагальнено метод базових та згладжувальних розв'язків на просторовий випадок деформування геометрично-нелінійних балок з використанням відомих в літературі прикладів. Порівняння результатів показало, що базового розв'язку є достатньо для досягнення високої точності за значно меншої кількості елементів, ніж в рамках застосування інших лінійних моделей.

Дисертаційну роботу оформлено відповідно до вимог наказу МОН України від 12 січня 2017 р. № 40 «Про затвердження вимог до оформлення дисертації».

Розглянувши звіт подібності за результатами перевірки дисертаційної роботи на текстові співпадіння, можна зробити висновок, що дисертаційна робота Мазурика Романа Володимировича є результатом самостійних досліджень здобувача і не містить елементів фальсифікації, компіляції, фабрикації, plagiatu та запозичень. Використані ідеї, результати і тексти інших авторів мають належні посилання на відповідне джерело.

**Мова та стиль викладення результатів.** Матеріал викладено логічно та послідовно з достатнім ступенем аргументації. Висновки до розділів і в цілому до дисертації ґрунтуються на результатах глибоких теоретичних розробок і

всестороннього аналізу розглядуваних процесів. Роботу виконано на належному науковому рівні, технічно грамотно, викладено державною мовою з дотриманням необхідних вимог.

**Оприлюднення результатів дисертаційної роботи.** Наукові результати дисертації висвітлено у 4-х наукових публікаціях здобувача, серед яких: 1 стаття у наукових виданнях, включених на дату опублікування до переліку наукових фахових видань України; 4 статті у періодичних наукових виданнях, проіндексованих у базах даних Web of Science Core Collection та/або Scopus, з яких 3 статей у виданнях, віднесені до першого — третього квартилів (Q1—Q3) відповідно до класифікації SCImago Journal and Country Rank або Journal Citation Reports. Також результати дисертації були апробовані на 3 наукових фахових конференціях. Усі публікації здобувача мають належний науковий рівень з дотриманням принципів академічної добросовісності.

Це дає підстави стверджувати, що результати роботи достатньою мірою оприлюднені у фаховій літературі з широкою читальською аудиторією та достатньою мірою апробовані.

**Недоліки та зауваження до дисертаційної роботи.** До дисертаційної роботи можна зробити наступні зауваження.

1. У роботі не завжди вдало вжито деякі загальні терміни та поняття, зокрема, метод, методологія, підхід. Є низка дискусійних використань термінології, зокрема, термінів «рішення», «кінцеві елементи» тощо. Допущено низку граматичних, пунктуаційних та стилістичних огріхів (наприклад, «для заздалегідь вибраних степенях свободи», с. 3; «неперервність загального рішення тіла», с. 6; «критерії для яких», с. 6; «вважається що», с. 23, і т.д.).
2. При порівнянні методів абсолютних координат і методу стрільби (п. 2.1) не наведено чіткі критерії збіжності методу стрільби, а лише деякі приклади початкової геометрії для здійснення розрахунку.
3. У роботі запропоновано альтернативний до відомого ще з часів Ейлера розв'язок для ланцюгової лінії. Проте обидва розв'язки могли б використовуватися як згладжувальний розв'язок в рамках запропонованого загального підходу для канатів. В роботі не надано уваги доведенню переваг запропонованого альтернативного розв'язку.
4. У роботі використано коефіцієнт обмеження максимальної зміни базової геометрії при розрахунку, проте не обґрунтовано, яким чином обирались обмеження по максимальній зміні параметрів.

5. Для повнішого висвітлення можливостей запропоновано методу, було б доцільно розглянути складніші приклади просторових задач моделювання гнучкої нитки, зокрема, з більш вираженим розтягом системи.

Зроблені зауваження мають характер побажань і не применшують загальну наукову новизну та практичну значимість результатів та не впливають на позитивну оцінку дисертаційної роботи.

**Висновок про дисертаційну роботу.** Вважаю, що дисертаційну роботу здобувача ступеня доктора філософії Мазурика Романа Володимировича «Метод базових та згладжувальних рішень для аналізу статичної деформації геометрично-нелінійних одновимірних систем» виконано на належному науковому рівні з дотриманням принципів академічної добродетелі. Робота є закінченим науковим дослідженням, а сукупність її теоретичних та практичних результатів повністю розв'язує поставлене наукове завдання, що має істотне значення для розвитку методологічних можливостей прикладної математики. Дисертаційна робота за актуальністю, практичною цінністю та науковою новизною повністю відповідає чинним вимогам, що передбачені в п.6 – 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44. Вважаю, що здобувач Мазурик Роман Володимирович заслуговує на присудження ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 113 Прикладна математика

**Офіційний опонент:**

заступник директора з наукової  
роботи Інституту прикладних  
проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача, д.ф.-м.н.,  
чл.-кор. НАН України

Юрій ТОКОВИЙ

13 травня 2024 року

5. Для повнішого висвітлення можливостей запропоновано методу, було б доцільно розглянути складніші приклади просторових задач моделювання гнучкої нитки, зокрема, з більш вираженим розтягом системи.

Зроблені зауваження мають характер побажань і не применшують загальну наукову новизну та практичну значимість результатів та не впливають на позитивну оцінку дисертаційної роботи.

**Висновок про дисертаційну роботу.** Вважаю, що дисертаційну роботу здобувача ступеня доктора філософії Мазурика Романа Володимировича «Метод базових та згладжувальних рішень для аналізу статичної деформації геометрично-нелінійних одновимірних систем» виконано на належному науковому рівні з дотриманням принципів академічної добросердечності. Робота є закінченим науковим дослідженням, а сукупність її теоретичних та практичних результатів повністю розв'язує поставлене наукове завдання, що має істотне значення для розвитку методологічних можливостей прикладної математики. Дисертаційна робота за актуальністю, практичною цінністю та науковою новизною повністю відповідає чинним вимогам, що передбачені в п.6 – 9 «Порядку присудження ступеня доктора філософії та скасування рішення разової спеціалізованої вченої ради закладу вищої освіти, наукової установи про присудження ступеня доктора філософії», затвердженого Постановою Кабінету Міністрів України від 12 січня 2022 р. № 44. Вважаю, що здобувач Мазурик Роман Володимирович заслуговує на присудження ступеня доктора філософії в галузі знань 11 Математика та статистика за спеціальністю 113 Прикладна математика

**Офіційний опонент:**

заступник директора з наукової  
роботи Інституту прикладних  
проблем механіки і математики  
ім. Я. С. Підстригача, д.ф.-м.н.,  
чл.-кор. НАН України



Юрій ТОКОВИЙ

16 травня 2024 року

