

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Міністерство освіти і науки України

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова праця
на правах рукопису

ІЩЕНКО ОЛЕКСІЙ АНТОНОВИЧ

УДК 534.12: 621.039

ДИСЕРТАЦІЯ
НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ТОНКОСТІННИХ
ОБОЛОНОК РЕАКТОРА ВВЕР-1000 ПРИ МАКСИМАЛЬНІЙ ПРОЄКТНІЙ
АВАРІЇ

Спеціальність 131 – Прикладна механіка

Галузь знань 13 – Механічна інженерія

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії

Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело

О.А. Іщенко

Науковий керівник: Кришук Микола Георгійович
доктор технічних наук, професор

Київ – 2023

АНОТАЦІЯ

Іщенко О.А. Напружено-деформований стан тонкостінних оболонок реактора ВВЕР-1000 при максимальній проєктній аварії. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії в галузі знань 13 – Механічна інженерія за спеціальністю 131 – Прикладна механіка. – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, 2023.

Дисертація присвячена дослідженню поведінки шахти внутрішньокорпусної реактору типу ВВЕР-1000 під час протікання однієї з найбільш уразливих для внутрішньокорпусних пристроїв реактора – максимальної проєктної аварії. Створена теплогідравлічна модель реакторної установки ВВЕР-1000. Отримано розподіл тиску в часі для перших мілісекунд максимальної проєктної аварії. Спрощену модель шахти представлено двовимірною циліндричною оболонкою. Для обґрунтування спрощеної моделі проведено модальний аналіз деталізованої конструкції шахти та її цифрового прототипа-аналога. Розраховано власні частоти та форми коливань цифрового прототипа-аналога конструкції шахти та деталізованої моделі конструкції шахти з визначеними граничними умовами різного типу. Отримано динамічний відгук по кожній формі коливань. Встановлено максимальні переміщення, згинні та мембранні напруження оболонки під час дії МПА. Оцінка міцності конструкції шахти проведена за двокритеріальним підходом згідно норм ПНАЕ.

Зміст роботи складається з чотирьох розділів, у яких викладено та обґрунтовано основні результати дисертації.

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми дисертації, сформульовано мету та задачі дослідження, описано методи дослідження, надана інформація про наукову новизну та практичне значення одержаних результатів.

У **першому розділі** проведено огляд наукових джерел, що стосуються історії зафіксованих аварійних ситуацій під час експлуатації АЕС та опис дослідження недопущення таких ситуацій. Розглянуто основні типи проєктних аварій водо-водяних реакторів. Показано історію вивчення максимальної проєктної аварії та її впливу на реакторну установку в цілому. Визначено, що однією з найбільш ризикових конструкцій реактора ВВЕР-1000 під час такої аварії може бути шахта внутрішньокорпусна.

Розглянуто стан вивчення і проаналізовано існуючі методи визначення навантажень, які можуть виникати під час максимальної проєктної аварії в ядерній енергетичній установці. Визначено, що найбільш консервативним інструментом для цього є CFD розрахунки, показано порівняння таких розрахунків у інших дослідників.

Схематизовано шахту внутрішньокорпусну як циліндричну оболонку через її невелику товщину порівняно з довжиною та радіусом. Проведено літературний огляд вивчення коливань оболонок, показано ті теорії коливань, що найчастіше застосовували на практиці.

Розглянуто основні алгоритми знаходження власних частот коливань конструкцій, показана проблема використання деяких методів з точки зору точності при їх меншій складності в реалізації.

На основі цього аналізу обґрунтовані основні напрямки досліджень, що розглянуті у дисертаційній роботі.

У **другому розділі** представлено реалізацію методики по визначенню власних частот і форм коливань конічної оболонки, описаної рівняннями на основі теорії Доннелла-Муштарі. Частковим випадком конічної оболонки є циліндрична оболонка (при відсутності кута нахилу бічної поверхні оболонки).

Показано формування системи рівнянь аналітичної моделі оболонки, враховуючи рівняння рівноваги, фізичні та геометричні рівняння. Описано методику отримання звичайних диференціальних рівнянь восьмого порядку вихідних невідомих, таких як внутрішні сили, моменти, деформації за апроксимацією у тригонометричних рядах.

Описано жорсткісні, силові та кінематичні граничні умови оболонки, показано збіжність результатів комбінацій граничних умов для експериментальних та літературних даних.

Реалізацію алгоритмів розв'язування системи звичайних диференціальних рівнянь з поліноміальною апроксимацією шуканих функцій та використанням методу початкових параметрів виконано у програмному комплексі MATLAB, Надано опис введення кінематичних та жорсткісних граничних умов в розрахункову схему та програмний код.

Для точного знаходження власних частот коливань оболонок модифіковано алгоритм Вільямса-Віттрика, що був раніше розроблений для стержневих систем та фермових систем. Такий алгоритм дозволяє знаходити точне число власних частот коливань конструкцій оболонок з різними типами граничних умов на заданому діапазоні. Реалізація цього методу передбачає вираження матриці жорсткості отриманої за методом початкових параметрів в матрицю динамічної жорсткості і перетворення у діагональну методом Гауса.

Для врахування внутрішніх зусиль в оболонці, таких як внутрішній та зовнішній тиск, осьова сила, частота обертання та згинний момент, реалізовано модернізацію одного з вихідних рівнянь.

Створений чисельний алгоритм для пошуку власних частот коливань оболонок порівняно з експериментальними та літературними даними. Встановлена хороша збіжність результатів розрахунків.

У **третьому розділі** описано розроблену методику розрахунку перепадів тиску в шахті внутрішньокорпусній реактору типу ВВЕР-1000 під час протікання МПА. Для дослідження нестационарних процесів протікання МПА створено теплогідравлічну модель. Чисельні розв'язки нестационарних початково-крайових задач гідромеханіки для реакторної установки проведено із застосуванням розробленої теплогідравлічної моделі реакторної установки, геометрична конфігурація якої обмежена впускною та опускною зонами реактора ВВЕР-1000, а також його патрубками. Початкові умови для теплогідравлічної моделі реакторної установки при МПА сформовані за результатами розв'язку стаціонарної задачі

гідромеханіки для типового режиму експлуатації РУ ВВЕР-1000. Описано граничні умови для стаціонарної та нестаціонарної задачі. Показано ступінь необхідної дискретизації сітки скінченних об'ємів, наведено збіжність чисельних розв'язків з контрольованими параметрами. Для коректного розв'язку задачі побудована двофазна модель турбулентності Special Phase Change Model (SPCM) в програмному коді ANSYS.

За результатами розрахунку наведено динаміку розгерметизації конструкцій реактора впродовж 1 секунди, при якій криза течії не дає знизити тиск до атмосферного, створюючи «парову подушку». Найбільші перепади тиску на поверхні ШВК є протягом перших 0.1 секунд аварії і складають до кількох МПа.

Просторово-часові епюри тисків необхідні для подальшого застосування при знаходженні величин сил та моментів. Визначено напружено-деформований стан циліндричної оболонки ШВК при МПА. Для динамічних розрахунків деформованого та напруженого стану оболонки ШВК при МПА використано метод модальних координат та інтеграл Дюгамеля, методика якого описана в даному- розділі.

Четвертий розділ роботи присвячено використанню наближеної розрахункової схеми оболонки ШВК (математичний опис якої наведено у другому розділі), що провалідована із деталізованою розрахунковою схемою (створеної в програмному коді ANSYS). Порівняння цих двох моделей показало хорошу збіжність результатів при малих частотах, які і використовуються в розрахунках НДС оболонки ШВК при дії МПА.

Переміщення оболонки ШВК при дії МПА у часі отримано за методикою описаною в третьому розділі: використали розраховані перші чотири значення частот коливань, тобто тих, що забезпечують найменшу похибку; з теплогідравлічної моделі описаної в третьому розділі використано перепади тиску у часі і підставлено в якості граничних умов для оболонки ШВК. Отримано максимальні радіальні переміщення в ШВК, які було порівняно із зазором між ШВК та корпусом реактора. Показано, що максимальні переміщення складають

12.5 мм і не можуть перекрити зазор для потоку теплоносія, що становить 190 мм.

Подальша оцінка НДС ШВК була виконана для двох зон ШВК – нижньої (опроміненої, через те що знаходиться навпроти активної зони реактора) і верхньої (неопроміненої). Такий умовний поділ необхідний для врахування в нижній зоні деградації матеріалу через опромінення: граничне значення тріщиностійкості, границі текучості та границі міцності. Показано розраховані екстремальні величини мембранних та згинних напружень для обох частин шахти, вказано час і переріз оболонки за просторовими координатами.

Отримані величини напруження оболонки ШВК використані в подальшому розрахунку крихкої міцності та граничного пластичного стану. Згідно ПНАЕ постульовано тріщини з розмірами $a=0.25 \cdot h$, $a/c=0.3$, як в коловому так і в осьовому напрямку, на зовнішній та внутрішній поверхні оболонки шахти внутрішньокорпусної.

Оцінка тріщин в шахті проведена за двокритеріальним підходом руйнування, побудовано діаграми оцінки руйнування для верхньої та нижньої частин. Показано, що вірогідне руйнування шахти при МПА для верхньої частини конструкції є в'язким, а для нижньої частини – крихким, а всі коефіцієнти запасу міцності становлять більше 1.

Ключові слова: механічні властивості, оцінка граничного стану, частотна функція, вібраційні напруження, поздовжні нелінійні вібрації, метод скінченних елементів, концентратор напружень, напружений стан, модуль пружності, консервативна оцінка напружень, дискретна і просторова модель, чисельне моделювання, трубопроводи, ріст тріщини, поздовжня вібрація, поперечна вібрація, власні частоти, власні форми, вібраційна діагностика.

ABSTRACT

Ishchenko O.A. Thin-walled shells stress-strain state of VVER-1000 reactor at maximum design accident. – Qualifying scientific work on manuscript rights.

Thesis for the scientific degree of the doctor of philosophy, the field of study 13 – Mechanical engineering, program subject area 131 – Applied Mechanics. National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", Kyiv, 2023.

The dissertation is devoted to study VVER-1000 type reactor core barrel behavior during one of most danger for reactor internals accident - maximum design accident.

A thermo-hydraulic model of the VVER-1000 reactor was created. Pressure drop in time for the first milliseconds during maximum design accident is obtained. Approximate core barrel model is represented by a two-dimensional cylindrical shell. To substantiate the approximate model, a modal analysis of the core barrel detailed structure and its digital analog-prototype was conducted. The natural frequencies and modes vibrations for structure core barrel digital prototype-analog and detailed model core barrel structure with defined various types boundary conditions were calculated. A dynamic response is obtained for each vibration modes. Maximum deformation, bending and membrane stresses in the shell during MDA action were determined. Core barrel structure strength assessment was using a two-criterion approach in accordance with PNAE normative document.

The content of the work is presented in four chapters, in which the main results of the dissertation are presented and substantiated.

The introduction substantiates the relevance of the dissertation topic, formulates the purpose and research tasks, describes research methods, provides information about scientific novelty and the practical significance of the obtained results.

In the first chapter, a scientific sources review history of emergency situations during NPP operation and prevention study description of such situations. The main

design accidents types of water-water reactors are considered. History of study maximum design accident and its impact on whole reactor plant is shown. It was determined that one of the most risks structures in VVER-1000 type reactor during such an accident could be a core barrel.

Analysed condition and existing methods for loads that will be during maximum design accident in nuclear reactor. It is determined the most conservative tool - is CFD calculations, shown a such calculations comparison by other researchers.

Since the core barrel has a small thickness compared to the length and radius, it can be approximate as a cylindrical shell. Therefore, shell vibrations study literature review was also conducted, showed shell theories, which are the most common in practice.

Considered the main algorithms for finding structures vibrations natural frequencies. The problem of using some methods from point of view their accuracy with their lower complexity in implementation is shown.

Basis on this analysis, considered the main areas of research that will be in the dissertation.

The second chapter presents implementation of the method for determining conical shell natural frequencies and vibration modes, described by equations based on Donell-Mushtari theory. A partial case of a conical shell is a cylindrical shell (in the absence of an inclination angle shell side surface).

Shown the system of shell analytical model equations which forming by taking into account equilibrium, physical and geometric equations. Obtaining ordinary differential equations in eighth order using transfer matrix method, such as internal forces, moments, deformations by approximation in trigonometric series, is described.

The stiffness, force and kinematic shell boundary conditions are described, results convergence for boundary conditions combinations compared experimental and literature data is shown.

Solving algorithms implementation for system of ordinary differential equations with polynomial approximation required functions and use transfer matrix method was

created in the MATLAB software. A description an introduction kinematic and stiffness boundary conditions into calculation scheme and program code is provided.

The Williams-Wittrick algorithm, which was previously developed for beam and skeleton structures, has been modified to accurately find natural vibration frequencies. Such an algorithm makes possibility to find the exact number of structures vibration natural frequencies in a given interval. This method implementation involves the expression stiffness matrix obtained by transfer matrix method into a dynamic stiffness matrix and transformation into a diagonal one by Gaussian method.

To take into account internal loads in the shell, such as internal and external pressure, axial force, rotation frequency and bending moment, a modernization of one of the original equations was implemented.

Created numerical algorithm for exact finding shell natural vibrations frequencies, compared with experimental and literature data, which shows good convergence.

The third section describes the developed methodology for calculating pressure drops in VVER-1000 type reactor core barrel during MDA using a thermo-hydraulic model. Non-stationary numerical solutions for initial-boundary hydromechanics problems in reactor were calculated using reactor thermal-hydraulic model, geometric configuration is limited by inlet and outlet VVER-1000 reactor zones and its nozzles. The initial conditions for reactor thermo-hydraulic model during MDA are formed based on the results calculated hydromechanic steady-state task for typical operation mode of VVER-1000 reactor. The boundary conditions for stationary and transient process are described. The degree of necessary mesh discretization for finite volumes is shown, numerical solutions convergence with controlled parameters are given. For correct hydromechanics problem solution, two-phase Special Phase Change Model (SPCM) turbulence model was built in ANSYS software code.

According to calculation results, depressurization dynamics for reactor shells structure during 1 second, where flow crisis does not allow lowering pressure to atmospheric and creating a "steam pillow". Largest pressure drops on core barrel surfaces occur during first 0.1 accident seconds and are several MPa.

Spatio-temporal pressure drops in time are necessary for further calculate forces and moments. CB as cylindrical shell stress-strain state determined during MDA. The method of modal coordinates and the Duhamel integral were used for dynamic calculations CB as cylindrical shell deformed and stressed state during MDA also described in this section.

The fourth section of the work is devoted to using an approximate calculation scheme CB as cylindrical shell (the mathematical description of which is given in the second section), which is validated with a detailed calculation scheme (created in the ANSYS software code). The comparison both models showed a good convergence at low frequencies, which are used in CB as cylindrical shell stress-strain state calculations during MDA.

Deformations in CB as cylindrical shell at MDA in time was obtained by the method described in the third section: the calculated first four natural frequencies of vibrations were used, that provide the smallest error; from the thermo-hydraulic model described in third section, pressure drops in time were used and substituted as boundary conditions for CB shell. Maximal radial deformations in CB were obtained, which were compared with the gap between the CB and reactor pressure vessel. It is shown that the maximum deformations are 12.5 mm and cannot close the gap, which is 190 mm.

A further CB evaluation was for two CB zones - the bottom (irradiated, due to the fact that it is located opposite to active zone) and the upper (non-irradiated) zones. Such a conditional division is necessary to take into account in the bottom zone degradation of the material due to irradiation: the limit value of crack resistance, yield stress and ultimate stress limits. The calculated extreme values of membrane and bending stresses for both CB parts are shown, the time and cross-section such stresses are indicated.

The obtained stresses were used in the next calculations of brittle strength and ultimate plastic collapse. According to PNAE, cracks with dimensions $a=0.25 \cdot h$, $a/c=0.3$, both in circumferential and in axial direction, were postulated in outside and inside surface of the core barrel shell.

The cracks assessment in CB was according to the two-criterion approach of failure, failure assessment diagrams were built for upper and bottom parts. It is shown that the CB probability failure during MDA for the upper part is viscous, and for the bottom part - brittle, and all the safety coefficients are greater than 1.

Keywords: mechanical properties, limit state assessment, frequency function, vibration stress, longitudinal nonlinear vibrations, finite-element method, stress concentration, stress condition, Young's modulus, stress conservation, discrete and continual model, numerical simulation, pipes, crack growth, longitudinal vibration, transverse vibration, natural frequencies, natural modes, vibration diagnostics.

Список опублікованих праць за темою дисертації

Перелік наукових статей:

1. Dubyk Y. An exact series solution for free vibration of cylindrical shell with arbitrary boundary conditions. / Y. Dubyk, I. Orynyak, **O. Ishchenko**. // *Scientific journal of the Ternopil national technical university*. – 2018. – №89. – С. 79–88. [DOI: 10.33108/visnyk_tntu2018.01.079](https://doi.org/10.33108/visnyk_tntu2018.01.079)
2. Dubyk Y. A new simple method for shell vibration analysis with initial stress accounting / Y. Dubyk, **O. Ishchenko**, M. Kryshchuk. // *Procedia Structural Integrity*. – 2020. – №26. – С. 422–429. [DOI: 10.1016/j.prostr.2020.06.055](https://doi.org/10.1016/j.prostr.2020.06.055) (Scopus та Web of Science database).
3. Крищук М. Г. Визначення запасу міцності корпусу реактора АЕС з урахуванням ефекту теплового опресування / М. Г. Крищук, **О. А. Іщенко**. // *Mechanics and Advanced Technologies*. – 2023. – №6. – С. 246–253. [DOI: 10.20535/2521-1943.2022.6.3.268515](https://doi.org/10.20535/2521-1943.2022.6.3.268515)
4. Dubyk Y. Free vibration of a conical shell with arbitrary boundary conditions using series solution / Y. Dubyk, **O. Ishchenko**, M. Kryshchuk. // *Procedia Structural Integrity*. – 2023. – №47. – С. 863–872. [DOI: 10.1016/j.prostr.2023.07.100](https://doi.org/10.1016/j.prostr.2023.07.100) (Scopus database).

Доповіді та тези на наукових конференціях:

5. Dynamic Assessment of the Core Barrel During Loss of Coolant Accident / [Y. Dubyk, V. Filonov, **O. Ishchenko** та ін.]. // *Proceedings of the ASME 2018: Pressure Vessels and Piping Conference, PVP2018*. – July 15-20, 2018. – Prague, Czech Republic. – С. 10. [DOI: 10.1115/PVP2018-84762](https://doi.org/10.1115/PVP2018-84762)
6. Дубик Я. Р. Аналіз динамічної дії максимальної проектної аварії на шахту реактору / Я. Р. Дубик, В. В. Філонов, **О. А. Іщенко**. // *VI міжнародна науково-практична конференція «Безпека та ефективність атомної енергетики»*. – Вересень, 2018. – Одеса, Україна. – С. 12.
7. Філонов В. В. Розробка CFD моделі реактору ВВЕР-1000 для аналізу максимальної проектної аварії в неізотермічній постановці / В. В. Філонов, **О. А.**

Іщенко, Я. Р. Дубик. // *Комп'ютерна гідромеханіка: Шоста міжнародна науково-практична конференція.* – 26-27 вересня, 2018. – Київ, Україна. – С. 2.

8. Дубик Я. Р. Розв'язок у поліномах задачі про вільні коливання циліндричної оболонки з довільними граничними умовами / Я. Р. Дубик, І. В. Ориняк, **О. А. Іщенко.** // *Сучасні проблеми механіки та математики, Том 2.* – 2018. – Львів, Україна. – С. 2.

9. Іщенко О. А. Гармонічні коливання циліндричних оболонок з неklasичними граничними умовами / **О. А. Іщенко, Я. Р. Дубик, М. Г. Крищук.** // *Всеукраїнська науково-технічна конференція України, Інновації молоді в машинобудуванні 2018.* – Квітень, 2018. – Київ, Україна. – С. 4.

10. Dubyk Y. Dynamic Model Of The WWER-1000 Reactor / Y. Dubyk, **O. Ishchenko,** A. Bogdan. // *25th Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Division V.* – August 4-9, 2019. – Charlotte, NC, USA. – С. 10.

11. Дубик Я. Р. Вплив максимальної проектної аварії на шахту внутрішньокорпусну реактору в пружнопластичній постановці / Я. Р. Дубик, **О. А. Іщенко.** // *Young Scientists Conference on Materials Science and Surface Engineering.* – 25–27 вересня, 2019. – Львів, Україна. – С. 4.

12. Використання методу вагових функцій до аналізу крихкої міцності шахти реактору / Я. Р. Дубик, **О. А. Іщенко,** В. С. Костенко, Ю. С. Філонова. // *XV міжнародна науково-технічна конференція молодих вчених та фахівців «проблеми сучасної ядерної енергетики».* – 13–15 листопада, 2019. – Харків, Україна. – С. 2.

13. Крищук М. Г. Оцінка за механізмами крихкого та в'язкого руйнування міцності шахти реактору ВВЕР-1000 під час максимальної проектної аварії / М. Г. Крищук, **О. А. Іщенко.** // *Всеукраїнська науково-технічна конференція України, Інновації молоді в машинобудуванні 2019.* – Квітень, 2019. – Київ, Україна. – С. 1.

14. Іщенко О. А. Визначення власних частот коливань циліндричної оболонки під впливом зовнішніх навантажень / **О. А. Іщенко,** М. Г. Крищук, Я. Р. Дубик. // *XX міжнародна науково-технічна конференція «Прогресивна техніка,*

технологія та інженерна освіта». – Вересень, 2019. – Херсон-Київ, Україна. – С. 1.

15. Impact of the Outer Surface Air Cooling and WPS Approaches on the Brittle Fracture Margin of WWER RPV / [M. Zarazovskii, Y. Dubyk, V. Filonov та ін.]. // *Proceedings of the ASME 2020: Pressure Vessels and Piping Conference, PVP2020*. – July 20-24, 2020. – Virtual, Online. – С. 10. DOI: [10.1115/PVP2020-21736](https://doi.org/10.1115/PVP2020-21736)

16. Ishchenko O. Dynamic model of the VVER-1000 reactor for seismic and LB LOCA evaluation / **O. Ishchenko**, V. Filonov, Y. Dubyk. // *Proceedings of ASME 2021: 28th International Conference on Nuclear Engineering, ICONE 28*. – August 4–6, 2021. – Virtual, Online. – С. 9. DOI: [10.1115/ICONE28-65756](https://doi.org/10.1115/ICONE28-65756)

17. Dubyk Y. Application of the Williams-Wittrick Algorithm for Thin Shell Vibrations Problems / Y. Dubyk, **O. Ishchenko**. // *Proceedings of the ASME 2021: Pressure Vessels and Piping Conference, PVP2021*. – July 12-16, 2021. – Virtual, Online. – С. 6. DOI: [10.1115/PVP2021-62063](https://doi.org/10.1115/PVP2021-62063)

18. Comprehensive analysis of the WPS effect performed for the purposes of RPV long-term operation / [M. Zarazovskii, V. Pistora, D. Lauerova та ін.]. // *26th Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Special Session on Challenges and Recent Advances from European Research Projects*. – July 10-15, 2022. – Berlin/Potsdam, Germany. – С. 10.

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ	2
ABSTRACT	7
Список опублікованих праць за темою дисертації.....	12
ЗМІСТ	15
ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ	18
ВСТУП	20
РОЗДІЛ 1. ДОСЛІДЖЕННЯ МАКСИМАЛЬНОЇ ПРОЄКТНОЇ АВАРІЇ І ЇЇ ВПЛИВ НА ВНУТРІШНЬОКОРПУСНІ ПРИСТРОЇ РЕАКТОРА АЕС	26
1.1. Класифікація аварійних режимів при експлуатації енергоблоків АЕС	29
1.1.1. Схематизація основних типів проєктних аварій реакторної установки	31
1.1.2. Максимальна проєктна аварія.....	36
1.2. Літературний огляд досліджень несучої спроможності оболонок енергоблоків АЕС в нестационарних процесах протікання МПА.....	41
1.2.1. Теплогідродинамічні дослідження внутрішньокорпусних елементів реактора	42
1.2.2. Методи розв'язків задач динаміки оболонок реакторної установки.	48
1.3. Алгоритми для обчислення власних частот коливань конструкцій	53
1.4. Висновки та постановка задачі дослідження.....	55
РОЗДІЛ 2. АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ ТОНКОСТІННОЇ ОБОЛОНКИ	57
2.1. Вихідні диференціальні рівняння	57
2.2. Розв'язок системи звичайних диференціальних рівнянь.....	60
2.2.1. Поліноміальна апроксимація розв'язків системи рівнянь	63
2.2.2. Опис жорсткісних, силових та кінематичних граничних умов оболонки	67
2.3. Метод Вільямса-Вітрика для модального аналізу конструкцій тонкостінних оболонок.....	68

2.4. Вплив початкових напружень в оболонках при модальному аналізі конструкцій	73
---	-----------

2.5. Верифікація даних чисельних розрахунків власних частот коливань оболонок з кінематичними та жорсткісними граничними умовами	79
---	-----------

2.6. Висновки за розділом 2.....	88
---	-----------

РОЗДІЛ 3. КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНИХ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ШВК.....	89
--	-----------

3.1. Особливості реалізації теплогідравлічної моделі реактора під час МПА	90
--	-----------

3.1.1. Методика розрахунку теплогідравлічних процесів CFD-моделі РУ .	99
3.1.2. Опис спеціальної моделі фазового переходу теплоносія.....	102
3.1.3. Формулювання критичних параметрів CFD-моделі теплоносія.....	105
3.1.4. Дискретизація теплогідравлічної моделі реактора ВВЕР-1000	108
3.1.5. Аналіз кроку інтегрування рівнянь за часом в чисельних розрахунках теплогідравлічного процесу	111

3.1.6. Оцінка параметрів ударної декомпресії під час гільйотинного розриву циркуляційної петлі реактора ВВЕР-1000	117
---	-----

3.2. Методика розрахунку переміщень в динамічному аналізі циліндричних оболонок	126
--	------------

3.3. Ортогональність форм коливань.....	129
--	------------

3.4. Інтеграл Дюгамеля.....	131
------------------------------------	------------

3.5. Висновки за розділом 3.....	133
---	------------

РОЗДІЛ 4. ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНІЙ СТАН ОБОЛОНКИ ШВК РЕАКТОРА ВВЕР-1000 ПРИ МПА	134
--	------------

4.1. Обґрунтування вибору наближеної розрахункової схеми для визначення НДС оболонки ШВК реактора ВВЕР-1000	134
--	------------

4.2. Напружено-деформований стан оболонки ШВК при максимальній проєктній аварії	137
--	------------

4.3. Розрахунок крихкої міцності та граничного пластичного стану оболонки ШВК при МПА.	143
4.3.1. Методика розрахунку крихкої міцності оболонки ШВК.....	144
4.3.2. Методика розрахунку граничного пластичного стану оболонки ШВК	148
4.3.3. Оцінка тріщин оболонки ШВК при МПА за двокритеріальним підходом.	150
4.4. Висновки за розділом 4.....	155
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ.....	156
ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ.....	157
ДОДАТОК А. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ РОЗРОБЛЕНИХ ПІДХОДІВ ТА РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ.....	177

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ ПОЗНАЧЕНЬ

- АЕС – атомна електростанція
- ВВЕР – водо-водяний енергетичний реактор
- ГЦН – головний циркуляційний насос
- ГЦТ – головний циркуляційний трубопровід
- ДОР – діаграма оцінки руйнування
- КІН – коефіцієнт інтенсивності напружень
- КР – корпус реактора
- КТ – компенсатор тиску
- МДЖ – матриця динамічної жорсткості
- МПА – максимальна проєктна аварія
- МПП – метод початкових параметрів
- НДС – напружено-деформований стан
- ПГ – парогенератор
- ПНАЕ – правила та норми атомної енергетики
- РУ – реакторна установка
- САОЗ – система аварійного охолодження активної зони
- СЕМ – скінченно елементна модель
- СОМ – скінченно об’ємна модель
- ТВЗ – тепловиділяюча збірка
- ТОБ – технічні обґрунтування безпеки
- ШВК – шахта внутрішньокорпусна
- ЯЕУ – ядерна енергетична установка
- CFD – обчислювальна гідродинаміка (computational fluid dynamics)
- НТС – коефіцієнт теплопередачі (heat transfer coefficient)
- MF – швидкість масообміну між фазами (mass transfer rate)
- MFP – різниця між поточним тиском і тиском насичення при поточній температурі рідини (mass transfer rate caused by pressure (pseudo-mechanical non-equilibrium))

MFT – різниця температур між фазами (mass transfer rate caused by temperature (temperature non-equilibrium))

MFQ – різниця між об'ємними джерелами теплової енергії фаз (mass transfer rate caused by energy release)

PLF – коефіцієнт втрати тиску (pressure loss factor)

α – кут нахилу бічної поверхні;

R – середній найбільший радіус оболонки (у випадку конічної оболонки);
середній радіус оболонки (у випадку циліндричної оболонки);

h – товщина оболонки;

ρ – густина матеріалу;

$\varepsilon_x, \varepsilon_\varphi, \varepsilon_{x\varphi}$ – деформації серединної поверхні;

$\chi_x, \chi_\varphi, \chi_{x\varphi}$ – кривини у відповідних напрямках;

E – модуль Юнга;

μ – коефіцієнт Пуассона;

u, v, w – переміщення в осьовому, коловому і радіальному напрямку;

k_w, k_γ, k_u, k_v – радіальні, крутильні, поздовжні та колові пружні жорсткості;

σ_{ref} – граничне напруження;

ω – власна частота коливань;

$$\Phi = \omega \sqrt{\rho}$$

$$\Omega = \omega R \sqrt{\rho(1 - \mu^2) / E}$$

$$\delta = \frac{h^2}{12}$$

$$H = \frac{Eh}{1 - \mu^2}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}$$

ВСТУП

Актуальність теми. В Україні нараховується 4 атомних електростанції з 15 енергоблоками типу ВВЕР. Так як термін експлуатації енергоблоку становить 30 років, тому задля подальшого використання більшості реакторів, виконуються розрахунки з «подовження ресурсу АЕС України». У світовій атомній енергетиці схожа ситуація, адже станом на 2020 рік, приблизно 80% використовуються в понад закладений проєктний ресурс.

Ризик аварії реактора, який працює більше 30 років, збільшується з кожним понаднормованим роком експлуатації. Це спричинено погіршенням стану матеріалів реактору за рахунок впливу ядерного палива, розміщеного всередині. Замінити корпус реактора, його внутрішньокорпусні пристрої та захисний контейнер майже неможливо, тому виконується оцінка технічного стану енергоблоку і проводяться модернізаційні заходи. Якщо в результаті оцінка є незадовільною, а також заходи з підвищення безпеки не виконані в повному обсязі, Державна інспекція ядерного регулювання України повинна прийняти рішення про зупинку використання енергоблоку. При оцінці технічного стану обов'язковим є також розгляд максимальної проєктної аварії і її дію на внутрішньокорпусні пристрої реактору.

Максимальна Проєктна Аварія (МПА) - розгерметизація першого контуру внаслідок миттєвого розриву трубопроводу максимального діаметра з безперервним двостороннім витіканням теплоносія при роботі реактора на номінальній потужності.

Дослідження впливу МПА були започатковані ще в минулому столітті. Вже тоді виявили, що при дії такої аварії можуть бути зруйновані повністю або частково внутрішньокорпусні пристрої через різку зміну тисків в опускній та впускній ділянці реактора. Однією з найбільших конструкцій в реакторі є внутрішньокорпусна шахта (ШВК), основною функцією якої є розділ вхідного і вихідного потоків теплоносія, і захисту корпусу реактора від нейтронного та гамма-випромінювання від активної зони. Маючи невелику товщину, шахта може

бути схематизована як циліндрична оболонка. Для її розрахунку доцільно використовувати теорію тонких оболонок, оскільки в цьому випадку значно спрощується динамічний аналіз і можна знайти точно всі власні частоти коливань на певному діапазоні. Тому актуальною задачею є розробка аналітичних методів динамічного розрахунку тонких оболонок.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Робота виконана в розвиток наукового напрямку кафедри динаміки і міцності машин та опору матеріалів КПП ім. Ігоря Сікорського, а саме – «Розробка моделей та критеріїв руйнування елементів конструкцій при складних термосилових навантаженнях з урахуванням ушкоджень». Робота була також частково підтримана проєктом ENEN2plus (HORIZON-EURATOM-2021-NRT-01-13 101061677), заснованим Європейським Союзом», ID гранту: 0000000695.

Мета і задачі досліджень – оцінка за механізмами крихкого та в'язкого руйнування міцності шахти внутрішньокорпусної реактору ВВЕР-1000 під час максимальної проєктної аварії.

Для досягнення мети досліджень в роботі поставлені наступні задачі:

1. Імітаційне моделювання перших секунд МПА в опускній та впускній частинах реактора з використанням CFD-аналізу.
2. Розробка імітаційної моделі шахти внутрішньокорпусної реактора ВВЕР-1000.
3. Визначення динамічних навантажень імітаційної моделі шахти внутрішньокорпусної в залежності від часу протікання МПА.
4. Розробка методики та алгоритму визначення спектру власних частот коливань оболонкових конструкцій.
5. Оцінка динамічних навантажень імітаційної моделі шахти внутрішньокорпусної для різних власних частот і форм її коливань під час протікання МПА.
6. Визначення нестационарних розподілів напружень та переміщень імітаційної моделі шахти внутрішньокорпусної реактора в залежності від часу протікання МПА.

7. Оцінка крихкої міцності та граничного пластичного стану шахти внутрішньокорпусної реактора на основі двокритеріального підходу з урахуванням деградації матеріалу.

Об’єкт досліджень – шахта внутрішньокорпусна реактора ВВЕР-1000 під час максимальної проєктної аварії.

Предмет досліджень – напружено-деформований стан та міцність циліндричної оболонки з довільними типами граничних умов під час максимальної проєктної аварії.

Методи досліджень – аналітичні, напіваналітичні та чисельні методи теорії пружності, теорії коливань і механіки руйнування.

Наукова новизна отриманих результатів роботи полягає в наступному:

1. Розроблено нову методику визначення власних частот та форм коливань конічних (циліндричних) тонкостінних оболонок на основі теорії Доннелла-Муштарі з використанням методу початкових параметрів при неklasичних кінематичних та силових граничних умов.

2. Розроблено аналітичні методи врахування початкових напружень циліндричних оболонок при визначенні власних частот та форм коливань. Встановлено вплив різних типів початкових напружень на модальні характеристики циліндричних та конічних оболонок.

3. Розроблено імітаційну модель напружено-деформованого стану шахти внутрішньокорпусної реактора ВВЕР-1000 при максимальній проєктній аварії.

4. Новий метод аналізу вібрації оболонок з врахуванням початкових напружень застосовано у динамічному аналізі тонкостінних конструкцій реактора ВВЕР-1000.

5. Встановлено закономірності змін напружено-деформованого стану тонкостінних оболонок реактора ВВЕР-1000 при максимальній проєктній аварії.

6. Для максимальної проєктної аварії проведена за нормативними правилами ПНАЕ оцінка постульованих тріщин конструкції оболонок реактора

ВВЕР-1000 за механізмами крихкого та в'язкого руйнування з урахуванням деградації матеріалу.

Практичне значення отриманих результатів полягає в наступному:

1. Вперше на основі чисельних та аналітичних методів визначено розподіл тиску в опускній ділянці реактору ВВЕР-1000 під час перетікання максимальної проєктної аварії з використанням двофазної моделі теплоносія для CFD-аналізу.

2. Розроблено методики та алгоритми здійснення контролю та діагностування напружено-деформованого стану для створеної імітаційної моделі шахти внутрішньокорпусної реактора ВВЕР-1000 при максимальній проєктній аварії.

3. Розширено застосування методу Вільямса-Віттрика для пошуку власних частот коливань циліндричних та конічних тонкостінних оболонок у відмінності від класичного використання для стержневих та фермових конструкцій.

4. Розроблено алгоритми та структуру програмних засобів для аналізу силових та вібраційних навантажень оболонок, які застосовані у динамічному аналізі тонкостінних конструкцій при максимальній проєктній аварії

5. На основі розроблених методів аналізу гідромеханічних навантажень при МПА описано динамічну поведінку внутрішньокорпусної шахти реактора ВВЕР-1000 та визначено розподіл деформацій та напружень об'єкту дослідження, що дозволило оцінити граничний стан шахти.

6. Обґрунтована безпечна експлуатація внутрішньокорпусних пристроїв реактора енергоблоку №3 ВП ПАЕС для понадпроєктного терміну для випадку гіпотетичного аварійного сценарію з розривом головного циркуляційного трубопроводу (ДОДАТОК А).

Особистий внесок здобувача був виконаний під керівництвом доктора технічних наук, професора Крищука М.Г. і представлений у публікаціях та працях конференцій. Здобувачем виконано: розробка скінченно-елементних моделей, використання даних теплогідравлічного розрахунку в динамічному аналізі,

створення програмних комплексів для чисельного інтегрування моделей, розробка методів визначення форм і частот коливань оболонок, верифікація та валідація моделей, оцінка гіпотетичних тріщин за розрахунковими напруженнями по товщині шахти.

Апробація результатів роботи. Основні результати дисертаційної роботи обговорювалися на:

- Трьох міжнародних науково-технічних конференціях «Pressure Vessels and Piping» (м.Прага, Чеська Республіка, 2018р., онлайн 2020р., онлайн 2021р.);

- Двох міжнародних конференціях зі структурної механіки та реакторних технологій SMiRT-25 і SMiRT-26 (м.Шарлотта, США, 2019, м.Берлін/Постдам, ФРН, 2022);

- 28-мій міжнародній конференції з ядерної енергетики «ICONE 28» (онлайн, 2021);

- 1-ій міжнародній середземноморській конференції з руйнування та структурної цілісності, «MedFract1» (м.Афіни, Грецька Республіка, 2020);

- 27-ма міжнародна конференція з руйнування та структурної цілісності, «IGF27» (м.Рим, Італійська Республіка, 2023);

- На міжнародній науковій конференції України «Інновації молоді в машинобудуванні 2019» (м.Київ, 2019);

- XV міжнародній науково-технічній конференції молодих вчених та фахівців «Проблеми сучасної ядерної енергетики» (м.Харків, 2019);

- XX міжнародній науково-технічній конференції «Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта» (м.Херсон, 2019);

- Міжнародній науково-практичній конференції «Young scientist conference on material science and surface engineering» (м.Львів, 2019);

- VI міжнародній науково-практичній конференції «Комп'ютерна гідромеханіка» (м.Київ, 2018);

- VI міжнародній науково-практичній конференції «Безпека та ефективність атомної енергетики» (м.Одеса, 2018);

- Міжнародній конференції «Сучасні проблеми механіки та математики» (м.Львів, 2018).

- Всеукраїнській науково-технічній конференції молодих вчених та студентів «Інновації молоді-машинобудуванню 2018» (м.Київ, 2018).

Публікації. За результатами досліджень опубліковано 18 наукових праць, з них 2 статті у фахових виданнях (в українських виданнях, що входять до наукометричних баз даних) та 2 статті що входять в періодичне видання до наукометричної бази Scopus, 14 тез доповідей на міжнародних конференціях і 4 тези доповіді на всеукраїнській конференції.

Структура та об'єм дисертаційної роботи. Дисертаційна робота складається із вступу та чотирьох розділів, загальних висновків. Список літератури включає 207 джерел. Дисертаційна робота викладена на 177 сторінках друкованого тексту, включає 75 рисунків та 13 таблиць.

Подяки. Здобувач вважає необхідним висловити глибоку подяку кандидату технічних наук Ярославу Романовичу Дубику, який є засновником і керівником відділу розрахунків на міцність компанії ТОВ «ІПП-Центр», здійснював безпосереднє керівництво низкою спільних досліджень в області механіки коливань та механіки руйнування, що були виконані під час навчання здобувача у магістратурі та аспірантурі, надав низку порад і консультацій під час безпосередньої підготовки дисертаційної роботи. Доктору філософії Владиславу Віталійовичу Філонову, який є засновником і керівником відділу моделювання процесів тепломасообміну та перенесення випромінювання компанії ТОВ «ІПП-Центр», здійснював безпосереднє керівництво низкою спільних досліджень в області розробки CFD-моделі реакторної установки.

РОЗДІЛ 1. ДОСЛІДЖЕННЯ МАКСИМАЛЬНОЇ ПРОЄКТНОЇ АВАРІЇ І ЇЇ ВПЛИВ НА ВНУТРІШНЬОКОРПУСНІ ПРИСТРОЇ РЕАКТОРА АЕС

Для мінімізації та запобігання наслідків можливих аварій на ядерних енергоблоках діючих в Україні АЕС постає необхідність в фундаментальних дослідженнях теплогідравлічних, теплофізичних та механічних характеристик. Також не останньою є проблема і експлуатаційної безпеки енергоблоків, для якої також необхідні такі дослідження. Такі дослідження були загальмовані з періоду коли сталася аварія на Чорнобильській АЕС та майже зупинені з періоду розпаду СРСР [1, 2].

Загальновідомо, що атомна енергетика розвивається на основі використання досвіду експлуатації блоків-попередників. Тому вирішення проблеми підвищення безпеки АЕС, перш за все, базується на результатах розробок проєктів, виконаних світовими лідерами в галузі ядерної енергії за останні десятиліття [3]. Так, після Чорнобильської катастрофи розроблений ряд концептуальних проєктів АЕС середньої і великої потужності з підвищеними характеристиками безпеки. Сучасні ЯЕУ з реакторами третього покоління мають властивості самозахищеності від реактивностних аварій і забезпечують відведення залишкових енерговиділень в режимі природної циркуляції теплоносія, що створює необхідні передумови для створення ядерних енергоблоків підвищеної безпеки [4]. До проєктів нового покоління III⁺ водо-водяних РУ середньої потужності відносяться російські атомні електростанції з водо-водяними енергетичними реакторами ВВЕР-640 та водяний підвищеної безпеки енергетичний реактор ВПБЕР-600, до російських проєктів великої потужності на базі ВВЕР-1000 (рис. 1.1) - проєкт «АЕС-2006», до світових проєктів - EPR (European Pressurized Reactor), AP-1000 (Westinghouse Electric Corp.), ATMEA1 (Mitsubishi Heavy Industries, Ltd. and Areva S.A.) [5].

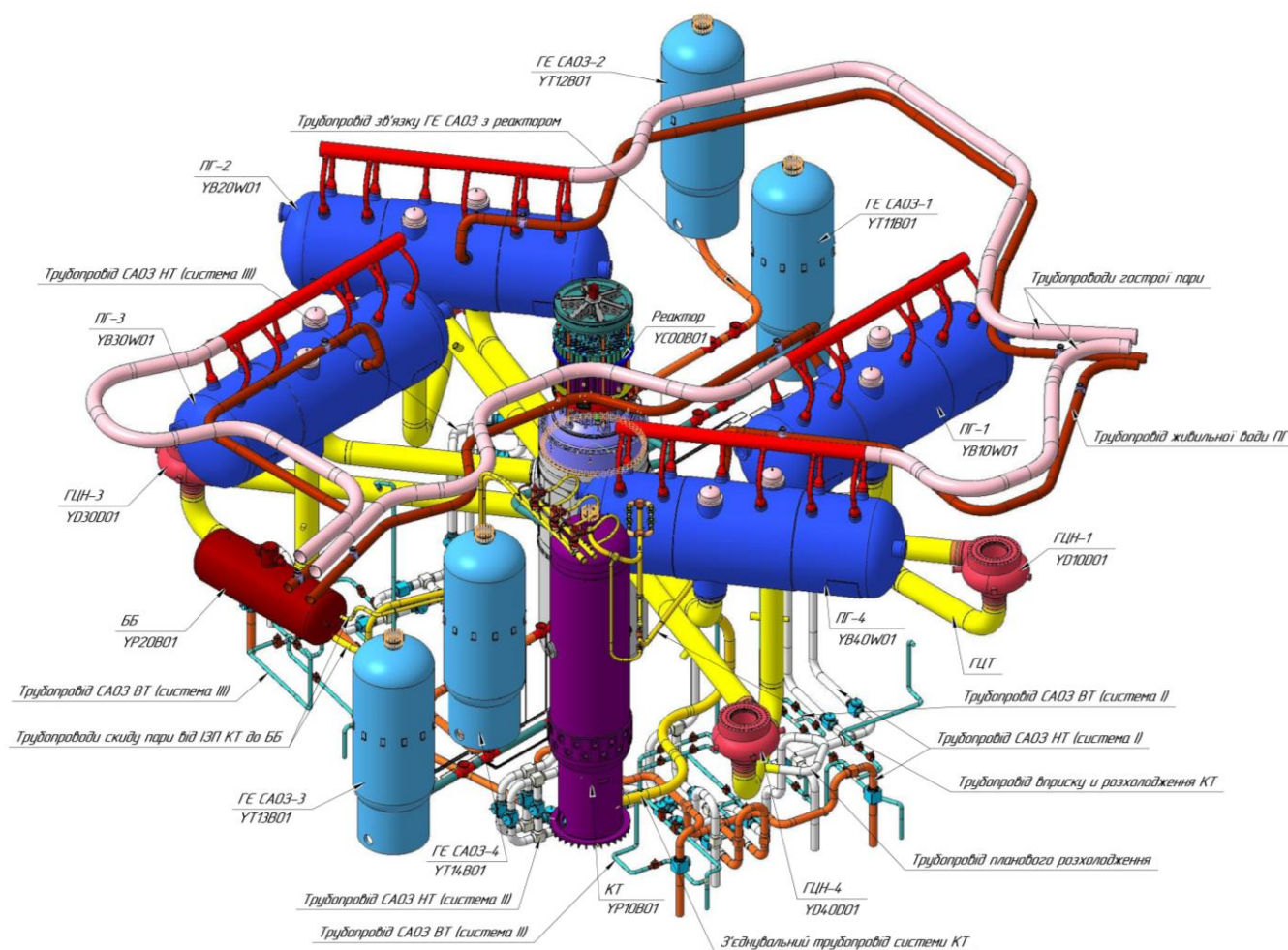


Рисунок 1.1 – Перший контур реактору типу ВВЕР-1000

Також в сучасних ЯЕУ обов'язковим при проектуванні є міцний контайнмент (гермооболонка), що є бар'єром для утримання радіоактивних матеріалів при великих пошкодженнях корпусу реактора [6]. Така норма була введена і для захисту населення і з екологічної точки зору. З підвищенням покоління РУ, покращуються і протиаварійні комплекси технічних засобів для зменшення наслідків важкої аварії, мова йдеться про пастку розплаву (пристрій локалізації розплаву) та ін. [7]. Для реакторів з киплячим теплоносієм передбачені басейни-барботери, крижані конденсатори, а для реакторів з некиплячим теплоносієм – спринклерні системи, охолоджувачі і т. д.

Аварія при якій відбувається розплавлення палива в реакторі та можливим подальшим виходом з корпусу палива з частинами корпусу називають важкою аварією [8]. При такій аварії відбуваються вкрай складні фізичні та хімічні процеси, які важко змоделювати як стендово, так і чисельно. Наприклад,

взаємодія з водним середовищем, з металом та/або з бетонними конструкціями утвореного розплаву палива з високою температурою і внутрішнім джерелом тепловиділення; важким для моделювання є і утворення осаду при таких процесах. Динамічні процеси розвитку важких аварій можуть ускладнюватись утворенням нових видів з'єднань, що містять різні теплофізичні властивості. Тому більша частина таких аварій моделюється при умовах, в яких далеко не всі параметри відомі і є комплексною проблемою для таких наук як механіка багатозфазних середовищ, високотемпературна фізика та хімія, матеріалознавство радіоактивних елементів та ін. [1, 2].

В зазначених гермооболонках навіть важка аварія типу руйнування корпусу реактора з виходом радіоактивного матеріалу в контейнмент не є небезпечною для місцевого населення, що проживає біля такої АЕС. Адже в самій гермооболонці при осаді на його поверхнях високорадіоактивних аерозолів та їх розпадів, суттєво знижується радіоактивність вже після кількох годин аварії [9]. Так, вимога збереження цілісності контейнменту в США передбачена для цілої доби, в Німеччині така цілісність повинна бути забезпечена завжди.

Мета сучасних досліджень з безпеки для нових проєктів АЕС це, звісно, розробка рекомендацій щодо вибору розрахунку і характеристик протиаварійних засобів, які неможливі без експериментальної перевірки і теоретичного обґрунтування існуючих розв'язків і розв'язків що є у розробці, в тому числі тих, що приводять до недопущення значних пошкоджень активної зони реактора.

Проте на теперішній час недостатньо вивчені теплофізичні процеси та оцінка несучої спроможності при важких аваріях в реакторах та потребують подальшого вдосконалення і розвитку, так як особливості перебігу і динаміка таких процесів є дуже змінними.

Головним завданням при аналізі безпеки РУ є знаходження певних комплексних заходів для зменшення наслідків важкої аварії. В першу чергу, для запобігання виходу ядерного палива за межі АЕС і забезпечення цілісності гермооболонки. Для цього передбачені локалізація аварії ще в самому корпусі ядерного енергоблоку.

Такі умови передбачені в кількох проєктах, таких як AP-600 та AP-1000, спроектованих компанією «Westinghouse Electric» і включено на енергоблоках «Ловііса» у Фінляндії. Температурні рівні і тривалість таких періодів при аварії в реакторі є важливим параметром безпеки. Аварійні ситуації що проходять в кілька десятків хвилин можна оцінити ще на етапі створення такої ситуації. Проте були аварії, які тривали кілька секунд (під час Чорнобильської катастрофи) і за таких умов важко оцінити навіть першопричини аварії.

Працездатність корпусу реактора ВВЕР-1000 тісно пов'язана з технологічним функціонуванням конструктивних елементів першого і навіть частково другого контуру, тому виникнення нештатних ситуацій в обладнанні енергоблоку і неправильні вжиті заходи під час їх усунення можуть привести до вищезгаданих важких аварій. Для уникнення цих аварій проводяться комплексні дослідження впливу на корпус реактору і його внутрішньокорпусні пристрої усіх можливих аварій, в тому числі і максимальної проєктної аварії, яка розглянута більш широко у відповідних розділах дисертації.

1.1. Класифікація аварійних режимів при експлуатації енергоблоків АЕС

З радянських часів виконуються технічні обґрунтування безпеки (ТОБ) для реакторів ВВЕР, що постійно оновлюються як в Україні, так і в інших державах-експлуатантах цих ЯЕУ. За такими ТОБ може проводитись, в тому числі, обґрунтування продовження роботи енергоблоку. ТОБ за своїм змістом і форматом повинні відповідати нормативним документам [10, 11].

Окрім явної застарілості цих нормативних документів, існують проблеми забезпечення якості аналізу, верифікації та валідації комп'ютерних кодів, аналізованого спектра приймальних критеріїв, допущень та аварій. Також в цих нормативних документах не вказано про критерії відбору перехідних режимів із заходженням, пов'язаних з термоударом під тиском, аварій в умовах стоянки, перехідних режимів без спрацювання аварійного захисту реактора, розведення борного розчину, важких аварій та інших вихідних подій. Аналіз кожної розглянутої вихідної події потребує створення моделі станції чи детальної моделі

конкретної частини на підставі надійних даних. Як показує досвід з ВВЕР, отримати такі перевірені надійні дані по конструкціям станції досить важко [12].

«Вихідна подія» це така подія, що прямо чи опосередковано торкається функцій безпеки і потребує захисних дій (автоматичних чи вручну) для обмеження або запобіганням небажаним наслідкам. Тобто обмежуються негативні наслідки на персонал, станційне устаткування чи довкілля.

За регламентом, під час розрахунків вихідних подій необхідно враховувати потенційні джерела радіоактивності. Більша частина таких джерел радіоактивності на АЕС знаходиться у відпрацьованому паливі в активній зоні або у басейні-витримки відпрацьованого палива.

Радіоактивність може вийти внаслідок пошкодження або руйнування складової частини захисту ЯЕУ через такі причини або комбінації:

1. Переопресування першого контуру та пов'язаних з ним систем;
2. Перегрів палива;
3. Механічна дія стороннього об'єкта або деякої системи на складову частину захисту ЯЕУ;
4. Втрата теплоносія в басейні витримки відпрацьованого палива.

Події із перегріванням палива є досить широким спектром сценаріїв. Адже це є усіма аварійними ситуаціями при яких відбувається дисбаланс між тепловиділенням в активній зоні або в басейні витримки відпрацьованого палива та тепловідведенням системою відведення залишкових тепловиділень або будь-якою іншою резервною системою.

Через велику кількість можливих ушкоджень, вибір подій конкретизується на області активної зони реактора.

Наприклад, в умовах стояночних режимів, при підкритичній роботі реактора, залишкові тепловиділення в активній зоні виводяться системою відведення залишкових тепловиділень, а дисбаланс може статися через:

1. Зміщення паливних збірок або розведення борного розчину, тобто надлишкового тепловиділення через введення більшої реактивності;
2. Погіршення тепловідведення внаслідок таких можливих причин:

- зменшення об'єму теплоносія; закриття клапанів першого контуру;
- зменшення охолодження з боку другого контуру;
- часткове чи повне припинення природної циркуляції через утворення парових (газових) бульбашок у верхніх точках першого контуру;
- погане функціонування системи відведення залишкових тепловиділень.

Створення широкого і детального списку всіх вихідних подій, які в тому числі можуть привести до пошкоджень внутрішньокорпусних пристроїв реактора, є досить складним і тривалим завданням, задля якого необхідно розглянути взаємодію ймовірнісних досліджень безпеки та детерміністичних аналізів аварій. В залежності від призначення цього списку або індивідуальної думки конкретного експерта, його рівень деталізації може змінюватись [13]. Також є правильним використовувати ряд критеріїв для групування вихідних подій, як показано у п. 1.1.1.

1.1.1. Схематизація основних типів проєктних аварій реакторної установки

Уникнення максимальних рівнів аварійних ситуацій ще на етапі проєктування енергоблоків є важливою інженерною задачею. Для сучасних енергоблоків, як було зазначено вище, є технічні вимоги для нештатних ситуацій, пов'язаних із зовнішнім впливом, наприклад, таких як землетрус чи цунамі. Також необхідно оцінити можливі аварійні ситуації з утворенням термогідроудару при нормальній роботі енергоблока. Хоча у реакторах типу ВВЕР-1000 лише в одному контурі (першому) проходять ядерні реакції, проте, як у першому, та і в другому контурі діє порівняно великий тиск і температура. Тому розглядаються можливі аварії в конструкціях першого і другого контуру енергоблоків, а в конструкціях де контактують перший і другий контури, окремо винесено оцінку працездатності компенсатора тиску хоча він знаходиться в першому контурі.

Аварійні та перехідні процеси під час роботи реактору зазвичай аналізують за наступною схемою: роздивляються вихідну подію, потім перехідний процес за

цією подією (адже необхідно врахувати можливі додаткові відмови та помилки персоналу під час цього процесу) і кінцевий стан установки:

Вихідна подія \Rightarrow Процес (+ Дод. відмова) \Rightarrow Кінцевий стан.

За прийнятою міжнародною концепцією «одиничної відмови», в межах «проектної аварії» повинні протікати всі аварійні сценарії, що почалися з будь-якої вихідної події та в процесі яких відбулась лише одна відмова системи безпеки (або важлива система для безпеки).

Схема, за якою розглядаються всі ситуації порушень нормальної експлуатації та аварій зазвичай будується за наступними пунктами [14]:

1. Причини та ідентифікація (симптоми) подій;
2. Опис приймальних критеріїв безпеки;
3. Хронологічна послідовність подій;
4. У разі потреби, приведення опису спрацьовування систем та блокувань, що впливають на перехідний процес;
5. Параметри кінцевого стану активної зони реактора ВВЕР-1000 після перехідного процесу та обґрунтування неперевищення приймальних критеріїв.

З іншої сторони, всі порушення нормальної експлуатації та аварійні сценарії, відповідно до фундаментальних функцій безпеки, об'єднані за групами характерного впливу на зміну параметрів РУ наступним чином [14–19]:

- А** – режими з порушенням роботи систем, які впливають на реактивність;
- В** – режими із розривами першого контуру;
- С** – режими з порушенням витрати теплоносія першого контуру;
- Д** – режими з порушенням умов охолодження з боку другого контуру;
- Е** – режими з розгерметизацією другого контуру.

Основні режими, що можуть впливати на зміну реактивності (А), є [17]:

1. Порушення у системі борного регулювання, при якій відбувається зниження концентрації борної кислоти в теплоносії;
2. Некероване вилучення групи органів регулювання;
3. Викид органу регулювання;
4. Підключення ГЦН непрацюючої петлі;

5. Можливість несанкціонованого виходу реактора в критичний стан (є вкрай малоймовірним та гіпотетичним).

Розглянута група режимів (А) призводить до короточасного збільшення потужності реактора і відноситься до режимів з порушення нормальних умов експлуатації.

Такі режими характеризуються введенням реактивності в активну зону, що в свою чергу призводить до збільшення потужності РУ. Однією з причин виникнення такої вихідної події – це несправність у системі управління органу регулювання системи управління і захисту або помилка оператора.

Проте ускладнення розрахунків такою групою режимів необхідно обґрунтовувати. Адже необхідно враховувати відмови системи продування підживлення під час зупинки та розхолодження реактора з неможливістю подачі концентрованої борної кислоти в контур.

Основні режими, що пов'язані із розривами трубопроводів першого контуру (LOCA) (В), є [16, 20]:

1. Утворення «малих» течей при розриві трубопроводів першого контуру;
2. Режими, при яких відбувається зменшення запасу теплоносія в реакторі;
3. Режими «великої» течі.

Для АЕС із реакторами ВВЕР ситуації при яких сталася втрата теплоносія в першому контурі вважаються найнебезпечнішими, адже, при таких аваріях відведення тепла з активної зони значно погіршується і відбувається перетік радіоактивної пароводяної суміші в герметичні приміщення, при інтенсивному пароутворенні.

Режими (В) класифікуються за величиною витрати течі наступним чином:

- Режими, при яких системи продування-підживлення першого контуру компенсують утворені течі;
- Режими, при яких спільна робота систем нормального та аварійного підживлення першого контуру компенсує утворені течі;
- Режими, при яких спільна робота систем нормального та аварійного підживлення не компенсує утворені течі.

Варто зазначити, що аварійні ситуації типу LOCA можуть статися під час експлуатації блоку і відносяться до проєктних аварій. Аварії LOCA ідентифікують за ознаками:

1. Тиск теплоносія реактору знижується;
2. Рівень КТ знижується;
3. Тиск у контайнменті підвищується.

Основні режими, що пов'язані з порушенням витрати теплоносія (С), є [19]:

1. Заклинювання одного ГЦН;
2. Знеструмлення одного ГЦН;
3. Знеструмлення всіх ГЦН;
4. Повне знеструмлення АЕС.

При зменшенні витрати теплоносія через активну зону, температура теплоносія підвищується. Така ситуація може призвести до недостатнього охолодження палива, а це, в свою чергу, призведе до розплаву паливних збірок.

Проблеми нестабільної витрати (збільшення або зменшення) теплоносія через ГЦН можуть виникнути через його механічні пошкодження, відхилення параметрів електроживлення або аварій в ланцюгу електроживлення. В таких випадках потребується аналіз механічної надійності всіх систем РУ. Проаналізовано, що при максимально можливому збільшенні витрати теплоносія пошкодження паливної збірки чи її впливання неможливе. Навпаки, збільшення витрати теплоносія лише покращує теплотехнічну надійність активної зони. Через це до розгляду беруться режими, при яких у активній зоні відбувається зменшення перетоку теплоносія.

Насамперед, треба відзначити, що така аварія може виникнути через заклинювання або розрив валу одного ГЦН. Через цю аварію, як і у випадку аварій (В), зменшується витрата теплоносія через активну зону і вважається проєктною аварією.

Основні режими, що пов'язані із порушенням умов охолодження реакторної установки з боку другого контуру (D), є [21]:

1. Припинення подачі живильної води в парогенератор;

2. Закриття відсікових клапанів парогенераторів;
3. Відключення турбогенератора від системи;
4. Відключення підігрівачів живильної води високого тиску.

З урахуванням конструкції усіх паровідвідних труб парогенератора, максимальний переріз течії при розриві паропроводу прийнято рівним $0,275 \text{ м}^2$. Час розриву паропроводу приймають рівним $0,3 \text{ с}$. При розривах паропроводу до зворотного клапану, витікання пари відбудеться лише всередині захисної оболонки. Але при розриві паропроводу за зворотним клапаном, витік пари відбудеться поза захисною оболонкою.

Визначальним з групи режимів (**D**), враховуючи максимальне зростання тиску в першому і другому контурі, є режим закриття стопорних клапанів турбогенератора.

З погляду максимального зростання тиску в першому та другому контурах визначальним є режим закриття стопорних клапанів турбогенератора. Закриття стопорних клапанів турбіни може статися через несправність у турбоустановці, а втрата зовнішнього електричного навантаження – через порушення в енергосистемі.

Основні режими, що пов'язані з розгерметизацією другого контуру (**E**), є [22]:

1. Розрив паропроводу;
2. Непередбачене відкриття запобіжного клапана парогенератора;
3. Непередбачене відкриття швидкодіючої редукційної установки (ШРУ-К);
4. Розрив трубопроводів поживної води парогенераторів.

В залежності від місця розриву в другому контурі, режими характеризуються великою швидкістю зниження тиску другого контуру. Найбільша швидкість зниження тиску буде у режимі розриву паропроводу до швидкодіючого запірно-відсічного клапану, тобто в його частині, що не відсікається.

Такі аварійні ситуації (**E**) можуть статися внаслідок зменшення товщини паропроводу через неправильну роботу обладнання або внаслідок зовнішніх

впливів. Падіння тиску в другому контурі призводить до збільшення тепловідведення від першого до другого контуру і розхолодження теплоносія першого контуру. Ці режими відносяться до категорії проєктних аварій.

В Україні, в роботі [23] аварійні та перехідні процеси також класифікували подібним чином, виключаючи режими, що впливають на зміну реактивності (А):

LOCA – група аварій з втратою теплоносія (loss of coolant accident);

PRISE – група аварій з течєю з першого контуру в другий (primary-to-secondary leakage accidents);

MSLB – група аварій з течєю з другого контуру (main steam line break);

OTHER – група аварій, що не увійшли у групи LOCA, PRISE та MSLB.

Підсумовуючи, найбільші пошкодження на внутрішньокорпусні пристрої реактора може вплинути аварія «великої течі» або LOCA. У разі великої течі домінуючим явищем для холодного термоудару є утворення так званих «холодних струмків» при значному зниженні рівня теплоносія в опускній частині реактора на початковій фазі реактора: перемішуються теплоносії опускної ділянки та вода САОЗів і «холодні струмки» внаслідок збільшення своєї ширини трансформуються в «холодні язики». Обов'язковим фактором при великій течі є загальне швидке охолодження першого контуру. Одна з таких аварій, двосторонній гільйотинний розрив головного циркуляційного трубопроводу, за своєю природою супроводжується швидким охолодженням опускної ділянки реактора особливо в початкову фазу аварії. На пізніх етапах аварії може відбуватися формування «холодних язиків». Така аварія називається «максимальна проєктна аварія» або МПА (рис. 1.2).

1.1.2. Максимальна проєктна аварія

Ще на етапі проєктування реакторів типу ВВЕР, були створені правила забезпечення ядерної безпеки (ОПБ-73) де максимальною проєктною аварією (МПА) було прийнято фактичне порушення цілісності першого контуру, еквівалентне розриву трубопроводу Ду32. Технічні засоби тоді були передбачені лише для боротьби з малими течами: коли тиск у контайменті перевищує

проектне значення, пароповітряна суміш скидається в атмосферу через пристрої скидання, що закриваються після зниження тиску. Ця концепція безпеки націлена на можливість скидання з контейнменту в атмосферу відносно чистих пароповітряних сумішей на початку аварій, що трохи перевищують проектну, до появи значних пошкоджень палива [12].

Потрібно зазначити, що концепція безпеки ОПБ-73 не передбачала заходів проти великих розривів, які можуть призвести до більш серйозних аварій із плавленням активної зони або проти зовнішніх впливів (наприклад, сейсмічного удару). І хоча на теперішній час інформація та дослідження щодо гідродинамічних, теплових, матеріалознавчих, ядерно-фізичних та інших процесів ЯЕУ для прогнозування її поведінки під час аварії досі не систематизовані, обмежені і є розрізненими, існуючі експериментальні та чисельні дослідження водо-водяних РУ значно підвищили методи забезпечення їхньої безпеки.

Загальновідомо на теперішній час, що під МПА для реактора типу ВВЕР розуміється розгерметизація першого контуру внаслідок миттєвого розриву трубопроводу максимального діаметра з безперервним двостороннім витіканням теплоносія при роботі реактора на номінальній потужності з урахуванням можливого її перевищення внаслідок похибок і допусків системи контролю та управління.

Для адекватного аналізу аварійних та інших вищезгаданих процесів під час МПА і створення системного підходу до аналізу динаміки МПА в реакторі типу ВВЕР-1000, необхідно визначити такі процеси. Насамперед, система аварійного охолодження РУ повинна забезпечувати таким критеріям [1, 2]:

1. Пошкодження тепловиділяючих елементів не повинні перевищувати «другу проектну межу», тобто температура їх оболонок повинна бути не більше 1200 °C;
2. Оболонки тепловиділяючих елементів не може мати локальну глибину окислення більше 18% початкової товщини;
3. Прореагований цирконій не може бути більшим за 1% його маси активної зони;

4. Можливість розхолодження реактора повинна бути забезпечена;
5. З активної зони можна вивантажити паливо після аварії.

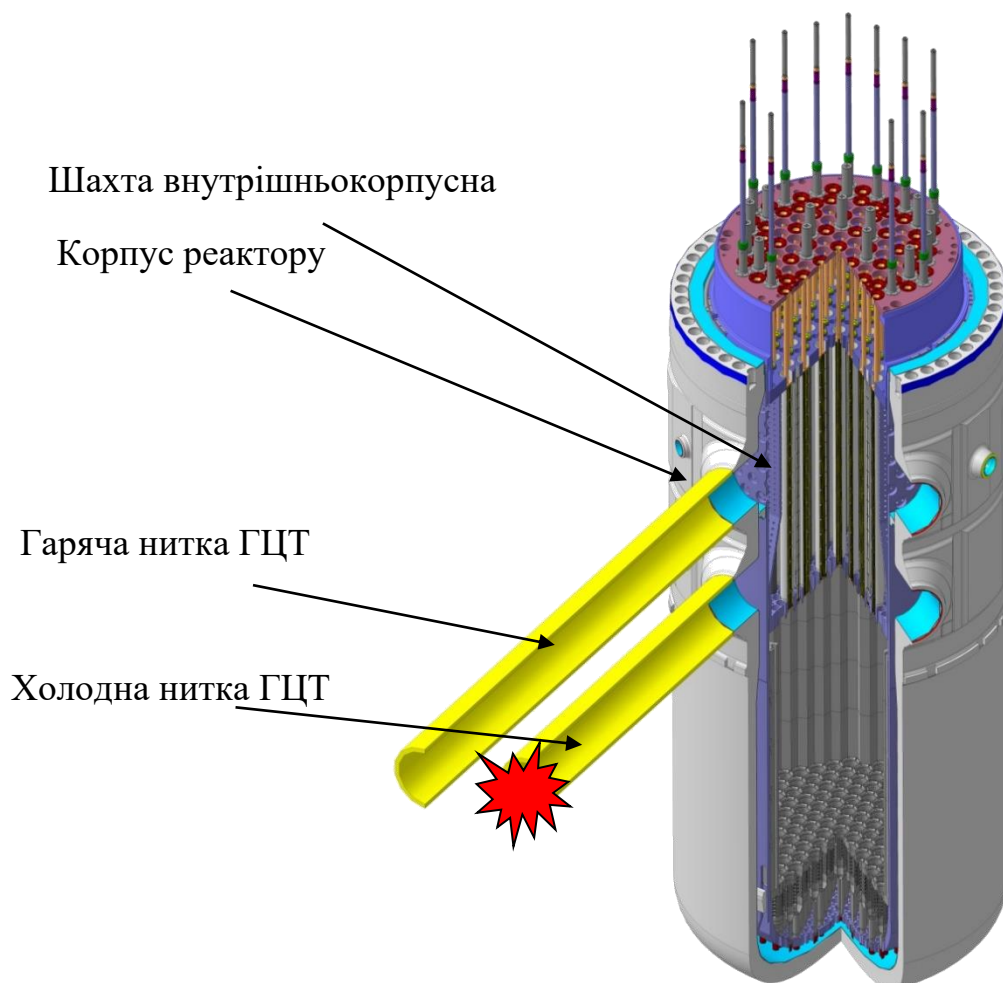


Рисунок 1.2 – Розрив холодної гілки ГЦТ-один із варіантів МПА

Тому, при аналізі МПА, яка може відбутися в реакторі типу ВВЕР-1000, необхідно розглянути взаємопов'язані процеси [24–26]:

1. Зменшення об'єму теплоносія в першому контурі через виникнення розриву в циркуляційних петлях і миттєвого падіння тиску (час падіння тиску < 0.01 с), який був недогрітим до температури насичення. Гільйотинний розрив або навіть звичайний розрив головного трубопроводу супроводжується також хвилями розрідження і тиску далі по РУ, тому окрім зменшення теплоносія, потрібно розглянути виникнення напружень в конструкційних елементах активної зони, перекидання циркуляції і витрату теплоносія.

2. Процес створення парової фази в контурі:

- википання теплоносія в першому контурі, при якому зниження тиску зменшує свою швидкість;
- опис двофазної суміші;
- поверхнєве і розвинене бульбашкове кипіння, яке трансформується з конвективного теплообміну в активній зоні. Адже бульбашкове кипіння за час 0,5-0,8 с аварії, супроводжується розвитком кризи тепловіддачі в момент розриву холодної петлі головного трубопроводу.

3. Динаміку проходження теплообміну тепловиділяючого елемента:

- Зниження інтенсивності відводу тепла від тепловиділяючого елемента до теплоносія під час такого позакризного теплообміну, де відбувається плівкове і перехідне кипіння;
- Погіршення охолодження тепловиділяючого елемента при розпуханні при температурах ≥ 650 °С;
- Екзотермічні паро-цирконієві реакції і залишкова генерація тепла, що впливає на незбалансованість тепловиділення при температурах ≥ 1100 °С.

Опишемо динаміку вищенаведених процесів: час за який відбувається зміна температури оболонки тепловиділяючого елемента, триває 15 с і супроводжується інтенсивним випорожненням гідроємностей САОЗ. За цей час закінчується перший високий стрибок температури і протягом наступних 60-80 с починається повторний ріст температури. Розпухання «свіжих» тепловиділяючих елементів при першому моменті часу не може бути, через збереження температурного перепаду на їх оболонках, а в «вигорілих», де газоподібні продукти створюють підвищений внутрішній тиск, така ситуація більш ймовірна. Великі деформації можуть виникнути при температурах 800-850 °С, тобто при другому стрибку температури, який може утворитися в режимі повторного заливу теплоносія в активну зону. Тоді, в момент 200-300 с, температура збільшується зі швидкістю 3-5 °С/с. Необхідно врахувати довготривале витікання теплоносія в гермооболонку при зниженні його тиску в активній зоні і для істотної зміни величини

залишкового тепловиділення β -розпаду продуктів поділу палива після аварійної зупинки ЯЕУ під час спрацьовування аварійного захисту.

4. Зміну теплогідравлічних ефектів через роботу пасивної частини САОЗів і подачу борованої води в перший контур:

- Має бути враховано процеси перемішування нагрітого теплоносія з холодною водою, при зниженні тиску в головному циркуляційному контурі нижче тиску в гідроємностях САОЗ;
- Ефекти протидії затікання при зустрічному потоку пари;
- Байпасування частини теплоносія САОЗів, що подається в пошкоджену петлю, включення активної частини САОЗ для подачі води аварійного охолодження низького тиску;
- Вплив зниження тиску теплоносія в РУ до 0,5 МПа, а і майже нульова витрата через активну зону в момент часу 30 с. Ефективне заповнення нижньої частини КР водою після зазначеного моменту часу і включення САОЗів низького тиску для подачі води.

5. Перешкоджання інтенсивному охолодженню активної зони протитиском висхідного потоку пари в момент часу 50 с. При цьому з моменту випорожнення САОЗів заповнюються верхня та нижня частина реактора водою, а активна зона розігрівається (знаходиться без нормального охолодження і тому має недостатній тепловідвід через випромінювання і природну конвекцію пари). З іншої сторони, температура тепловиділяючих елементів через додаткове тепловиділення внаслідок паро-цирконієвих реакцій може бути більшою 1100 °С, швидкість зростання температури оболонки 8-12 °С/с. Важливим визначальним фактором в цей момент часу вважають швидкість заповнення водою САОЗів нижню камеру РУ і залишковий рівень води в ній.

6. Інтенсивне випаровування води і велику тепловіддачу в активній зоні, адже в моменти, коли заливається вода в активну зону (рівень теплоносія в ці моменти повинен бути вище нижнього торця активної зони реактора). При цьому в активній зоні утворюються висхідні потоки пари з краплями рідини, що відводять тепло при аксіальній теплопередачі і з гарячих конструкцій активної

зони, передаючи тепло дисперсному потоку. Тобто поверхня палива повторно зволожується, а саме зволоження переміщується вгору при таких змінних взаємопов'язаних режимах: конвекція, бульбашкове, перехідне і плівкове кипіння при різних напрямках двофазного потоку. Причому температура оболонки тепловиділяючого елемента при плівковому кипінні спочатку проходить другий максимум температур, а потім різко починає знижуватись. Ще один негативний фактор, це замикання частини першого контуру (перешкоджає залив води і обумовлює осушення активної зони), через утворену воду в *U*-подібній ділянці холодної частини головного трубопроводу між парогенератором і ГЦН.

Узагальнюючи вищеперераховане, під час МПА утворюються досить багато взаємопов'язаних нестационарних теплогідравлічних процесів, які, звісно, не можуть бути достатньо ефективно і точно описані в рамках звичайних інженерних підходів (тобто таких, за якими є створені методики розрахунків теплогідравлічних процесів, при використанні емпіричних кореляцій в описі локальних фрагментарних процесів). Тому необхідно дотримуватись системного підходу, аналізуючи теплофізичні властивості РУ, тобто треба розробити відповідну математичну модель МПА, використовуючи комплексний комп'ютерний аналіз тіснопов'язаних нестационарних теплогідравлічних параметрів.

1.2. Літературний огляд досліджень несучої спроможності оболонок енергоблоків АЕС в нестационарних процесах протікання МПА

Аналіз безпеки ядерних установок є основною задачею життєвого циклу даного типу високотехнологічних систем, де окрім складності та можливості проведення деяких натурних експериментів використовують дані розрахунково-теоретичних методів досліджень, з таких галузей науки як: гідромеханіка, прикладна механіка, матеріалознавство, інформаційні технології та ін. З попереднього розділу стає очевидним, що для розрахунку поведінки під час МПА навіть однієї з конструкцій, внутрішньокорпусної шахти реактору, потрібно виконати досить великий об'єм досліджень.

1.2.1. Теплогідродинамічні дослідження внутрішньокорпусних елементів реактора

Історично дослідження тепло-гідродинамічних процесів, які виникають при аваріях в реакторних установках були експериментальними. Так, перші дослідження, які безпосередньо стосувалися вивченню безпеки реакторів при аваріях, що нагадують тип LOCA, були проведенні ще у 1970-х роках в інституті Баттелла [27]. Під час цих досліджень було проведено низку експериментів, які описували гіпотетичні розриви трубопроводів під тиском водо-водяних і киплячих реакторів. В експериментах були проведені продувки водою посудин під високим тиском (до 14,5 МПа, 315 °С) і вивчали гідродинамічні процеси для них з отворами різного діаметру від 23 до 132 мм у трьох різних місцях. Показано, що аномальна поведінка зниження тиску є результатом розчиненого в рідині азоту, а також залежала від конфігурації приладів. Парова подушка утворювалась в деяких випадках під час низхідного потоку рідини в посудині. Встановлено, що довжина сопла майже не впливає на потік всієї маси під час продувки, тобто моделювати довгі коліна трубопроводів для CFD-моделі не є доречним.

Після того, як в результаті проведених симуляцій подвійних розривів головних трубопроводів експериментальних реакторів персоналом були виявлені асиметричні силові навантаження на внутрішньокорпусні пристрої, в США був розроблений нормативний документ NRC [28]. Адже під час цих експериментів було з'ясовано, що в разі миттєвого двостороннього розриву головного трубопроводу корпусу реактора, виникає асиметричне навантаження. Перепади тисків у внутрішньому об'ємі реактора і в трубопроводі швидко зменшуються при виході теплоносія в гермооболонку. Вже тоді, з появою перших комп'ютерних програм на основі аналітичних моделей, стало очевидним, що перепади тиску під час таких розривів, які хоча і є короточасними, але можуть пошкодити чи зруйнувати корпус реактору з внутрішньокорпусними пристроями. В цілому робота була присвячена саме оцінці таких навантажень на паливо (тепловиділяючу збірку) реактора, але в ній також було зазначено про

необхідність покращити знання про перебіг подій і процесів в РУ, які можуть виникнути при таких аваріях.

Величезна експериментальна та розрахункова база досліджень тепло-гідродинамічних моделей і отриманні з них термосилові навантаження наведені також в роботах: – дослідження водо-водяних та киплячих реакторів при аваріях типу LOCA [29, 30]; – оцінка витрати та удару при розривах [31]; – програма по підтвердженню надійності водо-водяних реакторів Японії, з урахуванням розривів трубопроводів і оцінка ефективності мір щодо їх захисту [32]; – дослідження хіміко-фізичних характеристик активної зони водо-водяних реакторів [33]; – дослідження випаровування при важких аваріях [34], французька програма досліджень аварій [35]. Підсумовуючи ці роботи, багато з них використані як основа при реалізації математичних моделей нестационарних теплогідравлічних процесів, в тому числі і використовуючи сучасне програмне забезпечення при розробці цих моделей. Використання математичних моделей і програмних засобів, які здатні забезпечити комп'ютерну реалізацію таких моделей, що призначені для розрахункового аналізу нестационарних теплогідравлічних процесів при аварійних ситуаціях, на сучасному етапі, практично неможливо. Такий висновок, є вірним не тільки на етапі проєктування енергоблоку, але і при експлуатації, коли необхідні ефективні інженерні розв'язки та оцінка їхньої достатності при забезпеченні безпеки для нормальної експлуатації, порушення нормальної експлуатації, гідровипробувань, проєктних та запроєктних аваріях.

При побудові будь-якої CFD-моделі важливим аспектом є прикладання коректних граничних умов. Якщо для деяких граничних умов ситуація є більш-менш зрозумілішою (при визначенні тиску і швидкості теплоносія), то для визначення температури, напряду потоку теплоносія під час перебігу аварії необхідно моделювати енергоблок або його циркуляційний контур в цілому. Лише таким чином можна врахувати гідравлічні опори і визначити реальну картину переміщення потоку. Проте на сучасному етапі розвитку обчислювальної потужності комп'ютерів змоделювати повністю в 3-D постановці циркуляційний контур майже неможливо зробити за допомогою програмного

забезпечення, що використовує метод скінчених об'ємів типу ANSYS, MSC Nastran та інші. За допомогою одновимірних кодів таких як RELAP5 [36], RETRAN [37], CATHARE [38], MARS [39] та інші, можна сформувати перебіг температури і тиску під час аварії. Найбільш поширеним в світі є код RELAP5, що був розроблений в Національній лабораторії Айдахо для аналізу безпеки реакторів і ліцензується численними університетами, урядами та корпораціями по всьому світу. Програмне забезпечення RELAP5 ліцензоване в Україні для аналізу перехідних процесів та аварій на атомних електростанціях.

В роботі дослідників швейцарського інституту імені Пауля Шеррера [40] показано результати, при розриві головного циркуляційного трубопроводу у моделі реактору типу PWR. Граничні та початкові умови були отримані з попереднього моделювання в RELAP5. В роботі основний акцент зроблено на розподілі температури під час аварії, яка є результатом високих температурних градієнтів в реакторі. Явища, які відбуваються в холодних петлях трубопроводу і вздовж впускної ділянки, мають великий вплив на механічні напруження в стінках корпусу реактора. У цій області утворюється охолоджуючий шлейф («холодний язык»), що сильно впливає на термічні напруження з внутрішньої сторони реактора. За допомогою розрахунків отримана детальна картина симетричного заповнення з гідросмистей САОЗ. Дослідниками зазначено, що одновимірні розрахунки не можуть дати правильну картину потоку для подальшого аналізу такої аварії, а температурне поле теплоносія суттєво змінюється з часом, тому потрібне комплексне дослідження термічних напружень. Охолоджувальний шлейф («холодний язык»), який утворюється в реакторі після вприску САОЗ є складним процесом. В роботі робиться висновок, що RELAP5 дає консервативну оцінку для визначення термосилових факторів. Тому CFD і RELAP моделі в деяких роботах роблять пов'язаними: з розрахунків одновимірного коду використовуються значення для всього циркуляційного контуру в великих гідрооб'ємах як граничні умови, а подальше CFD-моделювання дає можливість розбити такі гідрооб'єми і отримати більш повну картину результатів у тривимірній постановці для певної конструкції ЯЕУ. Для світових

реакторів, моделювання аварій типу LOCA в кодї RELAP5, які потім застосовувались у розв'язках CFD-задач показані для проєкту реактору з теплоносієм із рідкого металу [41], для дослідницького реактору з теплоносієм із рідкого металу [42], іранського дослідницького реактору [43], малого модульного реактору SMR [44], китайського водо-водяного енергоблоку на станції Ціншань [45], аргентинського реактору на важкій воді Атуца 2 [46], японських програмах [47–49].

За минулі п'ять десятиліть сформувались 2 основні принципи при побудові теплогідравлічних моделей РУ, які повинні обов'язково виконуватись:

1. Забезпечувати високий ступінь достовірності та надійності розрахункового аналізу отриманих теплогідравлічних параметрів РУ при моделюванні в них аварій, тобто мати високу адекватність результатів.

2. Мати повний опис характерних класів режимів теплогідравлічних процесів, що виникають в РУ основних типів при відповідних аварійних ситуаціях або мати достатню спільність.

При розробці теплогідравлічної моделі РУ для розв'язку нестационарних задач, що описують аварійні ситуації, досить часто ідеалізують для спрощення цієї моделі для опису відповідних теплогідравлічних параметрів і виключення явищ та ефектів, які є маловивченими або несуттєвими. Як приклад – створення гомогенних моделей задля нехтування ефекту міжфазної силової і теплової взаємодії, через те що такий ефект серед математичних моделей двофазних систем стоїть на одному з нижніх ступенів ієрархії. Але необхідно зважити на деякі важливі аспекти, що використовувались іншими дослідниками і які можна застосувати в подальшому теплогідродинамічному розрахунку:

- Використання коректної моделі турбулентності, що є замикаючим фактором при вирішенні нелінійних рівнянь гідродинаміки;
- Створення CFD-моделі створює багато невизначеностей, тому є сенс спростити таку модель: враховуючи втрату тиску у складній геометрії тіл, заміну граничних умов на поверхнях теплоносія на більш елементарні, виключенням маловажливих для опису процесів

теплопереносу технологічних особливостей конструкцій (зменшення деталізації) та ін.

Однією з проблем використання сучасних кодів при проведенні теплогідравлічних розрахунків для аналізу безпеки є застосування чисельних розв'язків рівнянь Нав'є-Стокса. Наближені розв'язки таких рівнянь потребують адекватного вибору моделі турбулентності, а отже і додаткову валідацію моделей. За даними роботи [50] введено наступну класифікацію моделей турбулентності: – моделі, засновані на усереднених за Рейнольдсом рівняннях Нав'є-Стокса, замкнутах за допомогою різних напівемпіричних моделей турбулентності:

1).(Reynolds-Averaged Navier–Stokes або RANS) (алгебраїчні моделі, напівдиференціальні моделі, моделі з одним диференціальним рівнянням, моделі з двома диференціальними рівняннями);

2) Моделі за «Методом великих вихорів» (Large Eddy Simulation або LES);

3). Моделі «від'єднаних вихорів» (Detached Eddy Simulation або DES);

4). Пряме чисельне моделювання (Direct Numerical Simulation або DNS).

Найбільш розповсюдженими моделями турбулентності для опису теплогідравлічних параметрів ЯЕУ є моделі RANS з двома диференціальними рівняннями та DES, що є синтезом між RANS та LES моделями. Про це свідчить досить велика кількість робіт, RANS k - ϵ [40, 51–54], RANS k - ω -модель [51, 55–59], DES [60–63], присвячених CFD-моделюванню світових експериментальних та експлуатуючих РУ. І це є очевидним, адже використовуючи такі моделі як DNS, що є серед усіх найточнішими і енерговитратними, потрібно розв'язувати тривимірні нестационарні рівняння Нав'є-Стокса. На даний момент розрахунок аварійної ситуації за допомогою DNS моделі може зайняти кілька років на найпотужніших комп'ютерах.

Менш енерговитратна LES-модель здатна розраховувати нестационарну вихрову структуру потоку [64]. Звісно, при розрахунку РУ важливо враховувати вплив вихрових структур, що можуть утворитися під час аварії. Проте найбільші вихори можуть утворитися в активній зоні реактору, і структура таких вихорів в тій зоні невідома. LES-моделі здатні якісно розраховувати структуру потоку лише

далеко від стінки, а в рамках поставленого завдання необхідно враховувати рух теплоносія у граничному шарі.

Всі лінійні RANS моделі засновані на гіпотезі Буссінеска, підтвердити або спростувати виконання якої можна лише на підставі порівняння результатів аналітичного розрахунку з експериментальними даними. Три найбільш поширені моделі RANS, які використовуються в розрахунках CFD-моделей РУ: Модель $k-\epsilon$, Модель $k-\omega$ та Модель Ментора (SST-модель) [65].

DES-моделі, або як їх ще називають RANS-LES-моделі є гібридними, і в них враховуються переваги та недоліки раніше описаних підходів до моделювання. Вони здатні зшивати результати двох розрахунків та видавати підсумкові дані, що найбільш наближені до реальних. В області граничного шару використовуються підходи RANS-моделей. В області, що знаходиться досить віддалено від стінки, використовуються підходи LES-моделей.

Потрібно зазначити, що оригінальна версія DES-моделі [66, 67] має істотний недолік, що виражається в умовах перемикання між LES- і RANS-моделями. При використанні даної моделі існує більша ймовірність помилкового перемикання режиму всередині граничного шару. На основі такої моделі було створено багато інших DES-моделей для вирішення динамічної поведінки РУ при аварійних ситуаціях, які використовували той же принцип, проте є більш універсальними при розв'язуванні задач: DDES, IDDES та інші.

Хоча й використання коду RELAP5 суттєво зменшує модель скінчених об'ємів, при якій можна використовувати в моделі лише корпус реактору з його патрубками, проте моделювання усіх внутрішньокорпусних конструкцій не є доцільним через довгий час розрахунків і накопиченої похибки (притаманної для всіх чисельних моделей при великій кількості елементів). Лише в активній зоні реактора ВВЕР-1000 знаходяться 163 паливні збірки, які мають складну геометрію: заглушки, хвостовики, дистанційні решітки та ін. Тому при розробці CFD-моделі деякі дослідники використовують так звані «пористі тіла» [68, 69].

Нещодавно в роботі [70] публіковані результати для створеної моделі реактору ВВЕР-1200 більше ніж з 5 млн скінчених об'ємів. В роботі застосовано

модель фазового переходу від водного до парового середовища. Активну зону спрощено шляхом застосування підходу пористого середовища. Отримані результати перепаду тиску через активну зону порівнювали з розрахунковим значенням перепаду тиску для ВВЕР-1200 і доведено, що вони добре узгоджуються між собою.

В роботі тайванських дослідників [55] при формуванні граничних умов для домену теплоносія в реакторі було введено припущення що коефіцієнт теплопередачі залишається постійним під час аварії типу LOCA.

Імітаційні 3D моделі, які зараз створюються в комплексах програм ANSYS, SOLIDWORKS та інші, навіть на теперішньому етапі розвитку інформаційних систем та технологій потребують ретельної валідації вихідних даних та верифікації розрахункової схеми. Тим паче це стосується таких складних конструкцій як РУ. Необхідно зазначити, що навіть імітаційне моделювання стаціонарного процесу складно реалізувати на звичайному персональному комп'ютері. Тому окрім використання великої кількості скінченних об'ємів в розрахунковій схемі реактору під час дії МПА, є необхідність дотримання і контролю в моделі важливих інженерних розв'язків: використання правильних граничних умов, трудомісткість розв'язків і точність опису потоків течій що залежать від вибору моделі турбулентності; інші спрощення, які можна застосувати при вирішенні CFD-моделі, при тих же параметрах, що й без використання цих спрощень. Тепло-гідравлічний розрахунок РУ типу ВВЕР-1000 під час дії МПА показаний в одному з розділів цієї роботи, хоча не є основною частиною досліджень.

1.2.2. Методи розв'язків задач динаміки оболонок реакторної установки

Функціональність системи сполучених тіл корпусу реактора при МПА визначають термосилові параметри течії турбулентних потоків. Навантаження на корпус реактора ВВЕР при МПА внаслідок дії гідродинамічних зусиль не є суттєвими [71]. Через велику товщину стінки корпусу, саме термічні напруження можуть становити небезпеку для його цілісності. Також до небезпечних аварій

слід віднести «важкі», де внаслідок дії розплаву палива реактора, товщина корпусу зменшується і на протязі всієї аварії спостерігається великий градієнт температур.

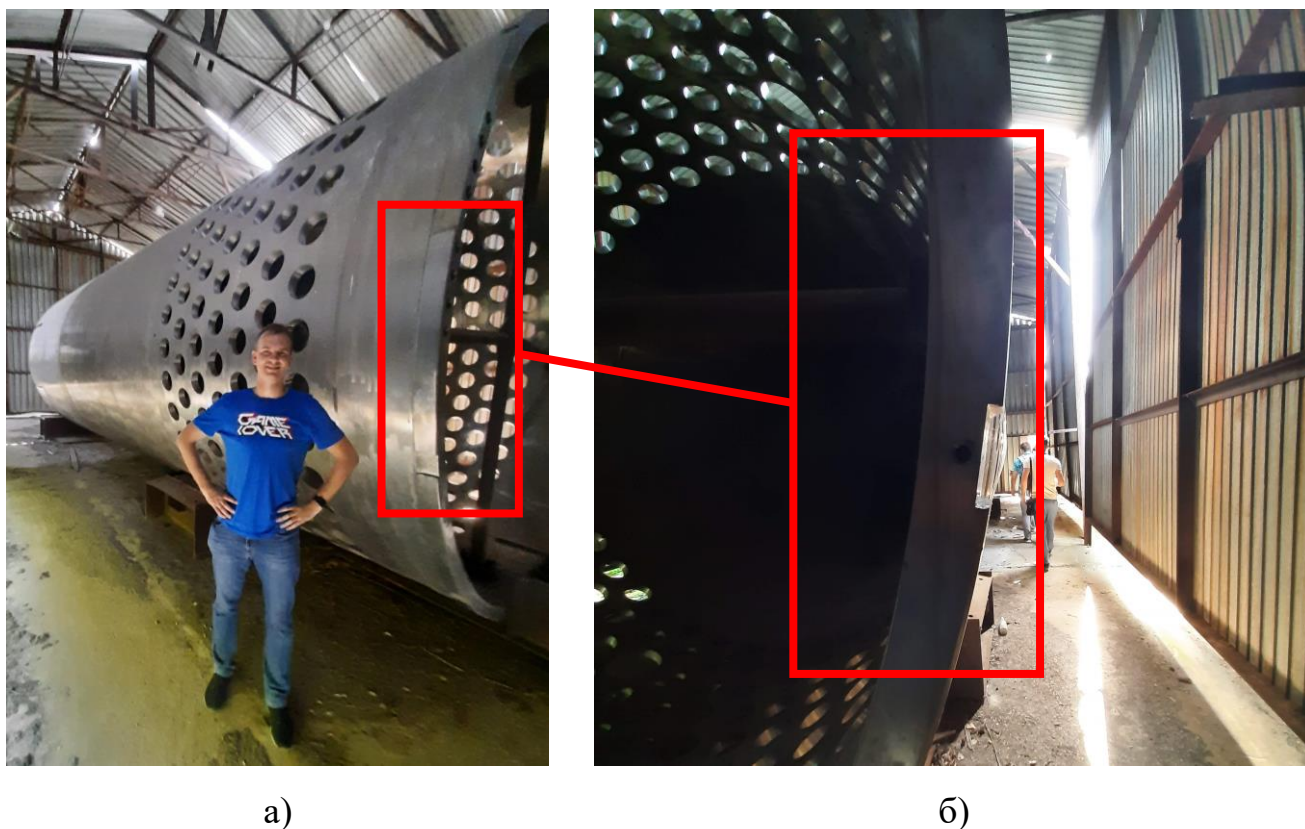


Рисунок 1.3 – Загальний вигляд ШВК (а), вигляд частини ШВК зверху (б)

Термосилові параметри течії, які виникають при МПА можуть зруйнувати чи пошкодити внутрішньокорпусні пристрої реактору ВВЕР-1000. Така ситуація може призвести до неправильної роботи реактору, його охолодження і, як наслідок, руйнування цілісності реактору з наступним витіканням теплоносія в гермозону. Однією з таких конструкцій є внутрішньокорпусна шахта, яка і є першим бар'єром між основною масою теплоносія всередині корпусу і патрубками, в яких стався розрив. Блок захисних трубок, вигорода реактору, паливні збірки знаходяться всередині шахти, де немає таких перепадів тиску. Маючи невелику товщину (рис. 1.3), шахту може розірвати або сильно zdeформувати у місцях навпроти розриву трубопроводу. Такі розрахунки є кроком вперед у аналізі безпеки реакторної установки [72].

Звичайно, модель може бути розроблена повністю за допомогою МСЕ [73], але в цьому випадку взаємодія рідини і твердого тіла будуть спрощеними, до того

Питання точних теорій коливань конічних оболонок також було описано в роботах: Сандерса-Вишневського [85], Янга [86], Коітера [87], Тонга [88], Квату [89], Козлова [90], та інших.

Застосування таких теорій в розв'язках аналітично-чисельними методами широко показано в сучасній вітчизняній і зарубіжній літературі: Ебрахімі-Алі-Тахері [91], Хешматі-Джалалі [92], Демірхан-Таскін [93], Карімі-Рафієіан-Фаражпур-Роналд [94], Хе-Ші-Ванг [95], Янг-Хао-Янг-Ліу [96], Пермун-Шакурі-Хаддадпур [97], Фу-Ву-Ксяо [98], Аболхассанпурі-Шахголі-Газемі [99], Амабілі-Баласубраманіан [100], Мохаммадрезадех-Джафарі [101] та інших.

Зручні наближені розв'язки були отримані Ю [102], Щедел [103] и Кана [104]. Існують і інші методи розв'язків вібраційної задачі оболонок, включаючи: метод Релея-Рітца [105, 106], метод Галеркіна [107, 108], диференціальних квадратур [109], метод розповсюдження хвиль [110], кінцеву смужку, точкову відповідність, та інші. Проте вони не отримали великої популярності.

МСЕ використовує метод Рітца (мінімізація енергетичного функціоналу) та інші енергетичні методи на елементному рівні, для отримання матриці жорсткості елемента [111, 112]. МСЕ долає труднощі, з якими стикається метод Рітца при вирішенні різних граничних умов і відносно складних форм. Таким чином, розвиток та аналіз цього методу швидко зростає протягом останніх трьох десятиліть. Для простих конструкцій метод Рітца демонструє кращу конвергенцію для меншої обчислювальної потужності [113].

МСЕ були використані для аналізу циліндричних оболонок, наприклад, Гонсальвес та Рамос [114], Кант-Кумар-Сінгх [115], Ванг [116] та ін. МСЕ були використані для чисельних розрахунків сферичних оболонок в працях Хванг та Форстер [117], МкКоллум та Сайдерс [118] та ін. Для конічних оболонок – Радж [119], Такаянагі та Ямате [120]. Дослідники використовували МСЕ для вивчення динаміки інших типів оболонок Фан та Луах [121, 122], Кравчук [123], Аллман [124], Степанішен та Чен [125] та ін. У роботах Аксу [126] використовується МСЕ для вивчення власних коливань оболонок загальної форми. Чунг і Лі [127] вивчали коливання майже вісесиметричної оболонки, використовуючи свій новий

кільцевий скінченний елемент. В роботах Сансур [128] реалізована схема розв'язування елементарних елементів у нелінійній динамічній теорії оболонок.

Серед розв'язків динамічних задач оболонок, існує обмежена кількість робіт, присвячених оболонкам з пружними граничними умовами. Здебільшого дослідження велися для анізотропних та композитних конструкцій, для оболонок з отворами чи включеннями. Це були праці: Жао-Ванг-Денг-Чої [129], Лянг-Жа-Джианг [130], Сан-Чу-Као [131], Лі-Хао-Джанг [132], Лі [133].

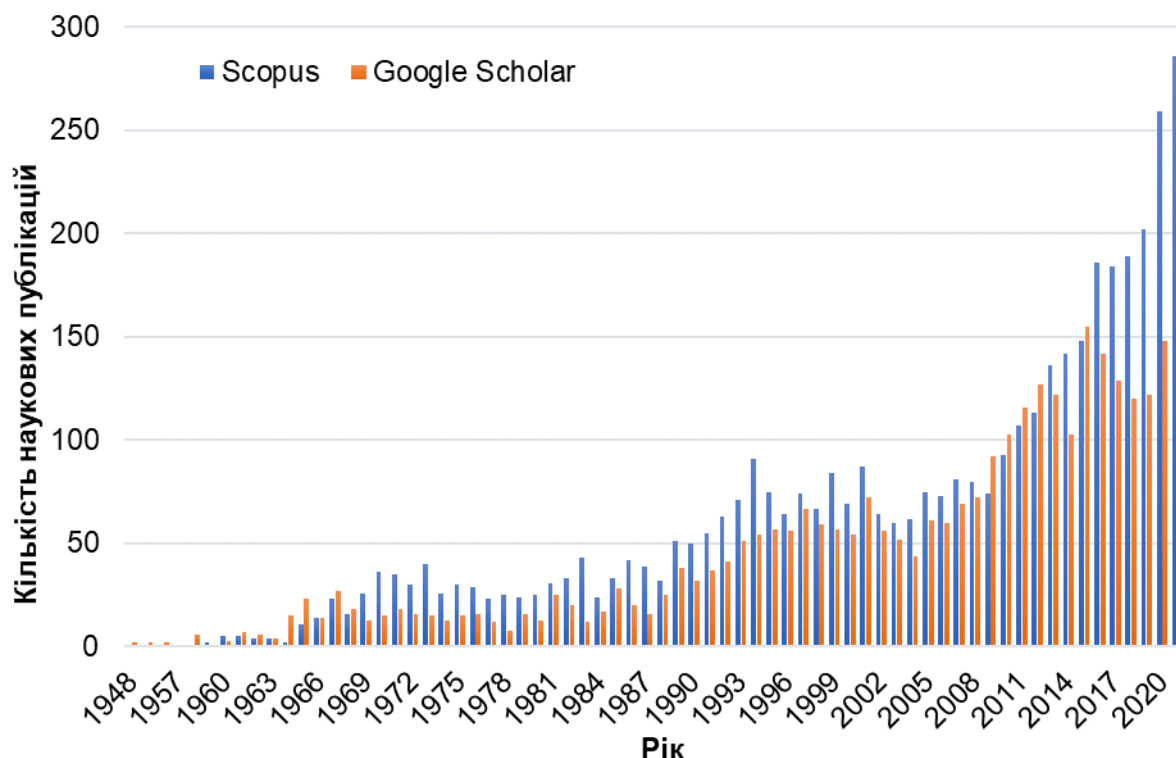


Рисунок 1.5 – Кількість наукових публікацій, присвячених коливанням оболонок в різні роки (гістограма створена на основі баз даних Scopus та Google Scholar)

Слід наголосити, що кількість публікацій, присвячених коливанню оболонок, суттєво зросла протягом останніх десяти років (рис. 1.5).

Найбільша кількість досліджень у цій галузі за останні 20 років опублікована фахівцями з наступних країн (у порядку зменшення): Китай, Іран, Індія, США, Італія, Канада, Південна Корея, Великобританія, Франція, Німеччина, Японія, Туреччина, Росія.

З проведеного огляду літератури видно, що задачі коливань оболонок з довільними граничними умовами для швидкого аналізу динамічної поведінки конструкцій під час гідроудару при МПА потребують більш детального розгляду

та вивченню. Створення такого інструменту присвячено один із розділів дисертаційної роботи.

1.3. Алгоритми для обчислення власних частот коливань конструкцій

Загальновідомо, що алгоритм для обчислення власних частот коливань конструкцій можна використовувати для знаходження коренів алгебраїчного рівняння визначника (детермінанта) суми матриць жорсткості та мас. З теореми Абеля-Руффіні видно, що для поліномів ступеня вище 4 не існує такого алгоритму, який був би одночасно скінченним і використовував лише прості арифметичні операції або дробові степені. Тому алгоритми для обчислення власних частот коливань є наближеними, використовуючи ітеративне вирішення.

Є алгоритми, які здатні знайти всі власні частоти коливань конструкцій, тоді як інші можуть знайти лише певну кількість або навіть лише одне значення. Незважаючи на це, всі ці алгоритми можуть використовуватись для обчислення всіх власних частот коливань шляхом повторення такої процедури для кожного значення окремо.

Ітеративні вирішення дають розв'язок задачі обчислення власних частот коливань побудовою послідовностей подібних матриць, що наближають до точних значень власних частот коливань. Найчастіше для простого отримання власних частот коливань, їх виражають через такі послідовності, що дають в результаті матрицю діагональної чи трикутної форми.

Найбільш відомими є степеневий метод [134], зворотний степеневий метод [135], метод ітерацій Релея [136, 137], передобумовлена зворотна ітерація [138], метод поділу навпіл [139], ітерації Лагерра [140], QR-алгоритм [139, 141], метод Якобі [141], «Divide-and-conquer» [142, 143], метод гомотопії [144], метод спектральної згортки [145], алгоритм MRRR [146] та інші.

Степеневий метод, зворотний степеневий метод [134] і метод ітерацій Релея [136, 137] можуть застосовуватись до матриць жорсткості загального вигляду, при якому відбувається багаторазове множення відповідних до методу визначених матриць на довільно вибраний початковий вектор з подальшою нормалізацією. В

результаті можна отримати найбільшу власну частоту коливань, причому збіжність для перших двох методів є лінійною, а для методу ітерацій Релея – кубічною.

Схожим в реалізації є і алгоритм передобумовлено зворотної ітерації [138] (або LOBPCG), але використовується лише для додатньоозначеної дійсної симетричної матриці.

Для дійсних симетричних тридіагональних матриць використовуються метод поділу навпіл [139], ітерації Лагерра [140], метод гомотопії [144] та алгоритм MRRR [146]. Причому метод поділу навпіл для знаходження коренів характеристичного многочлена використовує метод бісекції, в ітераціях Лагерра використовують алгоритм адаптований до розв'язку поліномів. Отримати можна при цьому будь-які власні частоти коливань. Збіжність методу поділу є лінійною, а ітерацій Лагерра – кубічною. Метод гомотопії так само передбачає отримання будь-яких власних частот коливань, на відміну від алгоритму MRRR, який може знаходити лише деякі власні частоти коливань, адже виконується зворотня ітерація з розкладанням так званої LDL^T -матриці.

Метод Якобі [141] та метод спектральної згортки [145] застосовують для дійсних симетричних матриць. За допомогою першого можна отримати всі власні частоти коливань при кубічній збіжності розв'язку, адже в методі використовується поворот Гівенса у спробі позбутися від недіагональних елементів. Метод спектральної згортки використовує передобумовлену зворотню ітерацію для модифікованої матриці.

Такі методи як QR-алгоритм [139, 141] та «Divide-and-conquer» [142, 143] використовуються для менш популярних матриць Гессенберга (для першого алгоритму) і ермітової тридіагональної матриці (для другого алгоритму). Їхня перевага в тому що вони можуть знаходити всі власні частоти коливань.

Необхідно зазначити, що обчислення власних частот коливань для загальної матриці жорсткості будь-якої конструкції можна обчислити прямо у випадку використання спеціальних класів матриць. Так, у випадку певного вигляду трикутної матриці, власні частоти коливань отримують як діагональні елементи.

1.4. Висновки та постановка задачі дослідження

Проведений аналіз літературних джерел свідчить, що розрахунку різних конструкцій світових реакторів під час дії проєктних аварійних режимів присвячено досить багато робіт. В даній роботі проведена схематизація типових аварійних режимів ЯЕУ ВВЕР-1000. Показано, що однією з найнебезпечніших типів аварій для внутрішньокорпусних пристроїв реактора є МПА, яка представляє собою двосторонній «гільйотинний» розрив головного циркуляційного трубопроводу з безперервним витіканням теплоносія. Першим внутрішньокорпусним пристроєм, який отримує гідроудар внаслідок розриву патрубку є шахта внутрішньокорпусна. Для опису гідроудару на шахту внутрішньокорпусну використовують теплогідродинамічну CFD-модель конструкції реактора.

Шахта внутрішньокорпусна, маючи тонку стінку, може бути описана як оболонка. Теорії оболонок також присвячено багато робіт, причому автори опираються на різні формулювання вихідних рівнянь. Велика кількість досліджень присвячена різним видам теорій оболонок на основі гіпотез Кірхгофа-Лява. Одна з найбільш зручних та простих у використанні є теорія Доннелла-Муштарі. На даний час при аналізі оболонок використання МСЕ в пакетних комплексах стає дедалі частішим, на практиці бажано використовувати аналітичні або чисельно-аналітичні методи розрахунку.

Необхідно зазначити, що точних зручних розв'язків рівнянь теорій замкнених циліндричних оболонок та аналітичних методів пошуку власних частот коливань не існує. Звичайно, наявність таких розв'язків дозволить отримати розв'язок таких важливих практичних задач, як динамічна поведінка шахти внутрішньокорпусної реактору ВВЕР-1000 під час перетікання МПА.

Тому було сформовано мету даної дисертаційної роботи, що полягає у розробці ефективних методів гармонічного і динамічного аналізу тонких циліндричних оболонок внутрішньокорпусної шахти реактору ВВЕР-1000 під час перетікання МПА на основі аналітичних та чисельних методів.

Для досягнення поставленої мети необхідно вирішити наступні задачі:

1. Провести імітаційне моделювання перших секунд МПА в опускній та впускній частинах реактора з використанням CFD-аналізу.
2. Розробити імітаційну модель шахти внутрішньокорпусної реактора ВВЕР-1000.
3. Визначити динамічні навантаження імітаційної моделі шахти внутрішньокорпусної в залежності від часу протікання МПА.
4. Розробити методики та алгоритм визначення спектру власних частот коливань оболонкових конструкцій.
5. Провести оцінку динамічних навантажень імітаційної моделі шахти внутрішньокорпусної для різних власних частот і форм її коливань під час протікання МПА
6. Визначити нестационарні розподіли напружень та переміщень імітаційної моделі шахти внутрішньокорпусної реактора в залежності від часу протікання МПА.
7. Провести оцінку крихкої міцності та граничного пластичного стану шахти внутрішньокорпусної реактора на основі двокритеріального підходу з урахуванням деградації матеріалу.

РОЗДІЛ 2. АНАЛІТИЧНА МОДЕЛЬ ТОНКОСТІННОЇ ОБОЛОНКИ

2.1. Вихідні диференціальні рівняння

На рис. 2.3 схематично показано характер форм коливань циліндричної оболонки в аксіальному (рис. 2.1) і коловому напрямку (рис. 2.2).

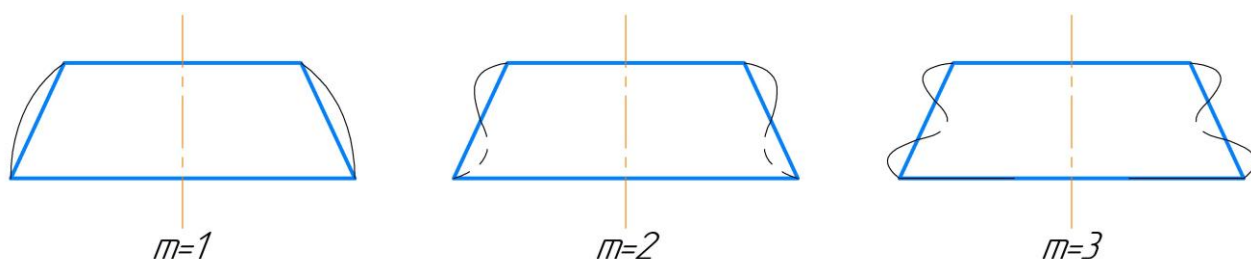


Рисунок 2.1 – Вигляд трьох типових аксіальних форм коливань циліндричної оболонки

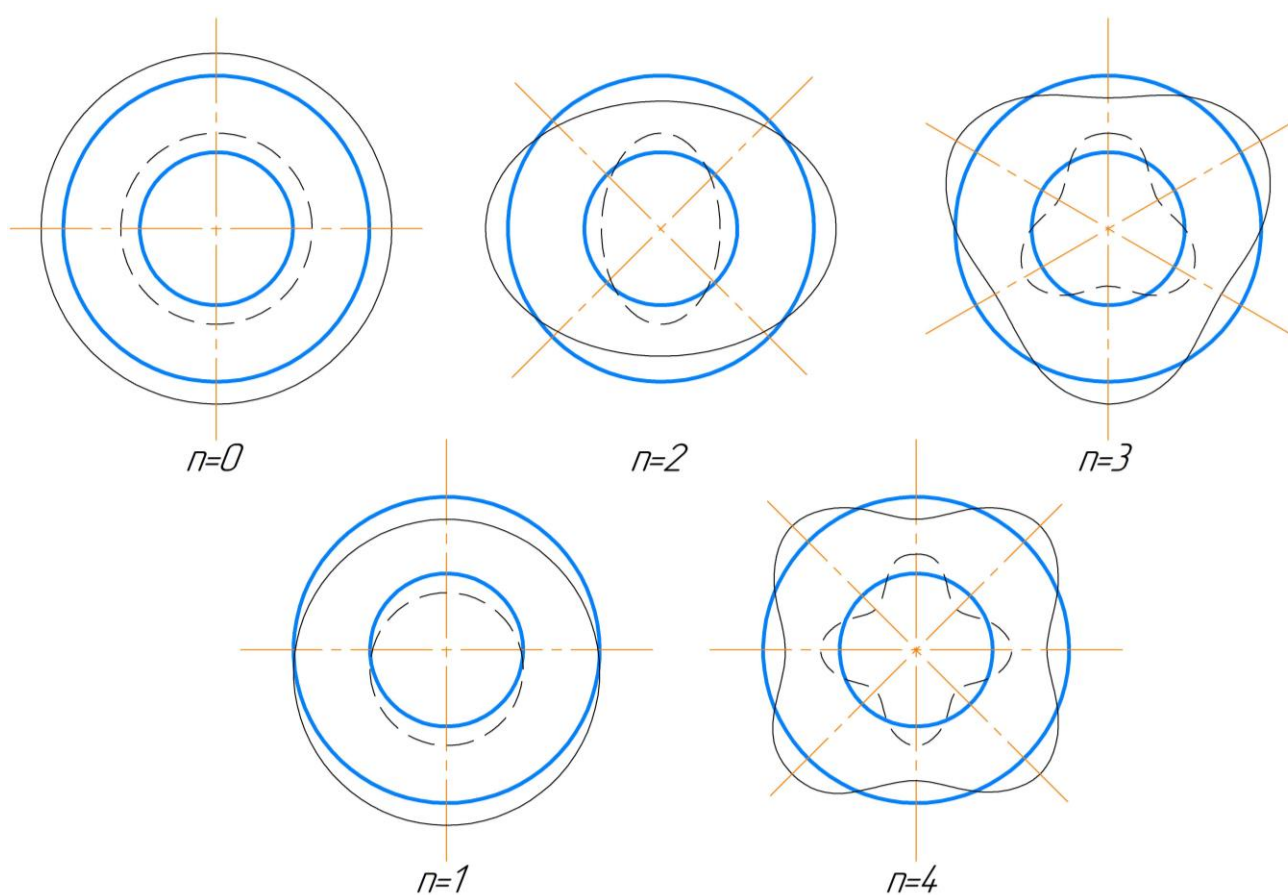


Рисунок 2.2 – Вигляд п'яти типових колових форм коливань циліндричної оболонки

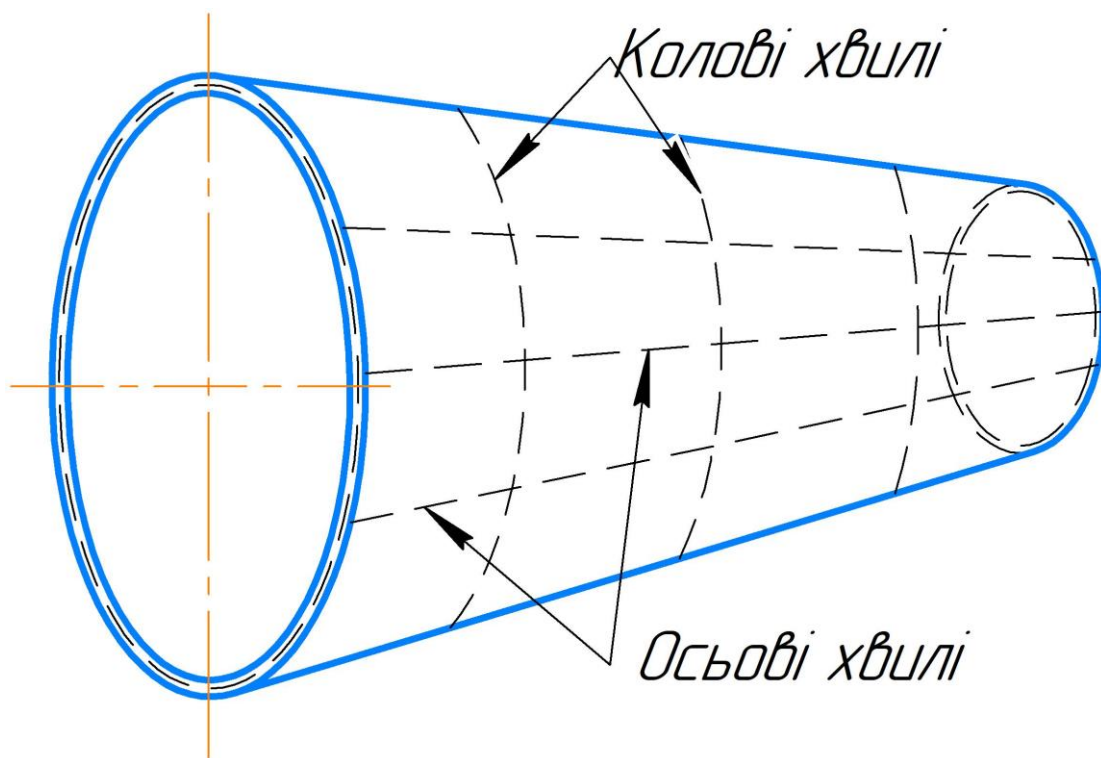


Рисунок 2.3 – Схема розміщення аксіальних та колових хвиль оболонки

Згідно з принципом Д'аламбера, вихідна система рівнянь для конічної оболонки запишеться у вигляді:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial N_{\varphi x}}{\partial \varphi} + \frac{1}{x} (N_x - N_\varphi) + \rho h \ddot{u} = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial N_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{2}{x} N_{\varphi x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{x \tan \alpha} Q_\varphi + \rho h \ddot{v} = 0, \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{1}{x} Q_x + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{1}{x \tan \alpha} N_\varphi + \rho h \ddot{w} = 0, \quad (2.3)$$

$$Q_x = \frac{\partial M_x}{\partial x} + \frac{M_x}{x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial M_{\varphi x}}{\partial \varphi} - \frac{M_\varphi}{x}, \quad Q_\varphi = \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial x} + \frac{2}{x} M_{\varphi x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi}. \quad (2.4)$$

де α – кут нахилу бічної поверхні; N_x, N_φ – осьові сили; Q_x, Q_φ – поперечні сили; L – дотична сила; M_x, M_φ – локальні згинальні моменти; $M_{x\varphi}$ – дотичний момент; R – середній найбільший радіус оболонки; h – товщина оболонки; ρ – густина матеріалу; u, v, w – переміщення в осьовому, коловому і радіальному напрямку.

На рис. 2.4 показані вектори сил та моментів за їхнім додатнім напрямком.

Фізичні рівняння, які поєднують внутрішні сили і моменти з деформаціями, записуються в такий спосіб:

$$N_\varphi = -H(\varepsilon_\varphi + \mu\varepsilon_x), \quad (2.5)$$

$$N_x = -H(\varepsilon_x + \mu\varepsilon_\varphi), \quad (2.6)$$

$$L = -G\varepsilon_{x\varphi}h, \quad (2.7)$$

$$M_x = -H\delta(\chi_x + \mu\chi_\varphi), \quad (2.8)$$

$$M_\varphi = -H\delta(\chi_\varphi + \mu\chi_x), \quad (2.9)$$

$$M_{x\varphi} = -\frac{H\delta}{2}(1-\mu)\chi_{x\varphi}. \quad (2.10)$$

де ε_x , ε_φ , $\varepsilon_{x\varphi}$ - деформації серединної поверхні; χ_x , χ_φ , $\chi_{x\varphi}$ - кривини у відповідних напрямках; E - модуль Юнга; μ - коефіцієнт Пуассона.

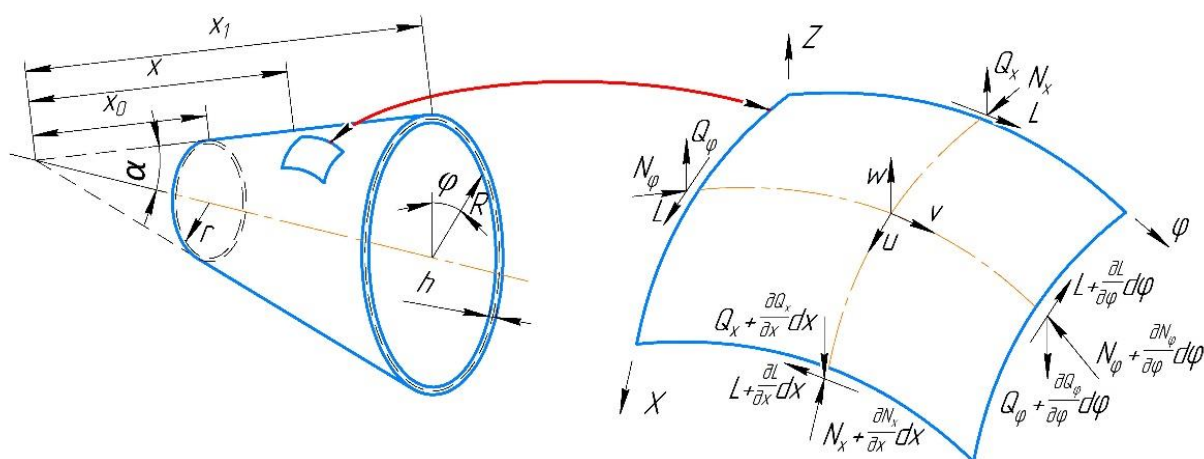


Рисунок 2.4 – Конічна оболонка та її координати

Переміщення точок серединної поверхні і деформації пов'язують за допомогою так званих геометричних рівнянь:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad (2.11)$$

$$\varepsilon_\varphi = \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{1}{x} u + \frac{1}{x \tan \alpha} w, \quad (2.12)$$

$$\varepsilon_{x\varphi} = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{v}{x} + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial u}{\partial \varphi}, \quad (2.13)$$

$$\gamma_x = -\frac{\partial w}{\partial x}, \quad (2.14)$$

$$\gamma_\varphi = \frac{1}{x \tan \alpha} v - \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial w}{\partial \varphi}. \quad (2.15)$$

З іншої сторони, кривини і переміщення пов'язані такими диференціальними залежностями:

$$\chi_x = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \quad (2.16)$$

$$\chi_\varphi = \frac{1}{x^2 \sin^2 \alpha} \left(\cos \alpha \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) - \frac{1}{x} \frac{\partial w}{\partial x}, \quad (2.17)$$

$$\chi_{x\varphi} = x \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\gamma_\varphi}{x} \right) + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial \gamma_x}{\partial \varphi}. \quad (2.18)$$

Для вирішення задачі динамічної поведінки циліндричної оболонки достатньо приведеної вище системи рівнянь.

2.2. Розв'язок системи звичайних диференціальних рівнянь

З рівнянь (2.1)–(2.18) можна отримати числову процедуру розв'язку диференціального рівняння, що буде мати восьмий порядок. Слід зауважити, що такий розв'язок є найбільш точним, адже в ньому не використовуються суттєвих спрощень на етапі постановки задачі. Вихідні невідомі такої системи можуть бути представлені як розклад восьми параметрів у тригонометричних рядах: поздовжнє переміщення $u(x, \varphi, t)$, дотичне переміщення $v(x, \varphi, t)$, колове переміщення $w(x, \varphi, t)$, кут повороту $\gamma_x(x, \varphi, t)$, поздовжня сила $N_x(x, \varphi, t)$, зсувна сила $L(x, \varphi, t)$, поперечна сила $Q_x(x, \varphi, t)$, і момент $M_x(x, \varphi, t)$.

З рівнянь (2.1)–(2.4):

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} = -\frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial L}{\partial \varphi} - \frac{1}{x} (N_x - N_\varphi) - \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x} = -\frac{2}{x} N_{\varphi x} - \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} - \frac{1}{x \tan \alpha} Q_\varphi - \rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \quad (2.20)$$

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} = -\frac{1}{x} Q_x - \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial Q_\varphi}{\partial \varphi} + \frac{1}{x \tan \alpha} N_\varphi - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2}, \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial M_x}{\partial x} = Q_x - \frac{M_x}{x} - \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial M_{\varphi x}}{\partial \varphi} + \frac{M_\varphi}{x}. \quad (2.22)$$

З (2.5), (2.6) і (2.11):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{N_x - \mu N_\varphi}{Eh}, \quad (2.23)$$

З рівнянь (2.7) і (2.13):

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \varepsilon_{x\varphi} + \frac{v}{x} - \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial u}{\partial \varphi} = \frac{L}{hG} + \frac{v}{x} - \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial u}{\partial \varphi}, \quad (2.24)$$

З (2.14):

$$\frac{\partial w}{\partial x} = -\gamma_x, \quad (2.25)$$

З рівнянь (2.16), (2.14) і (2.8)-(2.9):

$$\frac{\partial \gamma_x}{\partial x} = \chi_x = -\frac{M_x - \mu M_\varphi}{Eh\delta}, \quad (2.26)$$

За допомогою прийнятих невідомих параметрів, величини N_φ , Q_φ , M_φ , і $M_{x\varphi}$, з'являються в рівняннях (2.19)-(2.26). Отримати вираз для N_φ можна виключивши ε_φ з фізичних рівнянь сил (2.5)-(2.8):

$$N_\varphi = \mu N_x + Eh \left(\frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + \frac{u}{x} + \frac{w}{x \tan \alpha} \right). \quad (2.27)$$

Відповідно до фізичного рівняння (2.8), вираз для M_φ може бути записаний з урахуванням виразу для χ_φ (4б), і переписаний у вигляді:

$$M_\varphi = \mu M_x - \frac{Eh^3}{12} \left(\frac{1}{x^2 \sin \alpha \tan \alpha} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{1}{x^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \frac{\gamma_x}{x} \right). \quad (2.28)$$

При визначенні $M_{x\varphi}$ використовується рівняння (2.9). В це рівняння підставляється вираз для $\chi_{x\varphi}$, отримуємо:

$$M_{x\varphi} = \frac{Eh^3}{24(1+\mu)} \left(\frac{2}{x^2 \sin \alpha} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{2(1+\mu)}{xEh \tan \alpha} L - \frac{1}{x^2 \tan \alpha} v - \frac{\cos \alpha}{x^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{2}{x \sin \alpha} \frac{\partial \gamma_x}{\partial \varphi} \right). \quad (2.29)$$

Q_φ визначається з п'ятого рівняння рівноваги (2.4):

$$\begin{aligned}
Q_\varphi = & \frac{12x^2tg^2\alpha}{(12x^2tg^2\alpha + h^2)} \left(\frac{Eh^3}{24(1+\mu)} \left(-\frac{4}{x^3 \sin \alpha} \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{2}{x^2 \sin \alpha} \frac{\partial \gamma_x}{\partial \varphi} - \frac{2(1+\mu)}{x^2 Ehtg\alpha} L + \right. \right. \\
& \frac{2(1+\mu)}{xEhtg\alpha} \left(\rho h \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \frac{2}{x} N_{\varphi x} - \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial N_\varphi}{\partial \varphi} \right) + \frac{2}{x^3 tg\alpha} v - \frac{1}{x^2 tg\alpha} \left(\frac{v}{x} + \frac{2(1+\mu)}{Eh} L - \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) + \\
& \left. \frac{2 \cos \alpha}{x^3 \sin^2 \alpha} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \frac{\cos \alpha}{x^2 Eh \sin^2 \alpha} \left(\frac{\partial N_x}{\partial \varphi} - \frac{\mu \partial N_\varphi}{\partial \varphi} \right) - \frac{2}{x^2 \sin \alpha} \frac{\partial \gamma_x}{\partial \varphi} + \frac{24}{xEh^3 \sin \alpha} \left(\frac{\partial M_x}{\partial \varphi} - \frac{\mu \partial M_\varphi}{\partial \varphi} \right) \right) + \\
& \left. \frac{Eh^3}{12x(1+\mu)} \left(\frac{2}{x^2 \sin \alpha} \frac{\partial w}{\partial \varphi} + \frac{2(1+\mu)}{xEhtg\alpha} L - \frac{v}{x^2 tg\alpha} - \frac{\cos \alpha}{x^2 \sin^2 \alpha} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{2}{x \sin \alpha} \frac{\partial \gamma_x}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial M_\varphi}{\partial \varphi} \right) . \quad (2.30)
\end{aligned}$$

Диференціальне рівняння восьмого порядку можна отримати за допомогою процедури розрахунку, наведеної в роботі [147], поєднуючи статичні рівняння з фізичними та геометричними. Така система з восьми звичайних диференціальних рівнянь отримана шляхом розкладання восьми параметрів у тригонометричні ряди:

$$\Phi = \left\{ \sum_{n=0} \varphi_n \cos n\varphi \quad or \quad \sum_{n=1} \varphi_n \sin n\varphi \right\}. \quad (2.31)$$

або

$$N_x(x, \varphi, t) = n_x(x) \cos(n\varphi) \sin(\omega t), \quad (2.32)$$

$$L(x, \varphi, t) = l(x) \sin(n\varphi) \sin(\omega t), \quad (2.33)$$

$$Q_x(x, \varphi, t) = q_x(x) \cos(n\varphi) \sin(\omega t), \quad (2.34)$$

$$M_x(x, \varphi, t) = m_x(x) \cos(n\varphi) \sin(\omega t), \quad (2.35)$$

$$u(x, \varphi, t) = u(x) \cos(n\varphi) \sin(\omega t), \quad (2.36)$$

$$v(x, \varphi, t) = v(x) \sin(n\varphi) \sin(\omega t), \quad (2.37)$$

$$w(x, \varphi, t) = w(x) \cos(n\varphi) \sin(\omega t), \quad (2.38)$$

$$\gamma_x(x, \varphi, t) = \gamma_x(x) \cos(n\varphi) \sin(\omega t). \quad (2.39)$$

Систему з восьми звичайних диференціальних рівнянь нижче представлено з точки зору прийнятих невідомих функцій:

$$\frac{dn_x(x)}{dx} = -\frac{n_x(x)(1-\mu)}{x} - \frac{l(x)n}{x \sin \alpha} + \frac{Eh}{x^2} \left(u(x) + \frac{v(x)n}{\sin \alpha} + \frac{w(x)}{tg\alpha} \right) - u(x)\Phi^2 h, \quad (2.40)$$

$$\begin{aligned} \frac{dl(x)}{dx} = & \frac{n_x(x)}{x \sin \alpha} \left(\mu n - \frac{h^2 n (\mu + 1)}{2(12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} \right) + \frac{2l(x)}{x} \left(\frac{h^2}{12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2} - 1 \right) - \frac{12m_x(x)}{\cos \alpha (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} + \\ & \frac{u(x) E h n}{x^2 \sin \alpha} \left(1 - \frac{h^2}{2(12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} \right) - \frac{v(x) 12 \Phi^2 x^2 h \operatorname{tg}^2 \alpha}{12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2} + \frac{v(x) E h^3 (\sin^2 \alpha + 2n^2 + \mu n^2)}{2x^2 (1 + \mu) \sin^2 \alpha (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} - \\ & \frac{w(x) E h^3 n (\sin^2 \alpha (2 + \mu) - 2n^2 \operatorname{tg}^2 \alpha)}{2x^2 \sin^3 \alpha \operatorname{tg} \alpha (1 + \mu) (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} + \frac{w(x) E h n}{x^2 \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha} + \frac{\gamma_x(x) E h^3 n}{x \cos \alpha (1 + \mu) (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} \end{aligned} \quad (2.41)$$

$$\begin{aligned} \frac{dq_x(x)}{dx} = & -\frac{n_x(x) h^2 n^2 (1 + \mu)}{\sin 2\alpha (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} + \frac{l(x) 2h^2 n}{x \cos \alpha (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} + \frac{\gamma_x(x) E h^3 n^2}{x \cos^2 \alpha (1 + \mu) (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} - \frac{q_x(x)}{x} + \\ & \frac{u(x) E h}{x^2 \operatorname{tg} \alpha} \left(\frac{h^2 n^2}{2 \cos^2 \alpha (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} + 1 \right) + w(x) h \left(\frac{E}{x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha} - \Phi^2 \right) + \frac{w(x) E h^3 (2n^4 \operatorname{tg}^2 \alpha - n^2 \sin^2 \alpha (2 + \mu))}{2x^2 \sin^4 \alpha (1 + \mu) (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} + \\ & \frac{v(x) \Phi^2 h^3 n}{\cos \alpha (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} + \frac{v(x) E h n}{x^2 \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha} \left(\frac{h^2 n^2 (1 + \mu) + h^2 \sin^2 \alpha}{2 \cos^2 \alpha (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} + 1 \right) + \frac{m_x(x) 12n^2}{\cos^2 \alpha (12x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + h^2)} + \frac{n_x(x) \mu}{x \operatorname{tg} \alpha} \end{aligned} \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned} \frac{dm_x(x)}{dx} = & -\frac{l(x) h^2 n}{12x^2 \sin \alpha \operatorname{tg} \alpha} - \frac{E h^3 n \cos \alpha}{12x^3 \sin^2 \alpha (1 + \mu)} \left(\frac{u(x) n}{2x^3 \sin \alpha} + w(x) n (2 + \mu) \cos \alpha + \right. \\ & \left. \frac{v(x) (3 + 2\mu)}{2} \right) + \frac{E h^3 \gamma_x(x)}{12x^2} \left(\frac{n^2}{\sin^2 \alpha (1 + \mu)} + 1 \right) - \frac{m_x(x)}{x} (1 - \mu) + q_x(x) \end{aligned} \quad (2.43)$$

$$\frac{du(x)}{dx} = \frac{n_x(x)}{H} - \frac{\mu}{x} \left(u(x) + \frac{v(x) n}{\sin \alpha} + \frac{w(x)}{\operatorname{tg} \alpha} \right), \quad (2.44)$$

$$\frac{dv(x)}{dx} = \frac{1}{x} \left(\frac{u(x) n}{\sin \alpha} + v(x) \right) + 2l(x) \frac{1 + \mu}{E h}, \quad (2.45)$$

$$\frac{dw(x)}{dx} = -\gamma_x(x), \quad (2.46)$$

$$\frac{d\gamma_x(x)}{dx} = \frac{m_x(x)}{H \delta} - \frac{\mu n}{x^2 \sin \alpha} \left(\frac{v(x)}{\operatorname{tg} \alpha} + \frac{w(x) n}{\sin \alpha} \right) - \frac{\mu}{x} \gamma_x(x). \quad (2.47)$$

де $\Phi = \omega \sqrt{\rho}$.

2.2.1. Поліноміальна апроксимація розв'язків системи рівнянь

Рівняння (2.40)-(2.47) легко вирішуються за допомогою звичайних поліномів, у цьому випадку розв'язок системи набуває вигляду:

$$\begin{bmatrix} n_x \\ l \\ \dots \\ w \\ \gamma_x \end{bmatrix}_{x=L} = C_0 + C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3 + \dots \quad (2.48)$$

де x – це осьова координата, а C_0, C_1, C_2, C_3 – матриці коефіцієнтів з розмірністю 8×8 . Визначення коефіцієнтів C_0, C_1, C_2, C_3 – можливо спростити, скориставшись методом початкових параметрів, для цього (2.48) підставляємо у систему (2.40)–(2.47), та додаємо граничні умови:

$$\begin{aligned} n_x|_{x=0} &= n_{x0} \\ n_{xp}|_{x=0} &= n_{xp0} \\ &\dots \\ w|_{x=0} &= w_0 \\ \gamma_x|_{x=0} &= \gamma_{x0} \end{aligned} \quad (2.49)$$

Таким чином отримаємо зв'язок початку $x=0$ з кінцем, де $x=L$, а матриця коефіцієнтів C_0 :

$$C_0 = \text{diag} \{ n_x \quad n_{xp} \quad q_x \quad m_x \quad u \quad v \quad w \quad \gamma_x \}_0. \quad (2.50)$$

Вираз (2.48) є наближеним розв'язком і при зростанні ступеня поліному $\sum x^n C_n$ точність буде зростати, проте і буде зростати складність отримання коефіцієнтів C_n . В якості альтернативи пропонується використати розбиття конструкції оболонки на невеличкі об'єми в осьовому напрямку (рис. 2.5), для яких вигляд поліному (2.48) буде досить простим. Таке спрощення при побудові аналітичних виразів, дещо ускладнює чисельну схему, проте є більш ефективним за пошук C_n для великих ступенів x^n , як наприклад це зроблено у роботах [148, 149].

Матриця коефіцієнтів для x^0 є одиничною матрицею.

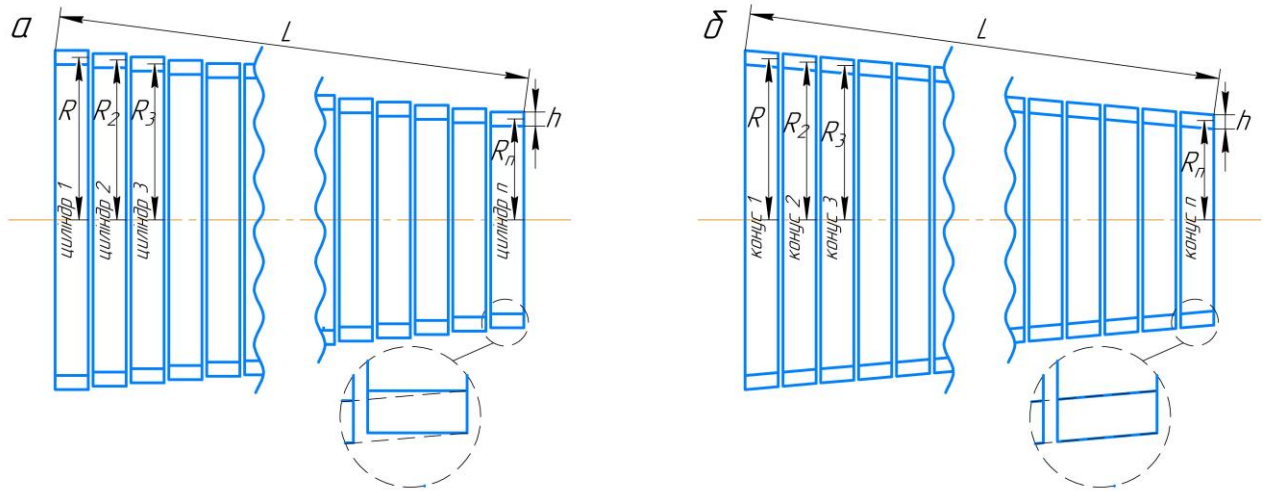


Рисунок 2.5 – Приклад розбиття конічної оболонки: у вигляді набору циліндричних оболонок з змінним радіусом(а), у вигляді набору конічних оболонок(б)

Для x^I :

$$\begin{bmatrix} \frac{(1-\mu)\xi}{z_0} - 1 & \frac{n\xi}{z_0 \sin \alpha} & 0 & 0 & \xi \left(\Phi^2 h - \frac{Eh}{z_0^2} \right) & -\frac{\xi Ehn}{z_0^2 \sin \alpha} & -\frac{\xi Eh}{z_0^2 \tan \alpha} & 0 \\ \left[\begin{array}{c} A_{2,8} = [1 \times 8] \\ A_{3,8} = [1 \times 8] \end{array} \right] & & & & & & & \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & \frac{\xi \delta n \cos \alpha}{z_0^2 \sin^2 \alpha} & -\xi \left(\frac{\xi(1-\mu)}{z_0} \right) - 1 & \frac{\xi Gh \delta n^2}{z_0^3 \sin^2 \alpha \tan \alpha} & -\frac{\xi Gh \delta n(2\mu+3)}{z_0^3 \sin \alpha \tan \alpha} & -\frac{\xi Eh \delta n^2 (\mu+2)}{z_0^3 \sin^2 \alpha (\mu+1)} & -\frac{\xi Eh \delta \left(\frac{n^2 + \sin^2 \alpha (\mu+1)}{\sin^2 \alpha (\mu+1)} \right)}{z_0^2} \\ -\frac{\xi}{H} & 0 & 0 & 0 & \frac{\xi \mu}{z_0} - 1 & \frac{\xi \mu n}{z_0 \sin \alpha} & \frac{\xi \mu}{z_0 \tan \alpha} & 0 \\ 0 & -\frac{\xi}{Gh} & 0 & 0 & -\frac{n\xi}{z_0 \sin \alpha} & -1 - \frac{\xi}{z_0} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & \xi \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{\xi}{H\delta} & 0 & \frac{\xi \mu n \cos \alpha}{z_0^2 \sin^2 \alpha} & \frac{\xi \mu n^2}{z_0^2 \sin^2 \alpha} & \frac{\xi \mu}{z_0} - 1 \end{bmatrix}$$

$$A_{2,8}^T = \begin{bmatrix} -\frac{\xi(2\mu z_0^2 \sin^2 \alpha - \delta n^2(\mu+1) + 2\mu \delta \cos^2 \alpha)}{2z_0 \sin \alpha (\delta \cos^2 \alpha + z_0^2 \sin^2 \alpha)} \\ -\frac{2\xi \delta n \cos \alpha}{z_0 (\delta \cos^2 \alpha + z_0^2 \sin^2 \alpha)} \\ \frac{\xi}{z_0} - 1 \\ -\frac{\xi n^2}{z_0^2 \sin^2 \alpha + \delta \cos^2 \alpha} \\ -\frac{\xi Eh(24z_0^2 \sin^2 \alpha + h^2(2\cos^2 \alpha - n^2))}{24z_0^2 \tan \alpha (12z_0^2 \sin^2 \alpha + h^2 \cos^2 \alpha)} \\ \xi \left(\frac{Eh^2(\cos^2 \alpha(2\mu+1) + 1 - \mu n^2) + z_0^2(\mu+1)\sin^2 \alpha(24E + 2\Phi^2 h^2)}{24z_0^2 \sin^2 \alpha (\mu+1)(\cos^2 \alpha(z_0^2 - \delta) - z_0^2)} \right) \\ \xi h \left(\frac{G\delta n^2(\cos^2 \alpha(\mu+2) - 2n^2)}{z_0^2 \sin^2 \alpha (\cos^2 \alpha(\delta - z_0^2) + z_0^2)} - \frac{E}{z_0^2 \tan^2 \alpha} + \Phi^2 \right) \\ \frac{2\xi Gh \delta n^2}{z_0 (\delta \cos^2 \alpha (\delta - z_0^2) + z_0^2)} \end{bmatrix};$$

$$A_{3,8}^T = \begin{bmatrix} -\frac{\xi n(24\mu z_0^2 \sin^2 \alpha + h^2 \cos^2 \alpha (\mu-1))}{24z_0 \sin \alpha (\delta \cos^2 \alpha + z_0^2 \sin^2 \alpha)} \\ \frac{2\xi z_0 \tan^2 \alpha}{z_0 \tan^2 \alpha + \delta} - 1 \\ 0 \\ -\frac{\xi n \cos \alpha}{\delta \cos^2 \alpha + z_0^2 \sin^2 \alpha} \\ -\frac{\xi Ehn(\delta \cos^2 \alpha + 2z_0^2 \sin^2 \alpha)}{2z_0^2 \sin^2 \alpha (\delta \cos^2 \alpha + z_0^2 \sin^2 \alpha)} \\ \frac{\xi h(2\Phi^2 z_0^4 (\mu+1)(-\cos 2\alpha + \cos^4 \alpha) - 2En^2 z_0^2 \sin^2 \alpha (\mu+1) - E\delta \cos^2 \alpha (1+n^2(\mu+2) + \cos^2 \alpha))}{2z_0^2 \sin^2 \alpha (\mu+1)(\delta \cos^2 \alpha + z_0^2 \sin^2 \alpha)} \\ -\frac{\xi(2z_0^2(\mu+1)\sin^2 \alpha + 2\delta n^2 + \delta \mu \cos^2 \alpha)}{2z_0^2 \sin^2 \alpha (\mu+1)(\delta \cos^2 \alpha + z_0^2 \sin^2 \alpha)} \\ -\frac{\xi 2Ghn \delta \cos \alpha}{z_0 (\delta \cos^2 \alpha + z_0^2 \sin^2 \alpha)} \end{bmatrix}$$

Фактично такий варіант аналізу динамічних характеристик інтерпретується як задача інтерполяції складної функції на невеличких ділянках більш простими залежностями – лінійними або квадратичними.

На рис. 2.6 показано вплив кількості ділянок від частотного параметру $\Omega = \omega R \sqrt{\rho(1-\mu^2)/E}$ при використанні в розв'язках поліномів другого та третього ступенів, що дозволить встановити, яким ступенем у поліномі (2.48) можна обмежити розв'язок. З графіків видно, що поліном третього ступеня показує меншу розбіжність для тої самої кількості ділянок. Аналізуючи обидва графіки, можна прийти до висновку, що навіть при поділі оболонки на 100 рівних частин можна отримати збіжний розв'язок. Це також підтверджує досвід розв'язку для циліндричних оболонок [147], де було достатньо обмежитись також ступенем поліному x^2 або x^3 .

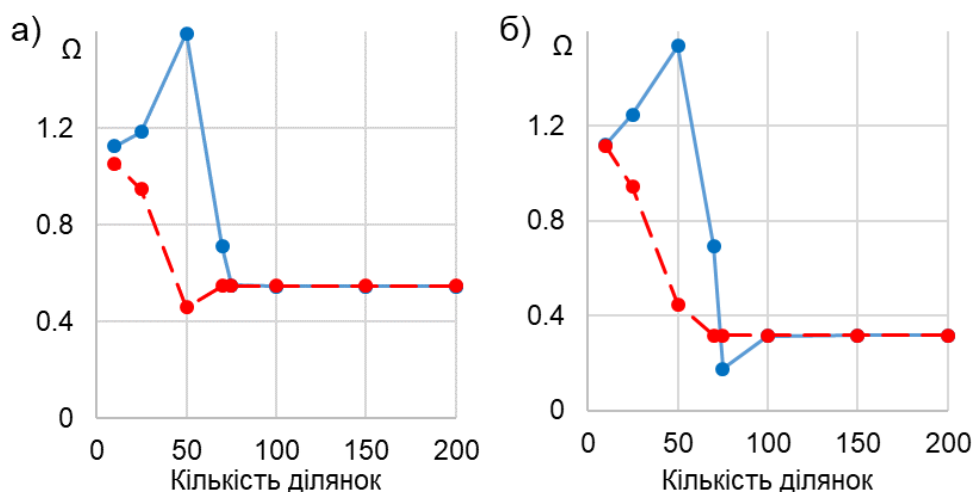


Рисунок 2.6 – Залежність кількості ділянок оболонки від частотного параметра ω при збільшенні порядку полінома (——— поліном 2 ступеню, — — — поліном 3 ступеню) для конічної оболонки з граничними умовами С-С (защемлення-защемлення): $n=1$ (а) і $n=2$ (б); $m=1$; $\alpha=14.2^\circ$, $x_1/x_0=2.23$, $h/R=0,00166$, $R=154.2$ мм, $E=205$ ГПа, $\rho=7800$ кг/м³, $\mu=0.3$

Так як метод початкових параметрів є зручним при побудові чисельної схеми, де конічна оболонка представлена невеличкими відрізками, то для замикання системи рівнянь слід розглянути граничні умови.

2.2.2. Опис жорсткісних, силових та кінематичних граничних умов оболонки

При вирішенні задачі коливання конічної (циліндричної) оболонки на кожному її краї вводяться граничні умови. На кожному краї оболонки можна задати один з 16 видів однорідних граничних умов. Граничні умови для конічної оболонки будуть комбінацією з:

$$w \cdot k_w = Q_x + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial \varphi}, \quad (2.51)$$

$$\gamma_x \cdot k_\gamma = M_x, \quad (2.52)$$

$$u \cdot k_u = N_x, \quad (2.53)$$

$$v \cdot k_v = L + \frac{M_{x\varphi}}{x \operatorname{tg} \alpha}. \quad (2.54)$$

де k_w, k_γ, k_u, k_v - радіальні, крутильні, поздовжні та колові пружні жорсткості відповідно. Необхідно відмітити, що при зміні відповідних жорсткостей від 0 до нескінченності, можна отримати умови вільного або защемленого краю.

Для прикладу, найбільш розповсюдженими є граничні умови Нав'є або шарнірного опирання:

$$w = 0, M_x = 0, N_x = 0, v = 0. \quad (2.55)$$

Жорстке защемлення записується у вигляді:

$$w = 0, \gamma_x = 0, u = 0, v = 0. \quad (2.56)$$

Вільний край записується наступним чином:

$$Q_x + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial \varphi} = 0, M_x = 0, N_x = 0, L - \frac{M_{x\varphi}}{x \operatorname{tg} \alpha} = 0. \quad (2.57)$$

Граничні умови $Q_x + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial M_{x\varphi}}{\partial \varphi} = 0$ та $L - \frac{M_{x\varphi}}{x \operatorname{tg} \alpha} = 0$ для використання в розрахунковій схемі слід записати через головні змінні:

$$Q_x + \frac{1}{x \sin \alpha} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{Eh^3}{24(1+\mu)x^2 \sin \alpha} \left(2 \frac{\partial w}{\partial \varphi} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - \cos \alpha v + 2x \frac{\partial \gamma_x}{\partial \varphi} \right) + \frac{h^2}{12x \operatorname{tg} \alpha} L \right) = 0 \quad (2.58)$$

$$N_{x\varphi} + \frac{1}{x \operatorname{tg} \alpha} \left(\frac{Eh^3}{24(1+\mu)} \left(\frac{1}{x^2 \sin \alpha} \left(2 \frac{\partial w}{\partial \varphi} + 2x \frac{\partial \gamma_x}{\partial \varphi} - \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} \frac{\partial u}{\partial \varphi} \right) + \frac{2(1+\mu)}{xEh \operatorname{tg} \alpha} L - \frac{1}{x^2 \operatorname{tg} \alpha} v \right) \right) = 0 \quad (2.59)$$

Таким чином за допомогою (2.58)-(2.59) можна безпосередньо використовувати граничні умови (2.51)-(2.54) в розрахунковій схемі.

Порівняння нашого методу (Ан. р.) з пружними граничними умовами та літературних даних [150], наведено у табл. 2.1. З табл. 2.1 видно, що при зміні жорсткості пружини H , заданої як пружна гранична умова, частотні характеристики оболонки монотонно зростають від пружини з 0 до 10^6 .

Таблиця 2.1 – $L=1.25$ м, $R=0.25$ м, $h=0.008$ м, $E=210$ ГПа, $\rho=7800$ кг/м³, $\mu=0.3$, $k_u=k_v=k_y=0$

№ частоти	$k_w/H=0$		$k_w/H=0.01$		$k_w/H=0.1$		$k_w/H=1$		$k_w/H=1e6$	
	[150]	Ан. р.	[150]	Ан. р.	[150]	Ан. р.	[150]	Ан. р.	[150]	Ан. р.
1	132.0	131.6	183.0	183.4	298.0	299.1	315.1	316.0	315.2	316.6
2	249.8	247.8	278.2	278.2	310.1	310.8	339.9	340.7	343.4	345.9
3	262.8	263.0	279.8	279.9	365.0	365.5	473.3	476.1	491.4	492.1
4	377.0	374.8	404.1	402.9	490.4	490.8	491.6	492.0	501.1	505.4

2.3. Метод Вільямса-Віттрика для модального аналізу конструкцій тонкостінних оболонок

При вирішенні проблем дослідження динамічної поведінки конструкцій оболонок, необхідно вибрати точний метод для пошуку власних частот коливань конструкції оболонок. Ці проблеми особливо актуальні у випадку конструкцій, що мають жорсткісні граничні умови, як показано на рис. 2.7 для задачі, що вирішуються ітераційно, шукаючи зміну знаків детермінанту для заданого проміжку частот коливань.

Цей підрозділ присвячений обговоренню лічильника Вільямса-Віттрика для методу МДЖ та його застосування до задач коливання оболонкових конструкцій. Варто зазначити, що цей метод, хоча не новий і відомий протягом багатьох десятиліть, його точна дата розробки є важкою для встановлення. Таким чином в загальному вигляді записуються точні співвідношення жорсткості окремих елементів конструкції при подальшому складанні таких рівнянь в матрицю. З матриці елементів збирається глобальна матриця структурної жорсткості, а елементи головної діагоналі глобальної матриці дозволяють визначити кількість частот коливань на заданому проміжку частот коливань.

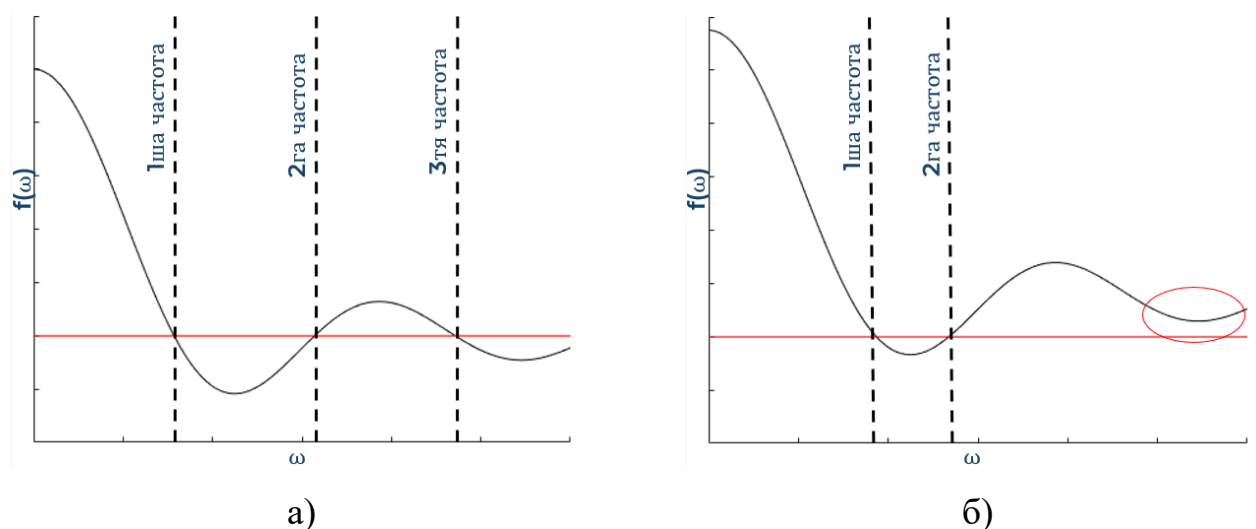


Рисунок 2.7 – Приклад пошуку частот через визначник матриці жорсткості: а) при кінематичних ГУ, б) при жорсткісних ГУ

Матриці, отримані з точних співвідношень жорсткості елементів, відомі як МДЖ [151], така назва матриці була прийнята з теорії коливань. Елементи МДЖ, а також зібрані глобальні МДЖ є трансцендентними, що означає, що їхні елементи є трансцендентними функціями власних значень і визначають точні співвідношення між вузовими силами та вузовими переміщеннями кожного елемента в конструкції.

Матричний метод МДЖ має значні переваги у порівнянні з МСЕ щодо ефективності та точності обчислень. Однак, трансцендентний характер МДЖ створює значні труднощі у процесі обчислення власних значень. З цією метою Віттрик і Вільямс розробили ітераційний алгоритм, який забезпечує збіжність на будь-якій кількості власних значень з будь-якою точністю. Цей алгоритм отримав назву лічильника Віттрика і Вільямса [152, 153].

Хоча лічильник Вільямса-Віттрика був значно вивчений для балкових елементів та ферм [152–154], він потребує більш глибокого аналізу з точки зору того, як його можна модифікувати для випадку дослідження динамічної поведінки оболонок.

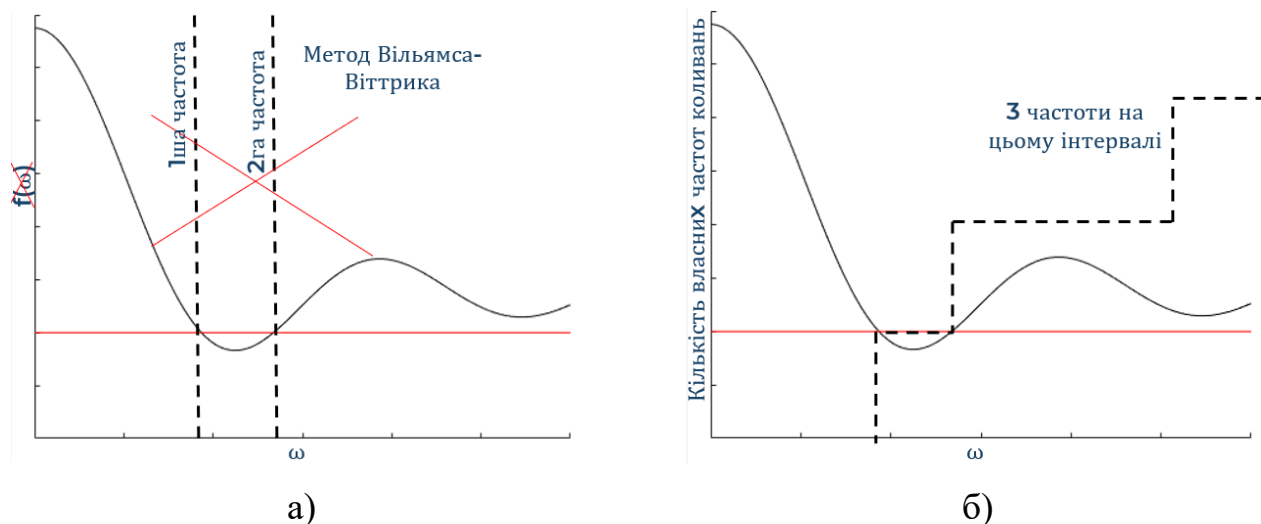


Рисунок 2.8 – Приклад пошуку частот лічильником Вільямса-Віттрика при жорсткісних ГУ: перехід з розв’язку по детермінанту (а) в пошук по діапазону (б)

В лічильнику Вільямса-Віттрика число J є кількістю власних частот нижче ω_t (перехідних значень ω) визначаються як:

$$J = \sum J_c + s\{K(\omega_t)\}, \quad (2.60)$$

де $\sum J_c$ — кількість власних частот для замкненої ділянки, $s\{K(\omega_t)\}$ — кількість позитивних значень на головній діагоналі після використання методу Гауса, застосованого для матриці жорсткості $K(\omega_t)$.

Для оболонок ми маємо іншу ситуацію, адже, можна отримати аналітичний вираз для замкненого елемента оболонки, проте набагато простішим є використання лише лічильника позитивних значень $s\{K(\omega_t)\}$. Для цього оболонку необхідно розділити на маленькі частини, тому поліноміальний розв’язок, запропонований в п. 2.2.1, добре підходить. Як і було показано, можна обмежитись лише поліномами третього ступеня, тому наш простий розв’язок дійсний лише для невеликої частини оболонки.

Використовуючи наше розв’язок методом початкових параметрів (МПП) в лічильнику Вільямса-Віттрика, необхідно визначити зв’язок між МПП і МДЖ. Елементарна матриця за МПП визначається як:

$$\begin{pmatrix} u_1 \\ f_1 \end{pmatrix} = [T(\omega)] \begin{pmatrix} u_0 \\ f_0 \end{pmatrix}, \quad (2.61)$$

де $u_{0,1}, f_{0,1}$ - узагальнені переміщення та сили відповідно. А МДЖ визначається як:

$$\begin{pmatrix} -f_0 \\ f_1 \end{pmatrix} = [K(\omega)] \begin{pmatrix} u_0 \\ u_1 \end{pmatrix}, \quad (2.62)$$

$$T(\omega) = \begin{bmatrix} T_{11}[4 \times 4] & T_{12}[4 \times 4] \\ T_{21}[4 \times 4] & T_{22}[4 \times 4] \end{bmatrix}$$

Рисунок 2.9 – Розклад $T(\omega)$ на чотири блоки

Розкладаючи $T(\omega)$ на чотири блоки (як на рис. 2.9) та використовуючи формули лінійної алгебри, отримуємо:

$$[K(\omega)] = \begin{pmatrix} T_{12}^{-1}T_{11} & -T_{12}^{-1} \\ T_{21} - T_{22}T_{12}^{-1}T_{11} & T_{22}T_{12}^{-1} \end{pmatrix}, \quad (2.63)$$

Як приклад, сумарна МДЖ $K(\omega)$ двох ділянок оболонки приймає вигляд як показано на рис. 2.10. Де $f_{1...8,1...8}$ – матриця першої ділянки оболонки, $g_{1...8,1...8}$ – матриця другої ділянки оболонки, $u_n, v_n, w_n, \gamma_{xn}$ – відповідні переміщення ділянки оболонки.

$$\begin{pmatrix} f_{11} & f_{12} & f_{13} & f_{14} & f_{15} & f_{16} & f_{17} & f_{18} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{21} & f_{22} & f_{23} & f_{24} & f_{25} & f_{26} & f_{27} & f_{28} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{31} & f_{32} & f_{33} & f_{34} & f_{35} & f_{36} & f_{37} & f_{38} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{41} & f_{42} & f_{43} & f_{44} & f_{45} & f_{46} & f_{47} & f_{48} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ f_{51} & f_{52} & f_{53} & f_{54} & f_{55} + g_{11} & f_{56} + g_{12} & f_{57} + g_{13} & f_{58} + g_{14} & g_{15} & g_{16} & g_{17} & g_{18} \\ f_{61} & f_{62} & f_{63} & f_{64} & f_{65} + g_{21} & f_{66} + g_{22} & f_{67} + g_{23} & f_{68} + g_{24} & g_{25} & g_{26} & g_{27} & g_{28} \\ f_{71} & f_{72} & f_{73} & f_{74} & f_{75} + g_{31} & f_{76} + g_{32} & f_{77} + g_{33} & f_{78} + g_{34} & g_{35} & g_{36} & g_{37} & g_{38} \\ f_{81} & f_{82} & f_{83} & f_{84} & f_{85} + g_{41} & f_{86} + g_{42} & f_{87} + g_{43} & f_{88} + g_{44} & g_{45} & g_{46} & g_{47} & g_{48} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{51} & g_{52} & g_{53} & g_{54} & g_{55} & g_{56} & g_{57} & g_{58} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{61} & g_{62} & g_{63} & g_{64} & g_{65} & g_{66} & g_{67} & g_{68} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{71} & g_{72} & g_{73} & g_{74} & g_{75} & g_{76} & g_{77} & g_{78} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & g_{81} & g_{82} & g_{83} & g_{84} & g_{85} & g_{86} & g_{87} & g_{88} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ w_1 \\ \gamma_{x1} \\ u_2, u_3 \\ v_2, v_3 \\ w_2, w_3 \\ \gamma_{x2}, \gamma_{x3} \\ u_4 \\ v_4 \\ w_4 \\ \gamma_{x4} \end{pmatrix}$$

Рисунок 2.10 – Сумарна МДЖ $K(\omega)$ двох ділянок оболонки

певного значення. Оскільки оболонка розділена на маленькі циліндри, представлені лише результати лічильника $s\{K(\omega_i)\}$. Автор представив результати використання лічильника Вільямса-Віттрика для оболонок більш ширше в роботі [156].

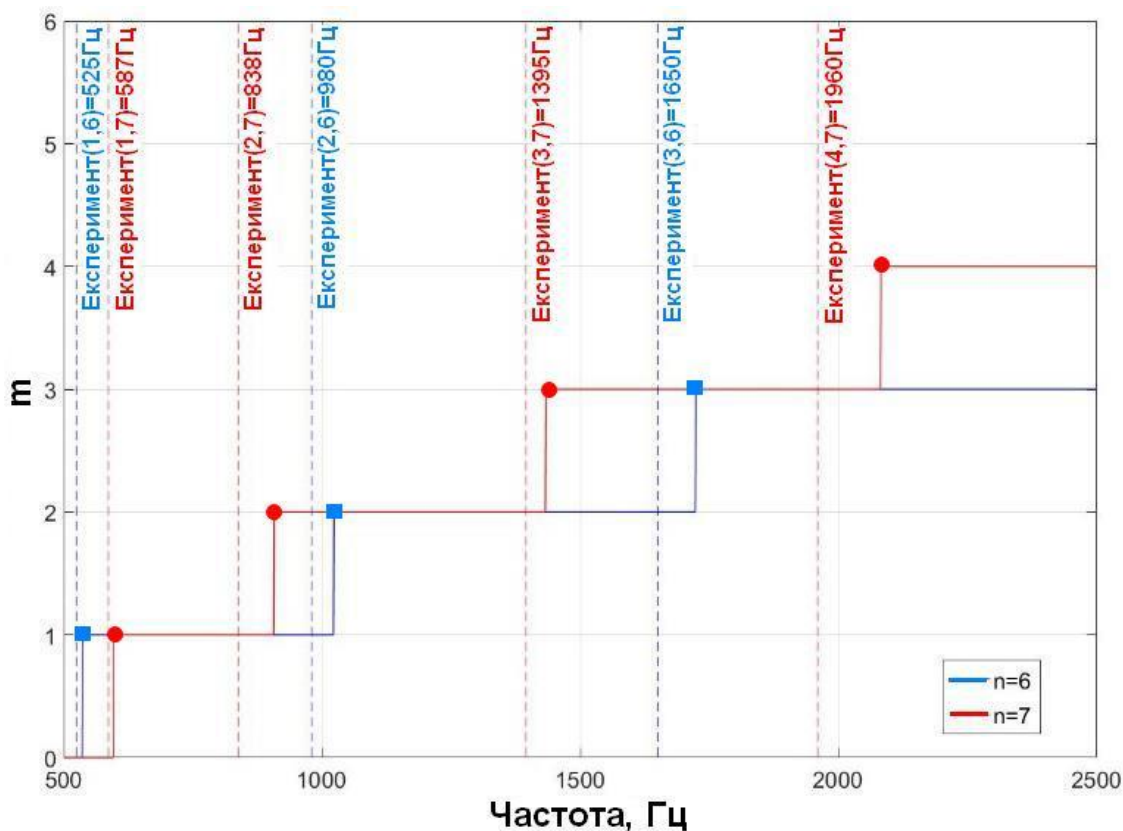


Рисунок 2.12 – Власні частоти заземленої циліндричної оболонки (С-С)

$$L/R=4.01, R/h=299.2, E=2.07 \times 10^{11} \text{ Н/м}^2, \rho=7833 \text{ кг/м}^3, \mu=0.3$$

2.4. Вплив початкових напружень в оболонках при модальному аналізі конструкцій

Для врахування впливу початкових напружень в оболонці, необхідно використати метод еквівалентних навантажень. За цим методом з'являються додаткові члени у рівняннях рівноваги за рахунок виникнення кривизн в циліндричній оболонці:

$$p \approx N_x \chi_{xx} + 2N_{x\varphi} \chi_{x\varphi} + N_{\varphi\varphi} \chi_{\varphi\varphi}, \quad (2.65)$$

де $\chi_{xx}, \chi_{\varphi\varphi}$ – зміна кривизни в осьовому та коловому напрямках, $\chi_{x\varphi}$ – зміна кривизни в крученні, $N_x, N_{x\varphi}, N_{\varphi\varphi}$ – мембранні зусилля, що виникають через дію на викривлену оболонку вихідного навантаження.

Модернізуючи рівняння рівноваги (2.3) для випадку циліндричної оболонки [147], можна врахувати початкові напруження, записавши в третє рівняння рівноваги члени, що відповідають внутрішньому (зовнішньому) тиску \tilde{P} , осьовій силі $\tilde{N}_x = N/2\pi R$, частоті обертання $\tilde{\omega}$ та крутному моменту $\tilde{L} = M_{кр}/2\pi R^2$:

$$\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_\varphi}{R \partial \varphi} - \frac{N_\varphi}{R} - \left(\frac{\tilde{P}}{R} - \tilde{\omega}^2 \rho h \right) \left(w + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) - \tilde{N} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \tilde{L} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0, \quad (2.66)$$

При цьому також необхідно переписати рівняння (2.21), що використовується в нашій розрахунковій схемі:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Q_x}{\partial x} = & -\frac{\partial Q_\varphi}{R \partial \varphi} + \frac{N_\varphi}{R} - \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \left(\frac{\tilde{P}}{R} - \tilde{\omega}^2 \rho h \right) \left(w + \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right) + \\ & + \tilde{N} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \tilde{L} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \varphi} - 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} \right) \end{aligned}, \quad (2.67)$$

Нове рівняння (2.42) знаходиться за використанням розкладів (2.31), в якому складність знаходження коефіцієнта для \tilde{N} , адже тоді необхідно використати (2.47):

$$\begin{aligned} \frac{dq_x(x)}{dx} = & \left(n^2 \frac{\delta}{R^2} - \mu \right) \frac{n_x(x)}{R} - \frac{n^2 \delta}{R^3} m_x(x) + \left(\frac{n}{R} + \frac{\Phi^2 \delta n}{R^2} \right) v(x) + \left(\frac{1}{R} - \Phi^2 + \frac{\delta n^2 (n^2 - 1)}{R^3 (1 + \mu)} \right) w(x) \\ & + \left(\frac{\tilde{P}}{R} - \tilde{\omega}^2 \rho h \right) (1 - n^2) w(x) + \tilde{N} \left[\frac{1 - \mu^2}{R} m_x(x) + \mu \frac{n}{R} v(x) + \mu \frac{n^2}{R} w(x) \right] - \\ & - \tilde{L} \left(2 \frac{1 + \mu}{R} l(x) - \frac{n}{R} u(x) + \frac{n}{R} + 2n \frac{1}{R} \gamma_x(x) \right) \end{aligned}, \quad (2.68)$$

Тому сформоване рівняння для $\frac{dq_x(x)}{dx}$ дещо ускладнює систему (2.48), але не суттєво.

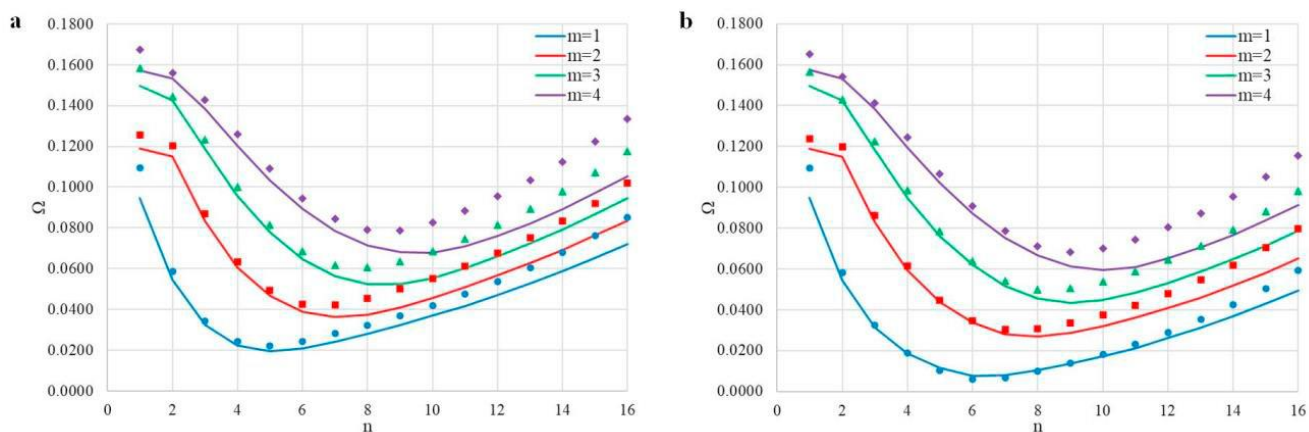


Рисунок 2.13 – Шарнірно оперта (S-S) конічна оболонка: $\alpha=20^\circ$, $x_2/x_1=1.78$, $h/R=0.0041$, $R=123.7$ мм, $E=207$ ГПа, $\rho=8200$ кг/м³, $\mu=0.3$; (а) з $P_{\text{внутрішнім}}=0.2$ МПа (б) з $P_{\text{зовнішнім}}=0.2$ МПа. (○) $m=1$; (□) $m=2$; (Δ) $m=3$; (◇) $m=4$: результати в ANSYS, — Аналітичний розрахунок

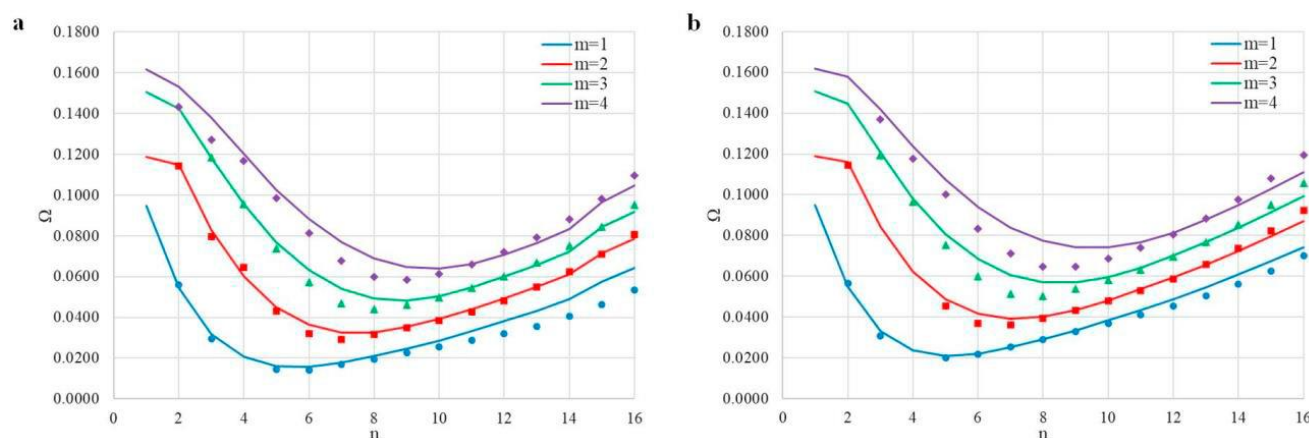


Рисунок 2.14 – Шарнірно оперта (S-S) конічна оболонка: $\alpha=20^\circ$, $x_2/x_1=1.78$, $h/R=0.0041$, $R=123.7$ мм, $E=207$ ГПа, $\rho=8200$ кг/м³, $\mu=0.3$; (а) з $F_{\text{стискаюча}}=86\,942$ Н (б) з $P_{\text{зовнішнім}}=0.2$ МПа та $F_{\text{стискаюча}}=86\,942$ Н. (○) $m=1$; (□) $m=2$; (Δ) $m=3$; (◇) $m=4$: результати в ANSYS, — Аналітичний розрахунок

Вплив початкових напружень у простій шарнірно опертій конічній оболонці порівнювали з чисельним розв'язком в комплексі програм ANSYS для 9600 поверхневих (2D) скінченних елементів. Циліндрична оболонка є одним із випадків конічної оболонки, в якій кут нахилу бічної поверхні дорівнює 0° , тому для дослідження впливу початкових напружень була обрана схема, де конічна оболонка представлена наборами циліндрів (рис. 2.5а). На рис. 2.13-2.14 аналітичний розрахунок позначено суцільною лінією, розв'язок в ANSYS

позначено маркерами. На рис. 2.13а показано порівняння параметру частоти Ω від числа хвиль в коловому напрямку n для внутрішнього тиску 0.2 МПа , а на рис. 2.13б для зовнішнього тиску 0.2 МПа . На рис. 2.14а-2.14б показано порівняльний параметр частоти Ω від n для стискаючої сили $86\,942 \text{ Н}$ та стискаючої сили $86\,942 \text{ Н}$; із зовнішнім тиском 0.2 МПа відповідно.

Також була перевірена збіжність чисельного розв'язку в залежності від поділу оболонки в осьовому напрямку (рис. 2.15). Видно, що 50 поділів оболонки в осьовому напрямку цілком достатньо, також можна обмежити наш розв'язок щодо використання поліномів 3-го ступеня.

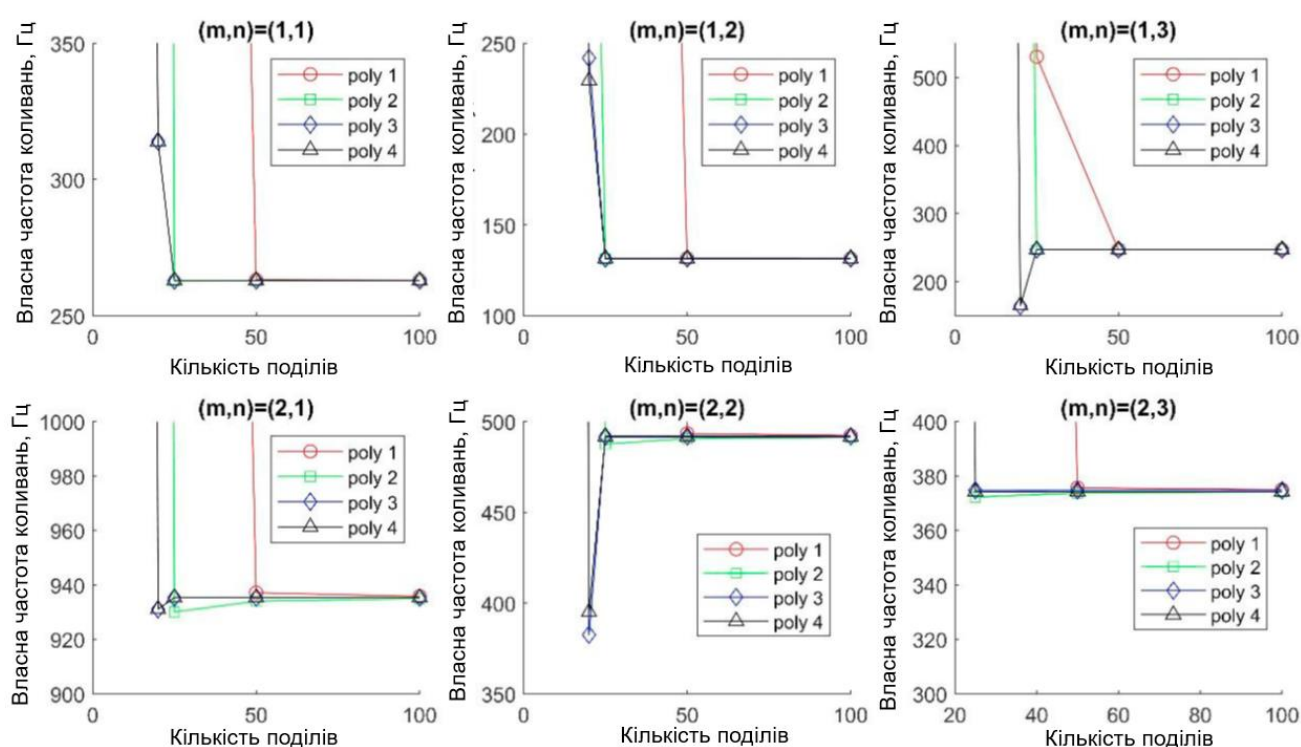


Рисунок 2.15 – Власні частоти коливань циліндричної оболонки в залежності від числа поділів в осьовому напрямку: $C-F$, $L = 1.25m$; $R = 0.25m$; $h = 0.008m$

На рис. 2.16-2.18 розв'язок для оболонок з урахуванням початкових напружень перевірено шляхом порівняння з літературними даними. Проведено порівняння чисельних розв'язків для осьового та колового початкового напруження і для двох типів граничних умов: з шарнірною опорою та жорстким защемленням.

З аналізу експериментальних і розрахункових даних для шарнірно опертої оболонки (рис. 2.16) впливає, що осьова сила суттєво зменшує значення частоти, коли число осьових і колових хвиль більше одиниці. Таку саму поведінку можна побачити на рис. 2.17, де аналізується вплив колового та комбінованого осьового та колового початкового напруження. На рис. 2.18 показано вплив внутрішнього тиску на власні частоти. Можна відзначити, що за рахунок підтримуючої дії внутрішнього тиску частоти циліндричної оболонки збільшуються. Автор представив результати використання початкових напружень для оболонок більш ширше в роботах [157, 158].

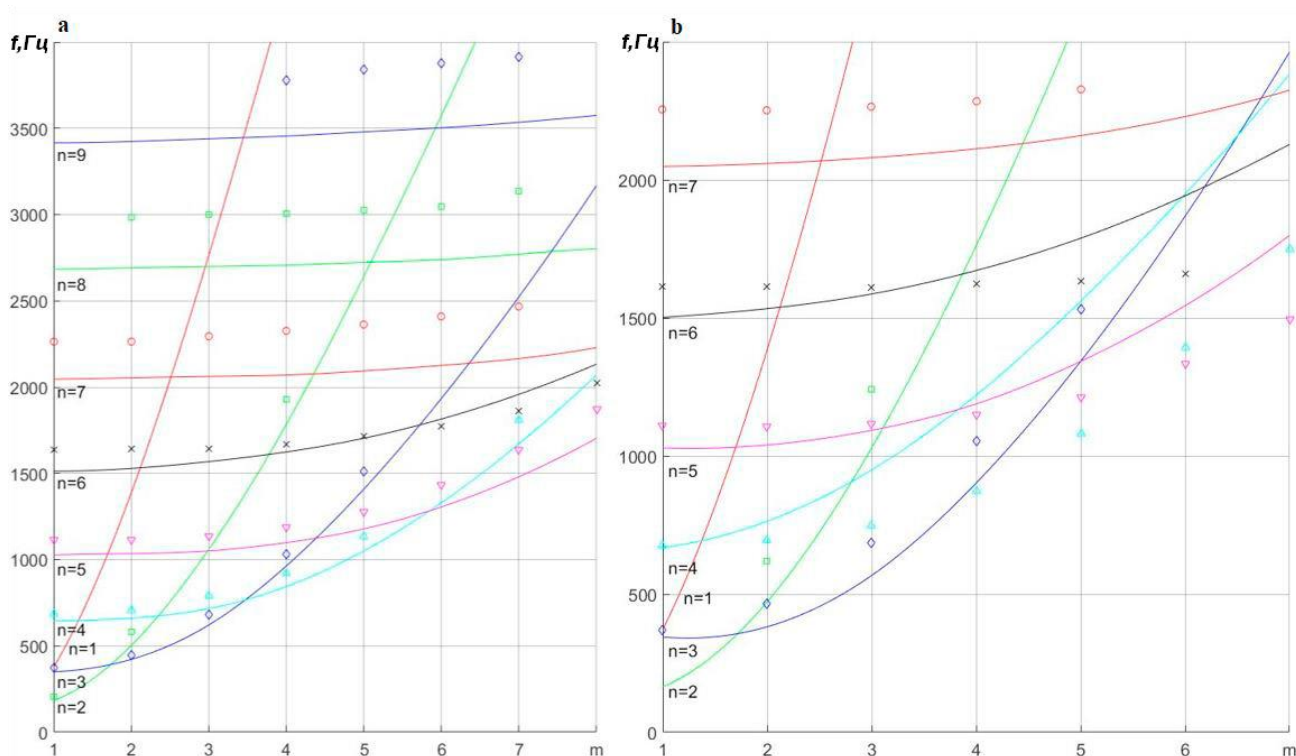


Рисунок 2.16 – Власні частоти оболонки з шарнірною опорою S-S: $L/R=19.33$, $R/h=150$, $\mu=0.3$, без навантажень (а); з осьовою силою (b); експериментальні дані, отримані [159]: (\square) $n=2$, $n=8$, (\diamond) $n=3$, $n=9$, (Δ) $n=4$, (\blacktriangledown) $n=5$, (\times) $n=6$, (\circ) $n=7$,
 — Аналітичний розрахунок

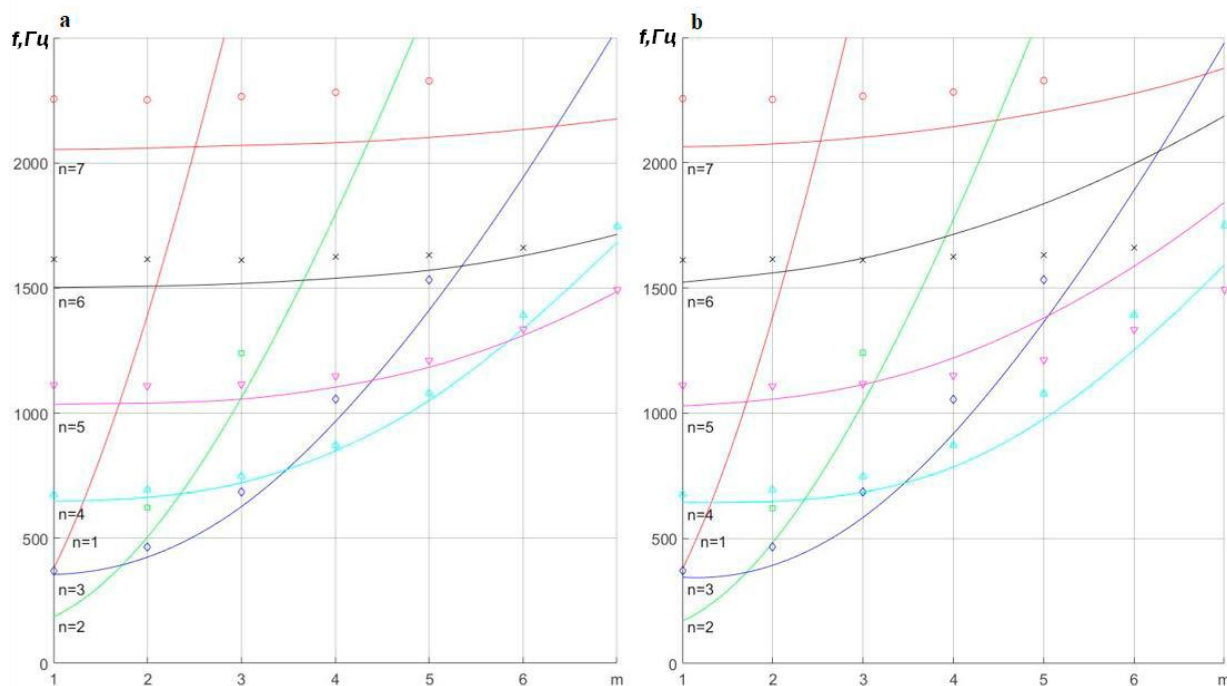


Рисунок 2.17 – Власні частоти оболонки з шарнірною опорою S-S: $L/R=19.33$, $R/h=150$, $\mu=0.3$, з внутрішнім тиском (а); з поєднанням внутрішнього тиску та осьової сили (б); експериментальні дані, отримані [159]: (\square) $n=2$, $n=8$, (\diamond) $n=3$, $n=9$, (Δ) $n=4$, (\blacktriangledown) $n=5$, (\times) $n=6$, (\circ) $n=7$, — Аналітичний розрахунок

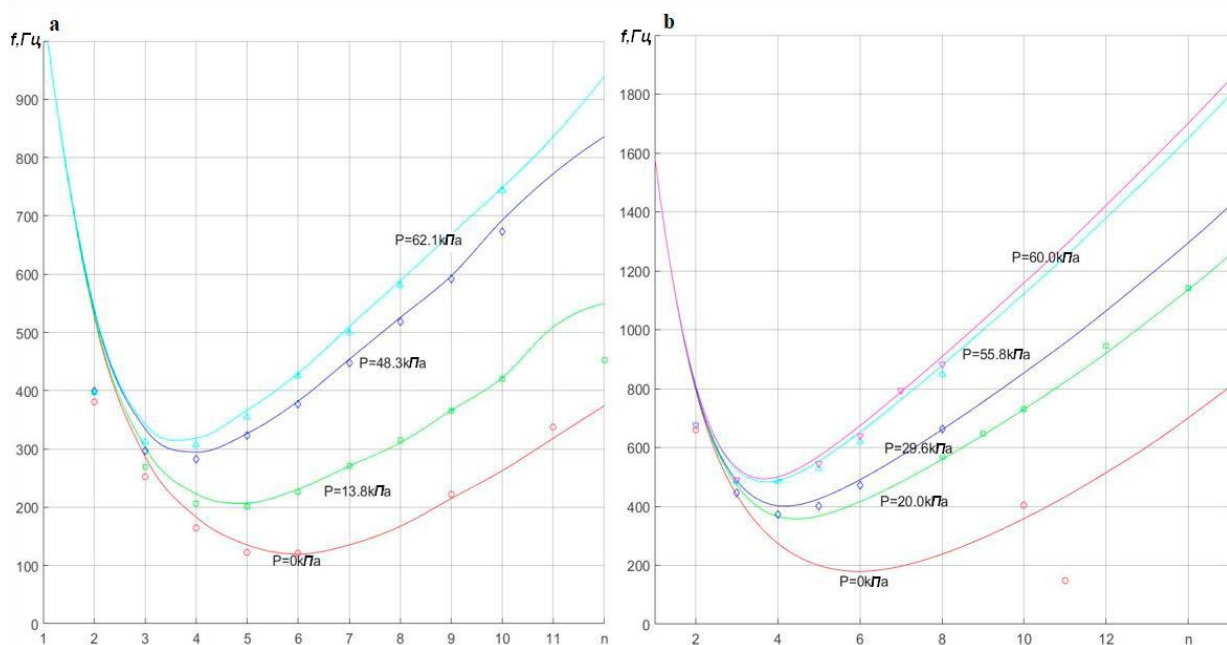


Рисунок 2.18 – Власні частоти зацмленої оболонки C-C: $\mu=0.32$, $L/R=6$, $R/h=601$ (а) та $R/h=666$ (б) із внутрішнім тиском для $m=1$: експериментальні дані, отримані [160] для (а): (\circ) $P=0$ кПа, (\square) $P=13.8$ кПа, (\diamond) $P=48.3$ кПа, (Δ) $P=62.1$ кПа, для (б): (\circ) $P=0$ кПа, (\square) $P=20$ кПа, (\diamond) $P=29.6$ кПа, (Δ) $P=55.8$ кПа, (\blacktriangledown) $P=60$ кПа, — Аналітичний розрахунок

2.5. Верифікація даних чисельних розрахунків власних частот коливань оболонок з кінематичними та жорсткісними граничними умовами

Експериментальні дані [161], де конічні оболонки мали різні кути, були використані для перевірки ефективності двох запропонованих методів представлення конуса - у вигляді набору циліндричних оболонок при зменшенні радіусів (рис. 2.5а) та у вигляді самого конуса (рис. 2.5б).

Таблиця 2.2 – Геометричні параметри конусної оболонки з різним кутом: $E=205\text{ГПа}$, $\rho=7800\text{кг/м}^3$, $\mu=0.3$

Номер моделі	α	x_1/x_0	h/R	$R, \text{м}$
Модель 1	14.2°	2.23	0.00166	0.154
Модель 2	30.2°	2.27	0.00127	0.202
Модель 3	45.1°	2.25	0.00112	0.228
Модель 4	60.5°	2.25	0.00101	0.254

У табл. 2.2 представлені геометрія та механічні характеристики цих оболонок. Результати наведено в табл. 2.3 для частотного параметру $\Omega' = 1000\omega R \sqrt{\rho(1-\mu^2)/E}$, при $m=1$ і граничних умов вільного краю.

Таблиця 2.3 – Порівняння частотного параметру Ω' для граничних умов F-F. Визначення параметрів показано у табл. 2.2

Модель	n	3	6	9	12	15	18	21	24
1	Експ-нт [161]	0.798	3.443	7.058	12.135	18.304	26.308	—	—
	Конус із циліндрів	0.827	3.5	7.233	12.098	18.196	25.562	34.196	44.063
	Конус	0.838	3.555	7.22	12.015	18.1	25.464	34.083	43.959
2	Експ-нт [161]	0.669	2.826	6.162	10.258	15.293	21.417	28.669	—
	Конус із циліндрів	0.656	2.787	6.129	10.122	14.899	20.596	27.258	34.884
	Конус	0.739	2.907	6.331	10.353	15.063	20.760	27.429	35.055
3	Експ-нт [161]	0.635	2.571	5.717	9.528	14.102	19.522	25.748	33.455
	Конус із циліндрів	0.613	2.484	5.518	9.284	13.582	18.612	24.502	31.227
	Конус	0.715	2.669	5.787	9.798	14.196	19.235	25.15	31.908
4	Експ-нт [161]	0.6	2.373	5.199	8.791	13.045	18.055	23.726	30.296
	Конус із циліндрів	0.572	2.265	5.001	8.415	12.252	16.795	22.07	28.165
	Конус	0.685	2.509	5.349	9.13	13.437	18.082	23.424	29.537

На рис. 2.19 наведені результати оболонки з граничними умовами «вільний край»-«защемлення більшого радіуса» і «защемлення меншого радіуса»-«вільний край». З графіків видно хорошу збіжність результатів розрахунків для оболонки з «вільним краєм» і «защемлення меншого радіуса»-«вільний край». Для низьких частот оболонки з граничними умовами «вільний край»-«защемлення більшого радіуса» наведено додатково візуалізація перших форм коливань при $m=1,2$ для отриманих частот (рис. 2.20).

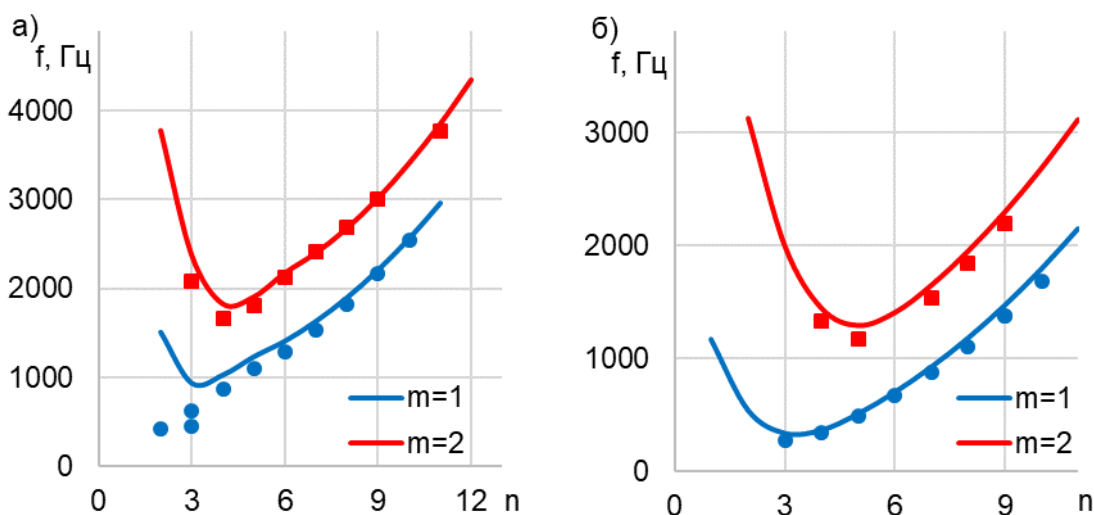


Рисунок 2.19 – Власні частоти коливань конічних оболонок з граничними умовами F-C1 (вільний кінець-защемлення на кінці з більшим радіусом) (а) і Cs-F (защемлення на кінці з меншим радіусом-вільний кінець) (б): $\alpha=20^\circ$, $x_1/x_0=2.32$, $h/R=0.00807$, $R=125.9\text{мм}$, $E=207\text{ГПа}$, $\rho=7864\text{кг/м}^3$, $\mu=0.3$; експер. дані [163]: (○) $m=1$; (□) $m=2$

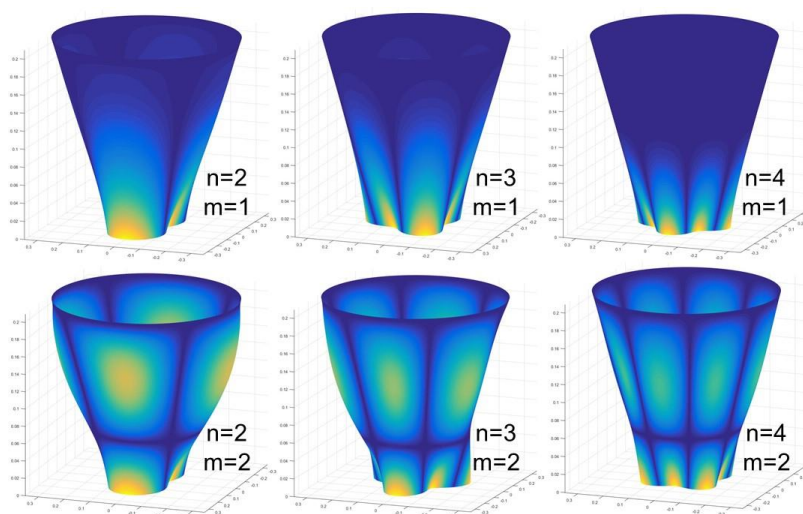


Рисунок 2.20. – Форми коливань конічної оболонки з граничними умовами F-C1 (вільний кінець-защемлення на кінці з більшим радіусом): $\alpha=20^\circ$, $x_1/x_0=2.32$, $h/R=0.00807$, $R=125.9\text{мм}$, $E=207\text{ГПа}$, $\rho=7864\text{кг/м}^3$, $\mu=0.3$

Для циліндричної оболонки з граничними умовами С-С зроблено порівняння експериментальних даних [155], точних чисельних розрахунків (Xing [164], Smith [165], Cammalleri [166]) та чисельних розрахунків (ANSYS) з нашим розрахунком (Аналітичний розрахунок) і представлено у табл. 2.5. Графічне відображення форм коливань такої оболонки зображене на рис. 2.21.

Аналізуючи дані табл. 2.5 можна побачити, що порівнюючи з експериментом усі аналітичні розрахунки, вони дають велику розбіжність при $n > 4$, чисельні розрахунки попри невелику похибку з однієї сторони, мають недолік у використанні великої кількості машинної пам'яті з іншої сторони.

Таблиця 2.5 – Власні частоти коливань циліндричної оболонки С-С:
 $L=305$ мм, $R=76$ мм, $h=0.254$ мм, $E=207$ ГПа, $\rho=7833$ кг/м³, $\mu=0.3$

m	N	2	3	4	5	6	7
1	Експеримент[155]	—	1025	700	559	525	587
	Аналітичний розрахунок	1923	1157	765	578	535	596
	Xing et al[164]	1917	1154	764	580	538	598
	Smith[165]	1918	1145	765	580	538	597
	Cammalleri[166]	2017	1192	772	564	501	548
	ANSYS	1928	1163	770	584	542	607
2	Експеримент[155]	—	—	1620	1210	980	838
	Аналітичний розрахунок	3920	2546	1757	1289	1023	907
	Xing et al[164]	3903	2537	1752	1287	1022	907
	Smith[165]	3905	2538	1753	1287	1022	907
	Cammalleri[166]	4033	2614	1776	1274	980	839
	ANSYS	3932	2560	1772	1304	1037	924
3	Експеримент[155]	—	—	—	—	1650	1395
	Аналітичний розрахунок	5874	4071	2931	2198	1724	1434
	Xing et al[164]	5841	4052	2920	2191	1720	1431
	Smith[165]	5844	4054	2921	2192	1720	1431
	Cammalleri[166]	5669	4011	2892	2146	1651	1335
	ANSYS	5893	4097	2959	2227	1752	1462
4	Експеримент[155]	—	—	—	—	—	1960
	Аналітичний розрахунок	7350	5475	4122	3180	2527	2083
	Xing et al[164]	7299	5444	4102	3167	2518	2077
	Smith[165]	7303	5447	4104	3168	2516	2076
	Cammalleri[166]	6834	5205	3960	3052	2400	1940
	ANSYS	7370	5512	4166	3227	2574	2130

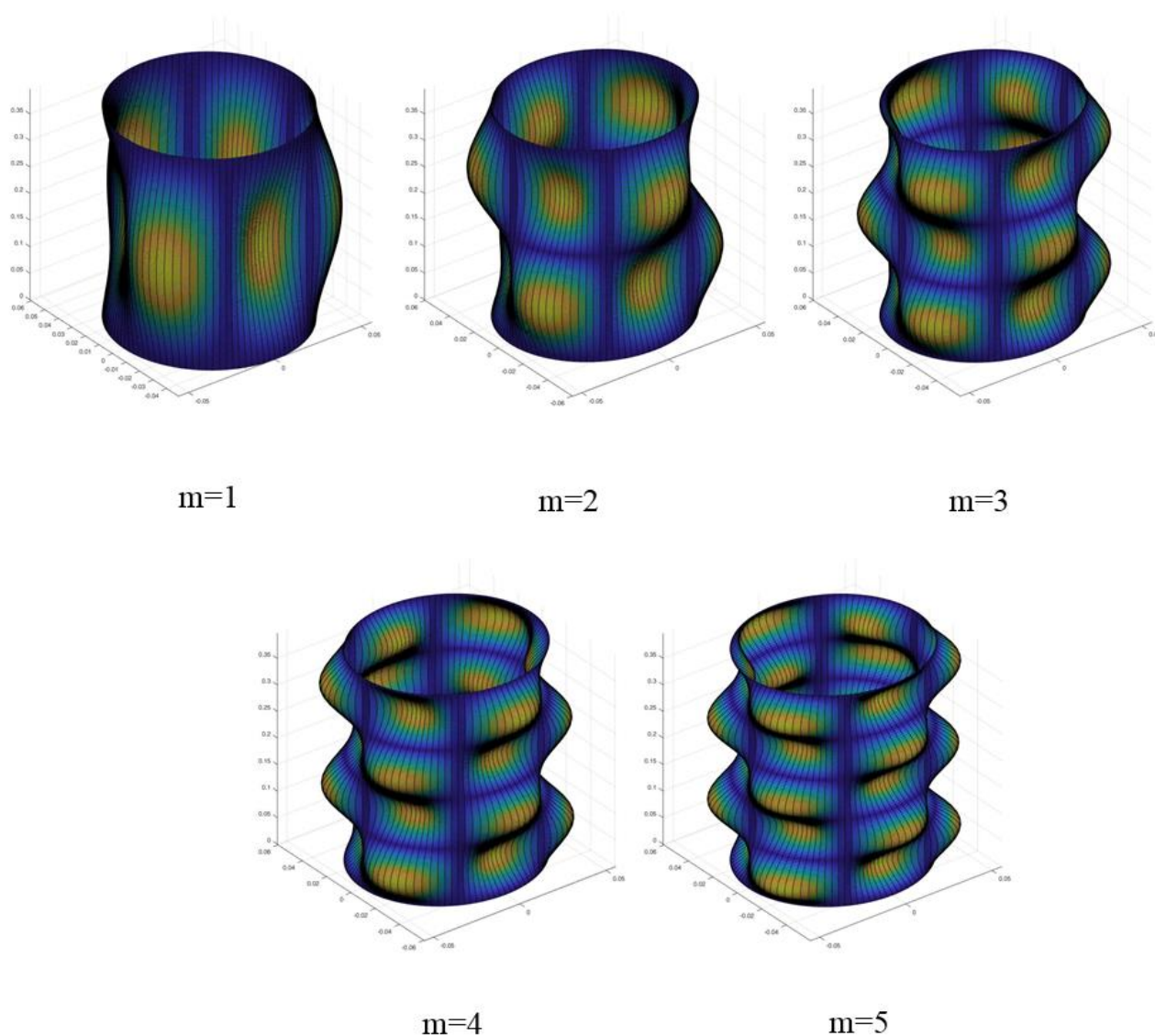


Рисунок 2.21 – Защемлена циліндрична оболонка С-С ($n=3$, $L/R=8$, $h/R=0.05$, $\mu=0.29$) і її перші п'ять коливань

Для циліндричної оболонки з граничними умовами S-S показано порівняння експериментальних даних [167], результатів точних розв'язків (розв'язок Soedel [168]) з нашим методом (Аналітичний розрахунок) на рис. 2.22.

Результати наших розрахунків та точного розв'язку за формулою Soedel [168], що показані на рис. 2.22 мають невелику похибку в порівнянні з експериментом для такого типу граничних умов.

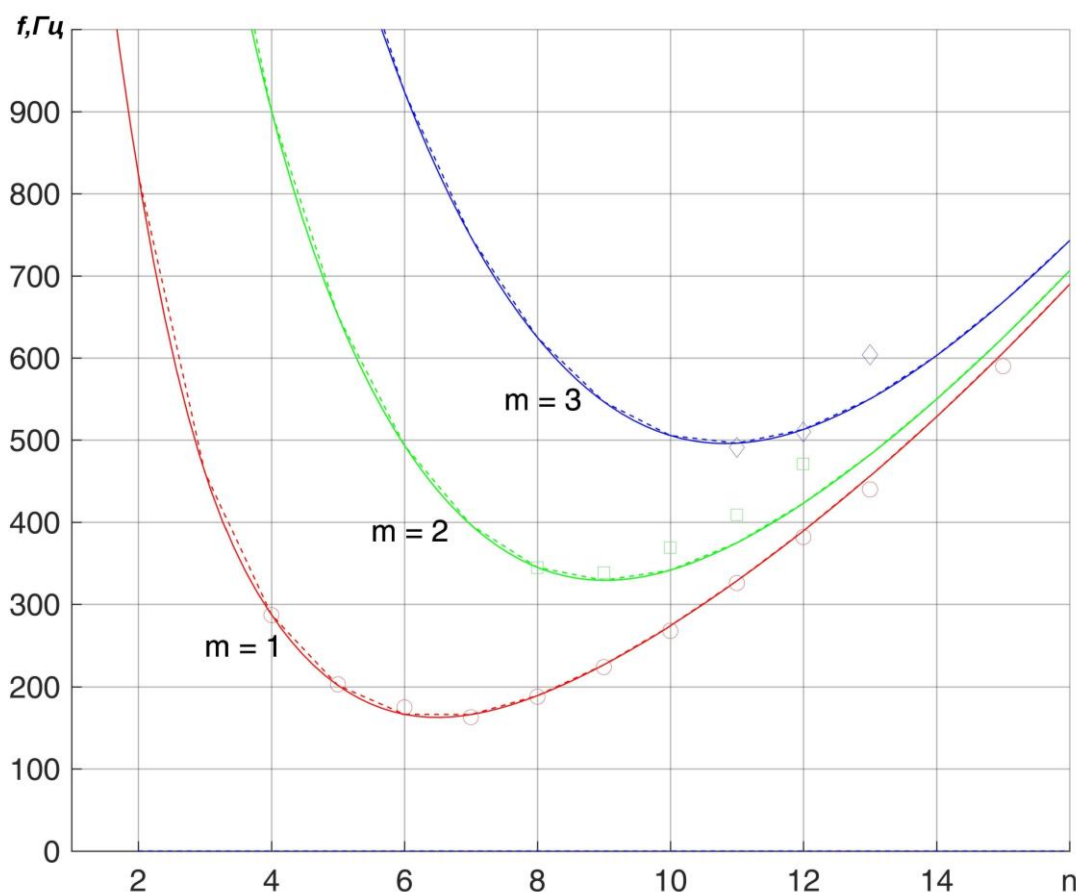


Рисунок 2.22 – Власні частоти коливань оболонки S-S: $L/R=2.5$, $h/R=0.4$, $\mu=0.315$, експериментальні дані [167]: (\circ) $m=1$, (\square) $m=2$, (\diamond) $m=3$, — Аналітичний розрахунок; - - - Soedel[168]

Для циліндричної оболонки з граничними умовами F-F показано порівняння з експериментальними даними [167], результатами точного розв'язку (розв'язок Soedel [168]) та запропонованої методики (Аналітичний розрахунок) на рис. 2.23.

Результати наших розрахунків та точного розв'язку за формулою Soedel [168], що показані на рис. 2.23 мають невелику похибку з експериментом для такого типу граничних умов.

Приведені вказані точні розрахунки циліндричної оболонки можуть використовуватися для конкретних граничних умов. Натомість точне розв'язок (Аналітичний розрахунок) дозволяє з достатньою точністю використовувати усі види граничних умов.

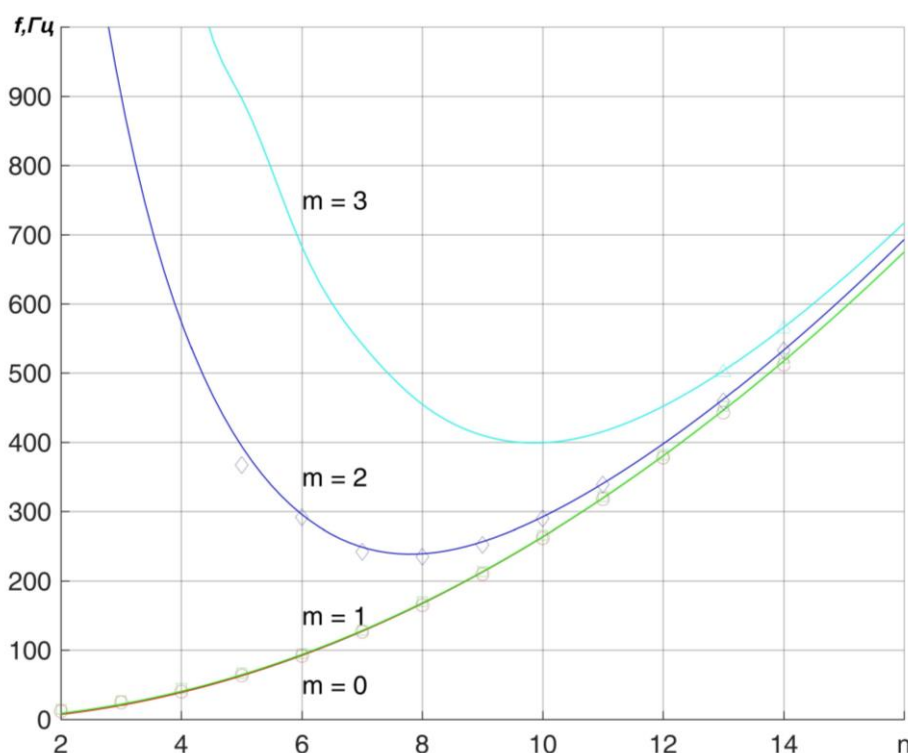


Рисунок 2.23 – Власні частоти коливань оболонки F-F: $L/R=2.6$, $h/R=0.4$, $\mu=0.315$, експериментальні дані [167]: (\circ) $m=0$, (\square) $m=1$, (\diamond) $m=2$, (\blacktriangle) $m=3$, — наші розрахунки ; - - - Soedel[168]

На рис. 2.24-2.25 показано зміну частотного параметру Ω при якій кожна з чотирьох жорсткостей пружини k (осьова, колова, радіальна та кут повороту) приймає значення від 10 до 10^{12} Н/м, при цьому інші три пружини мають жорсткість рівну нескінченості при $(m, n) = (1 \sim 3, 1)$ і $(1, 1 \sim 3)$ (рис. 2.24) або дорівнюють нулю при $(m, n) = (1 \sim 3, 1)$ і $(1, 1 \sim 3)$ (рис. 2.25). Частотний параметр Ω на графіку залежить від $\log(k/k_0)$, де $k_0=1$ Н/м.

Аналіз даних рис. 2.24 показує, що значний вплив на частотні характеристики циліндричної оболонки відбувається при защемленні осьової та колової жорсткості пружини. При цьому, на рис. 2.24а та рис. 2.25 показано, що діапазон, в якому осьова та колова жорсткості впливають на частотні параметри є в межах $10^8 \sim 10^{11}$ Н/м.

Збільшення осьової жорсткості пружини може впливати на частотні характеристики майже в однаковому ступені для інших осьових значень частоти як показано на рис. 2.24а-2.24б.

Гармонічні коливання циліндричної оболонки сильно змінюються в діапазоні $10^5 \sim 10^{10}$ Н/м з рис. 2.25 для всіх компонентів жорсткості, окрім k_γ .

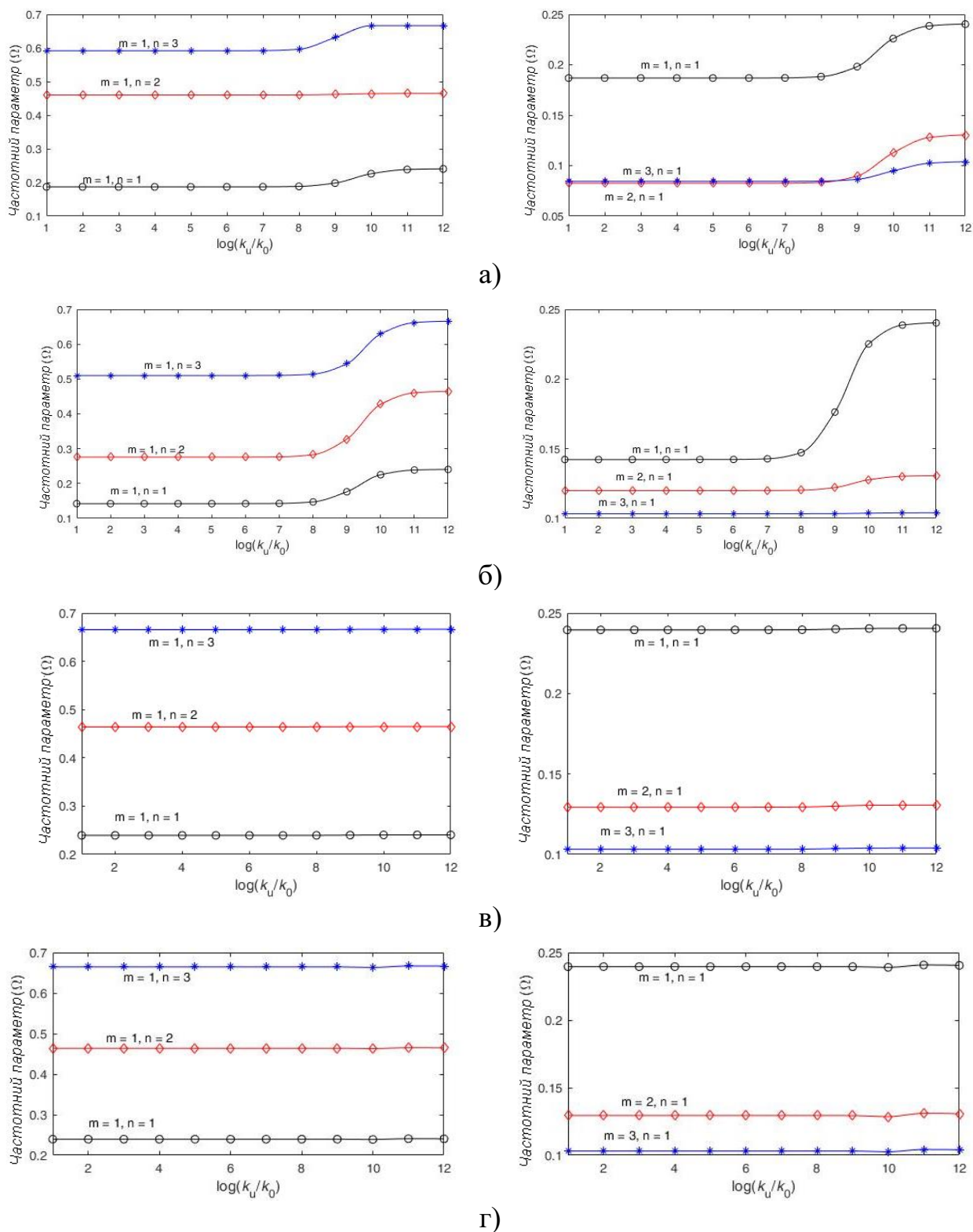


Рисунок 2.24 – Вплив жорсткості пружинної опори на частотні параметри при трьох нескінченних жорсткостях і змінній осьовій(а), круговій(б), радіальній(в) і кутової деформації (г)

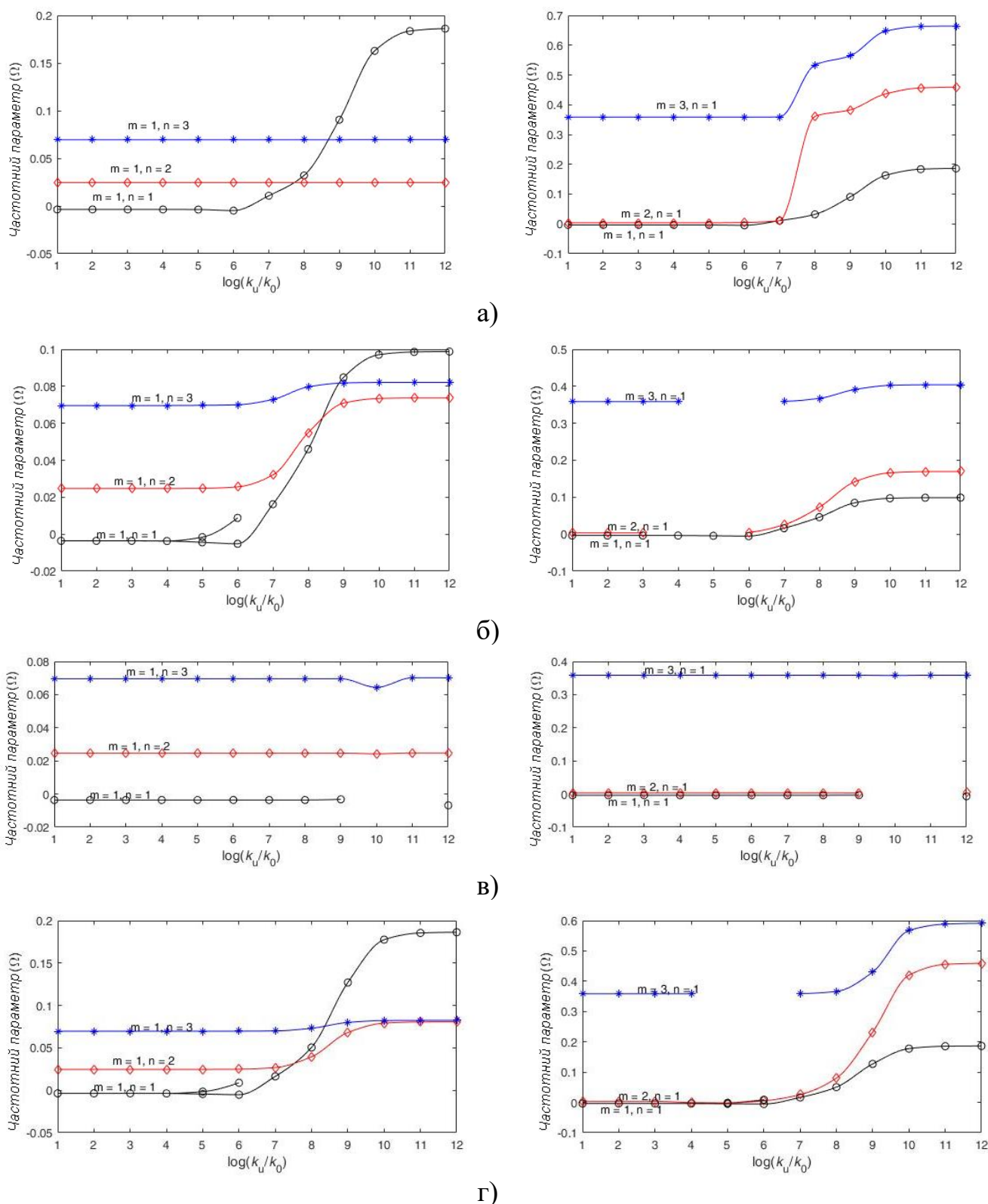


Рисунок 2.25 – Вплив жорсткості пружинної опори на частотні параметри при трьох нульових жорсткостях і змінній осьовій(а), круговій(б), радіальній(в) і кутовій деформації(г)

При збільшенні осьової жорсткості, як показано на рис. 2.25а, частотні параметри для вільних граничних умов, впливають так само, як і при защемлених граничних умовах. З іншої сторони, аналізуючи рис. 2.25б-2.25г, ефект збільшення жорсткості на границі стає більш складним для частотних характеристик. Існує ефект «перестрибування частот» в чутливому діапазоні жорсткості, при якому частоти коливань переходять на іншу варіаційну криву, яка не співпадає з початковою кривою. Форми коливань таких оболонок показують, що при вільних граничних умовах, частотні характеристики дають ще одну додаткову форму, як на рис. 2.25б і рис. 2.25г, а сама форма при цьому не збігається із значенням частоти і в цьому випадку крива переривається, що більш детально показано на рис. 2.25б-2.25г. Автор представив результати власних частот конічних та конічних оболонок, ефекту від використання жорсткісних граничних умов більш ширше в роботах [157, 158].

2.6. Висновки за розділом 2.

Розроблено метод знаходження власних частот коливань для конічної (циліндричної) оболонки за теорією Доннелла-Муштарі як розв'язок диференціального рівняння восьмого порядку. Метод не має спрощень на етапі постановки задачі, що дозволяє отримати точне розв'язок розв'язуючи її методом початкових параметрів звичайними поліномами. Для точного пошуку власних частот коливань модернізовано алгоритм Вільямса-Віттрика, що дозволяє отримати точне число власних частот коливань оболонок на певному діапазоні з кінематичними та жорсткісними граничними умовами. Розроблений метод враховує початкові напруження, зумовлених дією внутрішнього тиску, осьової сили, частоти обертання та крутного моменту оболонки. Валідація розрахунків динамічних характеристик оболонок проведена методом співставлення авторських результатів з літературними джерелами та експериментальними даними. Збіжність отриманих результатів із експериментальними даними підтверджена, особливо для низьких власних частот коливань оболонок.

РОЗДІЛ 3. КОМПЛЕКСНИЙ АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНИХ ГІДРОДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ ШВК.

Незважаючи на широкий досвід застосування вдосконалених кодів поліпшеної оцінки типу RELAP, що в загальному дозволяє отримувати консервативні результати (через початкові та граничні умови), існує ряд проблем, у яких такі підходи недостатні. Умовно можна виділити два види таких проблем. Перший тип – це ті, в яких важливим аспектом моделювання є здатність коду відтворювати особливості фізичних процесів, пов'язаних з інтенсивністю турбулентного обміну, наприклад, багатовимірне неізотермічне перемішування [169]. Цей тип проблеми є поширеним при застосуванні CFD безпосередньо до реакторів. До другого типу можна віднести задачі, де необхідно оцінити ударні процеси (паровий вибух, швидка розгерметизація, гідроудар). Тут важливою особливістю є нерівномірність миттєвих локальних полів основних величин (як правило, це динамічні змінні - швидкість, тиск).

Оцінка початкової динаміки при декомпресії відноситься до проблем другого типу, особливістю яких є те, що активну зону реактора слід розглядати (як це робиться в більшості випадків детального аналізу) разом з рештою елементів реактора. Це пов'язано з необхідністю розгляду впливу внутрішньокорпусних пристроїв з точки зору сил. У цьому випадку критично важливо відтворити нерівномірність ударної хвилі, амплітуда якої розсіюється в перші десятки мілісекунд [170]. Якщо говорити про такий аналіз тільки з RELAP чи іншим аналогічним системним кодом, то виникає нетипова ситуація, коли результати, незважаючи на консервативні вихідні умови (теплова потужність, тиск), виявляються більш «м'якими» з точки зору навантажень, що діють на внутрішні складові реактора [170] (імовірно через відсутність концентрованої дії - усереднення в досить великих об'ємах – «термах»).

В даному розділі розглядається оригінальний підхід до оцінки ударних навантажень за допомогою методів обчислювальної гідродинаміки (CFD), який виявився досить продуктивним для прогнозу початкової динаміки руху ударної хвилі декомпресії.

3.1. Особливості реалізації теплогідравлічної моделі реактора під час МПА

Початкова динаміка оцінюється за допомогою спеціально розробленої репрезентативної моделі реактора ВВЕР-1000, яка зберігає локальні особливості руху теплоносія. Розрахункова модель обмежена вхідним і вихідним патрубками реактора, в яких задані відповідні граничні умови (рис. 3.1).

Хвиля декомпресії є ініціатором фазового переходу при зменшенні локального тиску нижче тиску насичення. Це призводить до того, що умови розповсюдження ударної хвилі суттєво відрізняються у порівнянні із однофазною постановкою, яка була реалізована в рамках магістерської дисертації [25].

З інженерної точки зору однофазний аналіз є більш прийнятним, оскільки оцінка перехідного процесу потребує значно менших розрахункових затрат принаймні із-за того, що необхідно вирішувати меншу кількість управляючих рівнянь, які будуть обговорені нижче по тексту. Таким чином, при аналізі перехідного процесу початкової динаміки використовуються два підходи – однофазний і двофазний, що дозволить оцінити вплив на цільовий параметр складності фізичної постановки. Застосування однофазного наближення є першим наближенням, яке дозволяє оцінити асимптотичні значення, до яких будуть прагнути сили, отримані за допомогою більш повного та реалістичного двофазного підходу.

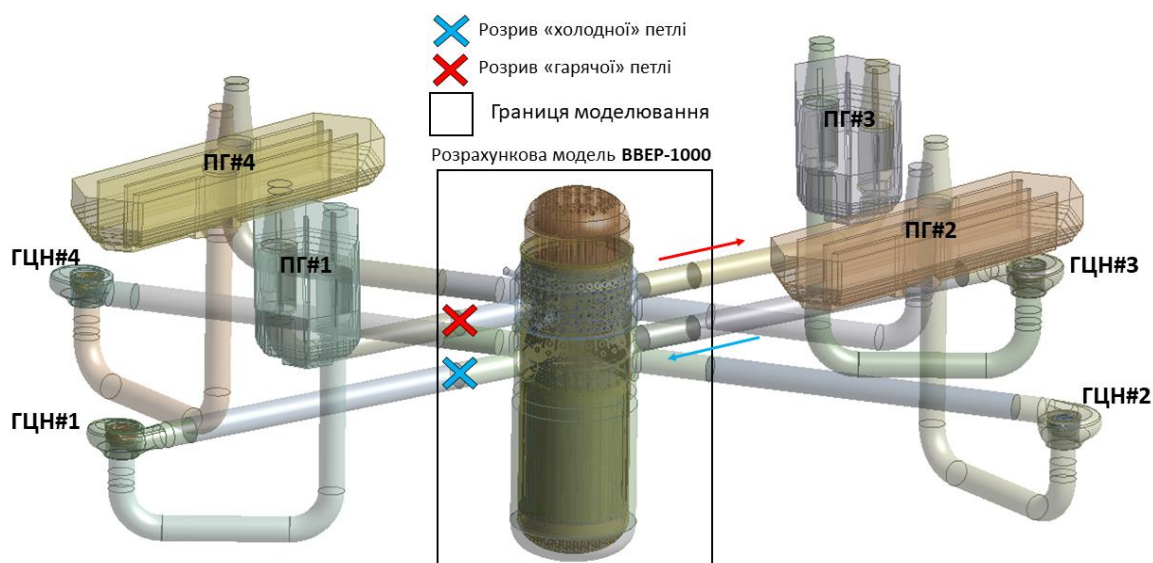


Рисунок 3.1 – Границя моделювання початкової динаміки відносно загальної компоновки першого контуру РУ ВВЕР-1000 (В-320)

Дискретизація проточної частини реактора з урахуванням геометричних особливостей може сягати близько 109 розрахункових ділянок [171], що на даний момент є надлишковим для інженерної практики навіть для розрахунку стаціонарного стону в однофазній постановці. Світовий досвід розробки таких моделей здебільшого відноситься до проєктантів нових енергоблоків, але на практиці виникають труднощі не тільки в підготовці моделі, а й в обробці отриманого масиву даних [172]. У роботах [173–175] розглянуто принципові аспекти створення спрощеної CFD моделі ВВЕР-1000, досвід створення якої з відповідними модифікаціями реалізовано в тривимірній моделі ВВЕР-1000 для оцінки вихідної динаміки при максимальній проєктній аварії (рис. 3.2).

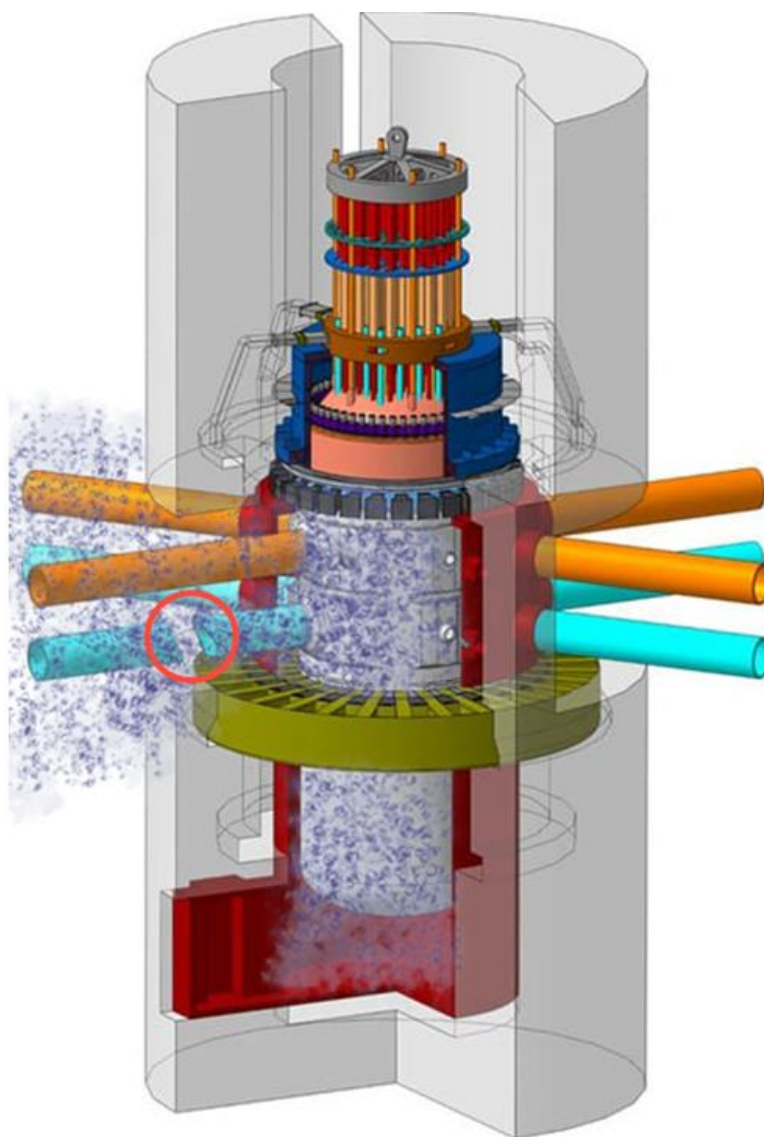


Рисунок 3.2 – Гільйотинний розрив «холодної» петлі (максимальна проєктна аварія)

Найбільш складними ділянками дискретизації є нижня камера реактора, активна зона (особливо врахування дистанційних решіток), блок направляючих труб і перфорація стаканів ТВЗ чи шахти реактора. Кожна з цих областей потребує дискретизації понад 100 мільйонів контрольних об'ємів (зазвичай розрахункова сітка комбінована, тому і порядок кількості розрахункових вузлів аналогічний).

Для оптимізації необхідних розрахункових ресурсів в дисертації введені певні спрощення (шляхом представлення найбільш складних елементів для дискретизації з подальшою компенсацією у вигляді об'ємних термів). Таким чином, підготовка моделі ВВЕР-1000 передбачає її початкове спрощення, а також розробку та впровадження в розрахунки відповідних компенсуючих математичних співвідношень, які також за своєю формою будуть простіші ніж вихідна постановка. Основні геометричні спрощення наведені в табл. 3.1.

З формальної точки зору перенос однієї фази в рамках URANS-наближення може бути представлений у вигляді системи (3.1), з урахуванням турбулентних добавок для в'язкості та теплопровідності.

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t}(vf\rho) + \frac{\partial}{\partial x_j}(vf\rho\vec{U}) = S_M \\ \frac{\partial}{\partial t}(vf\rho\vec{U}) + \nabla \cdot [vf\rho\vec{U} \otimes \vec{U}] = -vf\nabla p + \nabla \cdot \overbrace{\left[vf(\mu + \mu_t) \left[\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T \right] \right]}^I + S_P \\ \frac{\partial}{\partial t}(vf\rho h_{tot}) - vf \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot [vf\rho\vec{U}h_{tot}] = \nabla \cdot \overbrace{\left[vf \left[\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right] h \right]}^{II} + vf \nabla \cdot (vf\vec{U} \cdot \tau) + S_E \\ \sum \frac{1}{\rho} \left[\frac{\partial}{\partial t}(vf\rho) + \frac{\partial}{\partial x_j}(vf\rho\vec{U}) \right] = \sum \left(\frac{S_M}{\rho} \right) \end{array} \right. \quad (3.1)$$

Члени у вигляді джерел маси (S_M), імпульсу (S_P) та енергії (S_E) враховують міжфазний обмін, який в загальному випадку залежить від морфології кожної із фаз, а також їх локальних гідродинамічних та теплофізичних характеристик (поля швидкостей та температури). В комерційних CFD пакетах механічна нерівновага реалізована частково (гетерогенність лише по полям швидкості), що передбачає

єдине значення тиску для кожної із компонент двофазного середовища. Фактично повна система для гетерогенної за швидкістю та температурою постановки складається із 7 – рівнянь, які доповнюються замикаючим співвідношеннями для турбулентності, причому в загальному випадку індивідуально для кожної фази.

Активна зона реактора має розгалужену теплообмінну поверхню, площа якої складає близько 5500 м^2 , яка сконцентрована в загальному об'ємі $\sim 30 \text{ м}^3$. Розглядаючи складові частини (3.1) видно, що за інтенсивність передачі імпульсу та енергії від границі (стінки) відповідають терми «I» та «II», оскільки вони фактично «протидіють» конвективному переносу, якщо враховувати умови «прилипання» (нульова швидкість на стінці). Відтворення геометрії активної зони «точно» для інженерної практики недоцільно тому застосовується наступне наближення. Вважається, що дифузійні члени «I» та «II» можна представити у вигляді об'ємних джерел, які локально та інтегрально еквівалентні (3.2).

$$\left\{ \begin{aligned} \left[\nabla \cdot \left(\nu f (\mu + \mu_t) \left[\nabla \vec{U} + (\nabla \vec{U})^T \right] \right) \right]_{\{x,y,z\} \in \text{wall}} &\approx \nu f \cdot \underbrace{\xi(\text{Re})}_{\text{PLF} \cdot H_{\text{ref}}} \rho \frac{U_z^2}{2} \\ \left[\nabla \cdot \left(\nu f \left[\frac{\mu}{\text{Pr}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right] h \right) \right]_{\{x,y,z\} \in \text{wall}} &\approx \nu f \cdot q_v(x, y, z) \end{aligned} \right. \quad (3.2)$$

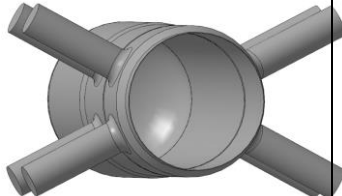
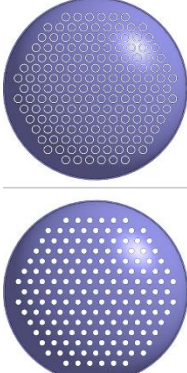
де функції $\xi(\text{Re})$ - емпірична функція гідравлічного опору, $q_v(x, y, z)$ - функція об'ємного енерговиділення.


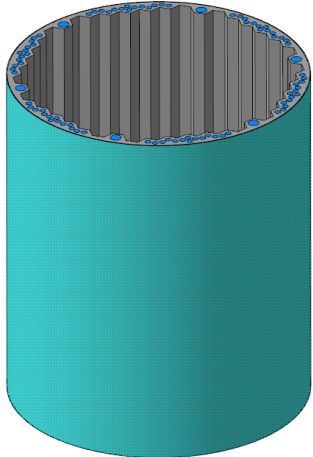
Варто відзначити, що введення (3.2) не виключає терми «I» та «II» з (3.1), які вже діють лише як дифузійні складові для спрощеної геометрії, а скоріше вносять екстенсивну поправку обміну імпульсом та енергією від стінки. Фактично такий підхід дозволяє застосовувати спрощене геометричне наближення враховуючи особливості енерговиділення та гідравлічних втрат, при цьому не застосовуючи класичне наближення пористого тіла.

Враховуючи вищезазначене розрахункова модель містить простір теплоносія, корпус реактора, ШВК (зі спрощеною перфорацією), спрощену вигородку та гранований пояс. Модель реактора обмежена вхідними та вихідними патрубками MCL. Крім того, було спрощено геометрію стаканів, а також блоку направляючих труб, включаючи перфорацію, для досягнення найкращої

дискретності реактора (наближення до репрезентативної концепції [70, 172]). В табл. 3.1 показано загальні геометричні спрощення, які були застосовані.

Таблиця 3.1 – Основні геометричні спрощення розрахункової моделі

№	Спрощення елементів/Опис	Ілюстрації
1	Теплоносій активної зони. ТВЗ представлено у вигляді призми з еквівалентною площею живого перерізу, що дозволяє відмовитися від наближення пористого тіла. Теплообмінна поверхня не відповідає дійсній площі контакту твелів та теплоносія, що компенсується застосуванням об'ємного джерела енерговиділення, яке діє безпосередньо в домені середовища. ГУ на умовних поверхнях прийняті такими, щоб не враховувати градієнти величин (проковзування).	
2	Рідина в БЗТ. Група з 20-24 отворів на циліндричній поверхні БЗТ на рівні перфорації конічної та циліндричної частин представлена одним з еквівалентних перерізів з центром, який відповідає центру групи отворів (фактично перфорація укрупнена із збереженням основного напрямку руху).	
3	Опускна ділянка. Демпфери вібрації не враховуються в проточній частині (вважається, що локальна дія щодо руху теплоносія не значна та не визначає умови руху теплоносія, які можуть впливати на активну зону).	
4	Перфорація еліптичної частини. Групи отворів біля місць встановлення опорних стаканів представлені у вигляді кільцевих каналів рівнопрохідного перерізу.	

5	<p>Опорні стакани. Перфорація замінена відповідним еквівалентним тілом обертання, таким чином, щоб еквівалентний гідравлічний опір відповідав перепаду тиску геометрії із перфорацією (рис. 3.3).</p>	
6	<p>Байпас теплоносія, який приймає участь у охолодженні ВКП. Ребра охолодження внутрішньої поверхні вигородки відсутні. В кільцевому каналі між вигородкою та ШВК відсутні характерні «вікна» через які охолоджується зовнішня поверхня гайок міжкільцевих шпильок. У гранованому поясі характеристики геометричні особливості каналів профілювання враховуються лише для пазів кільцевих каналів. Отвори у вигородці та гранованому поясі мають однаковий діаметр.</p>	

Еквівалентна геометрія (вихідна загалом виключає кілька десятків тисяч отворів) була розроблена для спрощення нижньої камери, а саме опорних стаканів паливної збірки. При необхідності передбачалося введення в рівняння руху додаткових моментів дисипації для забезпечення еквівалентності інтегрального перепаду тиску, методом який представлений нижче.

Було розроблено дві CFD опорних стаканів (деталізовану та спрощену). Еквівалентне перетворення показано на рис. 3.3. Аналіз показує, що застосування спрощеної геометрії забезпечує інтегральний перепад тиску, який відхиляється від початкового не більше ніж на 5% у широкому діапазоні витрат, що є прийнятним. Особливістю застосування такого спрощення в загальному випадку є спотворення внутрішньої течії в проточній частині опорного стакану, що в може порушити «справжнє» профілювання течії через активну зону реактора. Проте аргументом підтверджуючим застосовність вище наведених спрощень є натурні випробування на енергоблоці в яких досліджувалися особливості секторального змішування концентрації борної кислоти, яка формалізована в пасивному скалярі змішування. Результати безпосередніх бенчмарків показують, що відповідні спрощення майже не впливають на профілювання всередині кожної ТВС [176].

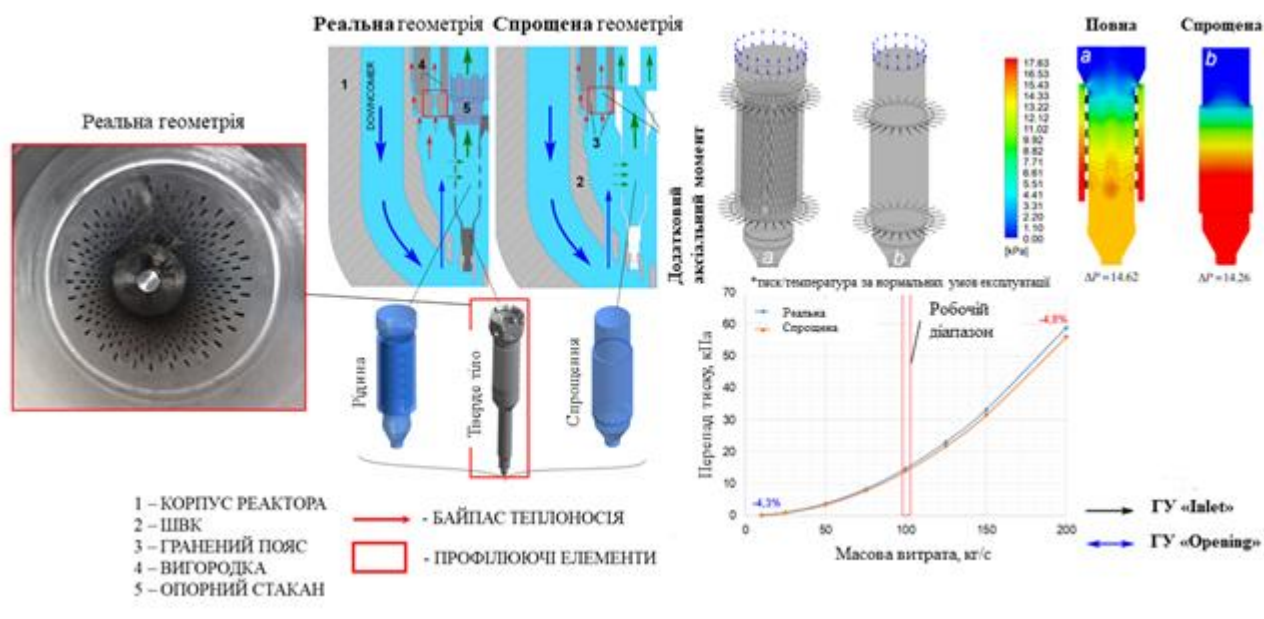


Рисунок 3.3 – Спрощення компонентів розрахункової моделі (опорний стакан)

Крім того, були виключені зони різкого розширення при профілюванні байпасуючого теплоносія через вигородку в місцях його контакту з гранованим поясом. Таке спрощення значною мірою покращує конвергенцію, але вимагає додаткової інформації щодо еквівалентного гідравлічного опору для коректного профілювання швидкості потоку, яка була врахована як оцінена функція втрат тиску у відповідних каналах охолодження (рис. 3.4).

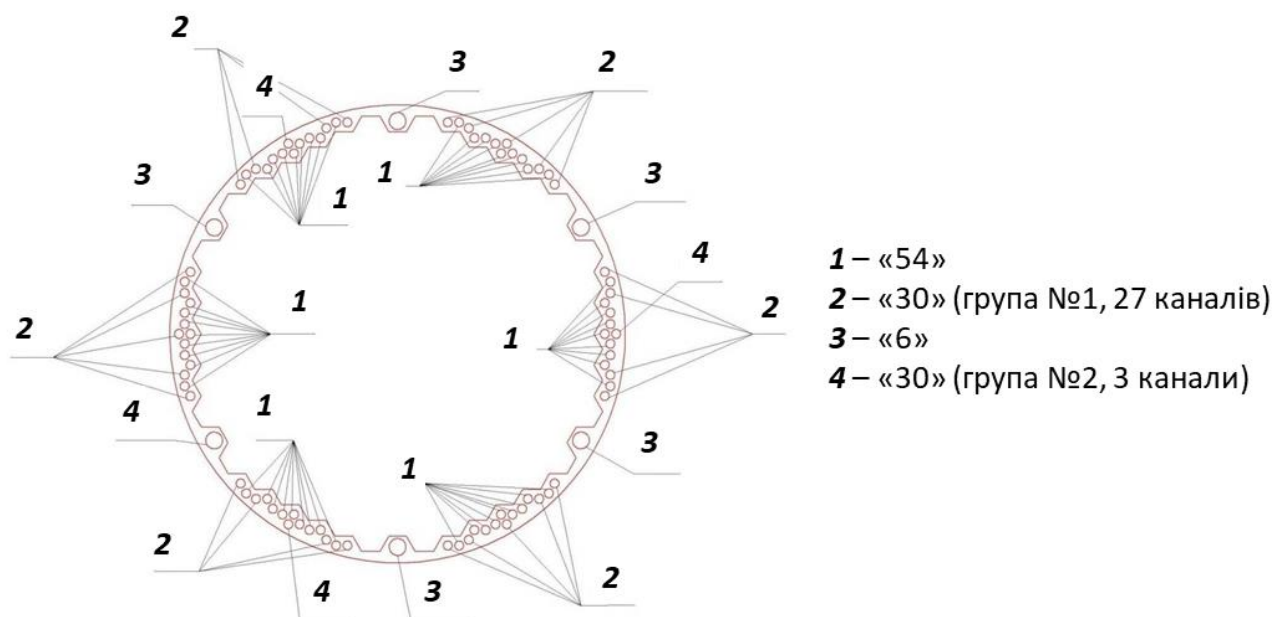


Рисунок 3.4 – Класифікація охолоджуючих каналів вигородки (байпас теплоносія)

Загалом, спрощення загальних компонентів розрахункової моделі дозволяє значно оптимізувати дискретизацію, а використання термінів підсіткового об'ємного джерела дозволяє коригувати модель розрахунку з точки зору фізики процесів.

Для оптимізації необхідних обчислювальних ресурсів теплоносій вигородки моделюється спрощено (без урахування зовнішнього оребрення). Винятком є кільцевий канал між вигородкою та шахтою де профілювання здійснюється групою з трьох щілин на сегмент 60 градусів (це дозволяє врахувати профілювання поля швидкості в азимутальному напрямку, рис. 3.5).

Канали охолодження вигородки активної зони можна умовно поділити на групу з 54 і 30 (включаючи 3 канали спеціальної геометричної конфігурації, на яких встановлені зразки-свідки) з однотипними отворами і 6 різьбовими шпильками (тяглами).

Результати оцінки коефіцієнта, що визначає момент дисипативної сили для кожної групи охолоджуючих каналів вигородки і активної зони реактора для різної швидкості теплоносія, наведено на рис. 3.6.

Отримані результати реалізовані в CFD моделі у вигляді спрямованого дисипативного моменту M_{ch} , який містить лише квадратичну складову швидкості. Для імітації локального перепаду тиску враховується додатковий дисипативний момент, що діє лише на висоті гранованого поясу. З цієї причини для групи охолоджувальних каналів обрано опорну висоту - 135 мм.

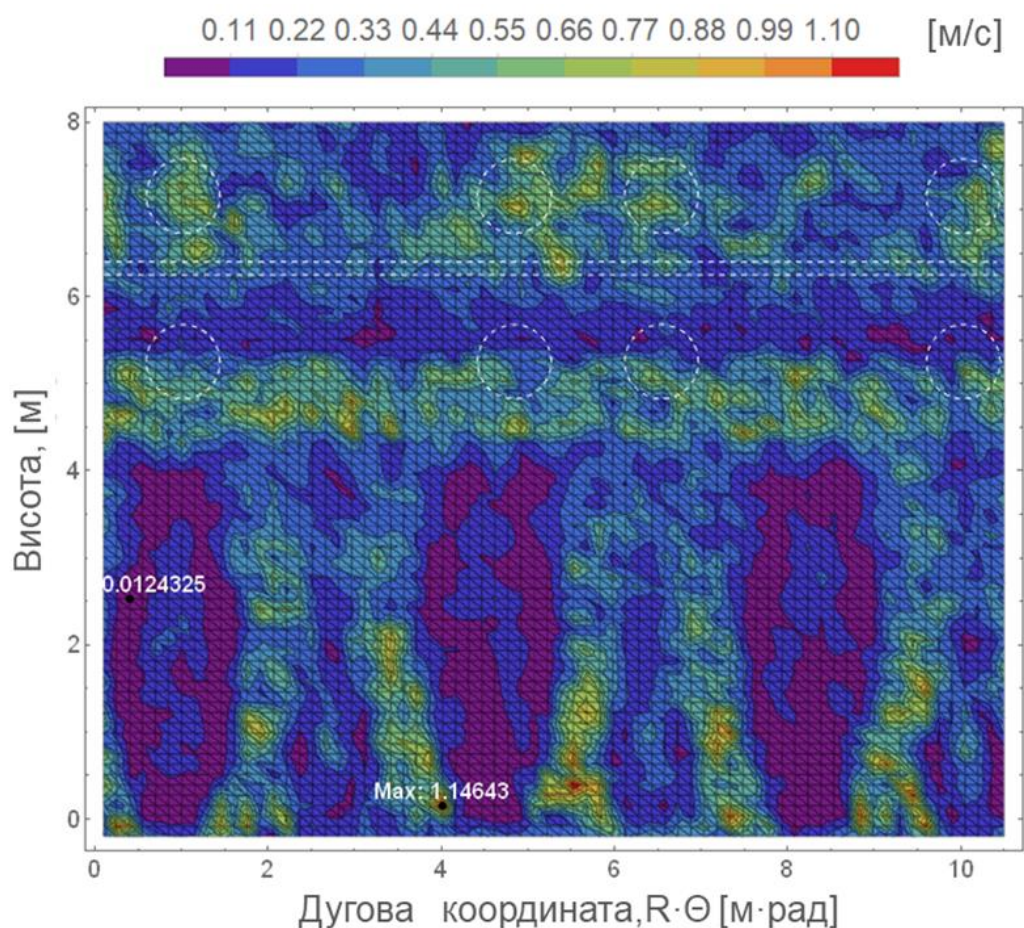


Рисунок 3.5 – Характерний розподіл поля швидкості теплоносія в кільцевому каналі реактора

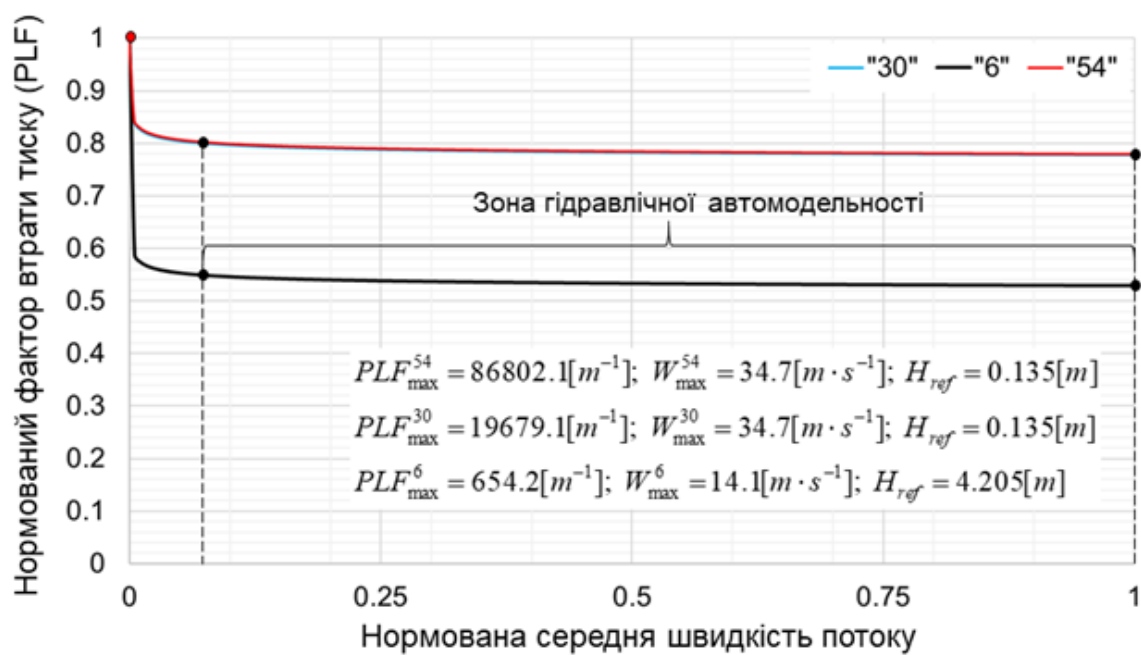


Рисунок 3.6 – Залежність нормованого коефіцієнту втрати тиску від нормованої середньої в об'ємі швидкості потоку теплоносія

3.1.1. Методика розрахунку теплогідравлічних процесів CFD-моделі РУ

Оскільки розширена поверхня теплообміну в активній зоні не моделюється, необхідно оцінити додатковий дисипативний момент M_{core} , як це зроблено для байпасу теплоносія. Загальний вигляд вбудованої в розрахункову модель залежності функції гідравлічного опору $K_{x,y,z}^{loss}$ від аксіальної координати, що враховує локальну зміну за рахунок наявності дистанціонуючих решіток, наведено в (3.3). Аксіальний розподіл втрати тиску показаний на рис. 3.7.

$$K_{x,y,z}^{loss}(z) = \frac{\omega_{in}(z)}{\Delta H_{in}} C_{in} \text{Re}^{\alpha_{in}} + \frac{\omega_{fr}(z)}{d_h} C_{fr} \text{Re}^{\alpha_{fr}} + \frac{\omega_g(z)}{\Delta H_g} C_g \text{Re}^{\alpha_g} + \frac{\omega_{out}(z)}{\Delta H_{out}} C_{out} \text{Re}^{\alpha_{out}}. \quad (3.3)$$

де $\omega(z)$ - функція «дії» відповідної складової, яка залежить лише від геометричних характеристик. Характерний розмір – еквівалентний гідравлічний діаметр решітки твел, який прийнятий рівним 10.5 мм.

Прийняті значення коефіцієнтів (3.3) наступні [177]:

- Втрата на вході – $C_{in} = 3.5403$; $\alpha_{in} = -0.174$; $\Delta H_{in} = 0.155[M]$.
- Втрата на виході – $C_{out} = 2.4704$; $\alpha_{out} = -0.0332$; $\Delta H_{out} = 0.476[M]$.
- Втрата на тертя – $C_{fr} = 0.1898$; $\alpha_{fr} = -0.2$; $d_g = 0.0105[M]$.
- Втрата на дистанціонуючих решітках $C_g \text{Re}^{\alpha_g} \approx 0.31$; $\Delta H_g = 0.02[M]$.

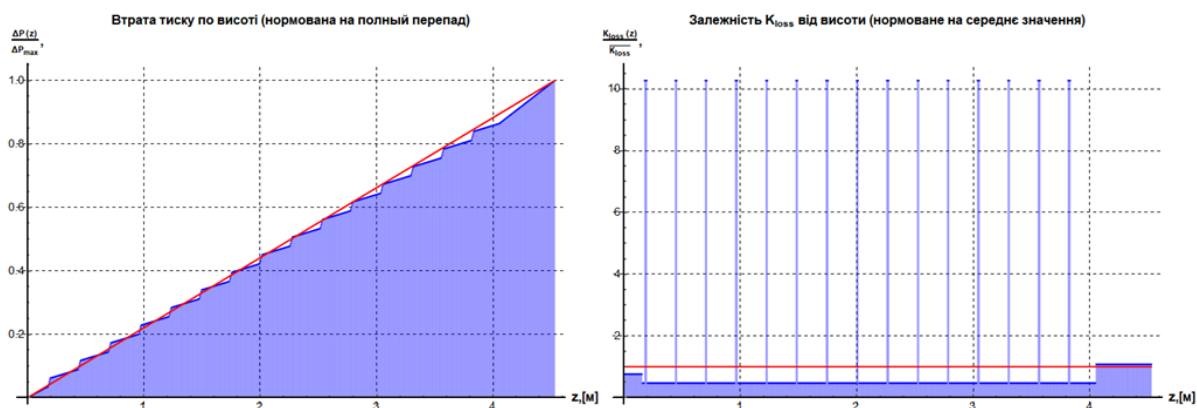


Рисунок 3.7 – Функція перепаду тиску по висоті тепловиділяючої збірки

Функцію тепловиділення активної зони імплементовано у вигляді об'ємного джерела (3.4), що значно спрощує її реалізацію в CFD моделі.

$$q_v^{A\kappa 3}(x, y, z) = q_v^{\max} \Psi(x, y) f(z). \quad (3.4)$$

Такий метод дає змогу детально описати конкретне опорне значення в перерізі ТВЗ та узагальнити його на всю активну зону реактора за допомогою осьового профілю. Абсолютизувати джерело живлення можна за допомогою максимального значення енерговиділення. Відповідні форм-фактори (3.4) можна легко встановити за вихідними даними нейтронно-фізичного обґрунтування активної зони реактора.

Вхідний набір даних містить інформацію про відносну теплову потужність для елементарного вузла, яка отримана в результаті розбиття активної частини ТВЗ на 24 секції.

Для кожної паливної збірки розраховується сумарна відносна потужність Q_i^{FA} , а також сумарна відносна потужність на кожному рівні висоти. Таким чином, ми отримуємо 163 числа, які є опорними для функції $\Psi(x, y)$, та сумарні значення осьового шару для функції $f(z)$. Зауважимо, що кожна з функцій $\Psi(x, y)$ і $f(z)$ нормована (максимальне значення 1,0).

Якість реконструкції функції енерговиділення багато в чому визначається способом формування функції. Наприклад, якщо застосовувати індивідуальне джерело до кожної ТВС, необхідно фактично визначити 163 субдомени, що ускладнює ініціалізацію розрахункової моделі. У разі застосування лінійної інтерполяції необхідно найповніше підготувати опорні точки, які дозволять мінімізувати «розмивання» даних між ТВС (рис. 3.8).

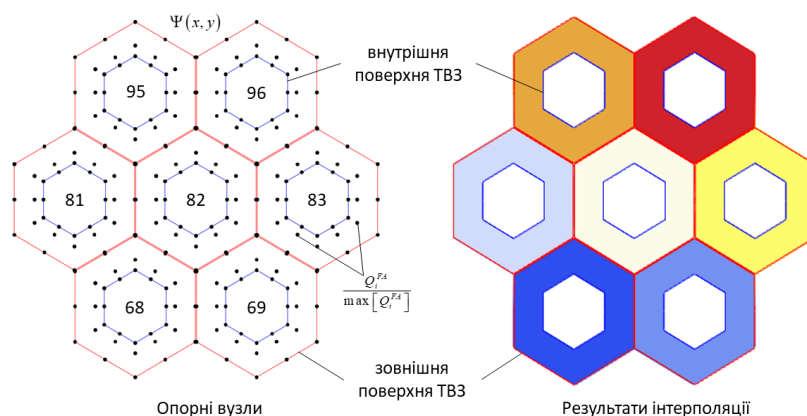


Рисунок 3.8 – Опорні вузли для інтерполяційної функції $\Psi(x, y)$ елементів ТВЗ

Амплітудне значення енерговиділення q_v^{\max} визначається виходячи з абсолютної потужності таким чином:

$$q_v^{\max} = \frac{Q_{\text{heat}}}{\int_{V_{\text{core}}} \Psi(x, y) f(z) dV}. \quad (3.5)$$

Зазначимо, що дисипативний момент визначається лише вздовж осі Oz , тоді як у поперечному напрямі прогноз виконується за допомогою моделі турбулентності (за замовчуванням).

Аналогічним чином задається і енерговиділення у вигородці та шахті із середньооб'ємними значеннями $\sim 1.5 \text{ Вт/см}^3$ та 0.2 Вт/см^3 відповідно, яке є результатом розсіювання високоенергетичних первинних та вторинних гамма-квантів.

Загальний вигляд розрахункової CFD моделі із зазначеними найменуваннями граничних умов наведено на рис. 3.9.

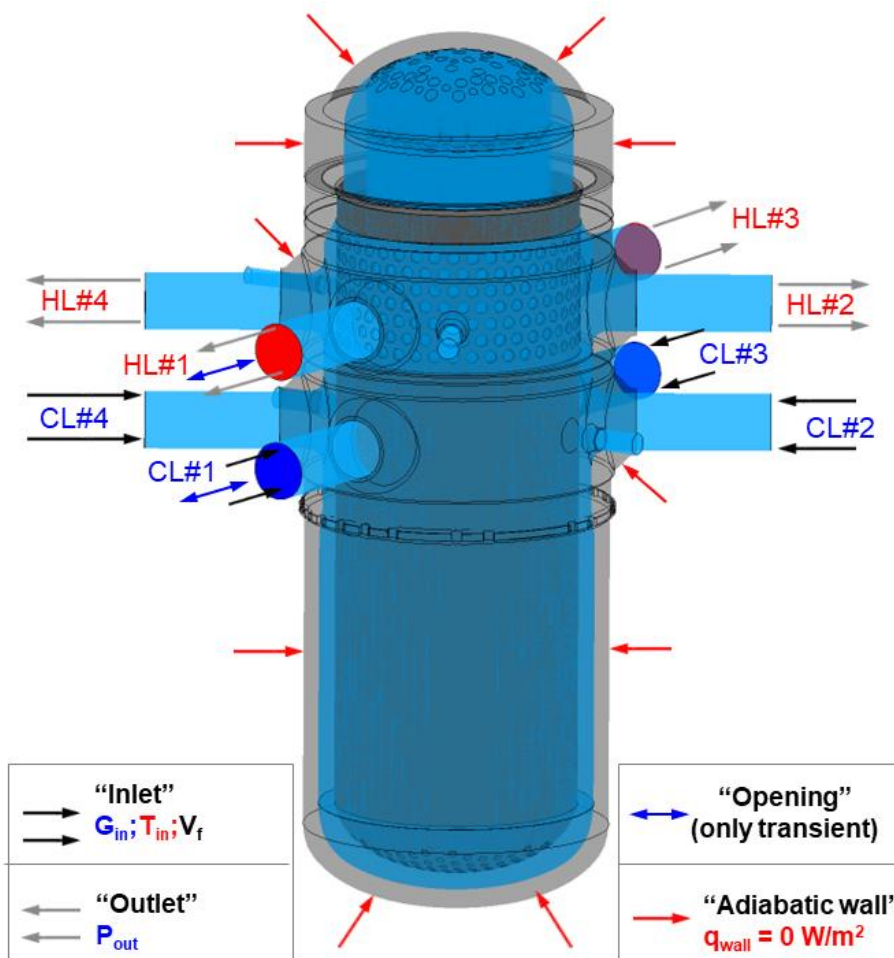


Рисунок 3.9 – Загальний вигляд теплогідралічної моделі РУ ВВЕР-1000

Для замикання міжфазного обміну розроблено спеціальний підхід до опису початкової динаміки фазового переходу при ударній декомпресії. Ідея такого підходу базується на припущенні того, що парова фаза має дискретну монорозмірну морфологію, що дозволяє імітувати перегрів/недогрів кожної фази. Запропонований спосіб повинен враховувати наявність розвиненої поверхні теплообміну, яка відсутня у розрахунковій моделі.

3.1.2. Опис спеціальної моделі фазового переходу теплоносія

Розробку спрощеної математичної моделі зміни фази здійснено на основі досвіду розв'язування класичного критерію Едвардса [178], а також з урахуванням наступних критеріїв:

1) Швидкість масообміну (MF) між фазами визначається трьома компонентами, кожна з яких визначається різницею між поточним тиском і тиском насичення при поточній температурі рідини (MFP); різницею температур фаз (MFT), а також об'ємним джерелом теплової енергії (MFQ) (записано у формулі (3.7)).

2) Створення парової фази визначається джерелом MFP на основі припущення, що швидкість хвилі декомпресії набагато більша, ніж швидкість зміни температури.

3) MFP має ненульове значення в тих точках, де миттєве значення тиску відрізняється від початкового.

4) У початковий момент часу $MFP \gg MFT$, але після кількох хвиль декомпресії, інтенсивність пароутворення визначається через MFT.

5) Динаміка росту, а також спектр парових бульбашок не враховуються.

$$MF = F_p(t, p - p_{\text{int}}) \cdot MFP + F_T(t) \cdot MFT + F_Q(x, y, z, p - p_s) \cdot MFQ, \quad (3.6)$$

Кількість центрів зародження фазових переходів не визначається явно, а встановлюється опосередковано об'ємною часткою неконденсованого газу (ця опція встановлюється за допомогою параметра мінімальної об'ємної частки) і середнім діаметром бульбашки пари (D_b). Такий підхід має один суттєвий недолік: вихідний стан за об'ємною часткою пари завжди нестабільний і на

перших кроках призводить до конденсації (специфіка моделі механічної рівноваги двофазного середовища).

Ця конденсація призводить до локального падіння тиску, навіть у областях, на які не впливає хвиля декомпресії. Ця функція врахована в моделі SPCM.

У запропонованій моделі MFP (3.7) – це масообмін під час кавітації, а MFT (3.8) – масообмін, який визначається термічною нерівновагою. Кожна з цих моделей є індивідуальним стандартом в ANSYS CFX [179]. Модель термічної зміни фази використовує формулювання "двох опорів".

$$MFP = \left(\frac{6\alpha}{D} \right) \cdot \rho_v \sqrt{\frac{2 |p_s - p|}{\rho_l}} \cdot \begin{cases} -0.01, p_s - p \leq 0 \\ 1.0, p_s - p > 0 \end{cases}, \quad (3.7)$$

$$MFT = \left(\frac{6\alpha}{D} \right) \cdot \frac{HTC_l \cdot (T_s - T_l) + HTC_v \cdot (T_s - T_v)}{\tilde{h}_{lv}} \quad (3.8)$$

$$MFQ = \frac{q_v^{core}(x, y, z)}{h_{lv}} \times \begin{cases} 0.05, p_s - p \leq 0 \\ 1.0, p_s - p > 0 \end{cases} \quad (3.9)$$

Об'ємне джерело парової фази в активній зоні (MFQ) формулюється з припущення (3.9), що утворення парової фази пропорційне об'ємному джерелу тепловиділень. Коефіцієнт пропорційності залежить від тиску, і в разі зниження абсолютного тиску нижче тиску насичення при температурі рідини виникає аналог розвиненого кипіння (коефіцієнт 1.0). В іншому випадку імітується переохолоджене кипіння. У цьому випадку коефіцієнт частки прийнято рівним 0.05, що відповідає максимально допустимій об'ємній частці пари (<5%) на виході з активної зони при номінальному рівні потужності.

На підставі тесту Едвардса ($MFQ=0 \text{ кг}/(\text{м}^3 \cdot \text{с})$), який використовувався для побудови моделі SPCM, можна побачити (рис. 3.10), що розрахунок за стандартною моделлю кавітації [179] добре узгоджується з експериментальними значеннями за перші 4-5 мс. Застосування SPCM дозволяє отримати задовільні результати сталого тиску лише через 40-50 мс. Слід зазначити, що після 5 мс перебігу МПА застосування моделі кавітації є складним, оскільки неможливо отримати збіжний розв'язок. Комбінації MFP і MFT з постійними коефіцієнтами

не дозволяють одночасно отримати задовільні результати та стабільність обчислень.

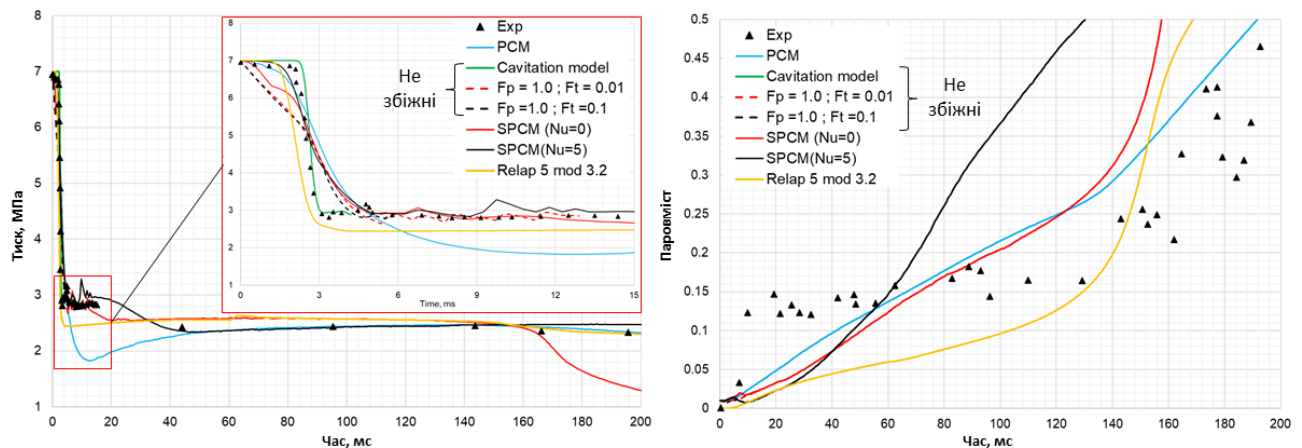


Рисунок 3.10 – Результати розв’язку задачі Едварда для труби

Оскільки MFP має плавно зменшуватися, а MFT зростати, та враховуючи специфіку вихідного стану в (3.6), були запропоновані такі коефіцієнти (3.10)-(3.11). Перші члени в (3.10) і (3.11) відповідають за релаксацію, а другі – за активацію:

$$F_p(t, p - p_{init}) = \exp\left(-\frac{t}{\tau_{ref}}\right) \cdot \left[1 - \exp\left(-\left|\frac{p - p_{init}}{G_p}\right|\right)\right], \quad (3.10)$$

$$F_T(t, T - T_{init}) = \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{ref}}\right)\right] \cdot \left[1 - \exp\left(-\left|\frac{T - T_{init}}{G_T}\right|\right)\right]. \quad (3.11)$$

Параметри G_p і G_T визначено на основі експериментів, наприклад, з робіт ударної кавітації [180].

Час релаксації, згідно з другим та четвертим припущеннями моделі, менше половини періоду хвилі декомпресії. Для тестових розрахунків задачі Едвардса в (3.10)-(3.11) прийнято $G_p = 44$ МПа, $G_T = 3,9$ °K. Опорний час τ_{ref} приймається рівним $3 \div 5$ мс (5 мс \sim половина періоду хвилі декомпресії). Результати показують, що при ненульовому значенні числа Нуссельта для парової фази SPCM задовільно узгоджується з експериментальними даними протягом перших 200 мс.

Слід зазначити, що при більшому значенні τ_{ref} коливання тиску є більш інтенсивними в перші кілька мілісекунд. Це впливає на збіжність у випадку неявної реалізації моделі (3.6)-(3.11). Крім того, коректним є розрахунок часу окремо в кожній точці, після того як члени активації (3.10)-(3.11) стають відмінними від нуля. Це одне з подальших удосконалень SPCM.

Початковий розподіл тиску p_{init} і температури T_{init} повинен відповідати полям, які необхідно отримати на етапі розрахунку стаціонарних процесів.

3.1.3. Формулювання критичних параметрів CFD-моделі теплоносія

Критерій вибору представницького стану для реактора є багатофакторним. Для активної зони амплітуда загального перепаду тиску визначається швидкістю і густиною. При цьому найбільш помітний внесок від статичного перепаду тиску, амплітудна величина якого визначається опорним і запираючим тиском, мають елементи внутрішньокорпусних пристроїв (наприклад, шахта). Таким чином, чим вище статичний опорний тиск у контурі, тим сильніше вплив буде за всіх інших однакових умов.

Динаміка поширення хвилі декомпресії визначається локальною швидкістю звуку середовища, яка в однофазній постановці при фіксованому тиску зменшується (як і густина) з підвищенням температури, а в двофазній постановці визначається в основному морфологією фаз і картиною течії. Таким чином, у всьому діапазоні можливого опорного тиску суто теоретично межі термопружності (безперервності) є набагато ширшими для однофазної постановки, що призводить або до відсутності герметизації, або до нижчого рівня сталого тиску.

Для активної зони реактора очевидно, що чим вищий початковий перепад тиску, тим вище і рівновіддаленіше амплітуда хвилі декомпресії. Таким чином, на максимальні зусилля в реакторі будуть впливати наступні параметри:

- опорний тиск в реакторі (є складовою при визначенні амплітуди);
- масова витрата активної зони реактора, а також максимальне значення гідравлічного опору активної зони (зазвичай автомоделний при

номінальних швидкостях). У цьому випадку збільшення кожного з цих параметрів призвело б до збільшення амплітуди, тоді як збільшення швидкості потоку при фіксованій потужності призводить до збільшення густини;

- швидкість звуку, а також густина визначають величини у випадку критичного потоку, значення яких впливають на мінімальний тиск при початковій динаміці.

Аналогом процесу декомпресії за впливом критичних параметрів на величину амплітуди тиску є прямий гідроудар з миттєвим перекриттям перерізу. Отже, встановивши вплив кожного суттєвого параметра (густини та швидкості звуку), можна вказати, як має бути налаштований початковий стан обчислювальної моделі реактора, щоб отримати найбільш консервативні значення сил.

На рис. 3.11 показано залежність амплітуди гідроудару від характерних параметрів. Оцінку проведено для труби довжиною 1.0 м і площею 10^{-4} м^2 методом одновимірної апроксимації в ANSYS CFX при опорному тиску 16 МПа.

Результати показують, що чим вище густина, початкова швидкість і швидкість звуку, тим вище амплітуда. І на відміну від теорії закономірність є наступною: з підвищенням температури швидкість звуку зменшується (IAPWS IF-97)[181], тоді як оцінка за допомогою рівняння стану Макдональда-Тейта збільшує швидкість звуку, що є невірним. Ця розбіжність пояснюється теорією, яка припускає, що об'ємна пружність води постійна і визначає тенденцію в поведінці швидкості звуку. Зауважимо, що застосування рівняння стану Макдональда-Тейта добре узгоджується з відомою формулою Жуковського для оцінки характеристик явища гідравлічного гідроудару. Оскільки описано про реалістичний (дисипативний) стан, який є репрезентативним для декомпресії, можна встановити, що чим нижча температура середовища, тим вищою буде амплітуда потенціалу (яка визначає сили).

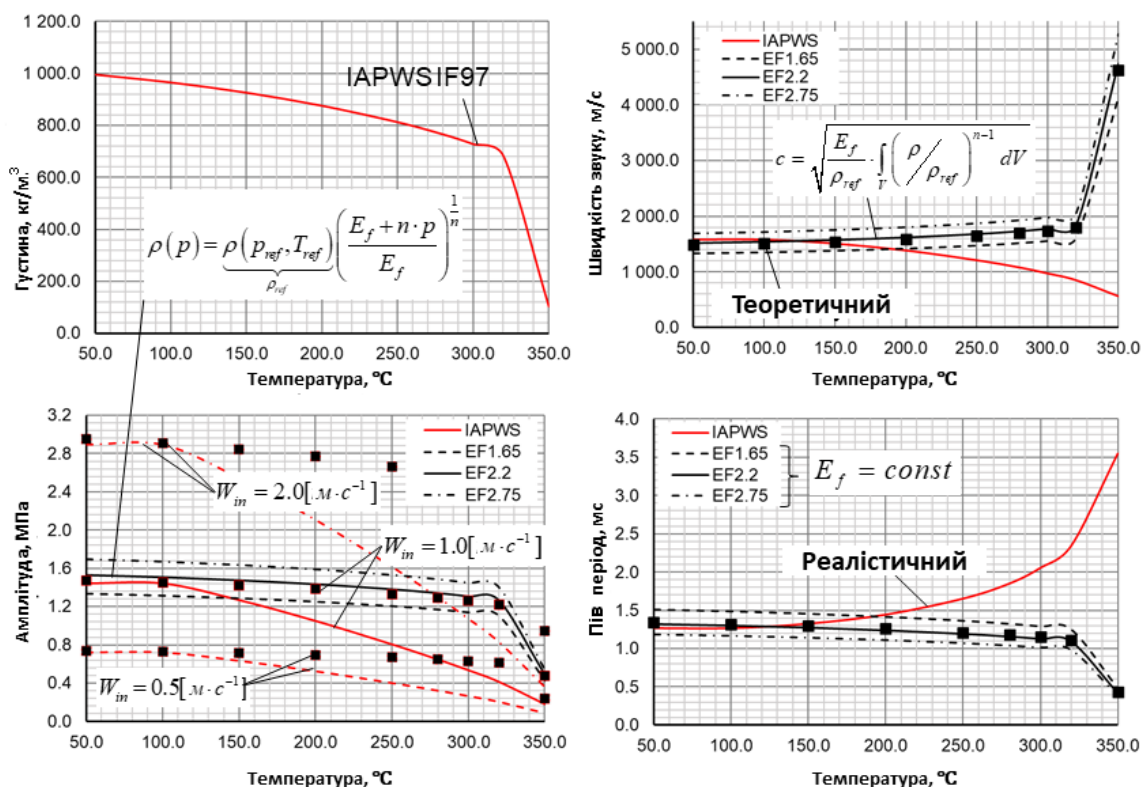


Рисунок 3.11 – Результати моделювання гідроудару з використанням моделі Макдональда-Тейта та бібліотеки IAPWS IF-97

Отримані висновки справедливі для однофазного середовища і можуть бути узагальнені на випадок двофазного середовища наступним чином. Залежно від паровмісту густина буде мати проміжне значення між густиною рідини та пари. Швидкість звуку в пароводяній суміші сильно залежить від морфології двофазного потоку і в цілому при значеннях паровмісту близько 0.1-0.9 може знижуватися до 100 м/с. Таким чином, за рівних умов амплітуда для двофазної постановки завжди буде меншою, ніж в однофазній.

Для обчислювальної моделі реактора на ненульовому фіксованому рівні потужності середня температура теплоносія буде визначатися значеннями температури в холодних нитках, а також масовою витратою потоку в активній зоні реактора.

3.1.4. Дискретизація теплогідравлічної моделі реактора ВВЕР-1000

В якості базової моделі турбулентності обрано модель SST сімейства $k-\omega$ з масштабованими пристінними функціями. Для всіх рідких компонентів моделі реактора приблизне значення $y^+=50$, що передбачає виключення перехідної зони (області сполучення) для пристінкової функції.

Оскільки дискретизація вихідних рівнянь для COM передбачає консерватизм [177] (дотримання законів збереження незалежно від характеристик сітки), це в першу чергу призводить до того, що балансові співвідношення між тепловим і масовим потоками будуть збережені. Отже, за межами граничного шару ущільнення сітки в перерізі, перпендикулярному потоку, призводить лише до подрібнення розподілу в цьому перерізі, практично не впливаючи на інтенсивність дисипації та тепловіддачі.

Відповідно до рекомендацій [173] з урахуванням специфіки вирішувача Vertex-Centred необхідно мати не менше 2 контрольних об'ємів, уже адаптованих вирішувачем (укрупнених) для врахування характеристик потоку в обраному напрямку. Подібні вимоги справедливі для задач теплопровідності.

У випадку, коли в модельованому тілі незалежно від агрегатного стану присутні просторово залежні функції маси чи джерел енергії, то забезпечення якості прикордонного шару є необхідною, але недостатньою умовою незалежності результатів моделювання від щільності дискретизації розрахункової геометрії. У таких випадках найбільш оптимально досліджувати чутливість моделі прямим чисельним розрахунком на варіантних сітках.

Розроблена модель містить наступні джерела:

- енерговиділення у вигородці (середньооб'ємне значення $\sim 1,5 \text{ Вт/см}^3$);
- розподіл енерговиділення в моделі активної зони реактора;
- джерела турбулентності (безпосередньо в математичній моделі);
- різні чисельні ефекти, «народжені» схемами адвекції.

Загалом, усе це вимагає комплексного аналізу розрахункової сітки. Аналіз чутливості (особливо для умов турбулентної генерації/розсіювання) важливий для

проблем змішування, реконструкції спектра пульсації та характеристик інтенсивності для прямого розрахунку потоку в прикордонному шарі.

Для задач розповсюдження ударної хвилі, коли теплоносій тече зі швидкістю, далекою від величин критичної швидкості (рідина, однофазна постановка), гідравлічний опір (який моделюється пристінковими функціями) є більш впливовим, ніж об'ємні терми. Загальний вигляд розрахункової сітки моделі реактора наведено на рис. 3.12-3.13.

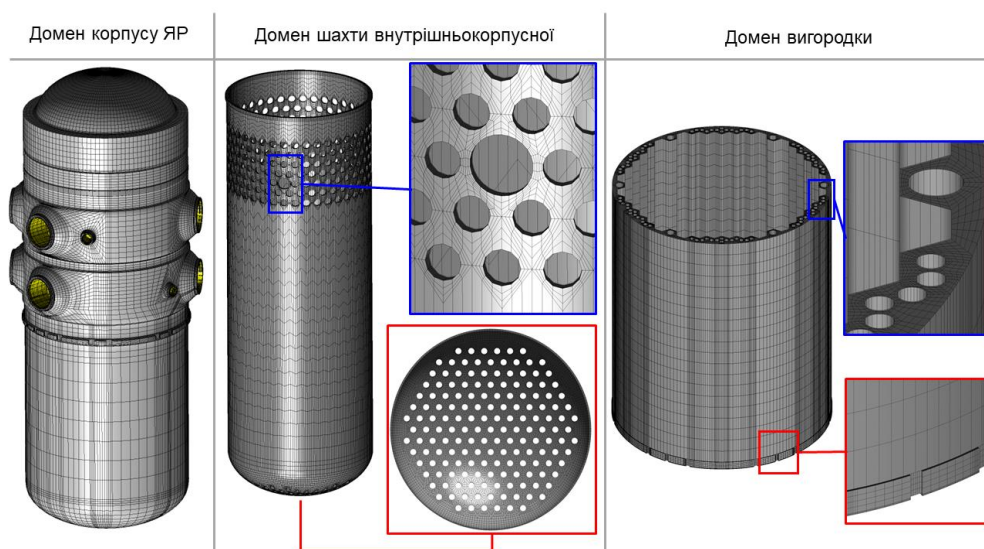


Рисунок 3.12 – Використання моделі Макдональда-Тейта та бібліотеки IAPWS IF-97

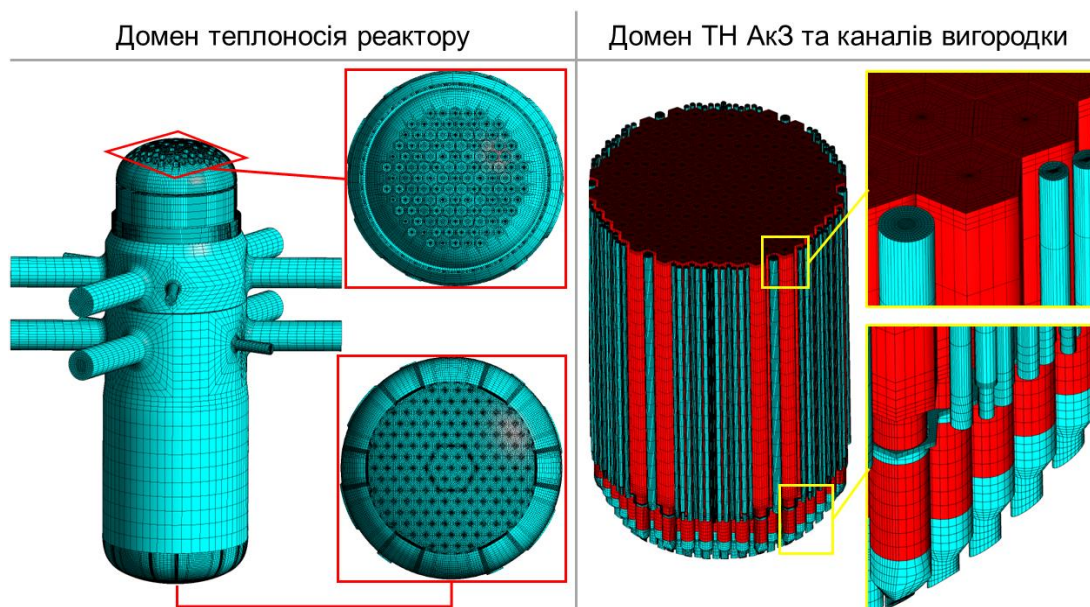


Рисунок 3.13 – Загальний вигляд сітки МСО для доменів рідини в розрахунковій теплогідравлічній моделі реактора ВВЕР-1000

Для побудови обчислювальної сітки геометрія реактора була розділена на п'ять глобальних частин. У кожній із цих частин геометрію поділено на прості компоненти. Для побудови якісної сітки в зоні перфорації та задля отримання мінімальної кількості інтерфейсів сітки, рідину в отворах перфорації конструктивних елементів реактора змодельовано як тонкий об'єднуючий шар. Результатом такого підходу стала якісна обчислювальна сітка з мінімізованою кількістю інтерфейсів. У той же час була досягнута прийнятна з обчислювальної точки зору щільність сітки.

Дискретизація розрахункової моделі складається з $6.12 \cdot 10^6$ вузлів і $5.31 \cdot 10^6$ елементів, що є більш оптимальним, ніж у моделі без спрощеної перфорації [173, 182]. Конвергенцію сітки обчислювальної моделі було оцінено для стану, в якому температура на вході в реактор становить 289°C , а масова витрата потоку на вході в реактор у кожній петлі становить 4200 кг/с . Опорний тиск 16 МПа , а потужність реактора 3000 МВт .

Результати розрахунків на варіантних сітках для моделі активної зони реактора наведено на рис. 3.14. Розглянуто чотири варіанти дискретизації розрахункової сітки. Основна обчислювальна сітка ($\times 1,0$) – це та, яка потім використовується для аналізу початкової динаміки. Для оцінки збіжності сітки були підготовлені варіанти розрахункових сіток із щільністю дискретизації $\times 0,75$, $\times 2,0$ та $\times 5,0$ відносно базової. Результати аналізу сітки свідчать про те, що подібнення сітки відносно базової практично не впливає на гідравлічні характеристики активної зони, а також на температурні характеристики в елементах з внутрішніми джерелами тепла.

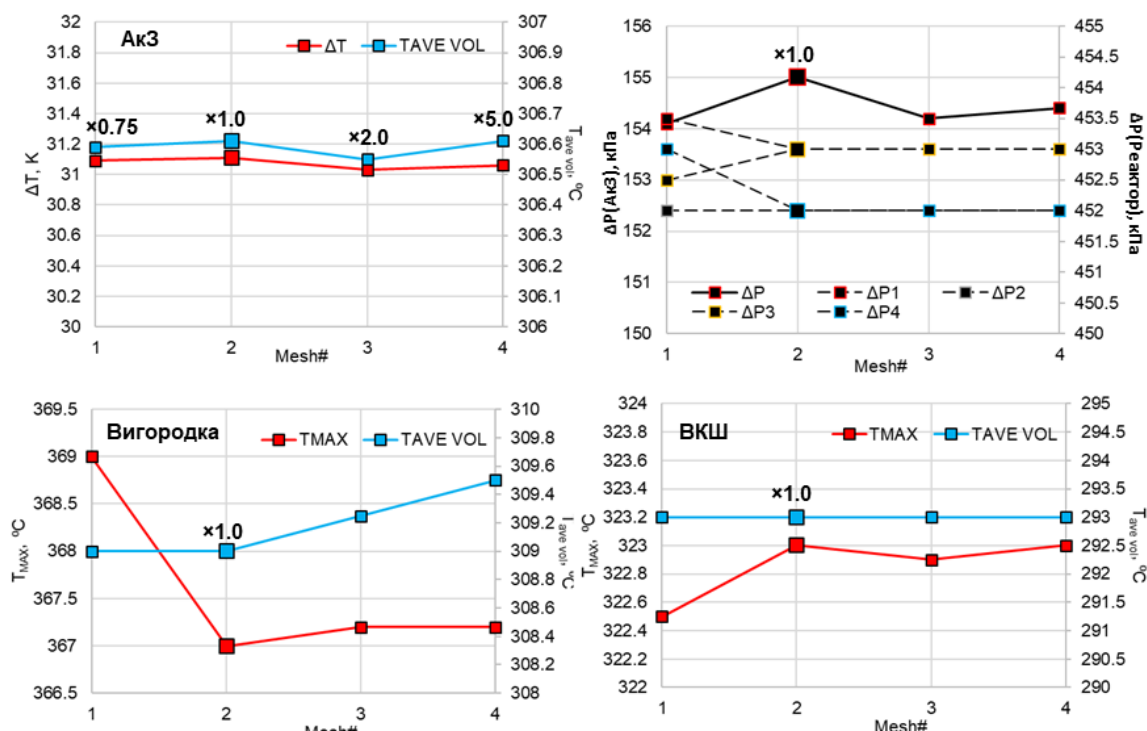


Рисунок 3.14 – Результати аналізу варіації сіток для моделі АкЗ реактора з додатковим моментом дисипації

3.1.5. Аналіз кроку інтегрування рівнянь за часом в чисельних розрахунках теплогідравлічного процесу

Оцінка необхідного кроку інтегрування за часом у разі моделювання перехідних процесів типу гідроудар, навіть для розрахункових моделей із детальною дискретизацією має бути побудована альтернативним способом, оскільки безпосередній варіантний розрахунок втрачає сенс, як з погляду обчислювальних ресурсів, так й з точки зору впливу особливостей чисельної схеми на кінцевий результат.

Динаміка ударних процесів (декомпресія, гідроудар) до моменту відбиття хвилі від протилежної межі визначається швидкістю звуку, оскільки основний потік практично не реагує на перепад тиску. В цілому, відмінною особливістю початкової динаміки є те, що швидкість потоку практично не змінюється і значно поступається місцевій швидкості звуку. І тут можна припустити, що процес визначається виключно локальною швидкістю звуку.

При визначенні меж значень кроку інтегрування за часом необхідно врахувати два фактори. Перший із них є фізичним – це залежність швидкості звуку від паровмісту у двофазній гетерогенній системі. Другий фактор це ефект, створений додатковою дифузією через розрив, яку чисельні схеми універсальних CFD пакетів (зокрема і CFX) у загальному випадку неспроможні відтворити [183], тому необхідно досить ретельно оцінити допустимий крок інтегрування за часом. Використання чисельних схем з дискретизацією похідної у вигляді неявного Ейлера першого або другого порядку призводить до того, що при розповсюдженні ударної хвилі можуть виникати чисельні осциляції, які не є фізичними.

Крок інтегрування по часу у тривимірному випадку визначається співвідношенням Куранта-Фрідрікса-Леві (3.12):

$$\left(U_x \frac{\Delta t}{\Delta x} + U_y \frac{\Delta t}{\Delta y} + U_z \frac{\Delta t}{\Delta z} \right) = C(\varphi) \Delta t \left(\frac{1}{\Delta x} + \frac{1}{\Delta y} + \frac{1}{\Delta z} \right) < C_{ku}, \quad (3.12)$$

З урахуванням вище зазначеного, швидкість потоку замінюється на локальну швидкість звуку, яка є нелінійною функцією паровмісту [184] та може схематично бути представлена як показано на рис. 3.15.

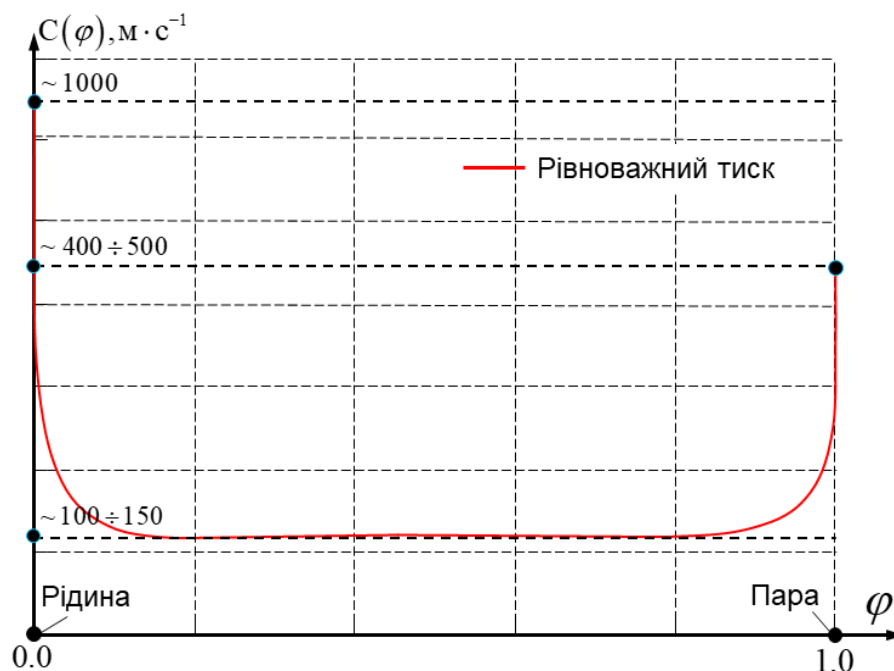


Рисунок 3.15 – Залежність швидкості звуку пароводяної суміші від паровмісту [184]

Запропонована спеціальна модель фазового переходу забезпечує генерацію парової фази безпосередньо за хвилею тиску, якщо локальний тиск став нижче тиску насичення. Іншими словами, парова фаза вже впливає в перші кілька розрахункових кроків за часом. В активній зоні через кипіння з недогрівом цей вплив має місце на самому початку перехідного процесу.

Таким чином, доцільно виконати оцінку часового кроку для різних частин розрахункової моделі (опускна ділянка, активна зона) при максимальній і мінімальній швидкості звуку. Для опускної ділянки оцінка може бути виконана використовуючи залежність (3.13), в якій враховано, що біля патрубку хвиля поширюється на всі напрямки, з характерним розміром Δl , який вважається рівним у всіх напрямках. Для активної зони передбачається, що домінантним напрямом є висотна координата (3.14).

$$C(\varphi)\Delta t\left(\frac{3}{\Delta l}\right) < C_{KU}, \quad (3.13)$$

$$C(\varphi)\Delta t\left(\frac{1}{\Delta z}\right) < C_{KU}. \quad (3.14)$$

Характерний розмір Δl для опускної ділянки приймається рівним 0.1 м, а для активної зони - 0.175 м. Варто зауважити, що розрахункова модель є репрезентативною дискретизацією, яка відповідає достатнім умовам для аналізу поширення хвилі декомпресії. Вся основна фізика (тертя, енерговиділення, фазовий перехід) реалізована у вигляді об'ємних джерел, яка фактично дозволяє спростити вихідну систему диференціальних рівнянь (3.1). Приймавши число Куранта, що дорівнює $C_{KU}=1.0$, можна зробити оцінку допустимого тимчасового кроку.

Як було зазначено вище, через особливості дискретизації похідної за часом при ударних процесах можуть спостерігатися осциляції амплітуди ударної хвилі (хвилі декомпресії) за дуже маленького кроку за часом. При цьому через наявність релаксаційних членів (3.10) та (3.11), у яких характерний час дорівнює 5.0 мс, необхідно коректно враховувати ці поправки, тобто підібрати такий часовий крок, який дозволив би відтворити вплив цих членів. Для цього

приймемо, що релаксаційні члени повинні бути описані хоча б п'ятьма розрахунковими часовими точками. Таким чином, початковий необхідний крок приймається 1.0 мс .

Оцінивши допустимий крок за (3.13)-(3.14) і прийнявши для зручності аналізу число Куранта C_{KU} рівним 1.0, отримаємо такі значення:

- Розрахунковий часовий крок для опускної труби коливається від 10^{-4} с до 10^{-3} с ;
- Розрахунковий часовий крок для активної зони реактора коливається від $1.75 \cdot 10^{-4} \text{ с}$ до $1.75 \cdot 10^{-3} \text{ с}$.

Таким чином, крок обчислення за часом має бути порядку відповідно до оціненого вище. Теоретично менший крок у часі також прийнятний, але це не завжди так на практиці.

Розглянемо розрахункову область довжиною 1000 мм і площею поперечного перерізу 100 мм^2 , яка описує однофазний теплоносій з параметрами стану, близькими до середніх у реакторі ВВЕР-1000. За еталонну швидкість теплоносія приймається 10 м/с (приблизно така ж, як у вхідних патрубках реактора). Усі межі моделі, крім входу та виходу, приймаються дзеркально симетричними, щоб виключити вплив стінок на результати розрахунку.

Таким чином моделюється лінійна труба потоку теплоносія. Розрахунки проводилися з використанням різних часових кроків від 10^{-6} с до 10^{-2} с для розрахунку декомпресії з миттєвою втратою тиску на межі від 16 МПа до 5 МПа . Крім того, було розглянуто два варіанти дискретизації похідних за часом: зворотного Ейлера першого порядку (FOBE), зворотного Ейлера другого порядку (SOBE), зі схемою адвекції високої роздільної здатності. Основні результати показані на рис. 3.16.

За цільове значення прийнято перепад тиску між входом і виходом та на фрагменті всередині розрахункової області (аналогічно розрахунку сили на ТВС). Монотонна зміна тиску з характерним сплеском на початку перехідного процесу досягається при кроці за часом від 10^{-4} с до 10^{-3} с з амплітудою достатньо близькою до максимального збурення між початковим станом і моментом

умовного розриву (декомпресії). При більшому кроці за часом спостерігається «згладжування» максимальної амплітуди.

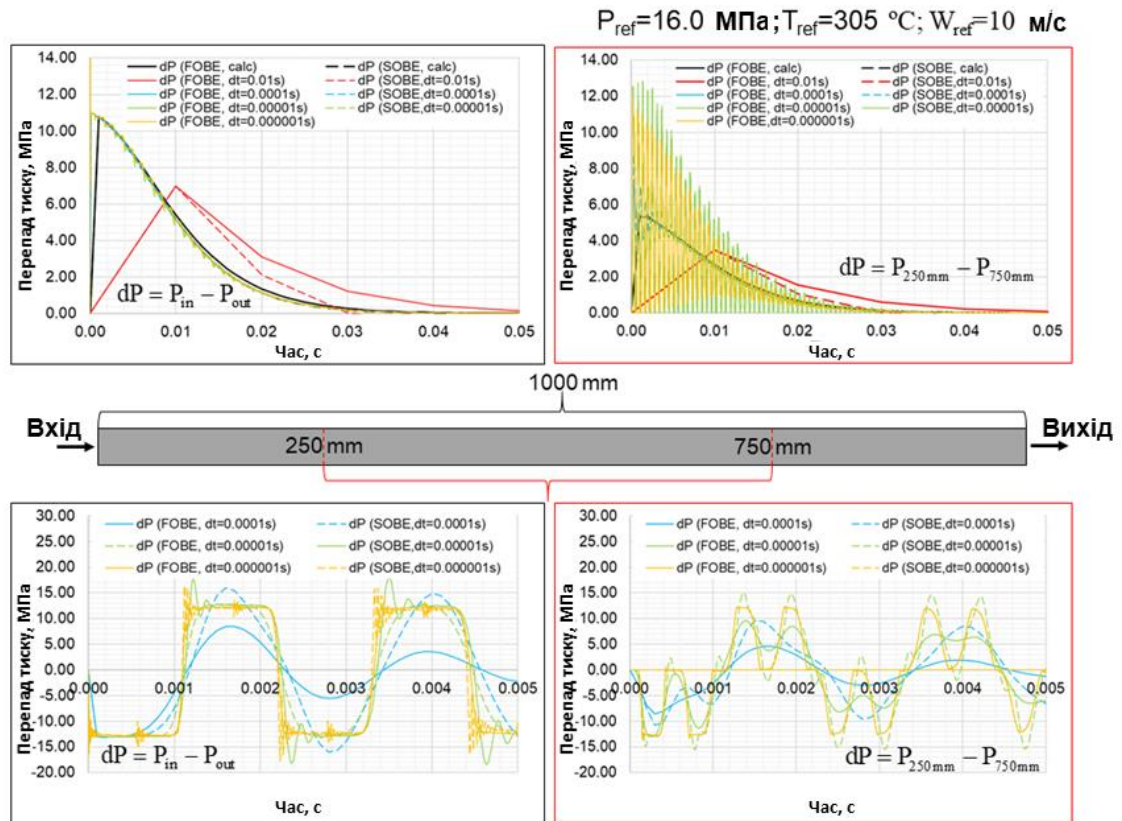


Рисунок 3.16 – Оцінка нижньої межі розрахункового кроку інтегрування за часом

При застосуванні розрахункового кроку за часом, який менше 10^{-4} с , спостерігаються коливання перепаду тиску, причому найбільш сильні з них спостерігаються саме в середині розрахункової області, які збільшуються по амплітуді зі зменшенням кроку за часом. Водночас поведінка на межі зміни тиску в цілому має характерну тенденцію процесу релаксації, яка змінюється ступінчасто. Також помічено вплив схеми дискретизації похідних за часом - коливання при FOBE помітно менші, що пояснюється більшою чисельною в'язкістю. Ступінчаста зміна тиску між розрахованими границями на малих кроках у часі ($<10^{-5} \text{ с}$), швидше за все, пов'язана з апроксимацією градієнта тиску (так звані потоки Рі-Чоу [185]) для організації зв'язаного розрахунку поля швидкості та тиску, що характерно для коду CFX. Після детального вивчення природи коливань для внутрішньої характеристичної області було помічено, що вони дуже схожі на характерні моменти часу (положення піків на часовій шкалі) з

прямим гідроударом для тієї ж системи. Подальший аналіз прямого гідроудару показує, що для цієї системи розрахований крок $<10^{-5}$ с дійсно дозволяє оцінити амплітуду, але чисельна нестабільність все ще присутня. Важливо відзначити, що обрана конфігурація (пряма труба), строго кажучи, не відповідає загальній довжині слідування потоку, оскільки геометричний шлях руху теплоносія значно довший, враховуючи межі моделі (приблизно в 10 разів). Це означає, що для моделі реактора крок інтегрування 10^{-5} с близький до акустичного масштабу, який, загалом у разі оцінки початкової динаміки є надлишковим і практично не впливає на навантаження в активній зоні.

Узагальнюючи наведені дані, можна констатувати наступне. Передача амплітуди декомпресійної ударної хвилі з достатньою точністю здійснюється в межах розрахункового кроку від 10^{-4} с до 10^{-3} с, коли чисельні ефекти мають мінімальний вплив. У разі розрахованого кроку за часом, меншого за 10^{-4} с, введена невизначеність у вигляді чисельних збурень значно знижує достовірність отриманих результатів, оскільки важко визначити, чи є результат фізичним.

Зважаючи на те, що характерна швидкість звуку в двофазному середовищі, як правило, менша, ніж в однофазному, то допустимий крок інтегрування за часом також вище. Як зазначалося раніше по тексту, період ударної хвилі декомпресії оцінюється в 25-35 мс із загальним перехідним процесом в 1.0 секунду. На підставі отриманих результатів тестування сформульовано перелік розрахункових кроків, в якому перші 50 мс розраховуються з кроком 10^{-3} с з наступним плавним збільшенням до 10^{-2} с. Ітераційна схема «дробових» кроків при розрахунку перехідного процесу дозволяє використовувати 6 ітерацій для простору, при цьому мінімальний крок транспортного часу становить не менше $1,5 \cdot 10^{-4}$ с, що дозволяє оптимально розрахувати перехідний процес. Достовірність наведеної вище оцінки підтверджується порівнянням значень амплітуди, отриманих за допомогою RELAP і CFD, які наведені нижче.

Вищеописаний підхід можна вважати універсальним для складних теплогідравлічних моделей. Теоретична оцінка зберігається, а базові тести

потребують лише підготовки спрощеної тестової моделі, яка відтворює домінантні фізичні процеси.

Варто відзначити, що подібна оцінка також була протестована під час валідації SPCM (на основі тесту Едвардса), у якому мінімальний крок обчислення був оцінений у 10^{-5} с із подальшим збільшенням до $\sim 5 \cdot 10^{-3}$ с після встановлення критичного тиску у вихідному перерізі.

3.1.6. Оцінка параметрів ударної декомпресії під час гільйотинного розриву циркуляційної петлі реактора ВВЕР-1000

Схема перехідного процесу є класичною, яка передбачає два етапи, на першому з яких сформулюється стаціонарний стан на основі якого і розраховується ударна декомпресія.

Функція енерговиділення в активній зоні формулюється на основі типової картограми паливного завантаження у вигляді двох типових розподілів функцій – поперечного та аксіального згідно із залежностями (3.4)–(3.5) і наведено на рис. 3.17.

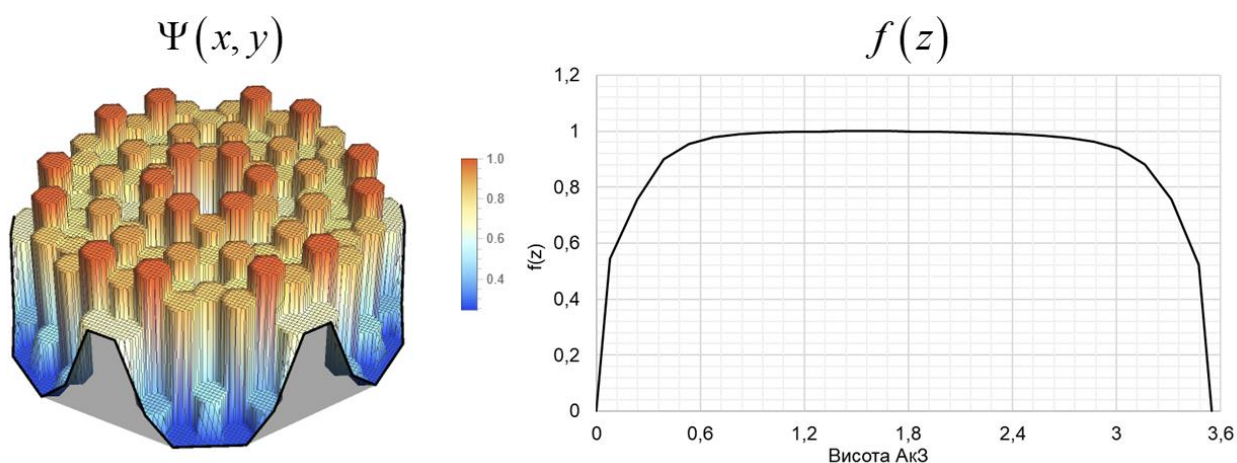


Рисунок 3.17 – Безрозмірні формафактори для функції об’ємного енерговиділення в активній зоні реактора ВВЕР-1000

Для замикання вихідної системи рівнянь (3.1) по ефективним дифузійним коефіцієнтам застосовується модель турбулентності SST [179] з гомогенним формулюванням для двофазної постановки. Граничні умови (рис. 3.9) зведені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2 – Специфікація граничних умов розрахункової моделі

Назва ГУ	Тип ГУ	Однофазна модель (1Ph)	Двофазна модель (2Phs) ¹
CL#1*	“Inlet”	4815.0 кг/с; 287.1 °C; 5.0%	4815.0 кг/с; 287.1 °C; 5.0%; 0.0
CL#2	“Inlet”	4815.0 кг/с; 287.1 °C; 5.0%	4815.0 кг/с; 287.1 °C; 5.0%; 0.0
CL#3	“Inlet”	4815.0 кг/с; 287.0 °C; 5.0%	4815.0 кг/с; 287.1 °C; 5.0%; 0.0
CL#4	“Inlet”	4815.0 кг/с; 287.2 °C; 5.0%	4815.0 кг/с; 287.1 °C; 5.0%; 0.0
HL#1*	“Outlet”	0.0 МПа	0.0 МПа
HL#2	“Outlet”	0.0 МПа	0.0 МПа
HL#3	“Outlet”	0.0 МПа	0.0 МПа
HL#4	“Outlet”	0.0 МПа	0.0 МПа

Коментарі:

Для граничної умови «Вхід» послідовність параметрів така: масова витрата, температура на вході, ступінь турбулентності та пористість пари (для двофазної постановки).

Для ГУ «Вихід» - застосовується абсолютний статичний тиск з допустимою нерівномірністю не більше 5%. Опорний тиск – 16.1 МПа (на границі наведено відносне значення)

Прийнятна теплова потужність реактора – 3000 МВт

Зовнішня поверхня реактора вважається адіабатною.

Вхідні параметри прийнято відповідають типовим консервативним значенням із RELAP.

* При перехідному режимі в залежності від типу розриву (холодна або гаряча нитка циркуляційної петлі) Приймаються м'які ГУ типу «Opening» з абсолютним статичним тиском в 1.0 атмосферу. Використання такого значення тиску на границі є допустимим, оскільки розроблена модель SPCM дозволяє оцінювати кризу течії двофазного середовища, що підтверджено валідаційними даними, які наведені в п. 3.1.2.

Для розрахункового аналізу (для стаціонарного та перехідного процесу) для моделі SPCM були прийняті наступні параметри: $G_p = 44$ МПа, $G_T = 3,9$ К і $\tau_{ref} = 3$ мс. Число Нуссельта на для рідкої фази визначається кореляцією Ранца-Маршалла [186], для парової фази число Нуссельта приймається рівним 5.0, що відповідає «швидкому» обміну тепловою енергією на границі рідина-пар. Коефіцієнт опору бульбашки пари в потоці оцінюється за допомогою співвідношення Шиллера-Неймана [187], що є типовим для морфології пари у вигляді сферичних пухирців.

Для однозначності зауважимо, що для стаціонарного випадку, модуль ANSYS CFX використовує метод поступового наближення у вигляді квазі-перехідного процесу. Тобто стаціонарний стан вважається досягнутим, коли становилися контрольні параметри, при середніх неув'язках нижче значення 10^{-4} , а глобальний дисбаланс потоків не перевищує 0.1%.

Аналіз ударної динаміки перехідного процесу розглядався для двох випадків – розрив холодної циркуляційної та гарячої циркуляційної петлі у місцях приварки до патрубків реактора (для однозначності обраний перший номер циркуляційної петлі). Для інженерних цілей була також виконана оцінка динаміки і для однофазної неізотермічної постановки, яка подібна до тої, що наведена в магістерській дисертації [25]. Отримані стаціонарні дані щодо розподілу тиску і температури застосовувалися і для ініціалізації релаксаційних коефіцієнтів (3.10)–(3.11).

В табл. 3.3 наведені дані для валідації стаціонарного стану реактора ВВЕР-1000, які оцінені за допомогою запропонованої розрахункової моделі. На рис. 3.18 наведені відомості щодо нерівномірності розподілу тиску в проточній частині ВВЕР-1000 при роботі на потужності (3000 MWt).

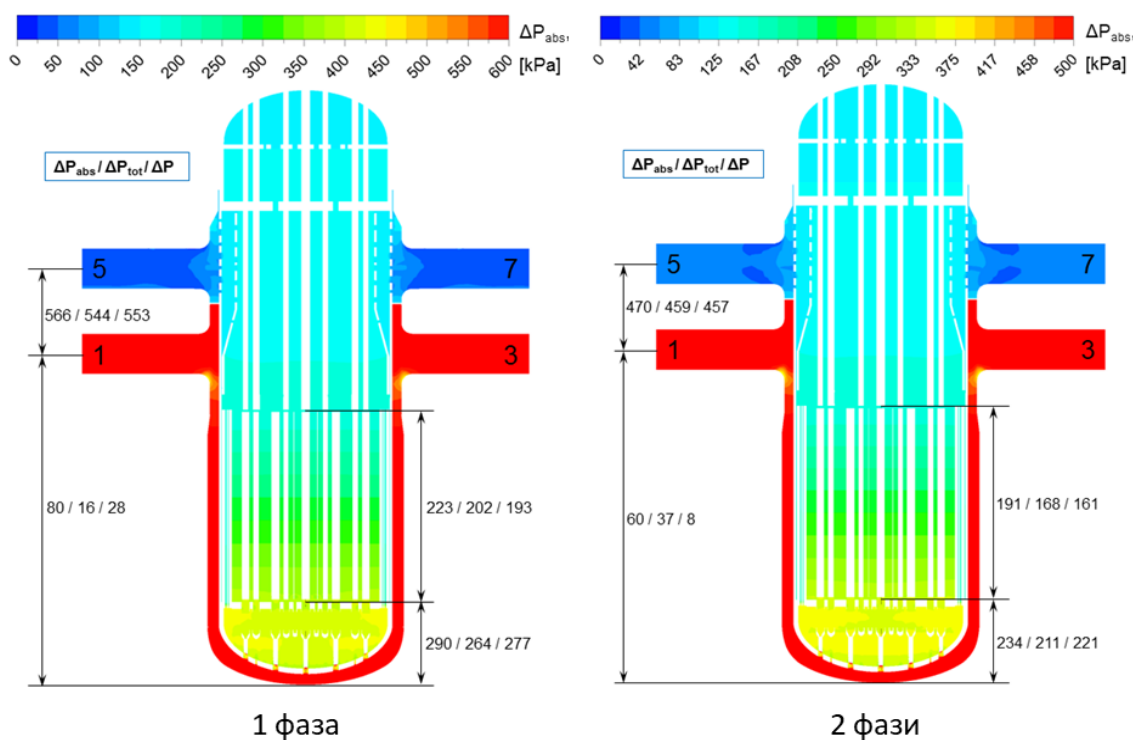


Рисунок 3.18 – Розподіл тиску по висоті в початковий момент часу

Таблиця 3.3 – Валідація параметрів стаціонарного стану реактора ВВЕР-1000

Назва параметру	CFD(1фаза)	CFD(2фази)	RELAP	Проект[188]*
Витрата через реактор, $кг/с$	19260.0	19260.0	19247.0	18473
Балансова потужність $МВт$	3007.0	2965.7	2997.0	3000
Підігрів в активній зоні, $К$	~28.5	~29.5	28.8	29.3
Перепад тиску, $кПа$	~553.0	~565.0	510	~552.0
Перепад тиску в АкЗ, $кПа$	221.6	226.0	189	152+35 ¹
Гідрравлічний опір ТВЗ	15.48	15.48	15.57	13.21(+5%)
Байпас, %	~2.1%	~2.0%	3.4%	~2.2%

* Перерахунок на «розрахункове» значення масової витрати здійснюється за залежністю, наведеною на сторінці 25 [188]. Коефіцієнт перерахунку втрати тиску $\left(\frac{G_{CFD}}{G_0}\right)^2 \frac{\rho_{CFD}}{\rho_0} \approx 1.09$.

** Розраховано з усереднених за об'ємом параметрів у кожній ТВЗ з подальшим усередненням. Значення в дужках – усереднене за об'ємом значення функції гідрравлічного опору в активній зоні, яке реалізується як додатковий момент дисипації. Також у розрахунковій моделі активної зони застосовано граничні умови «проковзування» на умовних стінках тепловиділяючої збірки, щоб мінімізувати внесок дисипації, який прогнозується за замовчуванням.

¹ – гідростатична втрата.

Розподіл полів швидкості та температури для номінальної теплової потужності наведено на рис. 3.19-3.20 відповідно.

Ударні навантаження, які виникають під час руху хвилі декомпресії розраховуються із застосуванням залежності, яку можна представити у вигляді поверхневого інтегралу другого роду (3.15), а загальна специфікація для способу визначення напрямку дії наведена на рис. 3.21.

$$F_{p_{tot}} = \underbrace{\int_{s_1}^{s_2} \vec{p} \cdot (\vec{n}_s dS)}_{\text{статична}} + \underbrace{\int_{s_1}^{s_2} \rho \vec{U} \cdot (\vec{n}_s dS)}_{\text{динамічна}}. \quad (3.15)$$

Застосування (3.15) для оболонок потребує спеціальної процедури проектування даних на «середню» (в геометричному сенсі) поверхню між S_1 та S_2 , яка була розроблена таким чином, щоб дискретні точки, в яких зосереджені теплогідравлічні параметри мали взаємно протилежний напрямок. В такому випадку можна без суттєвої похибки перейти до матричного вигляду для оцінки складових еквівалентних сил та моменту.

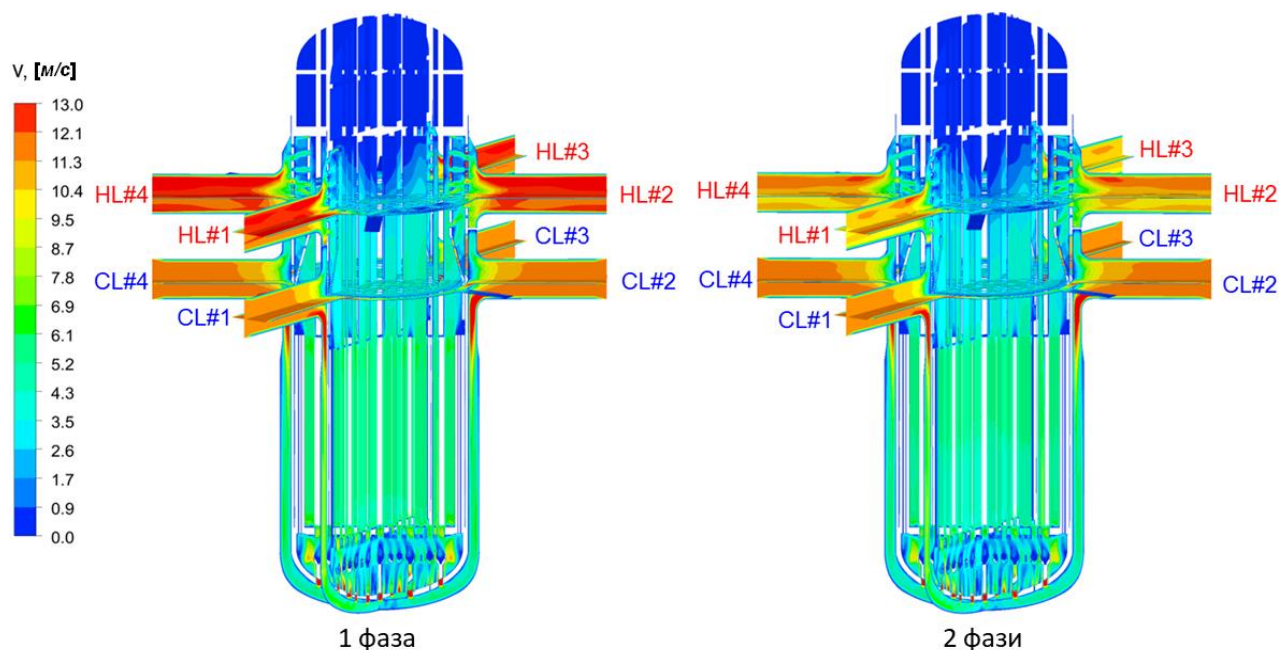


Рисунок 3.19 – Розподіл модуля швидкості теплоносія в початковий момент часу

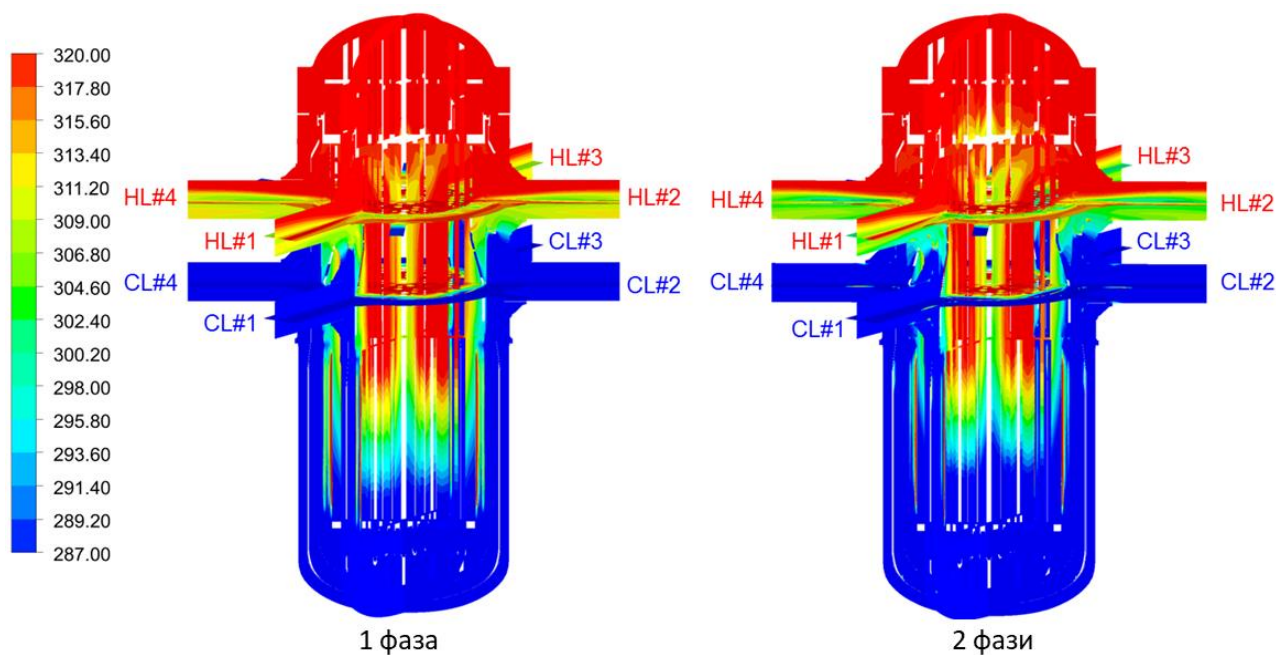


Рисунок 3.20 – Розподіл температурного поля теплоносія в початковий момент часу

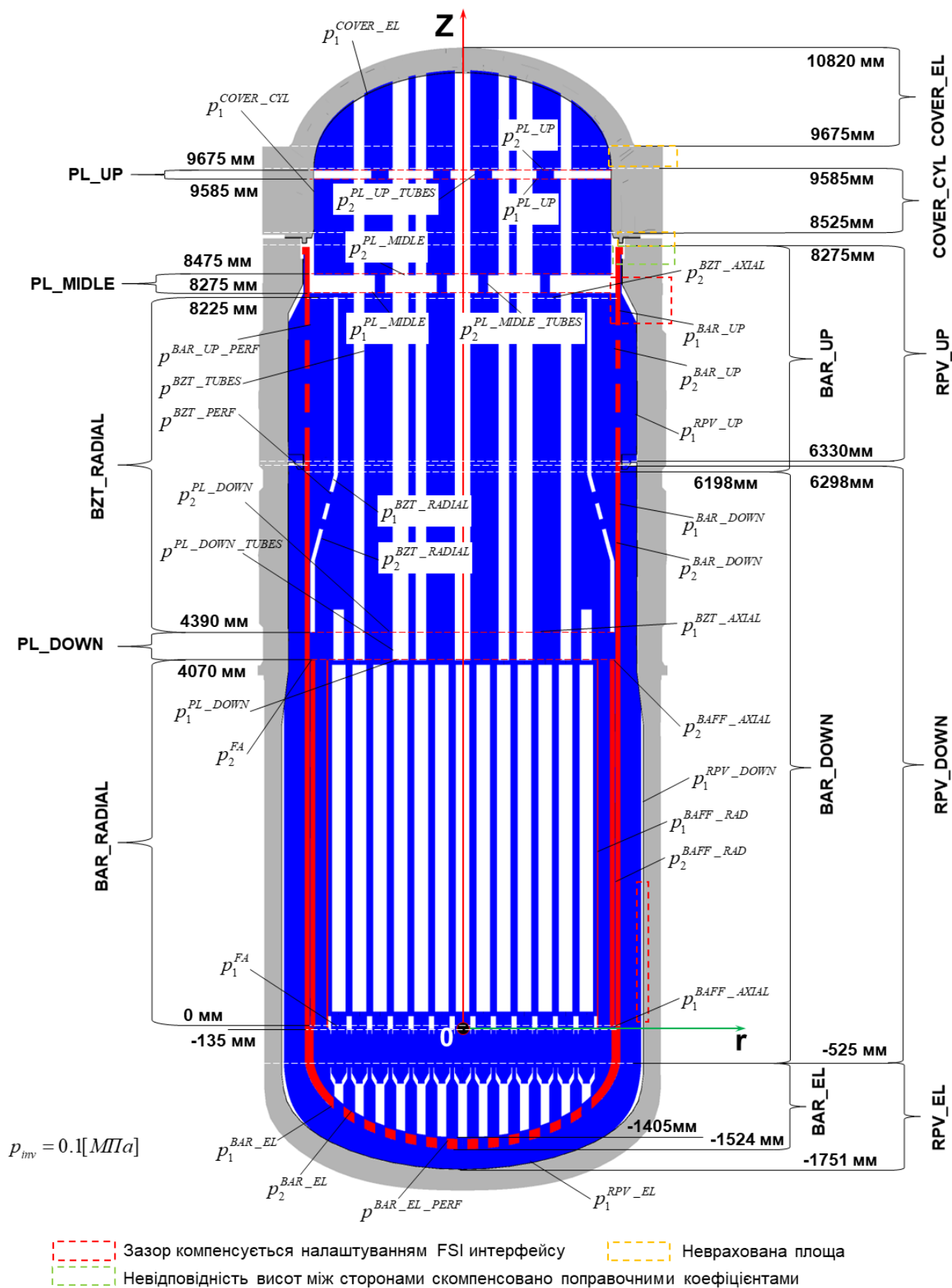


Рисунок 3.21 – Схематизація вибору нумерації поверхонь для визначення еквівалентних зусиль при перехідному процесі декомпресії

Динаміка зміни поля тиску наведена на рис. 3.22 для розриву холодного та на рис. 3.23 для гарячого трубопроводів в залежності від постановки (однофазна або двофазна).

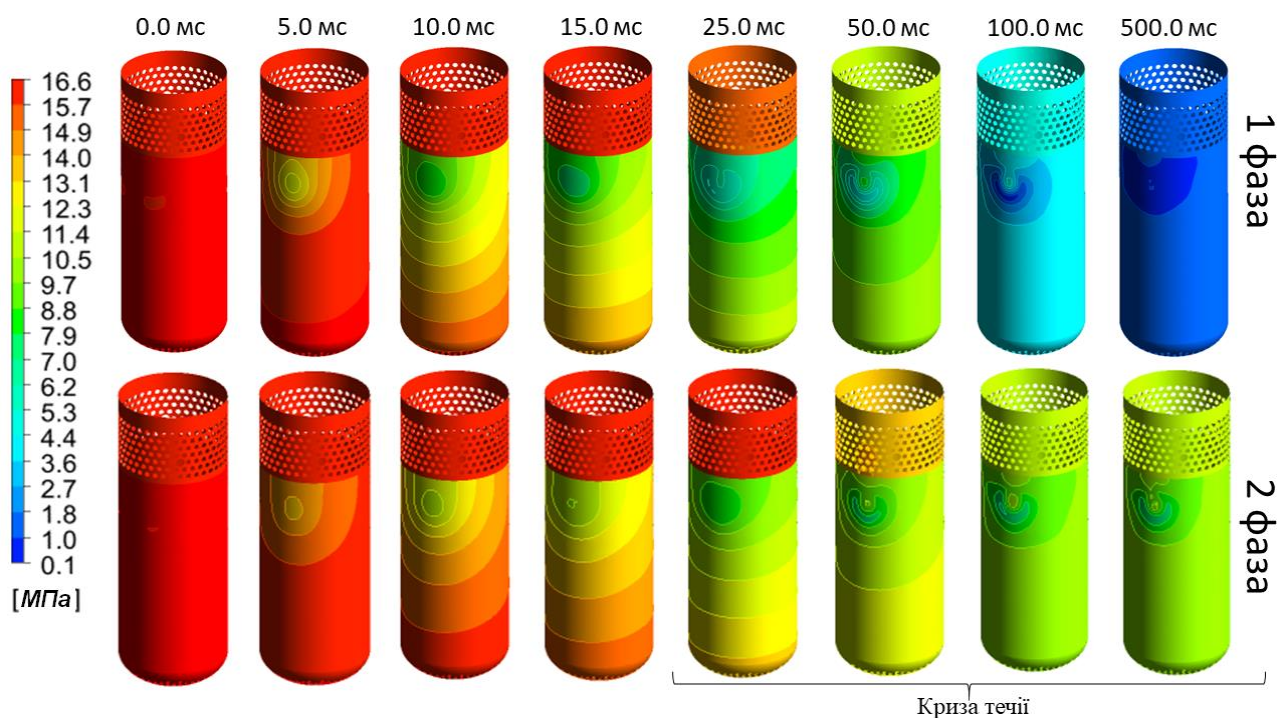


Рисунок 3.22 – Початкова динаміка зміни тиску теплоносія на зовнішній поверхні ШВК при розриві холодної нитки ГЦТ

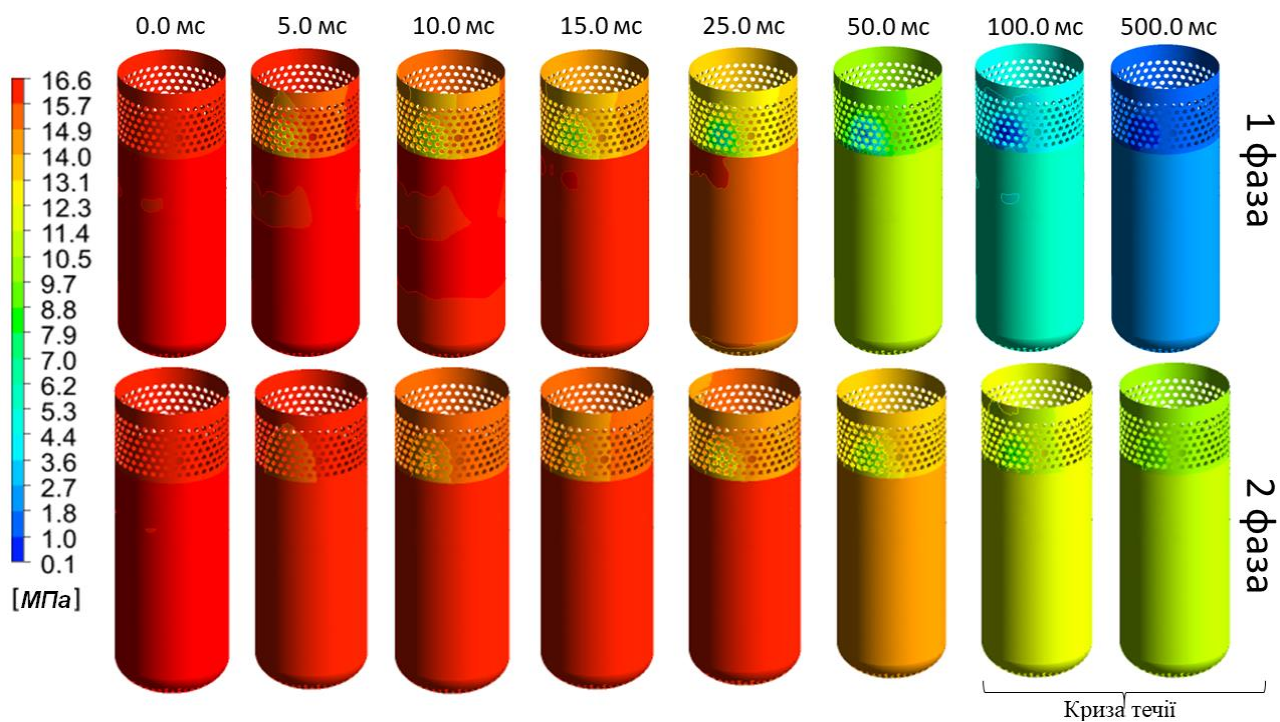


Рисунок 3.23 – Початкова динаміка зміни тиску теплоносія на зовнішній поверхні ШВК при розриві гарячої нитки ГЦТ

Таким чином з точки зору початкової динаміки процесу декомпресії постановка (одно- та двофазна) очікувано мають принципові відмінності щодо зміни тиску. Це пов'язано з тим, що криза течії двофазного середовища (рівність швидкості потоку локальній швидкості звуку) настає при меншій витраті теплоносія у течію через те, що локальна швидкість звуку суміші двох фаз є значно меншою ніж у кожної фази окремо (рис. 3.15). Також на динаміку руху декомпресії суттєво пливає і рух теплоносія, що видно із порівняння зміни тиску при холодному та гарячому розриву в однофазній постановці, де відсутні кризові явища, які залежать від температури потоку (чим вище температура середовища, тим вище значення запірного тиску). Тобто застосовувати підходи, в яких розглядається розподіл тиску як функція локального (акустичного) збурення (по типу гідроудару) є некоректним з фізичної точки зору.

Таким чином, аналізуючи теплогідравлічні параметри можна зробити висновок, що в однофазній постановці зусилля та динаміка є більш консервативними для конструкційної міцності ЯЕУ, що означає доцільність з інженерної точки зору застосування підходів для оцінки початкової динаміки, які наведені в [25], хоча застосування запропонованих підходів в даному розділі із застосуванням двофазного наближення при розриві холодної нитки ГЦТ все ж дозволяє отримати реалістичні оцінки.

Для кількісного та якісного підтвердження коректності розрахункової постановки, а також деяких тверджень стосовно однофазного та двофазного середовища на рис. 3.23-3.24 наведено співставлення отриманих результатів із аналогічними спеціалізованого системного коду одновимірної теплогідравліки RELAP5. В цілому запропоновані підходи для опису двофазного середовища з урахуванням особливостей генерації теплової енергії в активній зоні та прийнятих спрощень якісно та кількісно узгоджуються із результатами оцінок кодом RELAP5, де застосовують емпіричні співвідношення для розрахунку інтенсивності теплообміну в тому числі і фазового переходу.

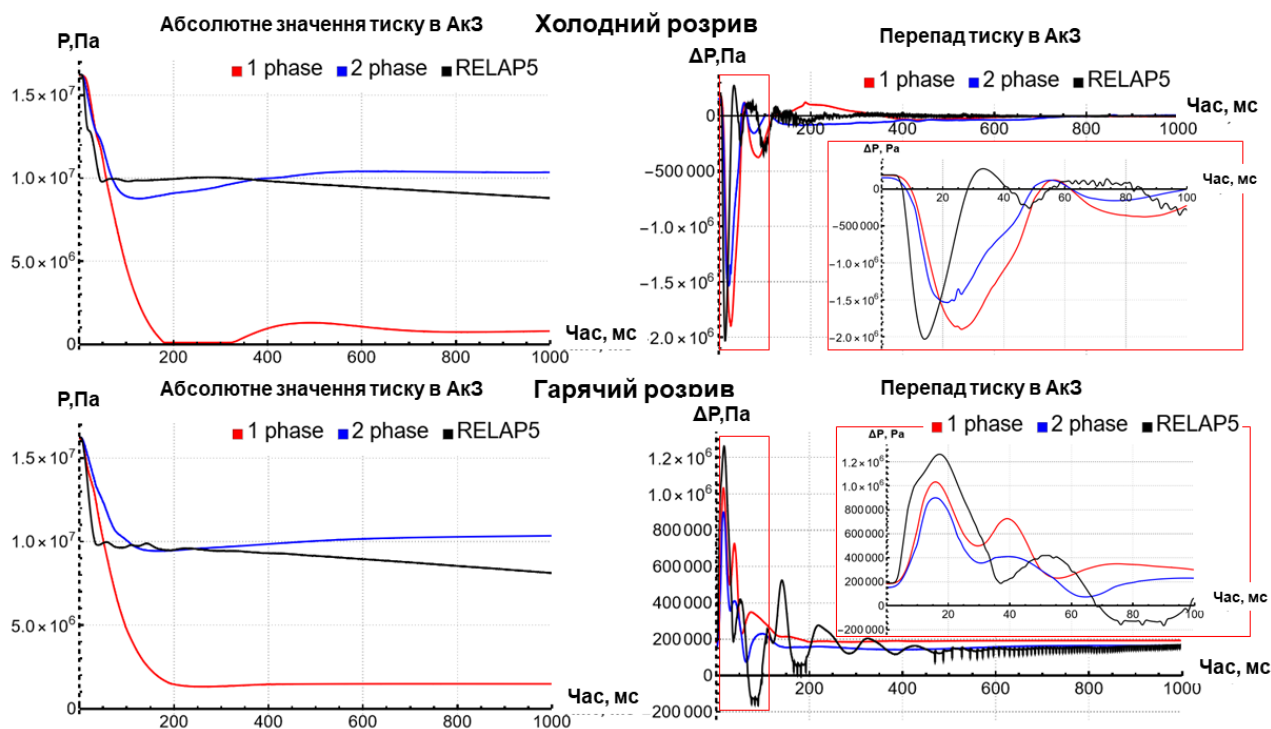


Рисунок 3.24 – Динаміка зміни тиску в активній зоні в залежності від постановки

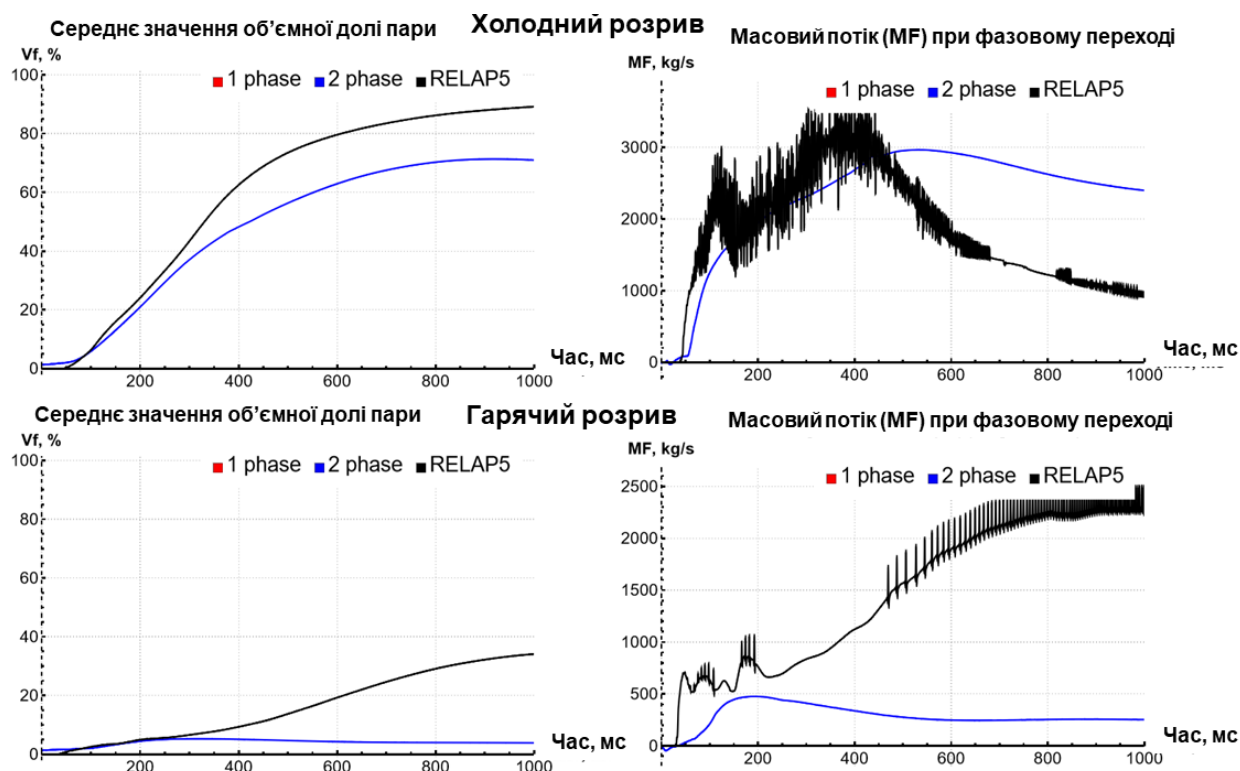


Рисунок 3.25 – Динаміка генерації парової фази із використанням розробленої SPHM для CFD та кодом RELAP

Перепад тисків між внутрішньою та зовнішньою поверхнею ШВК для моментів часу 0, 3, 50, 1000 мс показано на рис. 3.26 і буде використаний в якості навантаження для подальшої оцінки НДС ШВК.

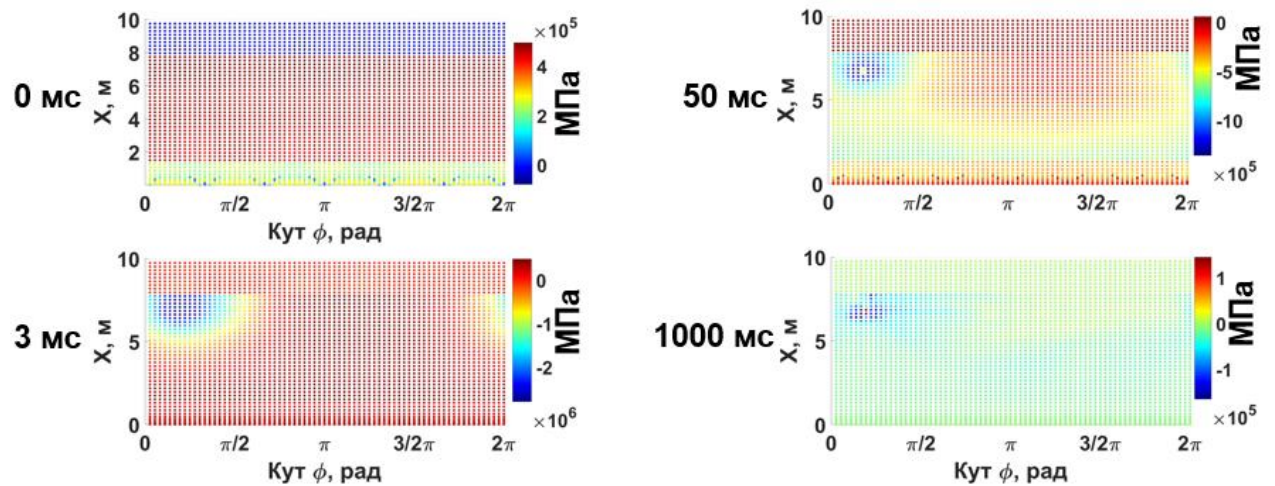


Рисунок 3.26 – Розрахункові дані розподілу перепаду тиску для розрахункової схеми оболонки ШВК

3.2. Методика розрахунку переміщень в динамічному аналізі циліндричних оболонок

Вихідні силові рівняння (2.5)-(2.10) у випадку вимушених коливань циліндричної оболонки можна переписати наступним чином:

$$\mathbf{K} \times \mathbf{U} + \mathbf{M} \times \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{U} = \mathbf{F}(x, \varphi, t). \quad (3.16)$$

де $\mathbf{F}(x, \varphi, t)$ – вектор зовнішнього навантаження. Інші члени рівняння (3.16), вектор переміщень \mathbf{U} , матриця мас \mathbf{M} ; матриця жорсткості \mathbf{K} визначаються як:

$$\mathbf{U} = [u(x, \varphi, t) \quad v(x, \varphi, t) \quad w(x, \varphi, t)]^T, \quad (3.17)$$

$$\mathbf{M} = \rho h \mathbf{I}_{3 \times 3} \quad (3.18)$$

$$\mathbf{K} = -H \begin{bmatrix} K_{uu} & K_{uv} & K_{uw} \\ K_{vu} & K_{vv} & K_{vw} \\ K_{wu} & K_{wv} & K_{ww} \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

Так як матриця жорсткості \mathbf{K} , є симетричною (тобто $K_{uv} = K_{vu}$, $K_{uw} = K_{wu}$, $K_{vw} = K_{wv}$) тоді всі елементи матриці \mathbf{K} (3.19) визначаються як:

$$K_{u,u} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}, \quad (3.20)$$

$$K_{u,v} = K_{v,u} = \frac{1}{R} \frac{1+\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x \partial \varphi}, \quad (3.21)$$

$$K_{u,w} = K_{w,u} = \mu \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial x}, \quad (3.22)$$

$$K_{v,v} = \left(1 + \frac{\delta}{R^2}\right) \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right), \quad (3.23)$$

$$K_{v,w} = K_{w,v} = \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(1 - \delta \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) \right), \quad (3.24)$$

$$K_{w,w} = \delta \left(\frac{1}{R^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1-\mu}{2} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{R^2}. \quad (3.25)$$

Для розв'язку динамічних задач застосовують досить багато методів, серед яких найбільш відомим є метод повного динамічного аналізу [189]. Використання даного методу полягає у прямому чисельному інтегруванні рівняння (3.16), застосувавши метод скінчених різниць. Проте практичне застосування методу повного динамічного аналізу може супроводжуватись чисельною розбіжністю результатів, передусім при великих розрахункових часових інтервалах.

Іншим більш зручним методом розв'язування динамічних задач є метод нормальних координат, що частіше використовувався при дослідженні трубопровідних систем [190, 191]. Простота цього методу полягає в представленні суми розв'язків звичайних диференціальних рівнянь відносно часової функції як розв'язок диференціального рівняння в частинних похідних.

Переміщення для відповідних форм коливань оболонки можна представити у вигляді набору добутків, що будуть залежати від функції в часі $\varphi_i(t)$ і власних форм коливань $X_i(x)$:

$$V = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x) \varphi_i(t). \quad (3.26)$$

Для власних форм коливань оболонки рівняння (3.16) з урахуванням (3.26) представлено у вигляді:

$$\sum_{i=1}^{\infty} [m \ddot{\varphi}_i X_i(x) - r \varphi_i X_i''(x)] dx = 0. \quad (3.27)$$

Помноживши (3.27) на нормальну функцію $X_j(x)$, виконавши інтегрування по довжині оболонки l отримаємо:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[m\ddot{\varphi}_i \int_0^l X_i X_j dx - r\varphi_i \int_0^l X_i'' X_j dx \right] = 0; \quad j=1, 2, 3, \dots \infty. \quad (3.28)$$

Відомі умови ортогональності нормальних функцій [192] представлено нижче:

$$\int_0^l X_i X_j dx = 0, \quad \int_0^l X_i'' X_j dx = 0 \quad \text{при } i \neq j. \quad (3.29)$$

З урахуванням (3.29) рівняння з частковими похідними (3.28) можна звести до множини звичайних диференціальних рівнянь від невідомої функції $\varphi_i(t)$ в нормальних координатах:

$$\ddot{\varphi}_i - \omega_i^2 \varphi_i = 0, \quad i = 1, 2, 3, \dots \infty. \quad (3.30)$$

При дії на оболонку зовнішньої сили Q_p , вираз (3.30) набуває вигляду:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \left[m\ddot{\varphi}_i \int_0^l X_i X_j dx - r\varphi_i \int_0^l X_i'' X_j dx \right] = \int_0^l Q_p X_i(x) dx. \quad (3.31)$$

Застосування умови ортогональності власних форм коливань (3.29) $X_i(x)$ при $i = j$ модернізує розв'язок як:

$$\ddot{\varphi}_i(t) + \omega_i^2 \varphi_i(t) = \int_0^l \frac{Q_p}{m_i} X_i(x) dx, \quad i = 1, 2, 3, \dots \infty. \quad (3.32)$$

Співвідношення (3.32) відповідає рівнянню руху в нормальних координатах, де інтеграл по довжині в правій частині рівняння є навантаженням, що відноситься до i -ї форми коливань оболонки.

Використовуючи інтеграл Дюгамеля можна описати динамічну поведінку оболонки, що відноситься до i -ї форми коливань:

$$\varphi_i(t) = \frac{1}{\omega_i} \int_0^l X_i(x) \int_0^{\tau} \frac{Q_p}{m_i} \sin(\omega_i(t-\tau)) d\tau dx. \quad (3.33)$$

Отримати сумарне динамічне переміщення можна підставивши ці функції (що є залежними від часу) у вираз (3.26):

$$V(x, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{X_i(x)}{\omega_i} \int_0^l X_i(x) \int_0^{\tau} \frac{Q_p}{m_i} \sin(\omega_i(t-\tau)) d\tau dx. \quad (3.34)$$

Підсумовуючи, для опису динамічної поведінки оболонок з використанням інтегралу Дюгамеля, попередньо проводиться пошук власних частот коливань. Важливим моментом для практичної реалізації методу нормальних координат, є використання цих рівнянь за умови ортогональності нормальних функцій [193].

3.3. Ортогональність форм коливань

Таким чином, якщо власні форми коливань ортогональні з урахуванням заданих граничних умов та початкових напруженнях, то динамічний аналіз можна спростити до рівняння коливань простої системи з однією степеню вільності, замість трьох диференціальних рівнянь у частинних похідних. Розглянемо рівняння (3.16), але без зовнішнього навантаження \mathbf{F} , і проінтегруємо матрицю жорсткості по частинам.

Власні форми коливань для замкнених оболонок отримано за таким принципом:

$$\mathbf{U} = \sin(\omega t) \begin{bmatrix} U(x) \cos(\varphi n) & V(x) \sin(\varphi n) & W(x) \cos(\varphi n) \end{bmatrix}^T. \quad (3.35)$$

При знайдених власних частотах ω_i та ω_j (з формами коливань \mathbf{U}_i та \mathbf{U}_j відповідно) рівняння (3.16) буде розв'язано для кожної форми коливань:

$$\mathbf{K} \times \mathbf{U}_i - \omega_i^2 \mathbf{M} \times \mathbf{U}_i = 0, \quad (3.36)$$

$$\mathbf{K} \times \mathbf{U}_i - \omega_j^2 \mathbf{M} \times \mathbf{U}_j = 0. \quad (3.37)$$

Рівняння (3.36) та (3.37) помножимо відповідно на \mathbf{U}_j^T та \mathbf{U}_i^T відповідно, а також просумуємо і візьмемо інтеграл по поверхні оболонки (по $A = R d\varphi dx$):

$$\int_A \mathbf{U}_j^T \mathbf{K} \times \mathbf{U}_i dA - \int_A \mathbf{U}_i^T \mathbf{K} \times \mathbf{U}_j dA = (\omega_i^2 - \omega_j^2) \int_A \mathbf{U}_j^T \mathbf{M} \times \mathbf{U}_i dA. \quad (3.38)$$

При умові $\omega_i \neq \omega_j$ та виключенні правої частини в (3.38), можна зробити висновок, що форми коливань \mathbf{U}_j^T та \mathbf{U}_i^T є ортогональними. Це твердження означає, що оператор жорсткості є самозв'язаним, адже обмежений серединною поверхнею оболонки. Тобто в такому випадку власні частоти і власні числа є дійсними. Отриманий вираз після інтегрування частинами буде виглядати наступним чином:

$$\begin{aligned}
& \int_A \mathbf{U}_j^T \mathbf{K} \times \mathbf{U}_i dA - \int_A \mathbf{U}_i^T \mathbf{K} \times \mathbf{U}_j dA = \\
& -HR \left\{ \int_0^{2\pi} \sin n_i \varphi \sin n_j \varphi d\varphi \left[U_j U_i' - U_j' U_i - \frac{1+\mu}{2R} n U_j V_i + \frac{\mu}{R} U_j W_i \right]_0^l + \right. \\
& \left. + \int_0^{2\pi} \cos n_i \varphi \cos n_j \varphi d\varphi \left[\frac{1+\mu}{2R} n V_j U_i - \left(1 + \frac{\delta}{R^2} \right) \frac{1-\mu}{2} (V_j V_i' - V_j' V_i) - \frac{\delta}{R^2} n (V_j W_i' - V_j' W_i) \right]_0^l + \right. \\
& \left. + \int_0^{2\pi} \sin n_i \varphi \sin n_j \varphi d\varphi \left[-\frac{\mu}{R} W_j U_i - \frac{\delta}{R^2} n (W_j V_i' - W_j' V_i) + 2n^2 \frac{\delta}{R^2} (W_j W_i' - W_j' W_i) - \right. \right. \\
& \left. \left. - \delta (W_j W_i''' - W_j' W_i''' + W_j'' W_i'' - W_j''' W_i) \right]_0^l \right\}. \quad (3.39)
\end{aligned}$$

Права частина в рівнянні (3.39) зникне за рахунок ортогональності та періодичності тригонометричних функцій синуса і косинуса при різних колових числах ($n_i \neq n_j$) двох мод. В іншому випадку, при однакових колових числах n_i та n_j , рівняння (3.39) перепишеться у вигляді:

$$\begin{aligned}
& \int_A \mathbf{U}_j^T \mathbf{K} \times \mathbf{U}_i dA - \int_A \mathbf{U}_i^T \mathbf{K} \times \mathbf{U}_j dA = \\
& -cR \left[U_j N_x^i - U_i N_x^j + V_j L_x^i - V_i L_x^j + W_j Q_x^i - W_i Q_x^j + W_j' M_x^i - W_i' M_x^j \right]. \quad (3.40)
\end{aligned}$$

В правій частині рівняння (3.40) записано добуток переміщень та силових граничних умов на поверхнях оболонки. При розгляді двох вісесиметричних мод, константа $c = 2\pi$, в протилежному випадку — $c = \pi$. Права частина в (3.40) еквівалентна нулю при використанні будь-яких граничних умов (2.51)-(2.54). З урахуванням цього також впливає, що умова ортогональності набуває вигляду:

$$\int_A \mathbf{U}_j^T \mathbf{M} \times \mathbf{U}_i dA = 0, \text{ при } i \neq j. \quad (3.41)$$

Форми власних коливань в розрахунках динамічної поведінки конструкцій оболонок нормалізували таким способом:

$$\int_A \mathbf{U}_i^T \mathbf{M} \mathbf{U}_j dA = \delta_{ij}, \quad (3.42)$$

$$\int_A \mathbf{U}_i^T \mathbf{K} \mathbf{U}_j dA = \omega^2 \delta_{ij}. \quad (3.43)$$

де δ_{ij} — дельта Кронекера, при $\delta_{ij} = 1$ якщо $i = j$, $\delta_{ij} = 0$ якщо $i \neq j$.

Динамічні переміщення оболонки при заданих початкових умовах переміщень можна визначити при застосуванні нормальних форм коливань.

Використовуючи припущення, в якому при $t = 0$, початкові переміщення представлені вектором - $\mathbf{U}_0 = [u_0(x, \varphi) \quad v_0(x, \varphi) \quad w_0(x, \varphi)]^T$. Результируючі переміщення можна звести у вигляді ряду:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \varphi_{0i} \mathbf{U}_i = \mathbf{U}_0, \quad (3.44)$$

Невідомі функції можна отримати з умов ортогональності (3.41):

$$\varphi_{0i} = \int_A \mathbf{U}_i^T \mathbf{M} \mathbf{U}_0 dA, \quad (3.45)$$

Таким чином динамічний відгук по всім власним формам коливань можна розрахувати за допомогою (3.45), просумувавши величини переміщень для кожної власної частоти.

3.4. Інтеграл Дюгамеля

Власні частоти ω_i та форми \mathbf{U}_i коливань оболонки в (3.16) з використанням методу нормальних координат представлені для кожної форми коливань у вигляді множини незв'язних рівнянь руху відповідних елементів одномасової системи з системи, в якій інтегруються три рівняння у частинних похідних:

$$\ddot{\eta}_i(t) + \omega_i^2 \eta_i(t) = \int_A \mathbf{U}_i^T \mathbf{F}(x, \varphi, t) dA, \quad i = 1, 2, 3, \dots, \infty. \quad (3.46)$$

де η_i – динамічний відгук по кожній формі коливань.

Динамічний відгук оболонки в переміщеннях одержимо з використанням методу суперпозиції мод:

$$\mathbf{U}(x, \varphi, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \mathbf{U}_i(x, \varphi) \eta_i(t). \quad (3.47)$$

За інтегралом Дюгамеля можна отримати розв'язок по i -ій формі коливань:

$$\eta_i(t) = \frac{1}{\omega_i} \int_0^{2\pi} \int_0^l \mathbf{U}_i^T(x) \int_0^t \mathbf{F} \sin(\omega_i(t - \tau)) R d\tau dx d\varphi. \quad (3.48)$$

Рівняння (3.48) підставляємо в (3.47) і отримуємо сумарне динамічне переміщення:

$$U(x, \varphi, t) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{U_i(x, \varphi)}{\omega_i} \int_0^{2\pi} \int_0^L U_i^T(x, \varphi) \int_0^t F \sin(\omega_i(t - \tau)) R d\tau dx d\varphi. \quad (3.49)$$

Таким чином при дії зовнішньої сили, що задана будь-яким законом, можна легко використати інтеграл Дюгамеля. Необхідно зазначити, що в такому випадку крок інтегрування дробиться на невеличкі ділянки (як показано схематично на рис. 3.27) і послідовно знаходиться динамічний відгук для кожної з них. Проте при дуже малих ділянках, силу можна розбити на постійну та лінійно змінну:

$$U(x, \varphi, t) = \sum_{i=1}^{\infty} U_i(x, \varphi) \left(\varphi_{0i} \cos \omega_i t + \frac{\psi_{0i}}{\omega_i} \sin \omega_i t + \frac{1}{\omega_i^2} (1 - \cos(\omega_i t)) \int_0^{2\pi} \int_0^L U_i^T(x, \varphi) F_{const} R dx d\varphi + \right. \\ \left. + \frac{1}{\omega_i^3} (\omega_i t - \sin(\omega_i t)) \int_0^{2\pi} \int_0^L U_i^T(x, \varphi) F_{linear} R dx d\varphi \right) \quad (3.50)$$

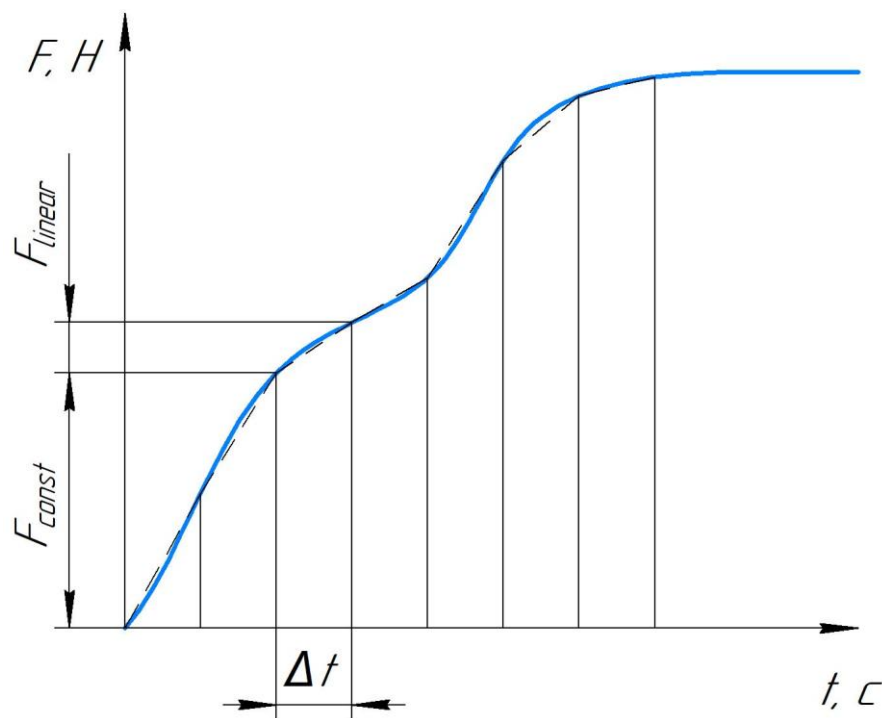


Рисунок 3.27 – Розрахунок навантаження з довільними значеннями сили F

Інтеграл Дюгамеля можна частково змінити, щоб врахувати демпфування за власними формами коливань. Цей підхід є загальнопоширеним у сейсмічному аналізі, коли вхідні дані представляються у вигляді акселерограм та врахування демпфування є необхідним для більш точного моделювання. При цьому встановлюється частота демпфування.

$$\omega_{1i} = \sqrt{\omega_i^2 - n^2}, \quad (3.51)$$

$$n = \frac{\omega\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}}. \quad (3.52)$$

де δ – логарифмічний декремент коливань.

Переміщення оболонки в кожний момент часу можна знайти наступним чином:

$$\begin{aligned} \eta_i(t) = e^{-nt} & \left(u_{oi} \cos(\omega l_i t) + \frac{u_{oi}n + v_{oi}}{\omega l_i} \sin(\omega l_i t) \right) + \frac{\mathbf{U}_i^T \mathbf{F}_{const}}{\omega l_i (n^2 + \omega l_i^2)} \left[\omega l_i - \right. \\ & \left. e^{-nt} (\omega l_i \cos(\omega l_i t) + n \sin(\omega l_i t)) \right] + \frac{\mathbf{U}_i^T \mathbf{F}_{linear}}{\omega l_i (n^2 + \omega l_i^2)^2} \left[n^2 \omega l_i + \omega l_i^3 t - 2n \omega l_i - , \right. \\ & \left. e^{-nt} (2n \omega l_i \cos(\omega l_i t) + (n^2 - \omega l_i^2) \sin(\omega l_i t)) \right] \end{aligned} \quad (3.53)$$

3.5. Висновки за розділом 3

Створено детальну CFD-модель впускної та опускної частини реактору ВВЕР-1000, що дозволяє виконати імітаційне моделювання аварійного режиму роботи реактора типу LOCA. Визначено ті граничні умови, які описують коректну поведінку насосів при розриві трубопроводу. Описано алгоритм, що дозволив провести імітаційне моделювання тепловиділення активної зони реактора. Створена модель турбулентності SPCM, в якій потік теплоносія описано в двофазній постановці з урахуванням кипіння. Практичну апробацію даної моделі добре описує тест Едвардса, за яким проведено валідацію теплогідравлічних кодів при моделюванні нестационарних процесів. За даними чисельних розрахунків встановлено розподіл тисків на внутрішній та зовнішній поверхнях моделі конструкції ШВХ протягом 1 с активного часу протікання МПА реакторної установки ВВЕР-1000. Просторово-часові епюри тисків застосовані для знаходження величин сил та моментів при визначенні НДС циліндричної оболонки ШВК при МПА. Для динамічних розрахунків деформованого та напруженого стану оболонки ШВК при МПА використано метод нормальних координат та інтеграл Дюгамеля.

РОЗДІЛ 4. ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТА НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ОБОЛОНКИ ШВК РЕАКТОРА ВВЕР-1000 ПРИ МПА

4.1. Обґрунтування вибору наближеної розрахункової схеми для визначення НДС оболонки ШВК реактора ВВЕР-1000

Розрахункову схему для визначення НДС оболонки ШВК наближено представили як циліндричну оболонку ($L=8\,730$ мм, $R=1775$ мм, $h=60$ мм, де довжина оболонки обмежується буртом шахти зверху та кронштейнами віброгасниками знизу, а середній радіус і товщина оболонки прийняті усереднено з геометричних характеристик). Механічні характеристики матеріалу 08X18H10T оболонки ШВК визначені модулем пружності $E=207$ ГПа, густиною $\rho=7833$ кг/м³ та коефіцієнтом Пуассона $\mu=0,3$.

Обґрунтування вибору моделі циліндричної оболонки ШВК реактору ВВЕР-1000 для оцінки НДС проводили способом верифікації динамічних характеристик. В якості моделі для співставлення використали оболонку конструкції ШВК з деталізованою структурою, побудованої в системі програмного коду ANSYS.

Для визначення динамічних характеристик циліндричної оболонки ШВК застосували розроблені методи, які представлені в РОЗДІЛ 2 і реалізовані у вигляді алгоритмів та програмного коду в системі MATLAB. В якості кінематичних граничних умов задавали жорстке защемлення для нижнього торця циліндричної оболонки, тобто в місці розташування її кронштейнів-віброгасників і шарнірне защемлення при фіксації переміщень у радіальному та аксіальному напрямках для верхнього торця циліндричної оболонки (рис. 4.1а).

Розрахункову схему для визначення власних частот циліндричної оболонки ШВК методом початкових параметрів уточнювали. Циліндричну оболонку розділили 75, 502, 800 перерізами і проводили чисельні розрахунки власних частот таких моделей в залежності від способу дискретизації для оцінки точності

результатів обчислень. Встановили достатню кількість дискретизацій числом 502 (рис. 4.1а). Чисельні експерименти по визначенню динамічних характеристик циліндричної оболонки ШВК проводили за розробленою методикою (РОЗДІЛ 2) в системі MATLAB.

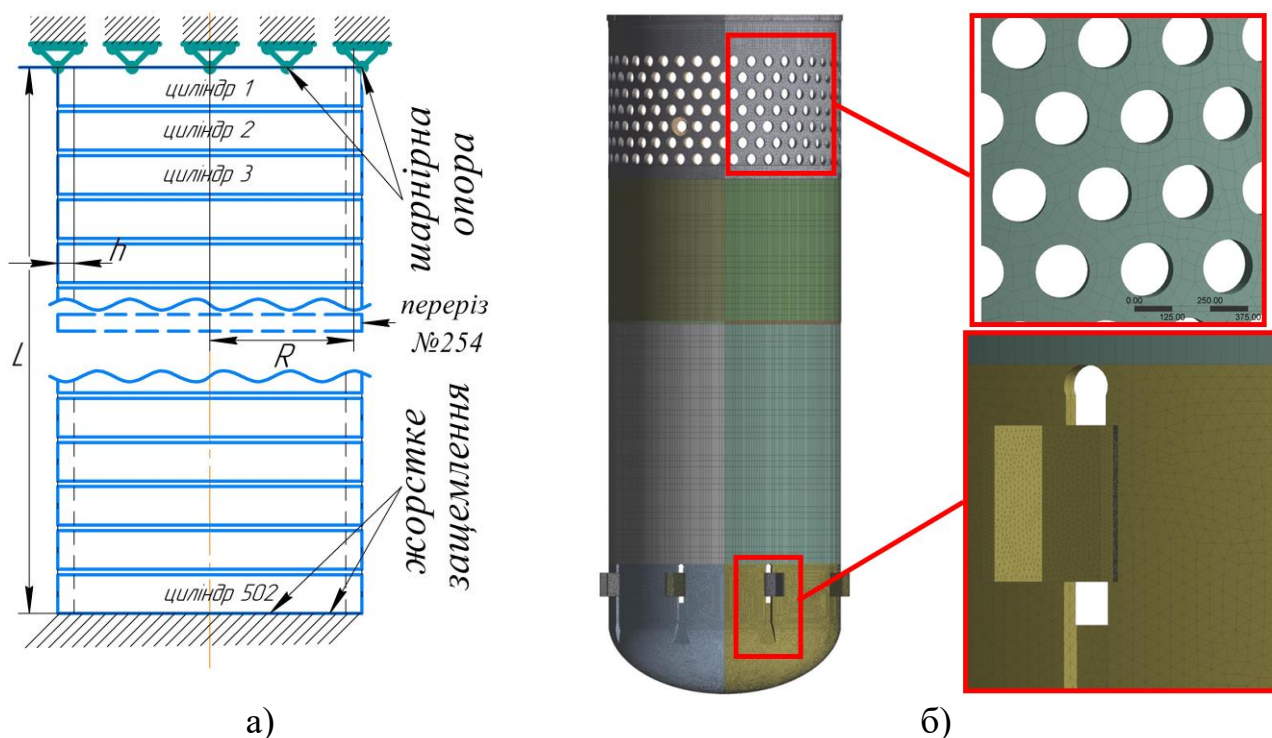


Рисунок 4.1 – Розрахункові схеми оболонок ШВК: модель циліндричної оболонки (а); скінченно-елементна модель з деталізованою структурою (б)

Для валідації динамічних характеристик оболонки ШВК створена геометрична модель, у якій відтворені верхня частина оболонки з перфорацією для перетоку теплоносія до гарячої гілки ГЦТ, отвори під кронштейни віброгасники та конструкцій віброгасників, сферична частина конструкції оболонки ШВК (без перфорації). Модель матеріалу (сталь 08X18H10T) використана, як і для циліндричної оболонки ШВК. Граничні умови представлені у вигляді жорсткого заземлення для кронштейнів-віброгасників та шарнірне опирання в місці верхнього бурта ШВК. Розрахунки динамічних характеристик деталізованої схеми моделі оболонки ШВК виконали в програмному коді ANSYS Modal. Сітка скінченних елементів створена з 776 361 10-вузлових елементів SOLID187, об'єднаних у 1 495 723 вузли (рис. 4.1б).

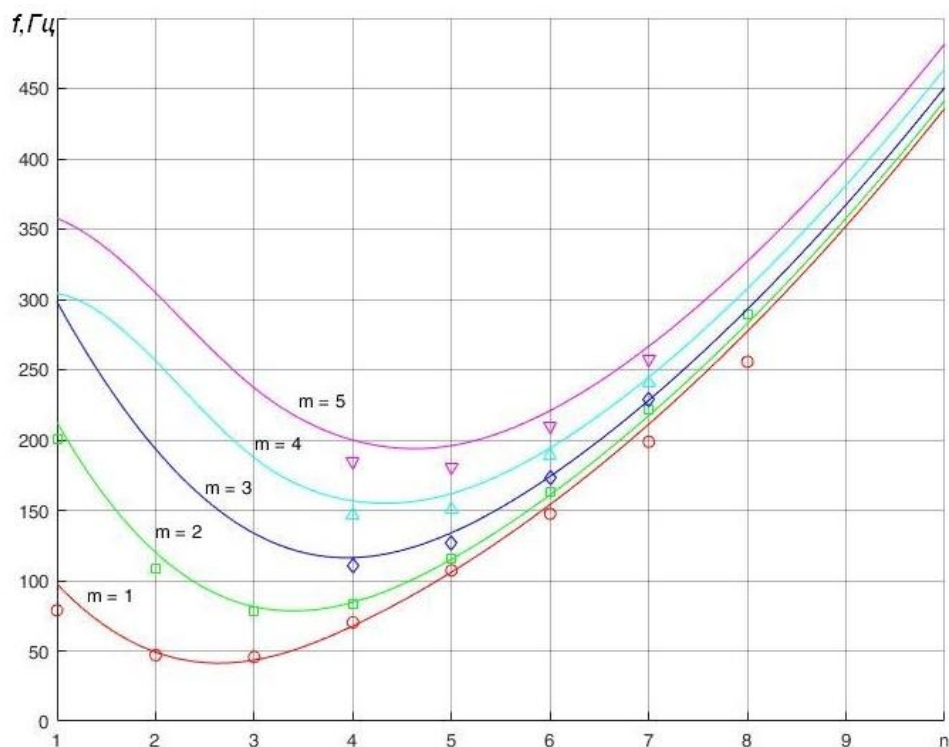


Рисунок 4.2 – Власні частоти коливань оболонки ШВК для деталізованої: (○) $m=1$, (□) $m=2$, (◇) $m=3$, (△) $m=4$, (▽) $m=5$; та наближеної розрахункових схем: —

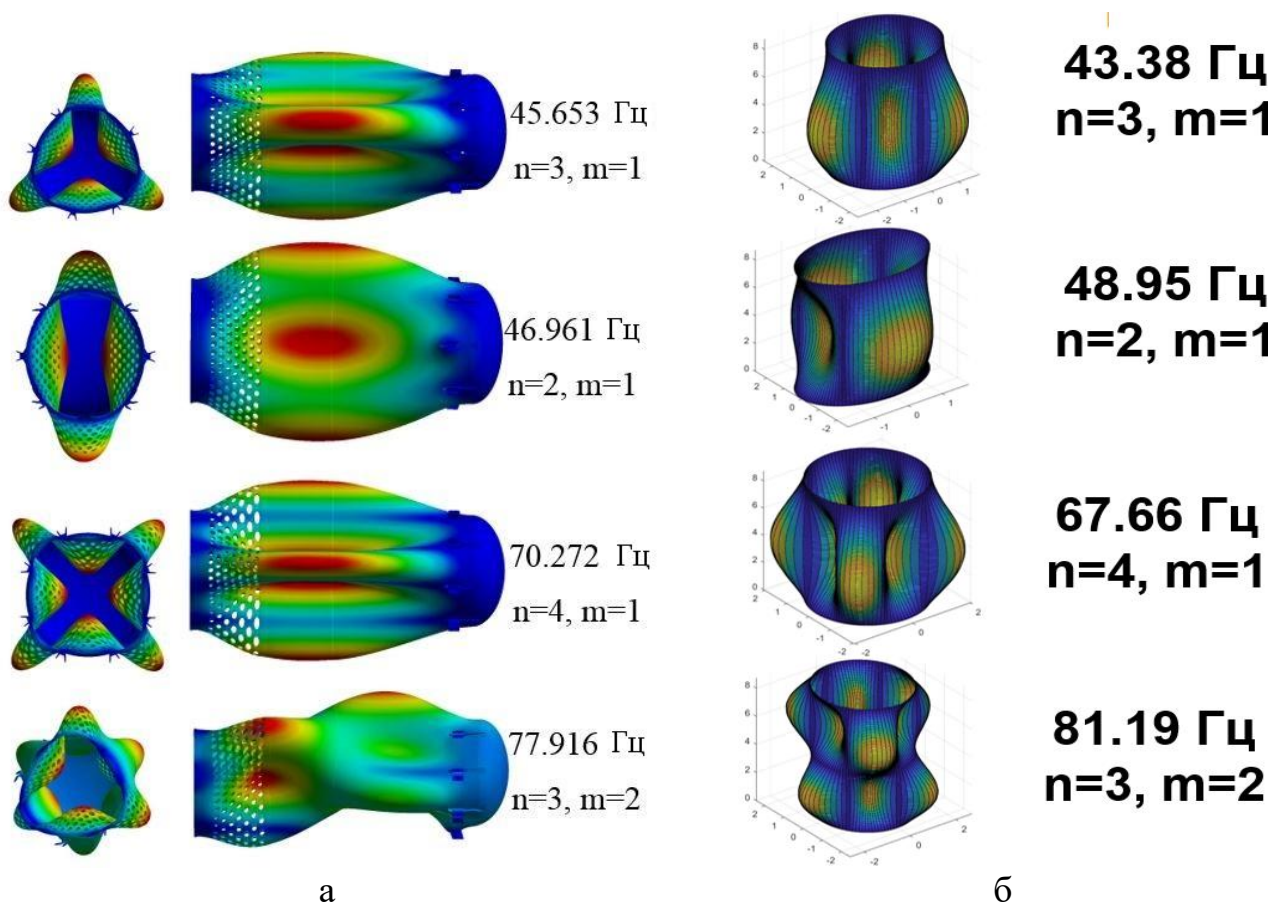


Рисунок 4.3 – Власні частоти і форми коливань моделей оболонок ШВК для деталізованої (а) та наближеної (б) розрахункових схем

Результати обчислень власних частот і форм коливань показані на рис. 4.2. Суцільною лінією позначено результати для циліндричної оболонки ШВК, а маркерами – для скінченно-елементної моделі.

Встановлено, що перші 4-и власні частоти коливань дають найменшу похибку (до 10%) та будуть використані для визначення НДС моделі оболонки ШВК при МПА. Форми власних коливань циліндричної моделі оболонки та скінченно-елементної моделі показані на рис. 4.3.

4.2. Напружено-деформований стан оболонки ШВК при максимальній проєктній аварії

Для дослідження НДС використовували верифіковану циліндричну модель оболонки ШВК, що описана в п. 4.1. Розрахункова схема об'єкту дослідження представлена на рис. 4.4б. Механічні властивості матеріалу (сталь 08X18H10T) в моделі оболонки визначені як ізотропні та наведені в п. 4.1. Жорсткісні зв'язки оболонки ШВК та корпусу реактора представлені шарнірними опорами для верхнього торця та жорстким защемленням нижнього торця. Силowe навантаження оболонки визначено перепадами тиску під час МПА з теплогідравлічної моделі реактору ВВЕР-1000. Просторово-часові зміни тиску під час МПА розраховані (п. 3.1) впродовж часу 1 с, представлені результатами обчислень в теплогідродинамічній моделі реактора і застосовані в чисельних експериментах по визначенню НДС для циліндричної моделі оболонки (рис. 4.4б).

Осьові, колові та радіальні переміщення циліндричної моделі оболонки ШВК знаходили за формулами (3.50) для кожної власної частоти коливань:

$$\begin{aligned} u(x, \varphi, t) &= \sum_n \sum_k u(x, \varphi, t, n, k), \\ v(x, \varphi, t) &= \sum_n \sum_k v(x, \varphi, t, n, k), \\ w(x, \varphi, t) &= \sum_n \sum_k w(x, \varphi, t, n, k). \end{aligned}$$

де u – осьові переміщення, v – переміщення по коловій координаті, w – радіальні переміщення.

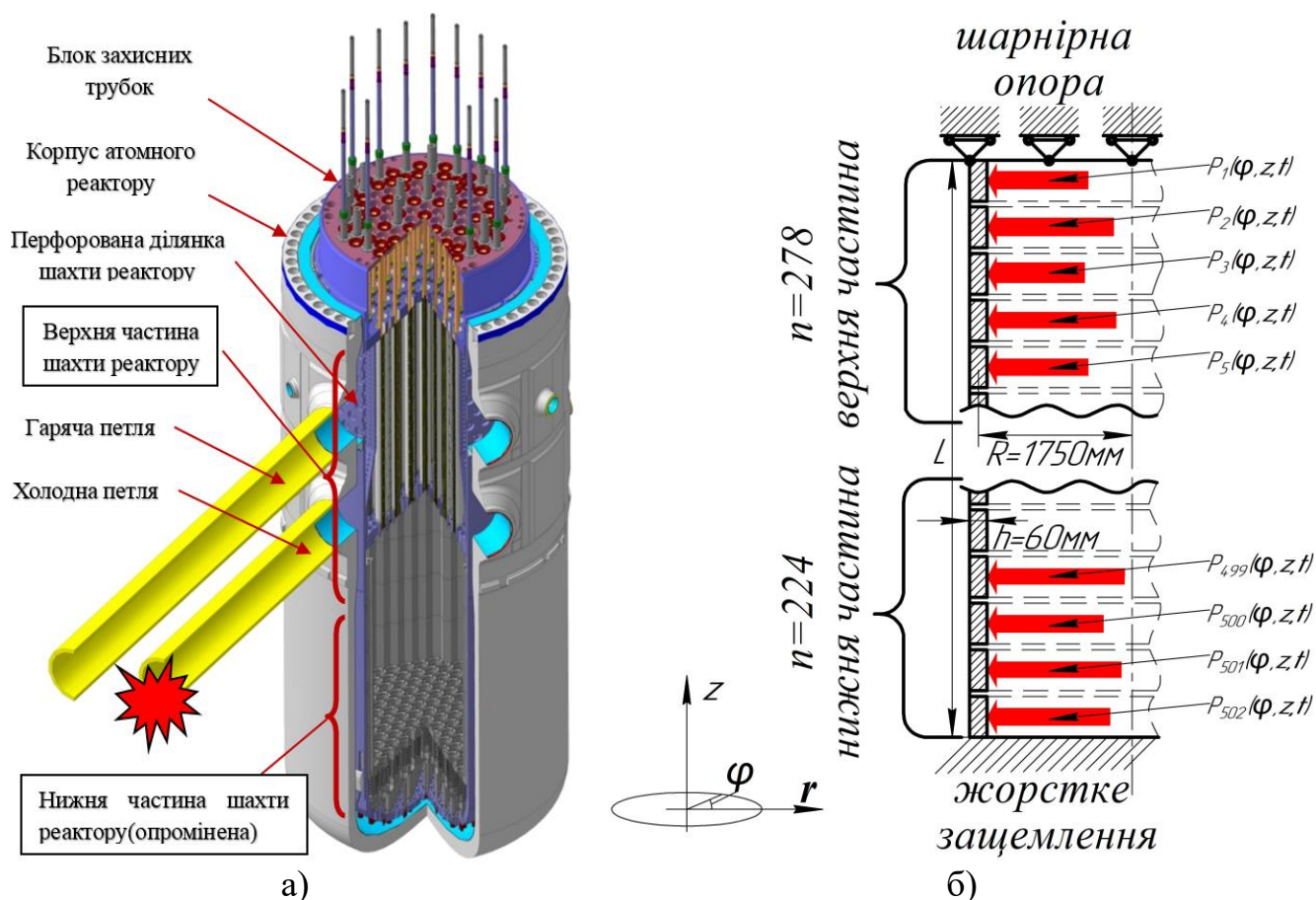


Рисунок 4.4 – Схематичне зображення розділу оболонки ШВК на дві частини (а); розрахункова схема об'єкту дослідження (б)

Аналіз переміщень оболонки ШВК проведено для кожної просторової координати перерізу розрахункової схеми (рис. 4.4б) і в кожний момент часу дії МПА на інтервалі $0 \dots 1$ с. Визначено номер перерізу дискретної моделі оболонки ШВК – 243, що розташований нижче зони, протилежної до розірваного патрубка головного циркуляційного трубопроводу, де виникають екстремальні величини радіальних переміщень.

Зміни у часі амплітуд сумарних переміщень для визначеного перерізу даної моделі оболонки показано на рис. 4.5.

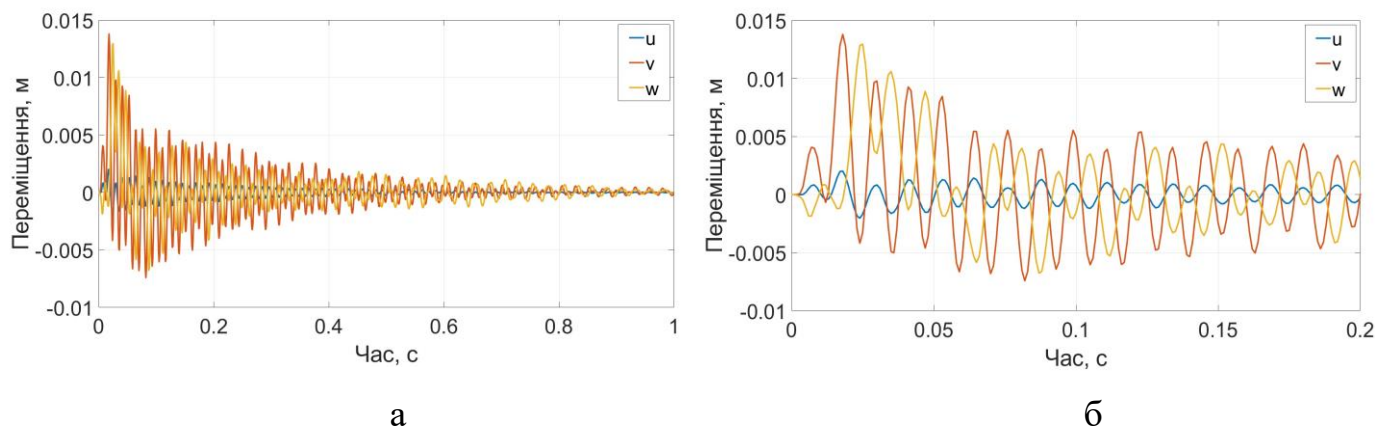


Рисунок 4.5 – Переміщення 243го перерізу циліндричної моделі оболонки ШВК в часі для інтервалів: $[0...1]$ с (а); $[0...0.2]$ с (б)

Максимальні величини переміщень циліндричної оболонки ШВК при дії МПА по коловій координаті показані на рис. 4.6а. Максимальні величини радіальних переміщень на поверхні оболонки шахти ШВК при дії МПА показані на рис. 4.6б.

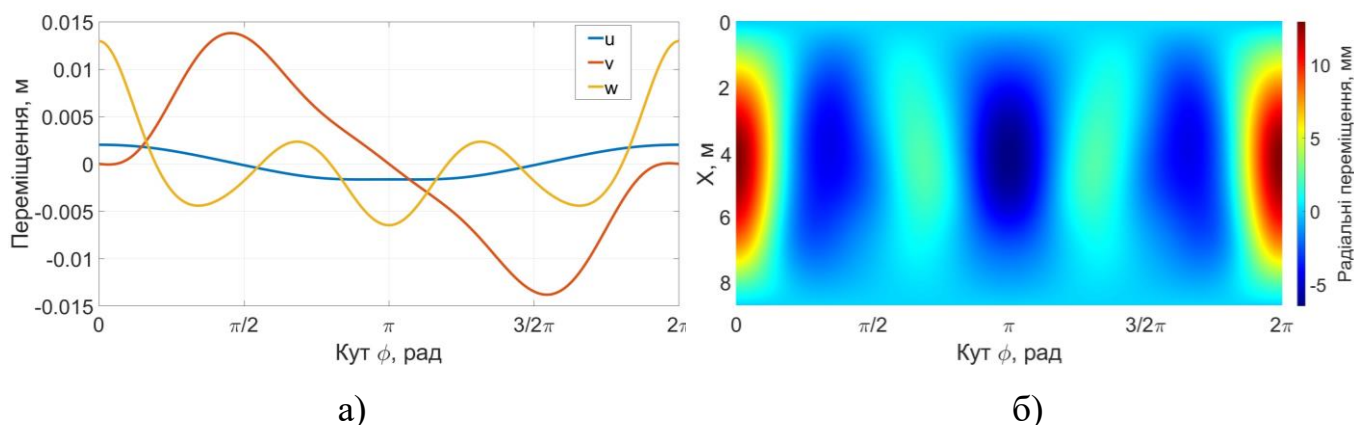


Рисунок 4.6 – Максимальні переміщення ШВК (а) поверхня оболонки ШВК з максимальними радіальними переміщеннями (б)

З рис. 4.5-4.6 видно, що найбільші переміщення в циліндричній оболонці ШВК складають 12.5 мм. Враховуючи те, що найменший зазор між ШВК і корпусом реактору знаходиться під нижнім головним циркуляційним трубопроводом і становить 190 мм (рис. 4.7), гідроудар при МПА не може призвести до сильного зближення ШВК до корпусу реактора, тому **охолодження активної зони може відбуватись без перекриття зазору корпусом шахти.**

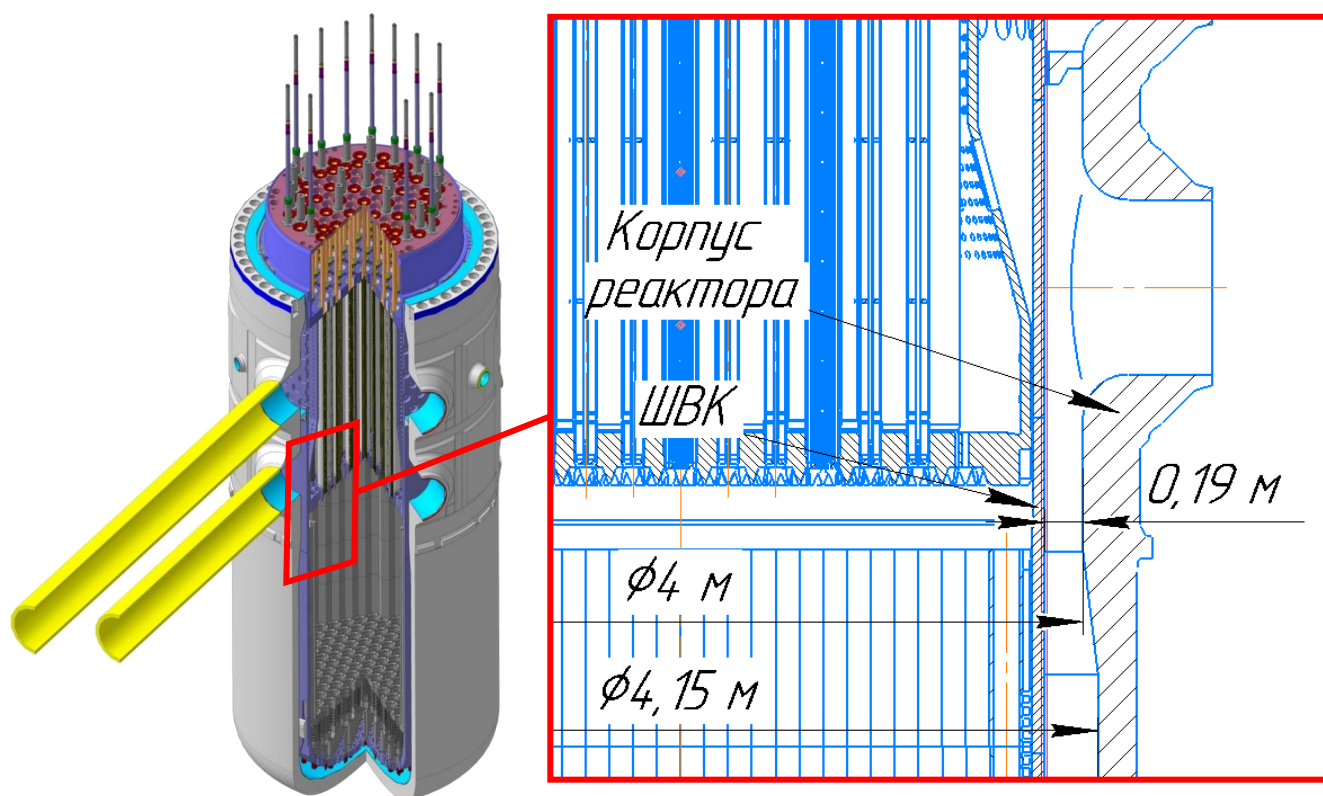


Рисунок 4.7 – Схематичне зображення відстані ШВК і КР

Для розрахунку напружень, оболонку ШВК умовно розділили на дві частини: опромінену швидкими нейтронами нижня частина та неопромінена верхня (як показано на рис. 4.4а). Цей умовний поділ прийняли, оскільки при розрахунку граничного стану необхідно враховувати зміну внаслідок опромінення механічних властивостей, таких як тріщиностійкість та границя міцності.

Компоненти напружень в ШВК визначали за формулами [194]:

$$\sigma_{mx} = \sum_n \sum_k \frac{(N_x)_{n,k}}{h}, \quad (4.1)$$

$$\sigma_{m\varphi} = \sum_n \sum_k \frac{(N_\varphi)_{n,k}}{h}, \quad (4.2)$$

$$\sigma_{bx} = \sum_n \sum_k \frac{6(M_x)_{n,k}}{h^2}, \quad (4.3)$$

$$\sigma_{b\varphi} = \sum_n \sum_k \frac{6(M_\varphi)_{n,k}}{h^2}. \quad (4.4)$$

де N_x , N_φ , M_x , M_φ – компоненти оболонки, визначені за формулами в п. 2.1-2.2, σ_{mx} – мембранні осьові напруження, $\sigma_{m\varphi}$ – мембранні колові напруження, σ_{bx} – згинні осьові напруження, $\sigma_{b\varphi}$ – згинні колові напруження.

Екстремальні величини розподілу напружень у відповідний момент часу для верхньої та нижньої частин по поверхні циліндричної оболонки ШВК впродовж дії МПА, показані на рис. 4.8-4.11.

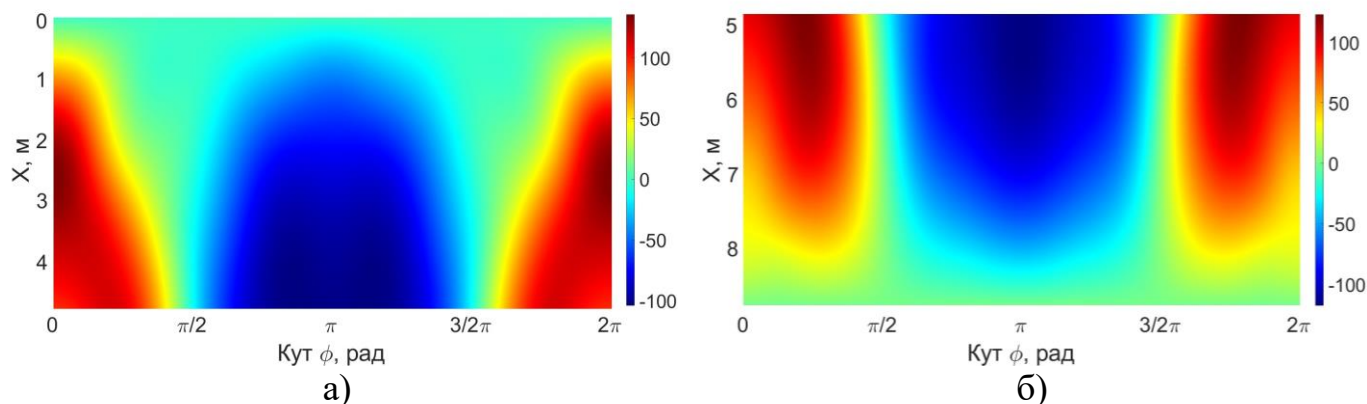


Рисунок 4.8 – Поля мембранних осьових напружень, МПа у верхній частині в момент часу $t_{\text{верхня}}=17\text{мс}$ (а) і для нижньої частини для $t_{\text{нижня}}=18\text{мс}$ (б)

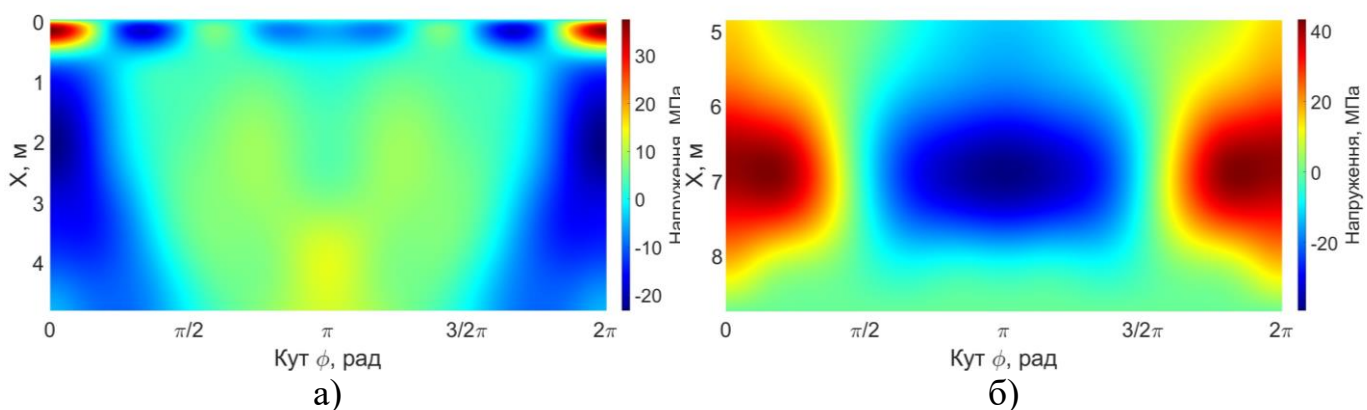


Рисунок 4.9 – Поля мембранних колових напружень, МПа для верхньої частини в момент часу $t_{\text{верхня}}=23\text{мс}$ (а) і для нижньої частини для $t_{\text{нижня}}=15\text{мс}$ (б)

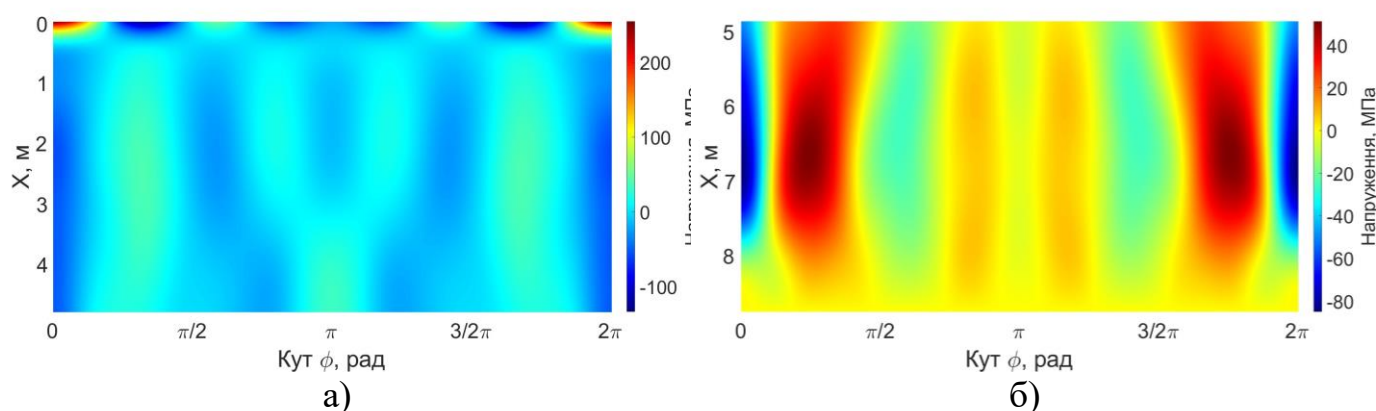


Рисунок 4.10 – Поля згинних осьових напружень, МПа для верхньої частини в момент часу $t_{\text{верхня}}=23\text{мс}$ (а) і для нижньої частини для $t_{\text{нижня}}=30\text{мс}$ (б)

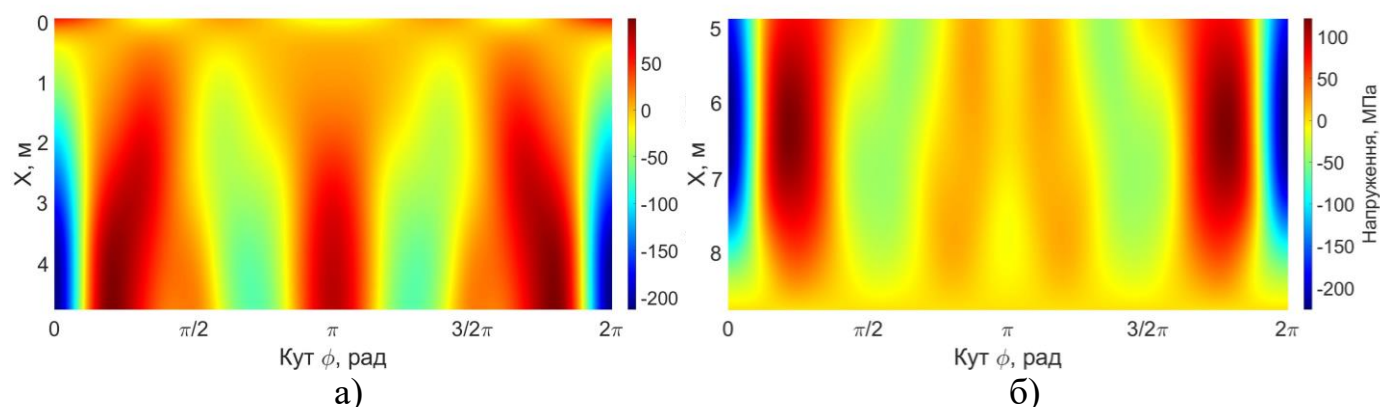


Рисунок 4.11 – Поля згинних колових напружень, МПа для верхньої частини в момент часу $t_{\text{верхня}}=25\text{мс}$ (а) і для нижньої частини для $t_{\text{нижня}}=31\text{мс}$ (б)

Найбільші напруження (мембранні та згинні), що виникають в ШВК реактора у верхній та нижній частинах а також відповідні їм напруження (згинні та мембранні) зведені у табл. 4.1 і умовно приведені до розрахункових режимів для зручності в подальшому аналізі крихкої міцності та граничного пластичного стану. Аналізуючи дані таблиці, найбільші згинні напруження σ_{bx} складають 254.8 МПа в момент часу 23 мс у верхній частині, а відповідне для σ_{bx} мембранне напруження σ_{mx} дорівнює 0 МПа.

Таблиця 4.1 – Напруження в ШВК під час МПА

Максимальне значення (№ розрахункового режиму)	Мембранні			Згинні		
	Напруження, МПа	Час, мс	Переріз, №	Напруження, МПа	Час, мс	Переріз, №
Верхня частина						
σ_{mx} (I)	135.6	17	152	4.2	-	-
σ_{bx} (II)	0	-	-	254.8	23	1
$\sigma_{m\phi}$ (III)	37.5	23	12	18.9	-	-
$\sigma_{b\phi}$ (IV)	-13.8	-	-	213.2	25	278
Нижня частина						
σ_{mx} (V)	123.1	18	1	40	-	-
σ_{bx} (VI)	97.2	-	-	85	30	103
$\sigma_{m\phi}$ (VII)	43.2	15	117	92.3	-	-
$\sigma_{b\phi}$ (VIII)	12.7	-	-	226.1	31	85

Таким чином ці напруження використали в подальшому розрахунку крихкої міцності та граничного пластичного стану оболонки ШВК.

4.3. Розрахунок крихкої міцності та граничного пластичного стану оболонки ШВК при МПА.

При розрахунках крихкої міцності та граничного пластичного стану конструкцій отриманими значеннями K_I та σ_{ref} порівнювали із критичними характеристиками тріщиностійкості K_{IC} та границі міцності σ_B відповідно.

При цьому для визначення K_{IC} використовували наступну формулу:

$$[K_I]_4 = \sqrt{\frac{J_c \cdot E}{1.2 \cdot (1 - \mu^2)}}. \quad (4.5)$$

де $[K_I]_4$ - критична температура крихкості (K_{IC}).

Для визначення J_c використовували рівняння (6) в роботі [195]:

$$J_c^D = k \cdot \sigma_{0.2}^D \left[1 - A_\varepsilon \cdot \sqrt{1 - \exp(-0.2 \cdot D)} \right]. \quad (4.6)$$

де

$$k = \begin{cases} 0.25 \text{ для } J_c \text{ при вірогідності руйнування } 5\%; \\ 0.5 \text{ для } J_c \text{ при вірогідності руйнування } 50\%. \end{cases} \quad (4.7)$$

При цьому k обирали рівним 0.5 згідно типової програми ПМ-Т.0.03.333-15 [196]. $\sigma_{0.2}^D$ - границя текучості при заданому флюенсу нейтронів, D - флюенс нейтронів, A_ε - 0.93.

Величину границю міцності σ_B обирали з таблиць матеріалів для сталі 08X18H10T в [197]. Для того щоб отримати значення σ_B і $\sigma_{0.2}^D$ у нижній частині ШВК (опроміненої), використали Додаток Д типової програми ПМ-Т.0.03.333-15 [196].

Табл. 4.2 містить значення $J_{0.2}$ і K_{IC} для неопроміненої (верхня частина ШВК) та опроміненої (нижня частина ШВК) сталі 08X18H10T при різних термінах експлуатації (40 і 60 років) для температури 300°C, тобто середньою

температурою між зовнішньою і внутрішньою поверхнею ШВК в робочому стані. Модуль Юнга $E = 178 \text{ ГПа}$, коефіцієнт Пуассона $\nu = 0.3$.

Таблиця 4.2 – Характеристики матеріалу ШВК

Матеріал	Поверхня	Флюєнс	$J_{0,2}$	K_{IC}	σ_T	σ_B
08X18H10T	ШВК	[с.н.а.]	[кДж/м ²]	[МПа·м ^{1/2}]	МПа	МПа
Неопромінений	Внутрішня	0	300	242	221.98	384.1
	Зовнішня					
після 40 років експлуатації	Внутрішня	8.98	55.26	95.44	733.53	766.74
	Зовнішня	5.38	80.62	115.28	658.09	706.91
після 60 років експлуатації	Внутрішня	12.9	41.26	82.47	778.94	804.63
	Зовнішня	7.74	62.27	101.32	712.52	749.78

4.3.1. Методика розрахунку крихкої міцності оболонки ШВК

Оцінку опору ШВК крихкому руйнуванню виконували відповідно до [197], при розрахунку крихкої міцності, порівняли отриманий коефіцієнт інтенсивності напружень K_I з критичним значенням тріщиностійкості матеріалу K_{IC} .

Згідно ПНАЕ Г 7-002-86 [197] постулювали напівеліптичні тріщини з розмірами: $a = 0.25h$ і співвідношенням глибини тріщини до напівдовжини $a/c = 0.3$. Так як товщина стінки шахти $h = 60 \text{ мм}$, то $a = 15 \text{ мм}$, $c = 50 \text{ мм}$. Дефекти постулювали в нижній та верхній частині ШВК, в осьовому і коловому напрямках, на внутрішній та зовнішній поверхні.

Для розрахунку КІН для напівеліптичних тріщин в циліндрі в осьовому (4.8) та коловому (4.9) напрямку використовували формули API [198]:

$$K_I = \left[G_0(\sigma_0 + p_c) + G_1\sigma_1\left(\frac{a}{t}\right) + G_2\sigma_2\left(\frac{a}{t}\right)^2 + G_3\sigma_3\left(\frac{a}{t}\right)^3 + G_4\sigma_4\left(\frac{a}{t}\right)^4 \right] \sqrt{\frac{\pi a}{Q}}, \quad (4.8)$$

$$K_I = \left[G_0(\sigma_0 + p_c) + G_1\sigma_1\left(\frac{a}{t}\right) + G_2\sigma_2\left(\frac{a}{t}\right)^2 + G_3\sigma_3\left(\frac{a}{t}\right)^3 + G_4\sigma_4\left(\frac{a}{t}\right)^4 + G_5\sigma_5 + G_6\sigma_6 \right] \sqrt{\frac{\pi a}{Q}}. \quad (4.9)$$

де

$$\sigma_0 = \sigma_m + \sigma_b, \quad (4.10)$$

$$\sigma_1 = -2 \cdot \sigma_b. \quad (4.11)$$

У табл. 4.3 наведено результати розрахунків КІН для колових та осьових тріщин із внутрішньої та зовнішньої сторони ШВК та відповідні їм критичні значення тріщиностійкості. З таблиці видно, що найбільші значення КІН знаходяться в нижній частині шахти для колової тріщини, але не вище допустимих K_{IC} .

Таблиця 4.3 – Результати розрахунків КІН для поверхневих напівеліптичних тріщин.

№ розрах. режиму	Орієнтація постульованої тріщини	Розташування тріщини в циліндрі	Аварійна ситуація	
			K_I	$K_{IC}(F)$
			[МПа·м ^{1/2}]	[МПа·м ^{1/2}]
Верхня частина оболонки ШВК				
I	Колова	Внутрішня	70.17	242.00
		Зовнішня	72.02	
II	Колова	Внутрішня	79.34	
		Зовнішня	81.34	
III	Осьова	Внутрішня	11.65	
		Зовнішня	11.90	
IV	Осьова	Внутрішня	31.07	
		Зовнішня	31.82	
Нижня частина оболонки ШВК				
V	Колова	Внутрішня	73.28	82.47
		Зовнішня	75.19	101.32
VI	Колова	Внутрішня	74.56	82.47
		Зовнішня	76.49	101.32
VII	Осьова	Внутрішня	24.74	82.47
		Зовнішня	25.30	101.32
VIII	Осьова	Внутрішня	39.22	82.47
		Зовнішня	40.15	101.32

На рис. 4.12-4.15 показані результати розрахунків колових та осьових тріщин по всьому фронту, що знаходяться на зовнішній і внутрішній поверхнях верхньої та нижньої частини ШВК.

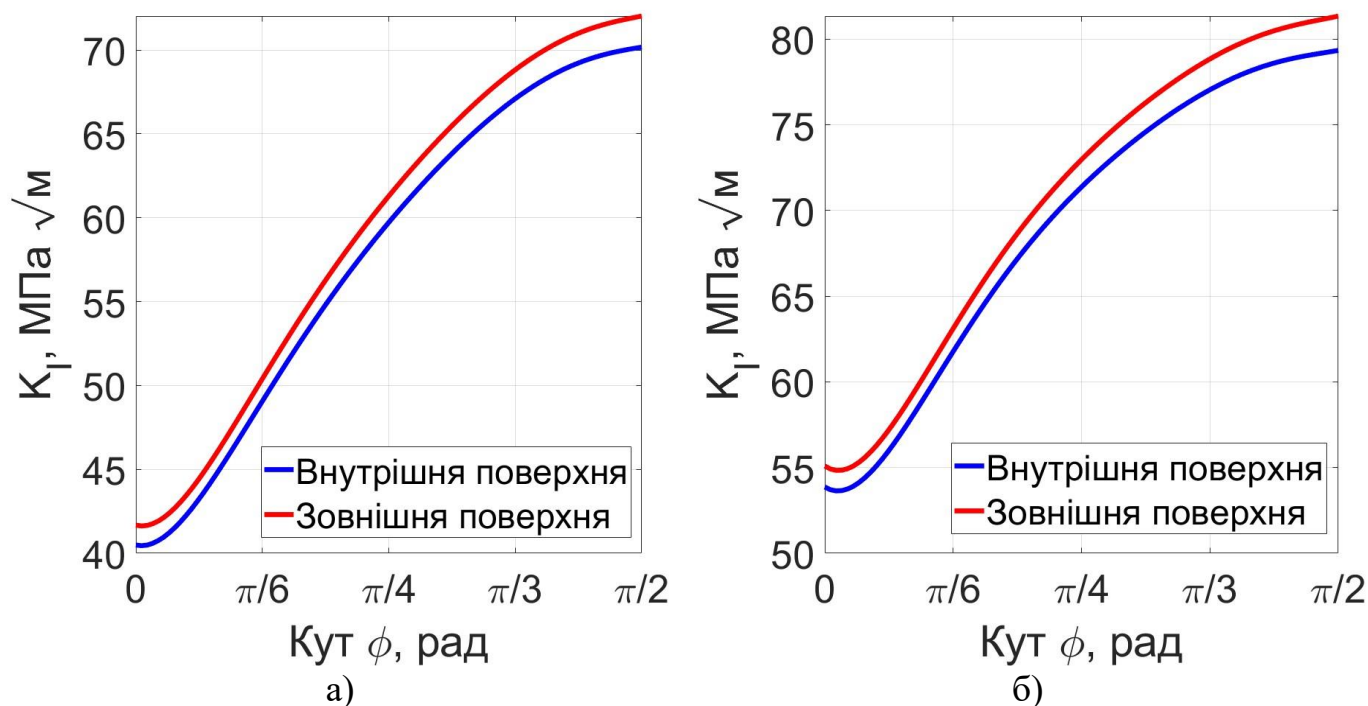


Рисунок 4.12 – КІН по фронту внутрішньої і зовнішньої колової тріщини у неопроміненій частині ШВК для I-го (а) і II-го (б) розрахункових режимів

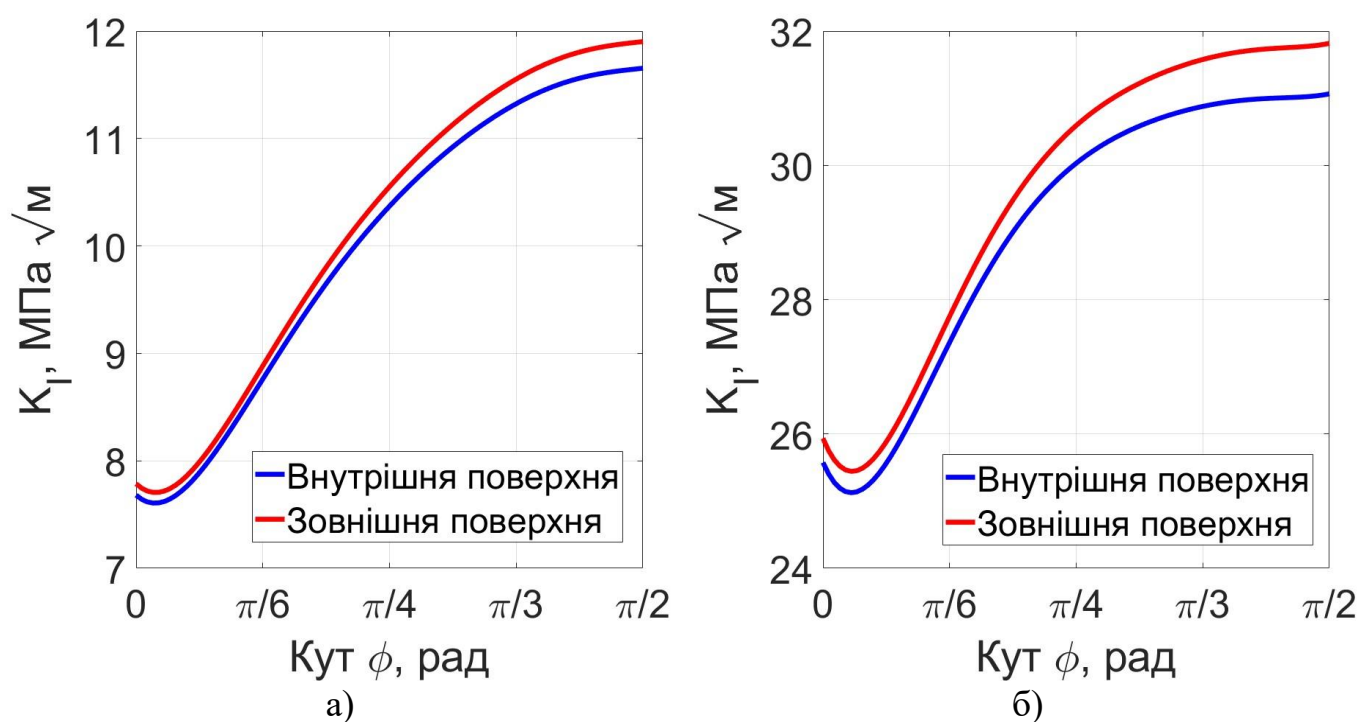


Рисунок 4.13 – КІН по фронту внутрішньої і зовнішньої осьової тріщини у неопроміненій частині ШВК для III-го (а) і IV-го (б) розрахункових режимів

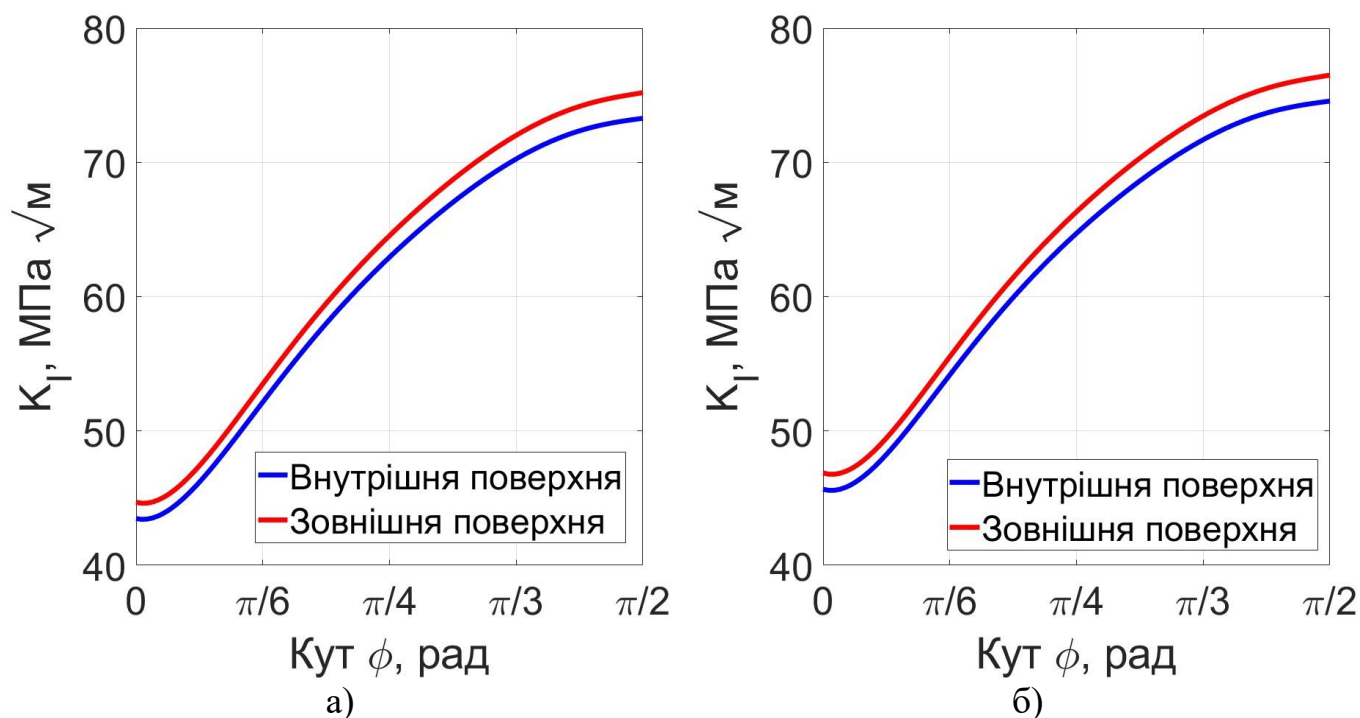


Рисунок 4.14 – КІН по фронту внутрішньої і зовнішньої колової тріщини в опроміненій частині ШВК для V-го (а) і VI-го (б) розрахункових режимів

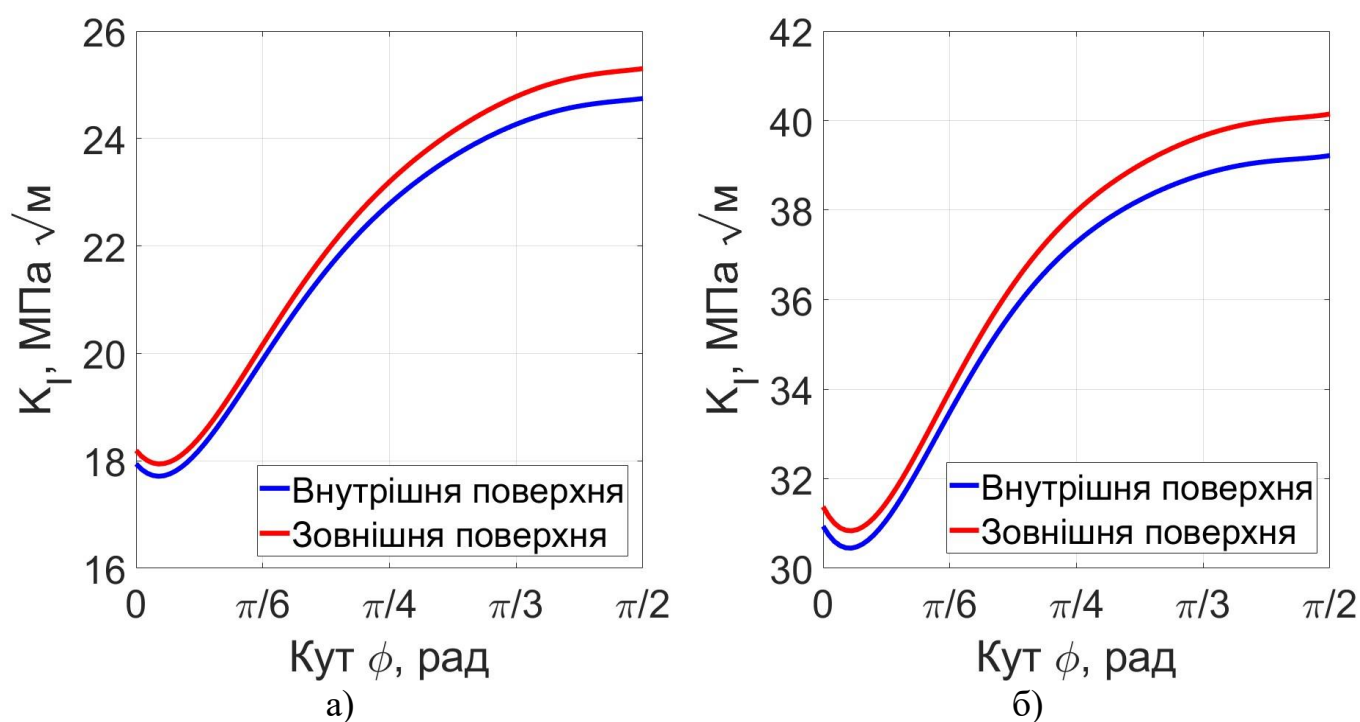


Рисунок 4.15 – КІН по фронту внутрішньої і зовнішньої осьової тріщини в опроміненій частині ШВК для VII-го (а) і VIII-го (б) розрахункових режимів

4.3.2. Методика розрахунку граничного пластичного стану оболонки ШВК

Граничний пластичний стан оцінювали за формулою для граничного напруження σ_{ref} . В циліндрі для колової тріщини з внутрішньої та зовнішньої поверхні граничне напруження знаходили за формулами API [198]:

$$\sigma_{ref} = \frac{M}{2R_m^2 t \left(2 \sin \beta - \frac{a}{t} \sin \theta \right)} + \sigma_{ref}^{9C.5.13}. \quad (4.12)$$

де

$$\beta = \frac{\pi}{2} \left[1 - \left(\frac{\theta}{\pi} \right) \left(\frac{a}{t} \right) - \frac{P_m}{\sigma_{ys}} \right]. \quad (4.13)$$

Для внутрішньої поверхні

Для зовнішньої поверхні

$$\theta = \frac{\pi c}{4R_i} \quad \theta = \frac{\pi c}{4R_o} \quad (4.14)$$

P_m – мембранні напруження; M – глобальний момент, a – глибина тріщини, t – товщина оболонки, c – напівдовжина тріщини, R_i – внутрішній радіус, R_m – середній радіус, R_o – зовнішній радіус, σ_{ys} – границя міцності.

При визначенні $\sigma_{ref}^{9C.5.13}$ використовується наступна формула для σ_{ref} :

$$\sigma_{ref}^{9C.5.13} = \frac{P_b + \left(P_b^2 + 9 \left(Z \cdot P_m \cdot (1 - \alpha)^2 \right)^2 \right)^{0.5}}{3 \cdot (1 - \alpha)^2}. \quad (4.15)$$

де

$$P_m = \frac{pR_i^2}{R_o^2 - R_i^2} + \frac{F}{\pi(R_o^2 - R_i^2)}, \quad P_b = 0, \quad (4.16)$$

$$Z = \left[\frac{2\psi}{\pi} - \frac{x\theta}{\pi} \left(\frac{2 - 2\tau + x\tau}{2 - \tau} \right) \right]^{-1}, \quad A = x \left[\frac{(1 - \tau)(2 - 2\tau + x\tau) + (1 - \tau + x\tau)^2}{2(1 + (2 - \tau)(1 - \tau))} \right], \quad (4.17)$$

$$\alpha = \frac{a}{t \left(1 + \frac{t}{c} \right)}, \quad \tau = \frac{t}{R_o}, \quad x = \frac{a}{t}, \quad \psi = \arccos[A \sin \theta]. \quad (4.18)$$

де P – внутрішній тиск, F – осьова сила.

Оцінку граничного напруження для осової тріщини з внутрішньої та зовнішньої поверхні циліндру проводили за формулами API [198]:

$$\sigma_{ref} = \frac{gP_b + \left((gP_b)^2 + 9(M_s \cdot P_m \cdot (1-\alpha)^2)^2 \right)^{0.5}}{3 \cdot (1-\alpha)^2}. \quad (4.19)$$

де

$$g = 1 - 20 \left(\frac{a}{2c} \right)^{0.75} a^3. \quad (4.20)$$

P_m – мембранні напруження, P_b – згинні напруження, всі інші змінні формули наведені вище.

Пораховані значення σ_{ref} за формулами (4.12)-(4.20) записані в табл. 4.4. З таблиці видно, що найбільші значення граничних напружень при МПА виникають в осьових тріщинах із внутрішньої так і зовнішньої сторони обох частин ШВК але вони вдвічі менше значення σ_{θ} .

Таблиця 4.4 – Результати розрахунків граничного пластичного стану тріщин

№ розрах. режиму	Орієнтація постульованої тріщини	Розташування тріщини в циліндрі	Аварійна ситуація	
			σ_{ref}	σ_{θ}
			[МПа]	[МПа]
Верхня частина оболонки ШВК				
I	Колова	Внутрішня	164.07	384.1
		Зовнішня	164.04	
II	Колова	Внутрішня	140.40	
		Зовнішня	140.39	
III	Осьова	Внутрішня	46.95	
		Зовнішня	46.95	
IV	Осьова	Внутрішня	180.73	
		Зовнішня	180.73	
Нижня частина оболонки ШВК				
V	Колова	Внутрішня	145.20	804.63
		Зовнішня	145.19	749.78
VI	Колова	Внутрішня	143.68	804.63
		Зовнішня	143.66	749.78
VII	Осьова	Внутрішня	97.56	804.63
		Зовнішня	97.56	749.78
VIII	Осьова	Внутрішня	191.39	804.63
		Зовнішня	191.39	749.78

4.3.3. Оцінка тріщин оболонки ШВК при МПА за двокритеріальним підходом.

Конструкційна міцність трубопроводів і обладнання з дефектами (тріщинами) забезпечується при задовільненні вимог двокритеріального підходу механіки руйнування: вимог тріщиностійкості і граничного пластичного стану. Не є консервативним використання підходів, що можуть бути використані лише для граничного пластичного стану, адже необхідна оцінка великогабаритних елементів конструкцій і це може становити небезпеку для першого контуру АЕС [199].

Для зон конструкцій, що містять дефекти, відповідно до двокритеріального підходу [200, 201], будується діаграма оцінки руйнування (ДОР) у безрозмірних координатах (схематично показано на рис. 4.16). Гранична крива ДОР може мати різні форми, адже вона обирається з принципу досягнення граничного стану матеріалу. Діаграма включає безрозмірний КІН K_r (який характеризує наближення до крихкого руйнування) і посиальне напруження S_r (яке характеризує наближення до крихкого руйнування).

Безрозмірні параметри ДОР визначали як:

$$S_r = \frac{\tilde{P}}{P_{LL}} = \frac{\sigma_r}{\sigma_B}, \quad (4.21)$$

$$K_r = \frac{K_I}{K_{Ic}}. \quad (4.22)$$

де \tilde{P} - узагальнене навантаження;

P_{LL} - граничне значення узагальненого навантаження в'язкого руйнування для ідеально пластичного тіла з граничною характеристикою, яка дорівнює межі міцності σ_B ;

σ_r - посиальне напруження, що являє собою напруження в зоні дефекту;

K_I - коефіцієнт інтенсивності напружень;

K_{Ic} - критичний коефіцієнт інтенсивності напружень.

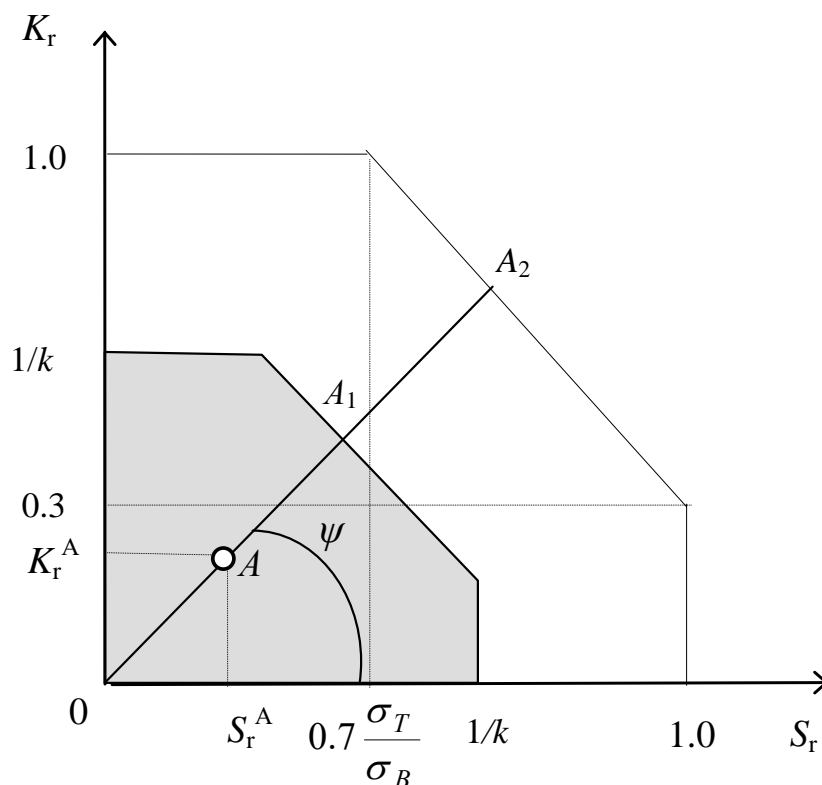


Рисунок 4.16 – Загальний вид ДОР

Умовну межу текучості пружно-пластичного матеріалу конструкції з дефектом σ_r , згідно методології визначення граничного пластичного стану матеріалу, вирішували при дії заданої системи зовнішніх сил. Таким чином, гранична крива, що відображається на ДОР, характеризує критичний стан матеріалу (руйнування), а точка – відповідає зоні конструкції з дефектами за координатами (S_r, K_r) . Рівняння виду $K_r = f(S_r)$ описує форму граничної кривої:

$$\begin{cases} K_r = 1, & \text{якщо } 0 \leq S_r < 0.7\sigma_T/\sigma_B; \\ K_r = -\frac{0.7}{1-0.7\sigma_T/\sigma_B}S_r + \frac{1-0.21\sigma_T/\sigma_B}{1-0.7\sigma_T/\sigma_B}, & \text{якщо } 0.7\sigma_T/\sigma_B \leq S_r < 1; \\ S_r = 1, & \text{якщо } 0 \leq K_r < 0.3. \end{cases} \quad (4.23)$$

де σ_T – границя текучості.

Гранична крива ДОР відображає 3 ділянки, що відповідають: в'язкому руйнуванню, в'язко-крихкому руйнуванню і крихкому руйнуванню (показано на рис. 4.16).

Точка А (S_r^A ; K_r^A) на ДОР описує стан зони конструкцій, в якій є дефекти. Граничний стан конструкції є досягнутим у випадку знаходженні цієї точки на граничній кривій або за нею.

Відповідно до чинних Норм [197] пункту 10 [202], призначили коефіцієнт запасу по допустимим напруженням k для забезпечення необхідного запасу міцності до граничної кривої ДОР. Границя такої допустимої зони геометрично подібна до граничної кривої, адже отримали як зменшення граничної кривої в k разів (на рис. 4.16 описана область показана сірим кольором).

Коефіцієнт $k = \sigma_B / [\bar{\sigma}]$ використовується для розрахунків на статичну і сейсмічну міцність. Відповідно до прийнятої в Нормах [197] системи коефіцієнтів запасу, точка А, яка знаходиться в сірій області, відповідає допустимому стану. При цьому руйнування не очікується, якщо точка А знаходиться між допустимою областю та граничною кривою, але за Нормами [197] така ситуація є неприпустимою.

Коефіцієнт запасу міцності визначали за наступною формулою:

$$\bar{n} = \frac{OA_2}{OA}. \quad (4.24)$$

Варто зазначити, що при $\bar{n} \geq k$ стан елементу з дефектом є допустимим, а при $n \leq 1$ - критичним.

Мінімальні значення межі міцності σ_B і статичної тріщиностійкості K_{Ic} приймали граничними характеристиками матеріалу.

У табл. 4.5 наведені результати розрахунку залишкової міцності ШВК з постульованими поверхневими тріщинами при дії МПА. ДОР для опроміненої та неопроміненої зони ШВК представлені на рис. 4.17-4.18 відповідно. ДОР для нижньої частини ШВК на рис. 4.18 показаний для зовнішньої частини циліндра (чорна лінія) і внутрішньої частини циліндра (зелена лінія). Аналіз діаграм показує, що характер руйнування нижньої частини ШВК може бути крихким, а верхньої – в'язко-крихкий. Проте умови міцності виконуються для всіх розрахункових режимів (найменший коефіцієнт запасу $n=1.11$ для внутрішньої

колової тріщини в момент часу 30 мс для 103-го перерізу та $n=1.13$ для внутрішньої колової тріщини в момент часу 18 мс для 1-го перерізу, що постулюються в нижній частині оболонки ШВК).

Таблиця 4.5 – Результати розрахунку посиловальних напружень і коефіцієнту інтенсивності напружень тріщин ШВК

№ розрах. режиму	Розташування тріщини в циліндрі	σ_{ref} , [МПа]	S_r	K_I , [МПа·м ^{1/2}]	K_r	n
Верхня частина оболонки ШВК						
I	Внутрішня	164.05	0.43	70.17	0.29	1.86
	Зовнішня	164.03	0.43	72.02	0.30	1.85
II	Внутрішня	140.40	0.37	79.34	0.33	1.95
	Зовнішня	140.39	0.37	81.34	0.34	1.93
III	Внутрішня	46.95	0.12	11.65	0.05	7.69
	Зовнішня	46.95	0.12	11.90	0.05	7.65
IV	Внутрішня	180.73	0.47	31.07	0.13	2.17
	Зовнішня	180.73	0.47	31.82	0.13	2.16
Нижня частина оболонки ШВК						
V	Внутрішня	145.21	0.18	73.82	0.89	1.13
	Зовнішня	145.19	0.19	75.19	0.74	1.35
VI	Внутрішня	143.68	0.18	74.56	0.90	1.11
	Зовнішня	143.66	0.19	76.49	0.75	1.32
VII	Внутрішня	97.56	0.12	24.74	0.30	3.33
	Зовнішня	97.56	0.13	25.30	0.25	4.00
VIII	Внутрішня	191.39	0.24	39.22	0.48	2.10
	Зовнішня	191.39	0.26	40.15	0.40	2.52

Результати обчислень а також методологія розрахунків тріщин були представлені автором в роботах [203–207].

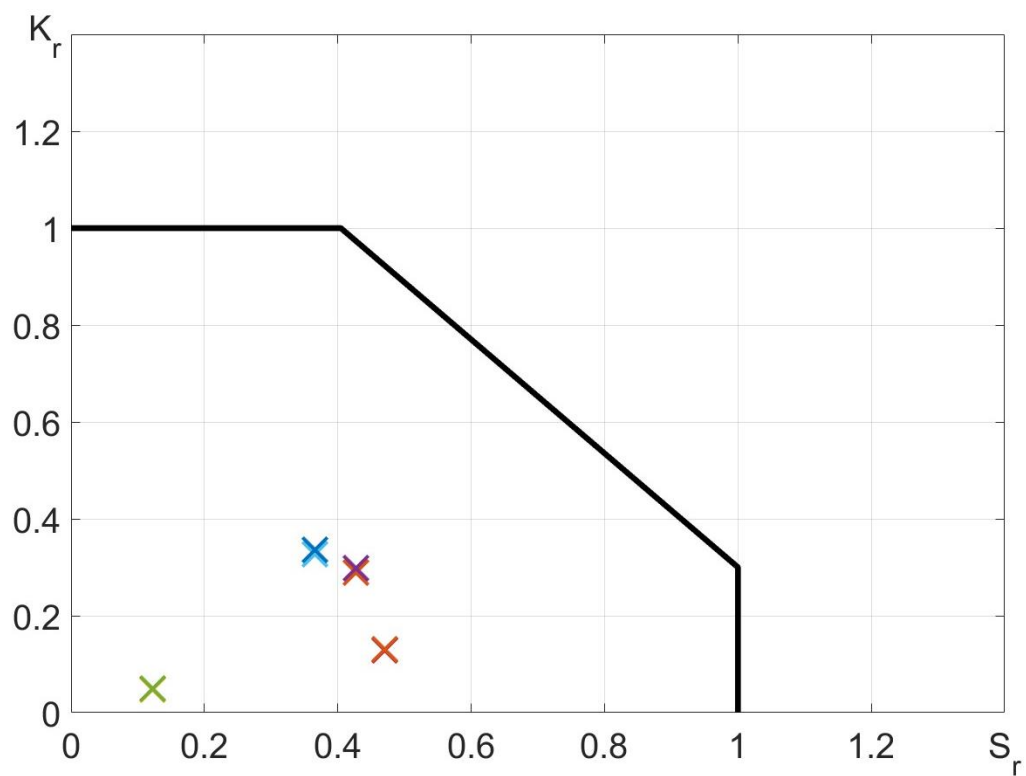


Рисунок 4.17 – ДОР для верхньої зони ШВК

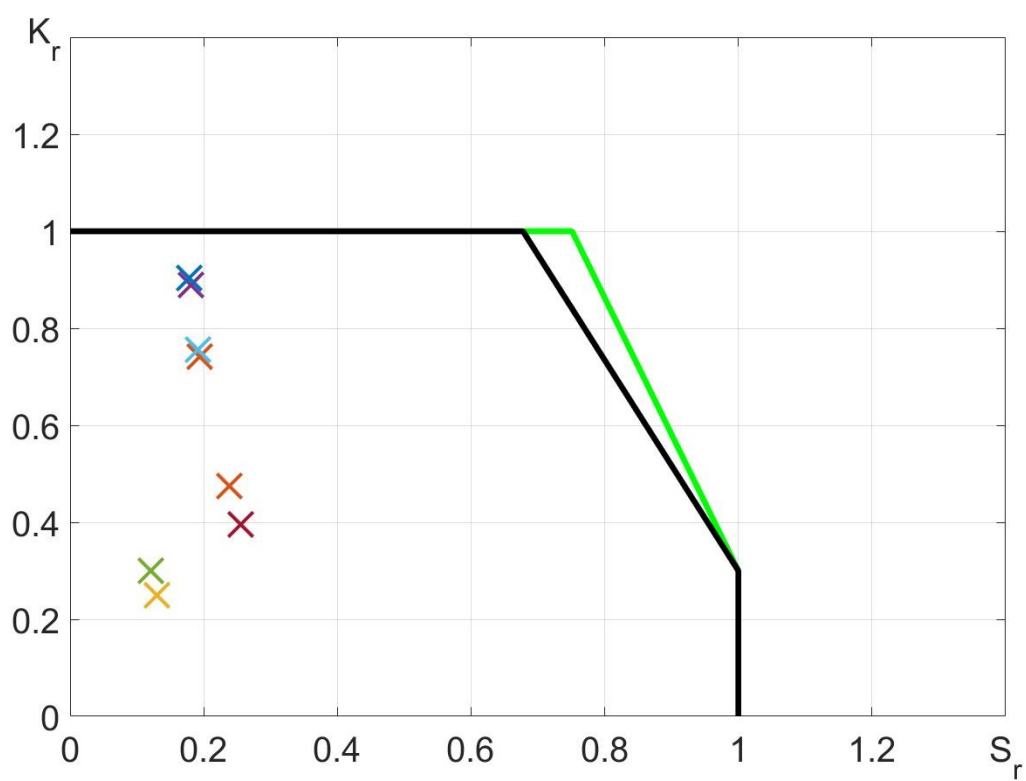


Рисунок 4.18 – ДОР для нижньої зони ШВК

4.4. Висновки за розділом 4

Верифікація розрахункової схеми по визначенню НДС конструкції шахти внутрішньокорпусної реактору ВВЕР-1000 проведена порівнянням динамічних характеристик деталізованого прототипу-аналогу оболонки ШВК та циліндричної моделі. В якості критерію порівняння обрано власні частоти коливань оболонки. Обмеження для перших чотирьох частот 43,38 Гц, 48,95 Гц, 67,66 Гц, 81,19 Гц встановлено з точністю до 10%. Форми перших чотирьох частот власних коливань застосовані для визначення НДС циліндричної моделі оболонки ШВК під час дії МПА з використанням інтегралу Дюгамеля. Встановлені закономірності розподілу деформацій та напружень впродовж 1 с протікання МПА. Отримано екстремальні величини радіальних переміщень перерізу шахти, що знаходиться в області під розірваним патрубком головного циркуляційного трубопроводу. Показано, що при МПА переміщення в шахті не перекривають об'єм між шахтою та корпусом реактора.

Результати обчислень НДС оболонки ШВК використані для оцінки крихкої міцності та граничного пластичного стану даної конструкції з урахуванням допустимих тріщин за ПНАЕ. Для оцінки несучої спроможності оболонки ШВК отримані діаграми оцінки руйнування та коефіцієнти запасу міцності. Найбільш небезпечною є окружна тріщина, яка для нижньої частини може зруйнувати ШВК за крихким механізмом.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

- 1) Встановлено при імітаційному моделюванні теплогідравлічних процесів реактора під час дії максимальної проєктної аварії граничне значення величин небезпечного для шахти перепадів тиску на часовому інтервалі 1 секунда.
- 2) Розроблена адекватна імітаційна модель шахти внутрішньокорпусної реактора ВВЕР-1000 при МПА дозволила встановити закономірності процесів деформування та напруженого стану.
- 3) Визначено динамічні навантаження під час протікання МПА на імітаційну модель шахти внутрішньокорпусної у вигляді перепадів тиску, найбільші значення складають до 3 МПа.
- 4) Розроблено методику для визначення спектру власних частот коливань оболонкових конструкцій (43,38 Гц, 48,95 Гц, 67,66 Гц, 81,19 Гц) застосовували для динамічного аналізу шахти внутрішньокорпусної при МПА.
- 5) Оцінка динамічних навантажень імітаційної моделі шахти внутрішньокорпусної під час МПА методом математичного моделювання дозволила отримати величину 12,5 мм для максимальних радіальних переміщень оболонки в околі патрубка, які не обмежують течію теплоносія в процесі декомпресії.
- 6) Встановлено нестационарний розподіл мембранних ($\max \sigma_{mx}=135,6$ МПа) та згинних ($\max \sigma_{bx}=254,8$ МПа) напружень імітаційної моделі шахти внутрішньокорпусної реактора при МПА.
- 7) Оцінка крихкої міцності та граничного пластичного стану шахти внутрішньокорпусної реактора на основі двокритеріального підходу дозволила визначити критичні умови, при яких може відбутися руйнування конструкції. Для восьми розрахункових перетинів імітаційної моделі оболонки шахти з постульованими тріщинами в коловому і осьовому напрямку, на внутрішній та зовнішній поверхнях, найменший коефіцієнт запасу міцності у верхній частині складає 1,85, а в нижній частині (зоні опромінення) складає 1,11.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Фиалко Н. М., Шараевский И. Г., Зимин Л. Б., Бабак* С. В., Шараевский Г. И. Проблемы диагностики виброакустической безопасности реакторов ВВЭР (Часть 1). *Проблеми безпеки атомних електростанцій і Чорнобиля*. 2015. Вип. 25. С. 5–14.
2. Шараевский И. Г., Фиалко Н. М., Носовский А. В., Зимин Л. Б., Шараевский Г. И. Актуальные проблемы теплофизики проектных и тяжелых аварий ядерных энергоблоков. *Ядерна та радіаційна безпека*. 2016. Вип. 2, № 70. С. 32–36.
3. Ключников А. А., Шараевский И. Г., Фиалко Н. М., Зимин Л. Б., Шараевский Г. И. Теплофизика безопасности атомных реакторов. Чернобыль:2010. 484 с.
4. Ключников А. А., Шараевский И. Г., Фиалко Н. М., Зимин Л. Б., Шараевская Н. И. Теплофизика повреждений реакторных установок. Чернобыль:2013. 528 с.
5. Nian V. Technology perspectives from 1950 to 2100 and policy implications for the global nuclear power industry. *Progress in Nuclear Energy*. 2018. Вип. 105. С. 83–98.
6. Балашевский А. С., Мирошниченко С. Т. Анализ системы расхолаживания гермооболочки реакторной установки АЭС с ВВЭР-1000 в аварийный период. *Ядерна та радіаційна безпека*. 2011. Вип. 2, № 50. С. 20–23.
7. Ткачук А. Вивчення техногенних небезпек, що пов'язані з аваріями на радіаційно небезпечних об'єктах. *Наукові записки Кіровоградського державного педагогічного університету імені Володимира Винниченка*. 2016. Вип. 10, № 3. С. 141–147.
8. Onyshchuk Y., Klevtsov S. Проблематика моделювання внутрішньокорпусної фази важкої аварії. *Енергетика: економіка, технології, екологія*. 2021. Вип. 3. С. 111–121.
9. Гондлях О. В., Сівецький В. І., Щербина В. Ю., Чемерис А. О., Онопрієнко

- В. Ю. САПР. Система інформаційної підтримки життєвого циклу захисних оболонок та обладнання АЕС. 2014. 300 с.
10. Типовое содержание технического обоснования безопасности реакторной установки (ТС ТОБ РУ-87), ПНАЭ Г-1-004-85. 1987.
 11. Типовое содержание технического обоснования безопасности атомных станций (ТС ТОБ АС-85), ПНАЭ Г-1-001-85. 1985.
 12. Заключительный отчет программы по безопасности атомных электростанций с реакторами типа ВВЭР и РБМК, IAEA-EBP-WWER-15. 1999. 264 с.
 13. Руководство по анализу аварий в стояночных режимах для АЭС с реакторами типа ВВЭР, IAEA-EB P-WWER-09. 1998. 47 с.
 14. Белозеров В. И., Жук М. М., Гераскин Н. И. Аварийные и переходные режимы на АЭС с реактором ВВЭР-1000. 2019. 176 с.
 15. Требования к содержанию отчета по обоснованию безопасности АС с реакторами типа ВВЭР, НП-006-98 (ПНАЭ Г-01-036-95). 1998.
 16. Общие иницирующие события для ВАБ для реакторов типа ВВЭР, IAEA-TECDOC-749/R. 1994. 61 с.
 17. Николаев А. Л., Увакин М. А. Исследование реактивности ВВЭР в режиме с неконтролируемым извлечением группы ОР СУЗ при минимально возможном начальном потоке нейтронов. *Вопросы атомной науки и техники. Серия: Ядерно-реакторные константы*. 2019. Вып. 2. С. 170–179.
 18. Блинков В. Н., Мелихов О. И., Мелихов В. И., Елкин И. В., Никонов С. М., Парфенов Ю. В. Исследование теплогидравлики ВВЭР в аварийных и переходных режимах на стенде ПСБ-ВВЭР. *Энергетика*. 2016. Вып. 5. С. 1–18.
 19. Шевченко И. А., Воробьев Ю. Ю. Проверка критериев безопасности смешанных загрузок ядерного топлива для реакторов типа ВВЭР-1000. *Ядерна та радіаційна безпека*. 2016. Вып. 2, № 66. С. 3–7.
 20. Похолкин А. А. Анализ аварии типа течь из первого контура во второй, Актуальные проблемы энергетики, СНТК-73. 2017.

21. Никулин И. А., Белозеров В. И., Соболев А. В. Расчетное обоснование безопасной эксплуатации реакторной установки ВВЭР-1000 в режиме с обесточиванием одного из четырех ГЦН при работе на номинальной мощности. *Известия высших учебных заведений. Ядерная энергетика*. 2019. Вып. 1. С. 19–29.
22. Сорокин В. В., Карницкий Н. Б. Парогенераторы атомных электрических станций, Минск: БНТУ. 2013. 72 с.
23. Мазурок О. С. Удосконалення методики теплогідравлічного аналізу в рамках робіт по продовженню ресурсу корпусних реакторів, дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії. 2020. 224 с.
24. Скалозубов В. И., Ключников А. А., Комаров Ю. А., Шавлаков А. В. Научно-технические основы мероприятий повышения безопасности АЭС с ВВЭР. 2010. 200 с.
25. Іщенко О. А. Динамічний аналіз циліндричних оболонок чисельними та аналітичними методами. *Магістрська дисертація, Київ*. 2018. 122 с.
26. Терещенко С. С. «Оцінка ресурсу роботи барботажного баку при перевірці налаштування імпульсних клапанів атомних реакторів. 2020. 71 с.
27. Coolant slowdown studies of a reactor simulator vessel containing a simulated reactor core, BNWL-1524. 1971. 102 с.
28. Asymmetric Blowdown Loads on PWR Primary Systems, NUREG-0609. 1981. 88 с.
29. Isozaki T., Miyazono S. Experimental study of jet discharging test results under BWR and PWR loss of coolant accident conditions. *Nuclear Engineering and Design*. 1986. Вып. 96. с. 1–9.
30. Isozaki T., Miyazono S. Temperature increase on target due to jet impingement under BWR/PWR loss of coolant accident conditions. *Nuclear Engineering and Design*. 1988. Вып. 106. С. 257–263.
31. Yano T., Matsushima E., Okamoto A. Evaluation of leak flow rate and jet impingement related to leak before break. *Nuclear Engineering and Design*. 1989. Вып. 111. С. 197–205.

32. Shibata K., Isozaki T., Ueda S., Kurihara R., Onizawa K., Kohsaka A. Results of reliability test program on light water reactor piping. *Nuclear Engineering and Design*. 1994. Вып. 153. С. 71–86.
33. Hofmann P., Hagen S. J. L., Noack V., Schanz G., Sepold L. K. Chemical-physical behavior of light water reactor core components tested under severe reactor accident conditions in the CORA facility. *Nuclear Technology*. 1997. Вып. 118, № 3. С. 200–224.
34. Auvinen A., Lehtinen K. E. J., Enriquez J., Jokiniemi J. K., Zilliacus R. Vaporisation rates of CsOH and CsI in conditions simulating a severe nuclear accident. *Journal of Aerosol Science*. 2000. Вып. 31, № 9. С. 1029–1043.
35. Hardt P. von der, Jones A. V., Lecomte C., Tattegrain A. Nuclear Safety Research: The Phebus FP Severe Accident Experimental Program, Nuclear Safety. 1994.
36. SCDAP/RELAP5/MOD 3.1 Code Manual. *NUREG/CR-6150 EGG-2720 Vol. 4*. 1995. Вып. 4. С. 667.
37. McFadden J. H., Narum R. E., Peterson C. E., Noble C., Farman R. F., McClure J. A., Paulsen M. P., Richert K. D., Hughes E. D., Gose G. C. RETRAN-02: A program for transient thermal-hydraulic analysis of complex fluid flow systems: Volume 1, Theory and numerics (Revision 4). 1988.
38. Barre F., Bernard M. The CATHARE code strategy and assessment. *Nuclear Engineering and Design*. 1990. Вып. 124, № 3. С. 257–284.
39. Jeong J. J., Ha K. S., Chung B. D., Lee W. J. Development of a multi-dimensional thermal-hydraulic system code, MARS 1.3.1. *Annals of Nuclear Energy*. 1999. Вып. 26, № 18. С. 1611–1642.
40. Jaros M., Lafferty N., Qian G., Niceno B., Niffenegger M. Computational fluid dynamics study of pressurized thermal shock phenomena in the reactor pressure vessel, Conference: 26th International Conference Nuclear Energy for New Europe, Bled, Slovenia. 2018.
41. Chen L., Zhang S., Chen Z., Meng Z., Wang S., Sahebi N. Transient pressure propagation behavior in PbLi loop system triggered by in-box LOCA accident of

- DFLL blanket. *Fusion Engineering and Design*. 2019. Вып. 142. С. 70–79.
42. Andrea P., Francesco G., Moscardini M., Daniele M., Nicola F. STH/CFD coupled simulation of the protected loss of flow accident in the CIRCE-HERO facility. *Applied Sciences*. 2020. Вып. 10, № 20. С. 1–14.
 43. Hedayat A., Davari A. Feasibility study to increase the reactor power at natural convection mode in Tehran Research Reactor (TRR) through a hybrid thermal-hydraulic simulation and analysis using the RELAP5 code and Computational Fluid Dynamic (CFD) modeling by ANSYS-FLUENT. *Progress in Nuclear Energy*. 2022. Вып. 150.
 44. Kim M. S., Jeong Y. H. Conceptual design of small modular reactor driven by natural circulation and study of design characteristics using CFD & RELAP5 code. *Nuclear Engineering and Technology*. 2020. Вып. 52, № 12. С. 2743–2759.
 45. He X., Gao P., Zhao H. Numerical study of blowdown period of double-end break loss of coolant accident in PWR based on RELAP5. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. 2022. Вып. 983. С. 1–7.
 46. Corzo S. F., Ricardo U., Godino D. M., Ramajo D. E. Loss of flow accident analysis in Atucha II nuclear power plant using RELAP5 model. *Nuclear Engineering and Design*. 2023.
 47. Aumiller D. L., Tomlinson E. T., Bauer R. C. A Coupled RELAP5-3D/CFD methodology with a proof-of-principle calculation. *Nuclear Engineering and Design*. 2001. Вып. 205. С. 83–90.
 48. Anderson N., Hassan Y., Schultz R. Analysis of the hot gas flow in the outlet plenum of the very high temperature reactor using coupled RELAP5-3D system code and a CFD code. *Nuclear Engineering and Design*. 2008. Вып. 238, № 1. С. 274–279.
 49. Aumiller D. L., Tomlinson E. T., Weaver W. L. An integrated RELAP5-3D and multiphase CFD code system utilizing a semi-implicit coupling technique. *Nuclear Engineering and Design*. 2002. Вып. 216. С. 77–87.
 50. Зуфарович А. А., Владимирович К. С. Подбор современной модели турбулентности для расчёта гидродинамической обстановки в барботажном

аппарате при подготовке углеводородного горючего по влагосодержанию, Евразийское научное объединение, № 12-1 (58). 2019.

51. Kim S. H., Chang Y. S., Song S., Cho Y. J. Structural assessment of fully flooded reactor cavity and penetration piping under steam explosion conditions. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2015. Вып. 131. С. 36–44.
52. Sehgal B. R., Theerthan A., Giri A., Karbojian A., Willschütz H. G., Kymäläinen O., Vandroux S., Bonnet J. M., Seiler J. M., Ikkonen K., Sairanen R., Bhandari S., Bürger M., Buck M., Widmann W., Dienstbier J., Techy Z., Kostka P., Taubner R., Theofanous T., Dinh T. N. Assessment of reactor vessel integrity (ARVI). *Nuclear Engineering and Design*. 2003. Вып. 221. С. 23–53.
53. Fukasawa M., Hayakawa S., Saito M. Thermal-hydraulic analysis for inversely stratified molten corium in lower vessel. *Journal of Nuclear Science and Technology*. 2008. Вып. 45, № 9. С. 873–888.
54. Nourgaliev R. R., Dinh T. N., Sehgal B. R. Effect of fluid Prandtl number on heat transfer characteristics in internally heated liquid pools with Rayleigh numbers up to 1012. *Nuclear Engineering and Design*. 1997. Вып. 169. С. 165–184.
55. Huang P. C., Chou H. W., Ferng Y. M., Kang C. H. Large thermal gradients on structural integrity of a reactor pressure vessel subjected to pressurized thermal shocks. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2019. С. 1–9.
56. Li J., Wang M., Fang D., Wang J., Liu D., Tian W., Qiu S., Su G. H. CFD simulation on the transient process of coolant mixing phenomenon in reactor pressure vessel. *Annals of Nuclear Energy*. 2021. Вып. 153. С. 1–16.
57. Aounallah M., Addad Y., Benhamadouche S., Imine O., Adjilout L., Laurence D. Numerical investigation of turbulent natural convection in an inclined square cavity with a hot wavy wall. *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2007. Вып. 50. С. 1683–1693.
58. Peng S. H., Davidson L. Computation of turbulent buoyant flows in enclosures with low-Reynolds-number $k-\omega$ models. *International Journal of Heat and Fluid Flow*. 1999. Вып. 20. С. 172–184.
59. Song M. W., NO H. C. CFD-Assisted model development for estimation of hole-

- ablation diameter of a pressure vessel during severe accidents. *Nuclear Engineering and Design*. 2019. Вып. 352. С. 1–11.
60. Ding P., Chen M., Li W., Liu Y., Wang B. CFD simulations in the nuclear containment using the des turbulence models. *Nuclear Engineering and Design*. 2015. Вып. 287. С. 1–10.
 61. Zhang H., Li Y., Xiao J., Jordan T. Detached Eddy Simulation of hydrogen turbulent dispersion in nuclear containment compartment using GASFLOW-MPI. *International Journal of Hydrogen Energy*. 2018. Вып. 43, № 29. С. 1–17.
 62. Zhang H., Li Y., Xiao J., Travis J. R., Jordan T. Numerical study of the stratification erosion benchmark for NPPs containment using CFD code GASFLOW-MPI. *Annals of Nuclear Energy*. 2019. Вып. 132. С. 199–211.
 63. Wei H., Chen Y. Assessment of different turbulence models on the large scale internal heated water pool natural convection simulation. *Annals of Nuclear Energy*. 2019. Вып. 131. С. 23–38.
 64. Ferziger J. H. Recent advances in large eddy simulation. *Engineering Turbulence Modeling and Experiments*. 1996. Вып. 3. С. 163–175.
 65. Menter F. R. Zonal Two Equation k- ω Turbulence Models for Aerodynamic Flows. 1993. ISBN 9789812774071.
 66. Spalart P. R., Jou W. H., Strelets M. K., Allmaras S. R. Comments on the feasibility of LES for wings and on a hybrid RANS/LES approach. ISBN 9780123706225.
 67. Travin A., Shur M., Strelets M., Spalart P. R. Physical and numerical upgrades in the Detached-Eddy Simulation of complex turbulent flows. *Fluid Mechanics and its Applications*. 2004. Вып. 65. С. 239–254.
 68. Park I. K., Lee J. R., Choi Y. H., Kang D. H. A multi-scale and multi-physics approach to main steam line break accidents using coupled MASTER/CUPID/MARS code. *Annals of Nuclear Energy*. 2020. Вып. 135. С. 1–14.
 69. Lee J. R., Yoon H. Y. Multi-physics simulation of nuclear reactor core by coupled simulation using CUPID/MASTER. *International Journal of Heat and Mass*

Transfer. 2017. Вып. 115. С. 1020–1032.

70. Kütük B., Güzelbey İ. H. Computational fluid dynamics analyses of a VVER-1200 nuclear reactor vessel for symmetric inlet, asymmetric inlet, and LOCA conditions. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. 2020. Вып. 187. С. 1–12.
71. Hermansky P., Krajčovič M. The numerical simulation of the WWER440/V213 reactor pressure vessel internals response to maximum hypothetical Large-break Loss of Coolant Accident. *Nuclear Engineering and Design*. 2011. Вып. 241. С. 1177–1183.
72. Zeman V., Hlaváč Z. Dynamic Response of VVER 1000 Type Reactor Excited by Pressure Pulsations. *Engineering Mechanics*. 2008. Вып. 15, № 6. С. 435–446.
73. Palamara M. J., Smith S. D., Walker A. P., Basel R. A., Meyer G. A. Development of an advanced PWR reactor internals system finite element model for flow-induced vibration analyses. 2015. ISBN 9780791856970.
74. Kadi A. S. A study and comparison of the equations of thin shell theories. The Ohio State University, 1970. 408 с.
75. Love A. A treatise on the mathematical theory of elasticity, vol. 1. 1892. 354 с.
76. Флюгге В. Статика и динамика оболочек. Москва:1961. 306 с.
77. Доннелл Л. Г. Балки, пластины и оболочки. Москва:1982. 568 с.
78. Муштари Х. М., Галимов К. З. Нелинейная теория упругих оболочек. Казань:1957. 431 с.
79. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки. Москва:1966. 636 с.
80. Власов В. З. Общая теория оболочек и ее приложение в технике. Москва:1949. 784 с.
81. Болотин В. В. Статистические методы в нелинейной теории упругих оболочек. *Известия АН СССР. ОTH*. 1958. Вып. 3. С. 33–41.
82. Reissner E. The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates. *Journal of Applied Mechanics*. 1945. Вып. 12, № 2. С. 69–77.
83. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. 1974. 448 с.

84. Leissa A. W. Vibration of shells. Illinois:1973. 428 c. ISBN 9788578110796.
85. Sanders J. J. An Improved First-Approximation Theory for Thin Shells, NASA Technical Report R-24. 1959.
86. Yang C. C. On vibrations of orthotropic conical shells. *Journal Sound Vibration*. 1974. Вып. 34. С. 552–555.
87. Koiter W. T. A consistent first approximation in the general theory of thin elastic shells, Proc. 1st IUTAM Symposium on Shell Theory. 1960. 1–46 c.
88. Tong L. Free vibration of orthotropic conical shells. *The International Journal of Engineering Science*. 1993. Вып. 31. С. 719–733.
89. Qatu M. S. Vibration of Laminated Shells and Plates, 1st edition. 2004. 426 c.
90. Kozlov S. V. Determination of the natural frequencies and mode configurations for small vibrations of an orthotropic cylindrical shell with attached masses. *Soviet Applied Mechanics*. 1981. Вып. 17, № 2. С. 138–142.
91. Ebrahimi F., Dabbagh A., Taheri M. Vibration analysis of porous metal foam plates rested on viscoelastic substrate. *Engineering with Computers*. 2021. Вып. 37, № 4. С. 3727–3739.
92. Heshmati M., Jalali S. K. Effect of radially graded porosity on the free vibration behavior of circular and annular sandwich plates. *European Journal of Mechanics - A/Solids*. 2019. Вып. 74. С. 417–430.
93. Demirhan P. A., Taskin V. Bending and free vibration analysis of Levy-type porous functionally graded plate using state space approach. *Composites Part B: Engineering*. 2019. Вып. 160. С. 661–676.
94. Karimi M., Rafieian S., Farajpour M. R., Miles R. N., Salehipour H., Jazar R. N., Khayyam H. Wave propagation and vibration in intelligent nanoplates: A mechanical modeling approach. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. 2021. Вып. 51, № 4. С. 1–29.
95. He D., Shi D., Wang Q., Ma C. A unified power series method for vibration analysis of composite laminate conical, cylindrical shell and annular plate. *Structures*. 2021. Вып. 29. С. 305–327.
96. Yang S. W., Hao Y. X., Yang L., Liu L. T. Nonlinear vibrations and chaotic

- phenomena of functionally graded material truncated conical shell subject to aerodynamic and in-plane loads under 1:2 internal resonance relation. *Archive of Applied Mechanics*. 2021. Вып. 91, № 3. С. 883–917.
97. Permoon M. R., Shakouri M., Haddadpour H. Free vibration analysis of sandwich conical shells with fractional viscoelastic core. *Composite Structures*. 2019. Вып. 214. С. 62–72.
 98. Tao F., Xing W., Zhengming X., Zhaobo C. Study on dynamic instability characteristics of functionally graded material sandwich conical shells with arbitrary boundary conditions, *Value in Health* 14. Elsevier Inc., 2021.
 99. Abolhassanpour H., Shahgholi M., Ghasemi F. A., Mohamadi A. Nonlinear vibration analysis of an axially moving thin-walled conical shell. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2021. Вып. 134. С. 1–13.
 100. Amabili M., Balasubramanian P. Nonlinear forced vibrations of laminated composite conical shells by using a refined shear deformation theory. *Composite Structures*. 2020. Вып. 249. С. 1–34.
 101. Mohammadrezazadeh S., Jafari A. A. Nonlinear vibration analysis of laminated composite angle-ply cylindrical and conical shells. *Composite Structures*. 2021. Вып. 255. С. 1–13.
 102. Yu Y. Y. Free vibrations of thin cylindrical shells having finite lengths with freely supported and clamped edges. *Journal of Applied Mechanics*. 1955. Вып. 22. С. 547–552.
 103. Soedel W. A new frequency formula for closed circular cylindrical shells for a large variety of boundary conditions. *Journal of Sound and Vibration*. 1980. Вып. 70, № 3. С. 309–317.
 104. Кан С. Строительная механика оболочек. Москва:1966. 508 с.
 105. Messina A., Soldatos K. P. Ritz-Type Dynamic Analysis of Cross-Ply Laminated Circular Cylinders Subjected To Different Boundary Conditions. *Journal of Sound and Vibration*. 1999. Вып. 227, № 4. С. 749–768.
 106. Lee H., Kwak M. K. Free vibration analysis of a circular cylindrical shell using the Rayleigh-Ritz method and comparison of different shell theories. *Journal of*

- Sound and Vibration*. 2015. Вып. 353. С. 344–377.
107. Häggglund A. M., Folkow P. D. Dynamic cylindrical shell equations by power series expansions. *International Journal of Solids and Structures*. 2008. Вып. 45, № 16. С. 4509–4522.
 108. Qu Y., Chen Y., Long X., Hua H., Meng G. Free and forced vibration analysis of uniform and stepped circular cylindrical shells using a domain decomposition method. *Applied Acoustics*. 2013. Вып. 74, № 3. С. 425–439.
 109. Tornabene F. Free vibration analysis of functionally graded conical, cylindrical shell and annular plate structures with a four-parameter power-law distribution. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. 2009. Вып. 198, № 37–40. С. 2911–2935.
 110. Xuebin L. Study on free vibration analysis of circular cylindrical shells using wave propagation. *Journal of Sound and Vibration*. 2008. Вып. 311, № 3–5. С. 667–682.
 111. Chapelle D., Bathe K. J. Fundamental considerations for the finite element analysis of shell structures. *Computers & Structures*. 1998. Вып. 66, № 1. С. 19–36.
 112. Bucalem M. L., Bathe K. J. Finite element analysis of shell structures. *Archives of Computational Methods in Engineering*. 1997. Вып. 4, № 1. С. 3–61.
 113. Qatu M. S. Recent research advances in the dynamic behavior of shells: 1989–2000, Part 2: Homogeneous shells. *Applied Mechanics Reviews*. 2002. Вып. 55, № 5. С. 415–434.
 114. Goncalves P. B., Ramos N. Numerical method for vibration analysis of cylindrical shells. *Journal of Engineering Mechanics-Asce*. 1997. Вып. 123, № 6. С. 544–550.
 115. Kant T., Kumar K., Singh U. P. Shell dynamics with three-dimensional degenerate finite elements. *Computers & Structures*. 1994. Вып. 50, № 1. С. 135–146.
 116. Wang H. A Vibrational Mode Analysis of Free Finite-Length Thick Cylinders Using the Finite. *Journal of Vibration and Acoustics*. 1998. Вып. 120. С. 371–377.

117. Hwang D. Y., Foster Jr W. A. Analysis of axisymmetric free vibration of isotropic shallow spherical shells with a circular hole. *Journal of Sound and Vibration*. 1992. Вып. 157, № 2. С. 331–343.
118. McCollum M. D., Siders C. M. Modal analysis of a structure in a compressible fluid using a finite element/boundary element approach. *The Journal of the Acoustical Society of America*. 1996. Вып. 99, № 4. С. 1949–1957.
119. Raj D. M., Narayanan R., Khadakkar A. G. Effect of Ring Stiffeners on Vibration of Cylindrical and Conical Shell Models. *Journal of Sound and Vibration*. 1995. Вып. 179, № 3. С. 413–426.
120. Takayanagi M. Parametric Resonance of Liquid Storage Axisymmetric Shell Under Horizontal Excitation. *Pressure Vessel Technology*. 1991. Вып. 113, № 4. С. 511–516.
121. Fan S. C., Luah M. H. Spline finite element for axisymmetric free vibrations of shells of revolution. *Journal of Sound and Vibration*. 1989. Вып. 132, № 1. С. 61–72.
122. Fan S. C., Luah M. H. Free Vibration Analysis of Arbitrary Thin Shell Structures By Using Spline Finite Element. *Journal of Sound and Vibration*. 1995. Вып. 179, № 5. С. 763–776.
123. Krawczuk M. Rectangular shell finite element with an open crack. *Finite Elements in Analysis and Design*. 1994. Вып. 15, № 3. С. 233–253.
124. Allman D. J. Implementation of a flat facet shell finite element for applications in structural dynamics. *Computers and Structures*. 1996. Вып. 59, № 4. С. 657–663.
125. Stepanishen P. R., Chen H. W. Acoustic Harmonic Radiation and Scattering From Shells of Revolution Using Finite-Element and Internal Source Density Methods. *Journal of the Acoustical Society of America*. 1992. Вып. 92, № 6. С. 3343–3357.
126. Aksu T. A finite element formulation for free vibration analysis of shells of general shape. *Computers & Structures*. 1997. Вып. 65, № 5. С. 687–694.
127. Chung J., Lee J. M. Vibration Analysis of a Nearly Axisymmetric Shell Structure Using a New Finite Ring Element. *Journal of Sound and Vibration*. 1999. Вып. 219, № 1. С. 35–50.

128. Sansour C., Wriggers P., Sansour J. Nonlinear Dynamics of Shells: Theory, Finite Element Formulation, and Integration Schemes. *Nonlinear dynamics*. 1997. Вып. 13, № 3. С. 279–305.
129. Zhao J., Wang Q., Deng X., Choe K., Zhong R., Shuai C. Free vibrations of functionally graded porous rectangular plate with uniform elastic boundary conditions. *Composites Part B: Engineering*. 2019. Вып. 168. С. 106–120.
130. Liang X., Zha X., Jiang X., Cao Z., Wang Y., Leng J. A semi-analytical method for the dynamic analysis of cylindrical shells with arbitrary boundaries. *Ocean Engineering*. 2019. Вып. 178. С. 145–155.
131. Sun S., Chu S., Cao D. Vibration characteristics of thin rotating cylindrical shells with various boundary conditions. *Journal of Sound and Vibration*. 2012. Вып. 331, № 18. С. 4170–4186.
132. Li H., Hao Y. X., Zhang W., Liu L. T., Yang S. W., Wang D. M. Vibration analysis of porous metal foam truncated conical shells with general boundary conditions using GDQ. *Composite Structures*. 2021. Вып. 269. С. 1–15.
133. Li W. L. Vibration analysis of rectangular plates with general elastic boundary supports. *Journal of Sound and Vibration*. 2004. Вып. 273, № 3. С. 619–635.
134. Mises; R. V., Pollaczek-Geiringer H. Praktische Verfahren der Gleichungsaufhlmg. *ZAMM - journal of applied mathematics and mechanics / zeitschrift für angewandte mathematik und mechanik*. 1929. Вып. 9, № 2. С. 152–164.
135. Pohlhausen E. Berechnung der Eigenschwingungen statisch-bestimmter Fachwerke. *ZAMM - journal of applied mathematics and mechanics / zeitschrift für angewandte mathematik und mechanik*. 1921. Вып. 1, № 1. С. 28–42.
136. Trefethen L. N., Bau D. Numerical Linear Algebra. 1997.
137. Kress R. Numerical Analysis. 1991.
138. Neymeyr K. A geometric theory for preconditioned inverse iteration IV: On the fastest convergence cases. *Linear Algebra Appl*. 2006. Вып. 415, № 1. С. 114–139.
139. Уилкинсон Д. Х. Алгебраическая проблема собственных значений.

Москва:1970. 564 с.

140. Li T. Y. , Zeng Z. The Laguerre Iteration in Solving the Symmetric Tridiagonal Eigenproblem, Revisited. *SIAM Journal on Scientific Computing*. 1994. Вып. 15, № 5. С. 1145–1173.
141. Парлетт Б. Симметричная проблема собственных значений. Численные методы. Москва:1983. 384 с.
142. Demmel J. W. Applied numerical linear algebra. Philadelphia:1997. 419 с.
143. Cuppen J. J. M. A divide and conquer method for the symmetric tridiagonal eigenproblem. *Numerische Mathematik*. 1981. Вып. 36, № 2. С. 177–195.
144. Chu M. T. A note on the homotopy method for linear algebraic eigenvalue problems. *Linear Algebra and Its Applications*. 1988. Вып. 105. С. 225–236.
145. Wang L., Zunger A. Electronic Structure Pseudopotential Calculations of Large Si Qunum Dots. *J. Phys. Chem*. 1994. Вып. 98, № 8. С. 2158–2165.
146. Dhillon I. S., Parlett B. N., Vömel C. The design and implementation of the MRRR algorithm. *ACM Transactions on Mathematical Software*. 2006. Вып. 32, № 4. С. 533–560.
147. Dubyk Y., Orynyak I., Ishchenko O. An exact series solution for free vibration of cylindrical shell with arbitrary boundary conditions. *Scientific journal of the Ternopil national technical university*. 2018. Вып. 89, № 1. С. 79–88.
148. Xie K., Chen M., Deng N., Jia W. Free and forced vibration of submerged ring-stiffened conical shells with arbitrary boundary conditions. *Thin-Walled Structures*. 2015. Вып. 96. С. 240–255.
149. Xie K., Chen M., Li Z. An analytic method for free and forced vibration analysis of stepped conical shells with arbitrary boundary conditions. *Thin-Walled Structures*. 2017. Вып. 111. С. 126–137.
150. Dai L., Yang T., Du J., Li W. L., Brennan M. J. An exact series solution for the vibration analysis of cylindrical shells with arbitrary boundary conditions. *Applied Acoustics*. 2013. Вып. 74, № 3. С. 440–449.
151. Williams F. W., Howson W. P., Watson A. Application of the Wittrick-Williams algorithm to the Sturm-Liouville problem on homogeneous trees: A structural

- mechanics analogy. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. 2004. Вып. 460, № 2045. С. 1243–1268.
152. Williams F. W., Wittrick W. H. An automatic computational procedure for calculating natural frequencies of skeletal structures. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1970. Вып. 12, № 9. С. 781–791.
 153. Wittrick W. H., Williams F. W. A general algorithm for computing natural frequencies of elastic structures. *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics*. 1971. Вып. 24. С. 263–284.
 154. Banerjee J. R., Williams F. W. Exact Bernoulli-Euler static stiffness matrix for a range of tapered beam-columns. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*. 1986. Вып. 23, № 9. С. 1615–1628.
 155. Koval L. R., Cranch E. T. On the free vibrations of thin cylindrical shells subjected to an initial static torque. 1962.
 156. Dubyk Y., Ishchenko O. Application of the Williams-Wittrick algorithm for thin shell vibrations problems, Proceedings of ASME 2021 Pressure Vessels & Piping Division Conference PVP2021. 2021.
 157. Dubyk Y., Ishchenko O., Kryshchuk M. A new simple method for shell vibration analysis with initial stress accounting. *Procedia Structural Integrity*. 2020. Вып. 26. С. 422–429.
 158. Dubyk Y., Ishchenko O., Kryshchuk M. Free vibration of a conical shell with arbitrary boundary conditions using series solution. *Procedia Structural Integrity*. 2023. Вып. 47. С. 863–872.
 159. Herrmann G., Shaw J. Vibration of Thin Shells under Initial Stress. *Journal of the Engineering Mechanics Division*. 1965. Вып. 91, № 5. С. 37–59.
 160. Miserentino R., Vosteen L. F. Vibration Tests of Pressurized Thin-Walled Cylindrical Shells, NASA TN D-3066. 1965. 50 с.
 161. Hu W. C. L., Gormley J. F., Lindholm U. S. Flexural vibrations of conical shells with free edges, NASA Report CR-384. 1966. 28 с.
 162. Lindholm U. S., Hu W. C. L. Non-symmetric transverse vibrations of truncated conical shells. *International Journal of Mechanical Sciences*. 1966. Вып. 8, № 9.

- C. 561–579.
163. Weingarten V. I. Free vibrations of conical shells. *Journal of the Engineering Mechanics Division*. 1965. Вып. 91. С. 69–87.
 164. Xing Y., Liu B., Xu T. Exact solutions for free vibration of circular cylindrical shells with classical boundary conditions. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2013. Вып. 75. С. 178–188.
 165. Smith B. L., Haft E. E. Natural Frequencies of Clamped Cylindrical Shells. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. 1968. Вып. 6, № 4. С. 720–721.
 166. Cammalleri M., Costanza A. A closed-form solution for natural frequencies of thin-walled cylinders with clamped edges. *International Journal of Mechanical Sciences*. 2016. Вып. 110. С. 116–126.
 167. Sewall J. L., Naumann E. C. An experimental and analytical vibration study of thin cylindrical shells with and without longitudinal stiffeners. *NASA technical note, NASA TN D-4705*. 1968. С. 56.
 168. Wang C., Lai J. C. S. Prediction of natural frequencies of finite length circular cylindrical shells. *Applied Acoustics*. 2000. Вып. 59, № 4. С. 385–400.
 169. Mérigoux N., Laviéville J., Mimouni S., Guingo M., Baudry C., Bellet S. Verification, validation and application of NEPTUNE_CFD to two-phase Pressurized Thermal Shocks. *Nuclear Engineering and Design*. 2017. Вып. 312. С. 74–85.
 170. Dubyk Y., Filonov V., Ischenko O. Analysis of the dynamic effect of the maximum design accident on the reactor barrel, 6th International Scientific and Practical Conference “Safety and Efficiency of Nuclear Energy”, Odessa 2018. 2018.
 171. Volkov V., Golibrodo L., Krutikov A. Development of a reactor CFD model of the AES-2006 project. *JSC OKB «GIDROPRESS»*. 2016. С. 556–565.
 172. Volkov V., Golibrodo L., Krutikov A. Multi-Scale Problems of Heat and Mass Transfer in the Nuclear Power Industry. *Bulletin of the South Ural State University. “Computational mathematics and software engineering”*. 2017. С.

60–73.

173. Dubyk Y., Filonov V., Ishchenko O., Orynyak I., Filonova Y. Dynamic assessment of the Core Barrel during Loss of Coolant Accident. *Proceedings of the 2018 ASME Pressure Vessels and Piping Conference PVP2018-84762. Prague, Czech Republic.* 2018. С. 10.
174. Böttcher M., Krüßmann R. Primary loop study of a VVER-1000 reactor with special focus on coolant mixing. *Nuclear Engineering and Design.* 2010. Вип. 240, № 9. С. 2244–2253.
175. Bieder U., Fauchet G., Béтин S., Kolev N., Popov D. Simulation of mixing effects in a VVER-1000 reactor. *Nuclear Engineering and Design.* 2007. Вип. 237. С. 1718–1728.
176. Filonova Y., Dubyk Y., Filonov V., Kondratjuk V. Improved Computational Fluid Dynamics Framework for Reactor Core Baffle Swelling Assessment. *ASME Journal of Nuclear Radiation Science.* 2021. Вип. 7, № 1. С. 10.
177. Філонова Ю. С. Обґрунтування надійності тепловідводу від металу вигородки РУ типу ВВЕР-1000 при деградації її геометрії. *дисертація доктора філософії.* 2023. С. 164.
178. Edwards A. R., O'Brien T. P. Studies of phenomena connected with the depressurization of water reactors. *Journal of the British Nuclear Energy Society.* 1970. Вип. 9. С. 125–135.
179. ANSYS CFX 18 - Solver Theory Guide. ANSYS Inc. 2017.
180. Pavlov P. A., Vinogradov V. E. Fluctuation emergence of bubbles under a rapid drop of pressure in a liquid. *Thermophysics and Aeromechanics.* 2015. Вип. 22, № 4. С. 441–452.
181. IAPWS R7-97. The International Association for the Properties of Water and Steam. .
182. Ishchenko O., Filonov V., Dubyk Y. Dynamic model of the VVER-1000 reactor for seismic and LB LOCA evaluation. *Proceedings of ASME 2021: 28th International Conference on Nuclear Engineering, ICONE 28. August 4–6, 2021. Virtual, Online.* С. 9.

183. Preliminary report on the safety analysis of the TVS-WR use at ZNPP-3 power unit. Book 1. 2017.
184. DTR-ENPR-2288, Development of a Feasibility Study for the Licensing and Implementation of Advanced Type of Nuclear Fuel for Units 5 and 6 at Kozloduy NPP EAD Operating at 3120 MW Thermal Power, Technical report Data base, ENPRO CONSULT Ltd. .
185. Rhie C. M., Chow W. L. Numerical study of the turbulent flow past an airfoil with trailing edge separation. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Journal*. 1983. Вып. 21, № 11. С. 1525–1532.
186. Ranz W., Marshall W. Evaporation from Drops. *Chemical Engineering Progress*. 1952. Вып. 48. С. 141–146.
187. Shiller L., Naumann A. A Drag Coefficient Correlation. *Zeitschrift des Vereins Deutscher Ingenieure*. 1935. Вып. 77. С. 318–320.
188. Reactor installation. Thermal hydraulic calculation. Stationary modes. V-320. 320.00.00.00.000. .
189. Wijker J. Mechanical Vibrations in Spacecraft Design. 2003. 436 с.
190. Тимошенко С. П., Янг Д. Х., Уивер У. Колебания в инженерном деле. Москва:1985. 472 с.
191. Meirovitch L. Computational methods in structural dynamics. 1980. 443 с.
192. Герцберг Г. Колебательные и вращательные спектры многоатомных молекул. 1949. 648 с.
193. Meirovitch L. Principles and Techniques of Vibrations. 1997. 694 с.
194. Чернина В. С. Статика тонкостенных оболочек вращения, Издательство «Наука». 1968. 456 с.
195. Смирнов В. И., Марголин Б. З., Лапин А. Н., Кохонов В. И., Сорокин А. А. Исследование влияния нейтронного облучения на вязкость разрушения стали 08X18H10T и металла ее сварных соединений. *Вопросы материаловедения*. 2011. Вып. 1, № 65. С. 167–183.
196. «ЭНЕРГОАТОМ» Г. «НАЭК Типовая программа по оценке технического состояния и продления срока эксплуатации внутрикорпусных устройств

- ВВЭР-1000, ПМ-Т.0.03.333-15. 82 с.
197. ПНАЭ Г-7-002-86 Нормы расчета на прочность оборудования и трубопроводов для АЭС. ГОСАТОМЭНЕРГОНАДЗОР, 1986. 525 с.
 198. Fitness-For-Service, API 579-1. 2016. 1478 с.
 199. Zanaboni P., Sokov L., Garate N. LBB Applicability Review and Basic Implementation Engineering for Primary Coolant Loop & Surge Line of VVER-1000/320 NPP: TACIS Project R2 .09/96. Main activities and results. 2003.
 200. Іванчук О. О. Діагностування напруженого стану і оцінка запасу міцності кільцевих зварних стиків різнотовщинних труб магістральних нафтогазопроводів, дис. на ступінь канд. техн. наук. 2008. 173 с.
 201. Банахевич Ю. В., Драгілев А. В., Кичма А. О. Технологія ремонту опорних вузлів надземних ділянок трубопроводів великого діаметру. *Методи та прилади контролю якості*. 2014. Вип. 4, № 33. С. 127–132.
 202. «Энергоатом» Г. Н. МТ-Т.0.03.208.10 Методика расчетов трубопроводов АЭС в рамках концепции «течь перед разрушением». *Введен в действие распоряжением №1087-р*. 2010.
 203. Дубик Я. Р., Іщенко О. А., Костенко В. С., Філонова Ю. С. Використання методу вагових функцій до аналізу крихкої міцності шахти реактору. *XV міжнародна науково-технічна конференція молодих вчених та фахівців «проблеми сучасної ядерної енергетики»*. 13–15 листопада, 2019. Харків, Україна. С. 2.
 204. Крищук М. Г., Іщенко О. А. Визначення запасу міцності корпусу реактора АЕС з урахуванням ефекту теплового опресування. *Mechanics and Advanced Technologies*. 2023. Вип. 6, № 3. С. 246–253.
 205. Dubyk Y., Ishchenko O., Bogdan. A. Dynamic Model of the WVER-1000 Reactor. *Proceedings of the SMiRT-25 conference. Charlotte, NC, USA*. 2019. С. 10.
 206. Zarazovskii M., Pistora V., Lauerova D., Yasniy P., Ishchenko O. Comprehensive analysis of the WPS effect performed for the purposes of RPV long-term operation. *26th Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology*,

Special Session on Challenges and Recent Advances from European Research Projects. July 10-15, 2022. Berlin/Potsdam, Germany. C. 10.

207. Zarazovskii M., Dubyk Y., Filonov V., Antonchenko V., Ishchenko O. Impact of the Outer Surface Air Cooling and WPS Approaches on the Brittle Fracture Margin of WWER RPV. *Proceedings of the ASME 2020: Pressure Vessels and Piping Conference, PVP2020. July 20-24, 2020. Virtual, Online. C. 10.*

ДОДАТОК А. ПРАКТИЧНЕ ЗАСТОСУВАННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ ДОСЛІДЖЕНЬ

ЗАТВЕРДЖУЮ

Головний інженер
ВП «Південноукраїнська АЕС»



М.О.Феофентов
2023р.

А К Т

впровадження результатів дисертаційної роботи
Іщенка Олексія Антоновича
на тему

**„Напружено-деформований стан тонкостінних оболонок реактора ВВЕР-1000
при максимальній проєктній аварії”**

м. Южноукраїнськ

Даний акт складено про те, що результати дисертаційної роботи Іщенка О.А. використані ВП «Південноукраїнської АЕС» при оцінці технічного стану і продовженні ресурсу внутрішньокорпусних пристроїв реактора енергоблоку №3 ВП «Південноукраїнська АЕС».

Фахівцями ТОВ «ІПП-Центр» і зокрема Іщенком О.А. була створена теплогідравлічна двофазна модель реактора для моделювання процесу перетікання максимальної проєктної аварії, з використанням якої отримані перепад тиску в шахті вунтрішньокорпусній в залежності від часу і розрахований НДС, на основі якого показано, що виконуються умови міцності за критерієм опору крихкому руйнуванню та за граничним пластичном станом з врахуванням деградації металу.

Отримані О.А.Іщенком результати дозволили обґрунтувати безпечну експлуатацію внутрішньокорпусних пристроїв реактора енергоблоку №3 ВП ПАЕС для понадпроєктного терміну для випадку гіпотетичного аварійного сценарію з розривом головного циркуляційного трубопроводу.

Заступник головного інженера
з продовження терміну експлуатації,
технології та інжинірингу



Б.М.Мікітков